

Федеральное агентство по образованию
Санкт-Петербургский государственный
электротехнический университет "ЛЭТИ"

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА К КУРСОВОЙ РАБОТЕ
по дисциплине "Информатика"

ВАРИАНТ N23

| | | | | |
|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| Инв. № подл. | Подп. и дата | Взам. инв. № | Инв. № дубл. | Подп. и дата |
| | | | | |

Содержание

1. Цель и тема курсовой работы
2. Задание на курсовую работу
3. Введение
4. Исследование функции
5. Исследование кубического сплайна
6. Задача оптимального распределения неоднородных ресурсов
7. Список литературы

| | | | | | | | | | | |
|--------------|----------------|--------------|--------------|-------|------|---|------|------|--------|----|
| Подп. и дата | Взам. инв. № | Инв. № дубл. | Подп. и дата | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | |
| Подп. и дата | Взам. инв. № | Инв. № дубл. | Подп. и дата | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | |
| Инв. № подл. | Изм. | Лист | № докум. | Подп. | Дата | <div>Вариант N23</div> <div>Пояснительная записка к Курсовой работе по дисциплине "Информатика"</div> | Лит. | Лист | Листов | |
| Разраб. | Рахманов М. А. | | | | | | | | 2 | ?? |
| Пров. | Прокшин А. И. | | | | | | | | | |
| Н. контр. | | | | | | | | | | |
| Утв. | | | | | | | | | | |

Цель курсовой работы: уметь применять персональный компьютер и математические пакеты прикладных программ в инженерной деятельности.

Тема курсовой работы: решение математических задач с использованием математического пакета "Scilab"или "Reduce-algebra".

| | | | | | | | | | | |
|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|-------------|--|--|--|--|------|
| Инв. № подл. | Подп. и дата | Взам. инв. № | Инв. № дубл. | Подп. и дата | Вариант N23 | | | | | Лист |
| | | | | | | | | | | 3 |
| | | | | | | | | | | |
| Изм | Лист | № докум. | Подп. | Дата | | | | | | |

2. Задание на курсовую работу

1. Даны функции $f(x) = \sqrt{3}\sin(x) + \cos(x)$, $g(x) = \cos(2x + \frac{\pi}{3}) - 1$

а) Решить уравнение $f(x)=g(x)$.

б) Исследовать функцию $h(x) = f(x) - g(x)$ на промежутке $[0; \frac{5\pi}{6}]$

2. Найти коэффициенты кубического сплайна, интерполирующего данные, представленные в векторах:

$$V_x = [0, 1.25, 2, 2.625, 4.25] \quad V_y = [4, 3.925, 4.675, 4.8, 4.956]$$

Построить на графике функции $f(x)$, полученную после нахождения коэффициентов кубического сплайна.

Представить графическое изображение результатов интерполяции исходных данных различными методами с использованием встроенных функций

```
splin(x,y,"natural"), splin(x,y,"clamped"), splin(x,y,"not_a_knot"), splin(x,y, "fast"),
splin(x,y,"monotone"), interp(xx,x,y,d)
```

3. Решить задачу оптимального распределения неоднородных ресурсов. Требуется решить следующую задачу оптимального распределения неоднородных ресурсов. Пусть в распоряжении завода железобетонных изделий (ЖБИ) имеется m видов сырья (песок, щебень, цемент) в объемах a_i . Требуется произвести продукцию n видов. Дана технологическая норма c_{ij} потребления отдельного i -го вида сырья для изготовления единицы продукции каждого j -го вида. Известна прибыль π_j получаемая от выпуска единицы продукции j -го вида. Требуется определить, какую продукцию и в каком количестве должен производить завод ЖБИ, чтобы получить максимальную прибыль.

Таблица 1. 23

| Используемые ресурсы a_i | Изготавливаемые изделия | | | | Наличие ресурсов, a_i |
|----------------------------|-------------------------|-------|-------|-------|-------------------------|
| | I_1 | I_2 | I_3 | I_4 | |
| Песок | 8 | 5 | 8 | 7 | 20 |
| Щебень | 6 | 6 | 6 | 5 | 10 |
| Цемент | 9 | 6 | 4 | 9 | 35 |
| Прибыль, P_j | 44 | 54 | 40 | 30 | |

