

Кафедра робототехники и автоматизации  
производственных систем (РАПС)

Пояснительная записка к Курсовой работе  
по дисциплине "Информатика"

Санкт-Петербург 2018

# Вариант N23

[illegible]

## Содержание

1. Цель и тема курсовой работы
2. Задание на курсовую работу
3. Введение
4. Исследование функции
5. Исследование кубического сплайна
6. Задача оптимального распределения неоднородных ресурсов
7. Список литературы

Инв. № подл.	Подп. и дата	Взам. инв. №	Инв. № дубл.	Подп. и дата	Вариант N23					Лист
										2
Изм	Лист	№ докум.	Подп.	Дата						

**Цель курсовой работы:** уметь применять персональный компьютер и математические пакеты прикладных программ в инженерной деятельности.

**Тема курсовой работы:** решение математических задач с использованием математического пакета "Scilab"или "Reduce-algebra".

Инв. № подл.	Подп. и дата	Взам. инв. №	Инв. № дубл.	Подп. и дата	Вариант N23					Лист
										3
Изм	Лист	№ докум.	Подп.	Дата						

## 2. Задание на курсовую работу

1. Даны функции  $f(x) = \sqrt{3}\sin(x) + \cos(x)$ ,  $g(x) = \cos(2x + \frac{\pi}{3}) - 1$

а) Решить уравнение  $f(x)=g(x)$ .

б) Исследовать функцию  $h(x)=f(x)-g(x)$  на промежутке  $[0; \frac{5\pi}{6}]$

2. Найти коэффициенты кубического сплайна, интерполирующего данные, представленные в векторах:

$$V_x = [0, 1.25, 2, 2.625, 4.25] \quad V_y = [4, 3.925, 4.675, 4.8, 4.956]$$

Построить на графике функции  $f(x)$ , полученную после нахождения коэффициентов кубического сплайна.

Представить графическое изображение результатов интерполяции исходных данных различными методами с использованием встроенных функций

`splin(x,y,"natural")`, `splin(x,y,"clamped")`, `splin(x,y,"not_a_knot")`, `splin(x,y, "fast")`, `splin(x,y,"monotone")`, `interp(xx,x,y,d)`

3. Решить задачу оптимального распределения неоднородных ресурсов. Требуется решить следующую задачу оптимального распределения неоднородных ресурсов. Пусть в распоряжении завода железобетонных изделий (ЖБИ) имеется  $m$  видов сырья (песок, щебень, цемент) в объемах  $a_i$ . Требуется произвести продукцию  $n$  видов. Дана технологическая норма  $c_{ij}$  потребления отдельного  $i$ -го вида сырья для изготовления единицы продукции каждого  $j$ -го вида. Известна прибыль  $\pi_j$  получаема от выпуска единицы продукции  $j$ -го вида. Требуется определить, какую продукцию и в каком количестве должен производить завод ЖБИ, чтобы получить максимальную прибыль.

Таблица 1. 23

Используемые ресурсы $a_i$	Изготавливаемые изделия				Наличие ресурсов, $a_i$
	$I_1$	$I_2$	$I_3$	$I_4$	
Песок	8	5	8	7	20
Щебень	6	6	6	5	10
Цемент	9	6	4	9	35
Прибыль, $\Pi_j$	44	54	40	30	

Инв. № подл.	Подп. и дата	Взам. инв. №	Инв. № дубл.	Подп. и дата	Вариант N23					Лист
										4
Изм	Лист	№ докум.	Подп.	Дата						

3. Введение

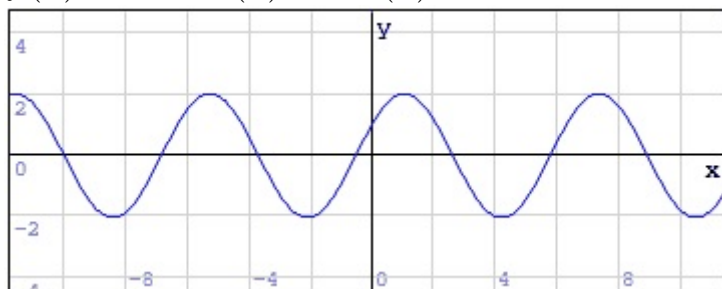
В современном мире технологии неудержимо летят вперед, с каждым годом электронно вычислительная техника становится мощнее, компактнее и сложнее, а людям приходится решать все более сложные задачи. С этим людям стали помогать математические пакеты и системы компьютерной алгебры, которые во много раз сокращают время на решение сложнейших задач, с бесчисленным количеством чисел, сейчас такие программы доступны каждому хоть и не все они бесплатные.

Инв. № подл.	Подп. и дата	Взам. инв. №	Инв. № дубл.	Подп. и дата	Вариант N23					Лист
										5
Изм	Лист	№ докум.	Подп.	Дата						