3. Введение

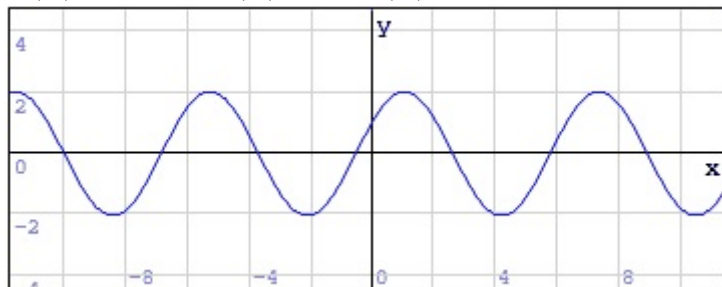
В современном мире технологии неудержимо летят вперед, с каждым годом электронно вычислительная техника становится мощнее, компактнее и сложнее, а людям приходится решать все более сложные задачи. С этим людям стали помогать математические пакеты и системы компьютерной алгебры, которые во много раз сокращают время на решение сложнейших задач, с бесчисленным количеством чисел, сейчас такие программы доступны каждому хоть и не все они бесплатные.

| | | | | | | | | | | |
|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|-------------|--|--|--|--|------|
| Инв. № подл. | Подп. и дата | Взам. инв. № | Инв. № дубл. | Подп. и дата | Вариант N23 | | | | | Лист |
| | | | | | | | | | | 5 |
| | | | | | | | | | | |
| Изм | Лист | № докум. | Подп. | Дата | | | | | | |

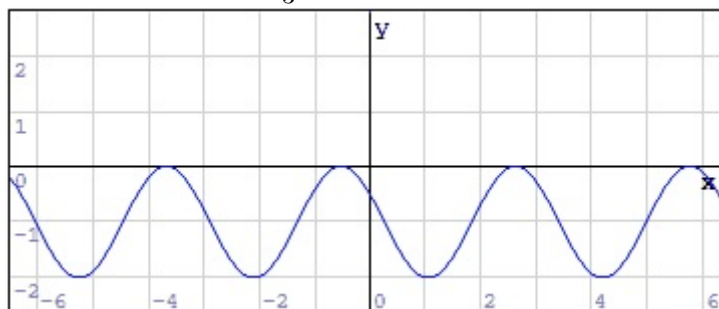
4. Исследование функции

1. Даны функции:

$$f(x) = \sqrt{3}\sin(x) + \cos(x)$$



$$g(x) = \cos(2x + \frac{\pi}{3}) - 1$$



а) Решить уравнение $f(x) = g(x)$.

б) Исследовать функцию $h(x) = f(x) - g(x)$ на промежутке $[0; \frac{5\pi}{6}]$

Решение уравнения.

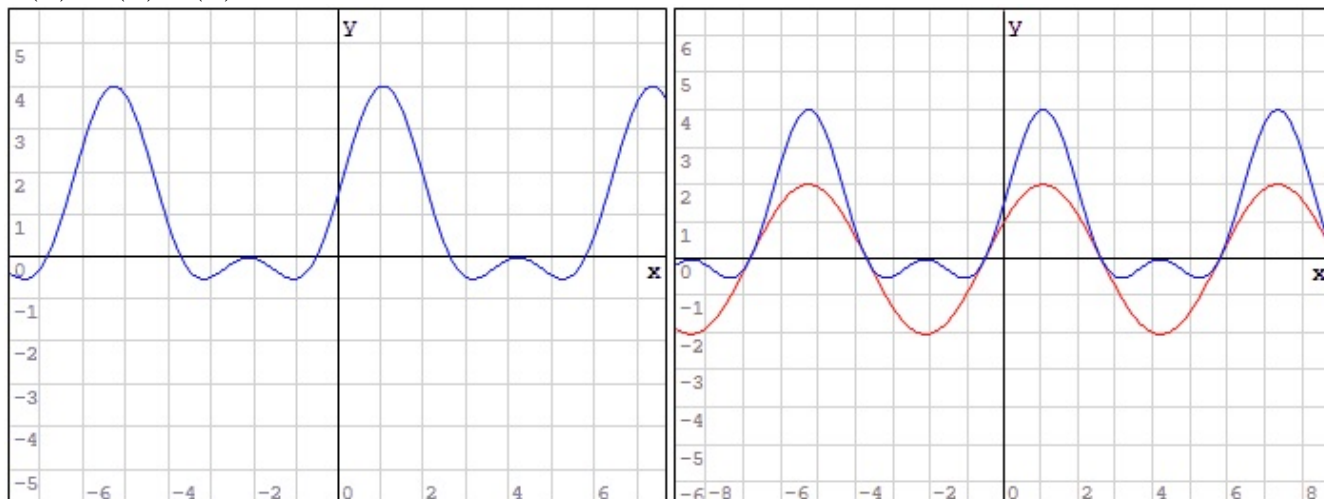
$$f(x) = g(x) \Rightarrow f(x) - g(x) = 0$$

$$\text{solve}(f(x) - g(x), x) = \begin{bmatrix} -19.3732 \\ -16.2316 \\ -13.09 \\ -9.9484 \\ -6.8068 \\ -3.6652 \\ -0.5236 \\ 2.618 \\ 5.7596 \\ 8.9012 \\ 12.0428 \\ 15.1844 \\ 18.326 \end{bmatrix}$$

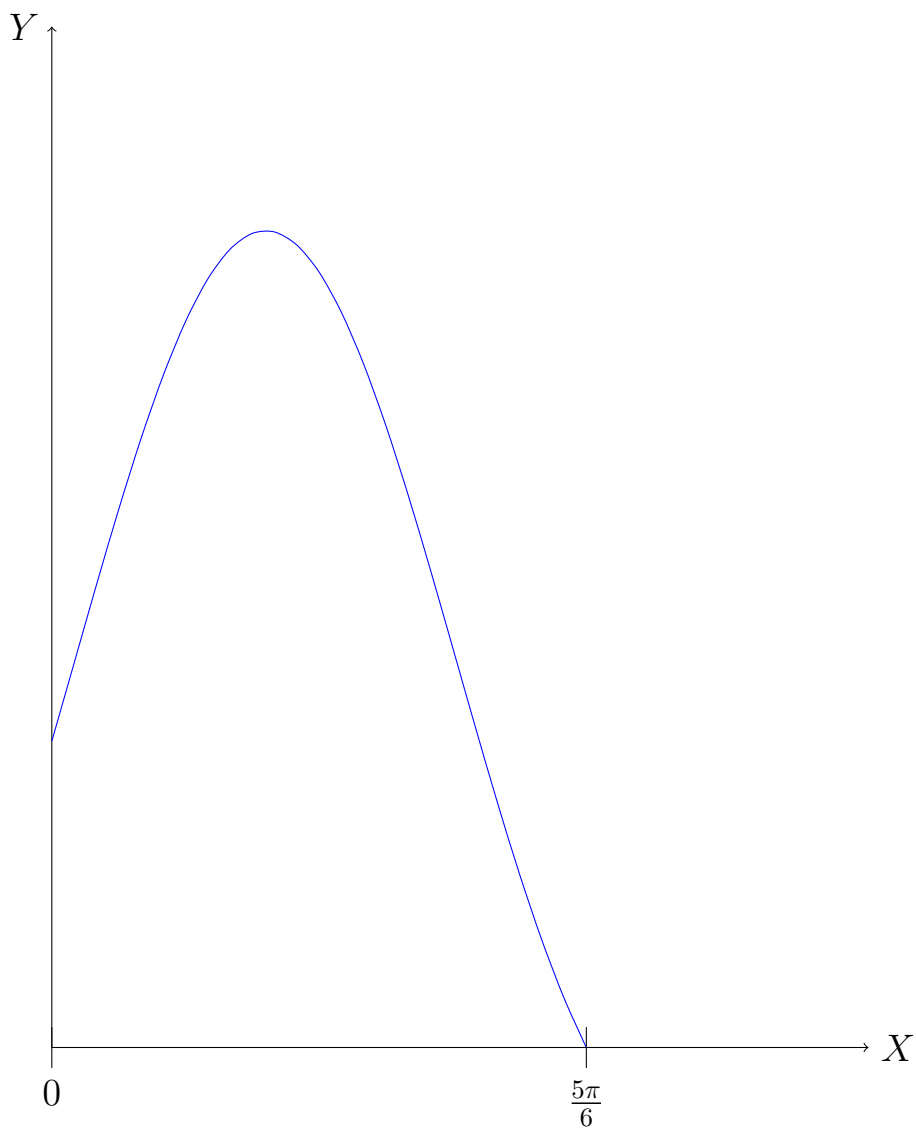
| | | | | | | |
|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|-------------|------|
| Инв. № подл. | Подп. и дата | Взам. инв. № | Инв. № дубл. | Подп. и дата | Вариант N23 | Лист |
| | | | | | | 6 |
| Изм. | Лист | № докум. | Подп. | Дата | | |
| | | | | | | |

Рассмотрим функцию $h(x)=f(x)-g(x)$

$$h(x)=f(x)-g(x)$$



Функция $f(x)=g(x)=f(x)-g(x)=0$ на промежутке $x=0$ до $x=\frac{5\pi}{6}$



| | | | | |
|-------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| Ив. № подл. | Подп. и дата | Взам. инв. № | Инв. № дубл. | Подп. и дата |
| Изм | Лист | № докум. | Подп. | Дата |

Вариант N23

Лист

7

Найдем корни и пересечения с осями.

Область определения функции задана и равна от $x = 0$ до $x = \frac{5\pi}{6}$

Так как функция $h(x)$ является функцией общего вида то и на области определения она также обладает общим видом если брать функцию $h(x)$ полностью то она периодична но так как область определения составляет $(0; \frac{5\pi}{6})$ функция не повторяется в области определения что означает у нее отсутствует периодичность.

1. Найдем пересечение с осью X:

$$x := \frac{5 \cdot \pi}{6} = 2.618$$

$$(\sqrt{3} \cdot \sin(x) + \cos(x)) - \left(\cos\left(2 \cdot x + \frac{\pi}{3}\right) - 1 \right) = 0$$

2. Найдем пересечение с осью Y:

$$x := 0$$

$$(\sqrt{3} \cdot \sin(x) + \cos(x)) - \left(\cos\left(2 \cdot x + \frac{\pi}{3}\right) - 1 \right) = 1.5$$

3. Найдем экстремум в пределах области определения:

$$\frac{d^1}{dx^1} h(x) \rightarrow 2 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{3} + 2 \cdot x\right) - \sin(x) + \sqrt{3} \cdot \cos(x)$$

$$\text{extr} := \text{root}\left(\frac{d^1}{dx^1} h(x), x, 0, 5 \cdot \frac{\pi}{6}\right)$$

$$\text{extr} = 1.047$$

$$h(\text{extr}) = 4$$

4. Функция не имеет разрывов

5. Так как функция является изначально синусоидальной асимптот не имеет

6. Имеет выпуклость $(0; 2.618)$

7. Точек перегибов не имеет

| | | | | | | | | | | |
|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|-------------|--|--|--|--|------|
| Инв. № подл. | Подп. и дата | Взам. инв. № | Инв. № дубл. | Подп. и дата | Вариант N23 | | | | | Лист |
| | | | | | | | | | | 8 |
| | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | |
| Изм. | Лист | № докум. | Подп. | Дата | | | | | | |

5. Исследование кубического сплайна.

Найти коэффициенты кубического сплайна, интерполирующего данные, представленные в векторах:

$$V_x = [0, 1.25, 2, 2.625, 4.25] \quad V_y = [4, 3.925, 4.675, 4.8, 4.956]$$

Построить на графике функции $f(x)$, полученную после нахождения коэффициентов кубического сплайна.

Оценить погрешность интерполяции в точке $x=3.1$. Вычислить значение функции в точке $x=2.1$

Представить графическое изображение результатов интерполяции исходных данных различными методами с использованием встроенных функций `splin(x,y,"natural")`, `splin(x,y,"clamped")`, `splin(x,y,"not_a_knot")`, `splin(x,y, "fast")`, `splin(x,y,"monotone")`, `interp(xx,x,y,d)`

| | | | | | | | | | | |
|---------------|--------------|--------------|---------------|--------------|-------------|--|--|--|--|------|
| Инов. № подл. | Подп. и дата | Взам. инв. № | Инов. № дубл. | Подп. и дата | Вариант N23 | | | | | Лист |
| | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | |
| Изм | Лист | № докум. | Подп. | Дата | | | | | | 9 |

Нахождение коэффициентов кубического сплайна.

По заданию даны координаты 5 точек:

| | |
|---------------|---------------|
| $X1 := 0$ | $Y1 := 4$ |
| $X2 := 1.25$ | $Y2 := 3.925$ |
| $X3 := 2$ | $Y3 := 4.675$ |
| $X4 := 2.625$ | $Y4 := 4.8$ |
| $X5 := 4.25$ | $Y5 := 4.956$ |

Найдем уравнение сплайна проходящего через пять точек (x_1, y_1) , (x_2, y_2) , (x_3, y_3) , (x_4, y_4) . Для того чтобы потенциальная энергия изогнутой металлической линейки (сплайна) принимала минимальное значение, производная четвертого порядка должна быть равна нулю, значит мы можем представить сплайн полиномом третьей степени на каждом отрезке $[x_i, x_{i+1}]$

$$F_i(x) = A_{i0} + A_{i1}x + A_{i2}x^2 + A_{i3}x^3, x \in [x_i, x_{i+1}]$$

По такому же принципу составляем 8 уравнений, по два на каждый участок кривой.

$$y1 := A_{10} + A_{11} \cdot X1 + A_{12} \cdot X1^2 + A_{13} \cdot X1^3$$

$$y2 := A_{10} + A_{11} \cdot X2 + A_{12} \cdot X2^2 + A_{13} \cdot X2^3$$

$$y2 := A_{20} + A_{21} \cdot X2 + A_{22} \cdot X2^2 + A_{23} \cdot X2^3$$

$$y3 := A_{20} + A_{21} \cdot X3 + A_{22} \cdot X3^2 + A_{23} \cdot X3^3$$

$$y3 := A_{30} + A_{31} \cdot X3 + A_{32} \cdot X3^2 + A_{33} \cdot X3^3$$

$$y4 := A_{30} + A_{31} \cdot X4 + A_{32} \cdot X4^2 + A_{33} \cdot X4^3$$

$$y4 := A_{40} + A_{41} \cdot X4 + A_{42} \cdot X4^2 + A_{43} \cdot X4^3$$

$$y5 := A_{40} + A_{41} \cdot X5 + A_{42} \cdot X5^2 + A_{43} \cdot X5^3$$

| | | | | | | | | | | |
|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--|--|--|--|--|------|
| Инв. № подл. | Подп. и дата | Взам. инв. № | Инв. № дубл. | Подп. и дата | <div style="text-align: center; font-size: 1.2em;">Вариант N23</div> | | | | | Лист |
| | | | | | | | | | | 10 |
| | | | | | | | | | | |
| Изм. | Лист | № докум. | Подп. | Дата | | | | | | |

Для того что бы не было излома сплайна, добавляем три уровня с производными певого порядка, по одному на каждое соединение.

$$\begin{aligned} A_{11} + 2 \cdot A_{12} \cdot X_2 + 3 \cdot A_{13} \cdot X_2^2 &:= A_{21} + 2 \cdot A_{22} \cdot X_2 + 3 \cdot A_{23} \cdot X_2^2 \\ A_{21} + 2 \cdot A_{22} \cdot X_3 + 3 \cdot A_{23} \cdot X_3^2 &:= A_{31} + 2 \cdot A_{32} \cdot X_3 + 3 \cdot A_{33} \cdot X_3^2 \\ A_{31} + 2 \cdot A_{32} \cdot X_4 + 3 \cdot A_{33} \cdot X_4^2 &:= A_{41} + 2 \cdot A_{42} \cdot X_4 + 3 \cdot A_{43} \cdot X_4^2 \end{aligned}$$

Для получения одинакового изгиба с каждой стороны стыков, добавляем три уровня с производными второго порядка.

$$\begin{aligned} 2 \cdot A_{12} + 6 \cdot A_{13} \cdot X_2 &:= 2 \cdot A_{22} + 6 \cdot A_{23} \cdot X_2 \\ 2 \cdot A_{22} + 6 \cdot A_{23} \cdot X_3 &:= 2 \cdot A_{32} + 6 \cdot A_{33} \cdot X_3 \\ 2 \cdot A_{32} + 6 \cdot A_{33} \cdot X_4 &:= 2 \cdot A_{42} + 6 \cdot A_{43} \cdot X_4 \end{aligned}$$

Добавим уровнения отвечающие за положение концов сплайна, в нашем случае они оставлены свободно.

$$\begin{aligned} 2 \cdot A_{12} + 6 \cdot A_{13} \cdot X_1 &:= 0 \\ 2 \cdot A_{42} + 6 \cdot A_{43} \cdot X_5 &:= -0 \end{aligned}$$

| | | | | | | | | | | |
|------|------|----------|-------|------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--|
| Изн. | Лист | № докум. | Подп. | Дата | Изн. № подл. | Подп. и дата | Взам. инв. № | Инв. № дубл. | Подп. и дата | $2 \cdot A_{12} + 6 \cdot A_{13} \cdot X_1 := 0$ $2 \cdot A_{42} + 6 \cdot A_{43} \cdot X_5 := -0$ |
| | | | | | | | | | | |

Таким образом были найдены 16 уравнений из которых можно составить матрицу размерностью 16x16. С ее помощью, решая матричное уравнение, находим коэффициенты кубического сплайна.

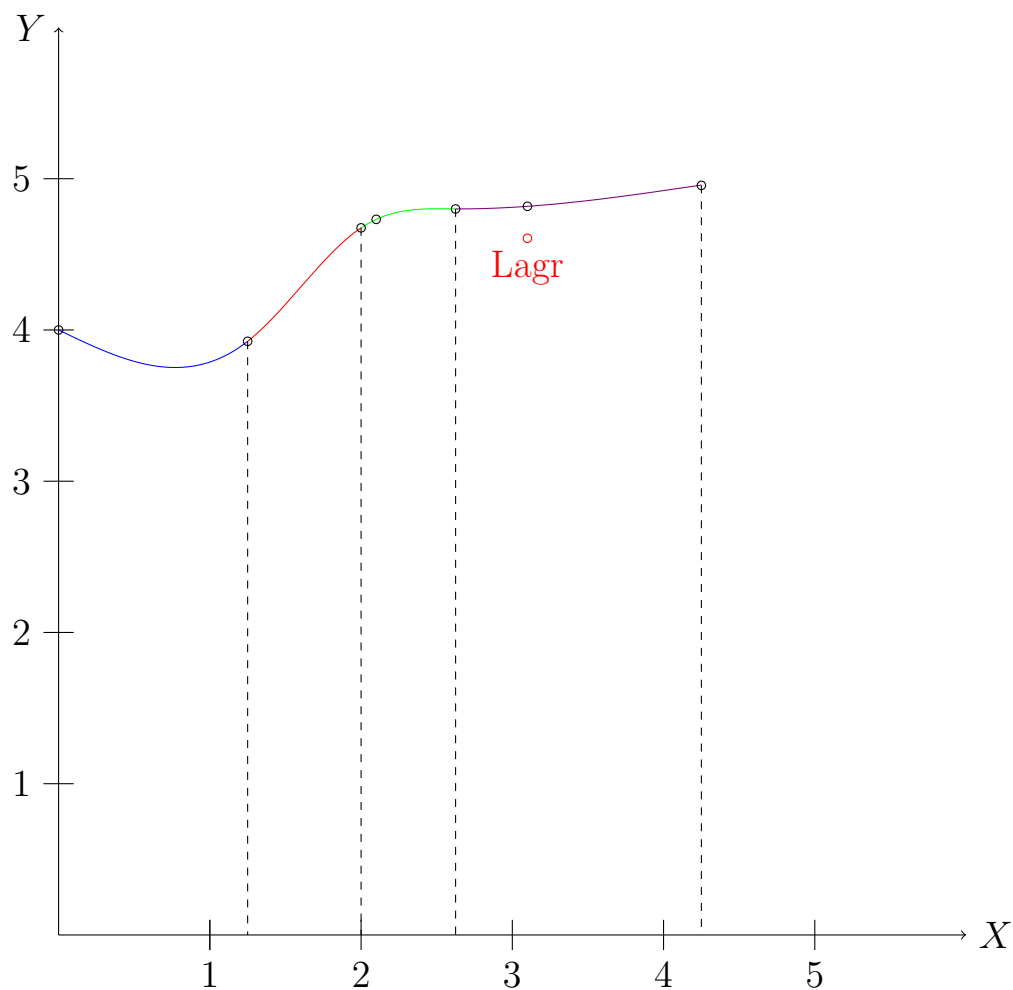
$$\begin{bmatrix}
 1 & X_1 & X_1^2 & X_1^3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 1 & X_2 & X_2^2 & X_2^3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 1 & 2 \cdot X_2 & 3 \cdot X_2^2 & 0 & -1 & -2 \cdot X_2 & -3 \cdot X_2^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 2 & 6 \cdot X_2 & 0 & 0 & -2 & -6 \cdot X_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & X_2 & X_2^2 & X_2^3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & X_3 & X_3^2 & X_3^3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \cdot X_3 & 3 \cdot X_3^2 & 0 & -1 & -2 \cdot X_3 & -3 \cdot X_3^2 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 6 \cdot X_3 & 0 & 0 & -2 & -6 \cdot X_3 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & X_3 & X_3^2 & X_3^3 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & X_4 & X_4^2 & X_4^3 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \cdot X_4 & 3 \cdot X_4^2 & 0 & -1 & -2 \cdot X_4 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 6 \cdot X_4 & 0 & 0 & -2 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & X_4 & X_4^2 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & X_5 \\
 0 & 0 & 2 & 6 \cdot X_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 6 \cdot X_5 & 0 & 0
 \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ 0 \\ 0 \\ Y_2 \\ Y_3 \\ 0 \\ 0 \\ Y_3 \\ Y_4 \\ 0 \\ 0 \\ Y_4 \\ Y_5 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ -0.4827 \\ 0 \\ 0.2705 \\ 6.4252 \\ -6.3031 \\ 4.6563 \\ -0.9711 \\ -6.7365 \\ 13.4393 \\ -5.2149 \\ 0.6741 \\ 5.8017 \\ -0.89 \\ 0.2439 \\ -0.0191 \end{bmatrix}$$

Получаем окончательное уравнение сплайна.

$$\begin{aligned}
 F1 &:= 0.2705 \cdot x^3 + 0 - 0.4827 \cdot x + 4 \\
 F2 &:= -0.9711 \cdot x^3 + 4.6563 \cdot x^2 - 6.3031 \cdot x + 6.4252 \\
 F3 &:= 0.6741 \cdot x^3 - 5.2149 \cdot x^2 + 13.4393 \cdot x - 6.7365 \\
 F4 &:= -0.0191 \cdot x^3 + 0.2439 \cdot x^2 - 0.89 \cdot x + 5.8017
 \end{aligned}$$

| | | | | |
|---------------|--------------|--------------|---------------|--------------|
| Инов. № подл. | Подп. и дата | Взам. инв. № | Инов. № дубл. | Подп. и дата |
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |

построение кубического сплайна.



Найдем значение в точке 2.1 подставим в полином данного промежутка $x=2.1$

$$F3 := 0.6741 \cdot x^3 - 5.2149 \cdot x^2 + 13.4393 \cdot x - 6.7365$$

$$F3 = 4.7312$$

| | |
|---------------|---------------|
| Инов. № подл. | Подп. и дата |
| Взам. инв. № | Инов. № дубл. |
| Подп. и дата | |
| Инов. № подл. | |

Оценка погрешности при интерполяции полиномом Лагранжа

Лагранж, Жозеф Луи предложил для интерполяции использовать многочлен вида:

$$L(x) = \sum_{i=1}^n y_i l_i(x)$$

где базисные полиномы определяются по формуле:

$$l_i(x) = \prod_{j=0, j \neq i}^n \frac{x - x_j}{x_i - x_j} = \frac{x - x_0}{x_i - x_0} \dots \frac{x - x_{i-1}}{x_i - x_{i-1}} * \frac{x - x_{i+1}}{x_i - x_{i+1}} \dots \frac{x - x_n}{x_i - x_n}$$

Используя исходные данные подставим их в формулу:

$$L1 := \frac{x - X2}{X1 - X2} \cdot \frac{x - X3}{X1 - X3} \cdot \frac{x - X4}{X1 - X4} \cdot \frac{x - X5}{X1 - X5}$$

$$L2 := \frac{x - X1}{X2 - X1} \cdot \frac{x - X3}{X2 - X3} \cdot \frac{x - X4}{X2 - X4} \cdot \frac{x - X5}{X2 - X5}$$

$$L3 := \frac{x - X1}{X3 - X1} \cdot \frac{x - X2}{X3 - X2} \cdot \frac{x - X4}{X3 - X4} \cdot \frac{x - X5}{X3 - X5}$$

$$L4 := \frac{x - X1}{X4 - X1} \cdot \frac{x - X2}{X4 - X2} \cdot \frac{x - X3}{X4 - X3} \cdot \frac{x - X5}{X4 - X5}$$

$$L5 := \frac{x - X1}{X5 - X1} \cdot \frac{x - X2}{X5 - X2} \cdot \frac{x - X3}{X5 - X3} \cdot \frac{x - X4}{X5 - X4}$$

$$L := Y1 \cdot L1 + Y2 \cdot L2 + Y3 \cdot L3 + Y4 \cdot L4 + Y5 \cdot L5$$

Подставим $x=3.1$ и получим значение в этой точке равное 4.6061
используя полином данного участка из прошлой главы найдем значение в этой же точке, оно равно 4.8176

$$F4 := -0.0191 \cdot x^3 + 0.2439 \cdot x^2 - 0.89 \cdot x + 5.8017$$

Вычтя из одного другое получим что погрешность в конкретно взятой точке относительно полинома Лагранжа составляет 0.2115

| | | | | | | | | | |
|-------------|--------------|--------------|-------------|--------------|---|--|--|--|------|
| Ив. № подл. | Подп. и дата | Взам. инв. № | Ив. № дубл. | Подп. и дата | | | | | |
| | | | | | Подставим $x=3.1$ и получим значение в этой точке равное 4.6061 используя полином данного участка из прошлой главы найдем значение в этой же точке, оно равно 4.8176 | | | | |
| | | | | | $F4 := -0.0191 \cdot x^3 + 0.2439 \cdot x^2 - 0.89 \cdot x + 5.8017$ | | | | |
| | | | | | Вычтя из одного другое получим что погрешность в конкретно взятой точке относительно полинома Лагранжа составляет 0.2115 | | | | |
| | | | | | | | | | Лист |
| | | | | | Вариант N23 | | | | 14 |
| Изм | Лист | № докум. | Подп. | Дата | | | | | |

Оценка погрешности интерполяции Эрмитовыми кубическими сплайнами

Для того что бы найти погрешность данным способом нам нужно получить четвертую производную функции: После этого подставляем в формулу получившуюся производную, и вычисляем h подставляем заданую точку 3.1 и ближайшую к ней то есть 2.625

$$F'1 := \frac{Y2 - Y1}{X2 - X1} = -0.06 \quad F'3 := \frac{Y4 - Y3}{X4 - X3} = 0.2$$

$$F'2 := \frac{Y3 - Y2}{X3 - X2} = 1 \quad F'4 := \frac{Y5 - Y4}{X5 - X4} = 0.096$$

$$F''1 := \frac{F'2 - F'1}{X3 - X1} = 0.53$$

$$F''3 := \frac{F'4 - F'3}{X5 - X3} = -0.0462$$

$$F''2 := \frac{F'3 - F'2}{X4 - X2} = -0.5818$$

$$F'''1 := \frac{F''2 - F''1}{X4 - X1} = -0.4235 \quad F'''2 := \frac{F''3 - F''2}{X5 - X2} = 0.1785$$

$$F''''1 := \frac{F'''2 - F'''1}{X5 - X1} = 0.1417$$

$$P := \frac{1}{384} \cdot (3.1 - 2.625)^4 \cdot |F''''1| = 1.8781 \cdot 10^{-5}$$

| | | | | | | | | | | |
|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--|--|--|--|--|------|
| Инв. № подл. | Подп. и дата | Взам. инв. № | Инв. № дубл. | Подп. и дата | <div style="text-align: center; font-size: 24px; font-weight: bold;">Вариант N23</div> | | | | | Лист |
| | | | | | | | | | | 15 |
| Изм | Лист | № докум. | Подп. | Дата | | | | | | |
| | | | | | | | | | | |

6. Задача оптимального распределения неоднородных ресурсов.

Требуется решить следующую задачу оптимального распределения неоднородных ресурсов. Пусть в распоряжении завода железобетонных изделий (ЖБИ) имеется m видов сырья (песок, щебень, цемент) в объемах a_i . Требуется произвести продукцию n видов. Дана технологическая норма c_{ij} потребления отдельного i -го вида сырья для изготовления единицы продукции каждого j -го вида. Известна прибыль p_j получаема от выпуска единицы продукции j -го вида. Требуется определить, какую продукцию и в каком количестве должен производить завод ЖБИ, чтобы получить максимальную прибыль.

Исходные данные:

Таблица 1. 23

| Используемые ресурсы a_i | Изготавливаемые изделия | | | | Наличие ресурсов, a_i |
|----------------------------|-------------------------|-------|-------|-------|-------------------------|
| | I_1 | I_2 | I_3 | I_4 | |
| Песок | 8 | 5 | 8 | 7 | 20 |
| Щебень | 6 | 6 | 6 | 5 | 10 |
| Цемент | 9 | 6 | 4 | 9 | 35 |
| Прибыль, P_j | 44 | 54 | 40 | 30 | |

Так как данная задача является целочисленной задачей линейного программирования, стандартная функция мат. пакета «SciLab» для решения задач линейного программирования `karmarkar` не даст верного решения, так как не учитывает целочисленное ограничение

| | | | | | | | | | | |
|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|---|--|--|--|--|------|
| Инв. № подл. | Подп. и дата | Взам. инв. № | Инв. № дубл. | Подп. и дата | <div style="text-align: center; font-size: 1.2em; font-weight: bold;">Вариант N23</div> | | | | | Лист |
| | | | | | | | | | | 16 |
| | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | |
| Изм. | Лист | № докум. | Подп. | Дата | | | | | | |

Для решения задачи воспользуемся пакетом `lpsolve`:

$[x,f] = lp_solve(F, a, B, e, vlb, [], xint), :$

a – матрица значений технологической норм

B – вектор ограничений на объем используемого сырья

F – вектор значений целевой функции - прибыли

e – вектор, определяющий оператор отношения для ограничений ($\leq = \geq$)

vlb – вектор, задающий нижнюю границу переменных

$xint$ – вектор, задающий целочисленное ограничение на переменные

$a = [8,5,8,7;6,6,6,5;9,6,4,9];$

$B = [20;10;35];$

$F = [44,54,40,30];$

$e = [-1,-1,-1];$

$vlb = [0,0,0];$

$xint = [1,2,3,4];$

$[x,f] = lp_solve(F, a, B, e, vlb, [], xint)$

$x = [0;0;0;2]$

$f = 60.$

Таким образом, искомым целочисленным решением доставляющим максимум целевой функции является вектор $[0;0;0;2]$, а значением целевой функции, отвечающему этому вектору $= 60$. Следовательно что бы получить максимальную прибыль равной 60 условных единиц, заводу нужно произвести изделие I_4 в размере двух штук.

| | | | | | | | | | | |
|---------------|--------------|--------------|---------------|--------------|------------------------|--|--|--|--|------|
| Инов. № подл. | Подп. и дата | Взам. инв. № | Инов. № дубл. | Подп. и дата | <div>Вариант N23</div> | | | | | Лист |
| | | | | | | | | | | 17 |
| | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | |
| Изм | Лист | № докум. | Подп. | Дата | | | | | | |

6. Вывод

Были изучены возможности разных математических программ, получино умение выбирать для работы программу наиболее эффективную для решения поставленной задачи. Были решены задачи по изучению функции, построению сплайна и нахождению его погрешности двумя способами и обнаружено что оценка погрешности Эрмитовыми кубическими сплайнами дает более точные показания чем метадом Лагранжа, решению задачи с целочисленным программированием.

[illegible]

8. Список литературы

1. Ю.С. Завьялов. Методы сплайн-функций. М.Наука, 1980.
2. Introduction in SciLab
3. https://ru.wikipedia.org/wiki/Интерполяционный_многочлен_Лагранжа
4. <http://lpsolve.sourceforge.net/5.1/Scilab.htm>
5. smath studio user's manual

| | | | | | | | | | | |
|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|-------------|--|--|--|--|------|
| Инв. № подл. | Подп. и дата | Взам. инв. № | Инв. № дубл. | Подп. и дата | Вариант N23 | | | | | Лист |
| | | | | | | | | | | 19 |
| | | | | | | | | | | |
| Изм | Лист | № докум. | Подп. | Дата | | | | | | |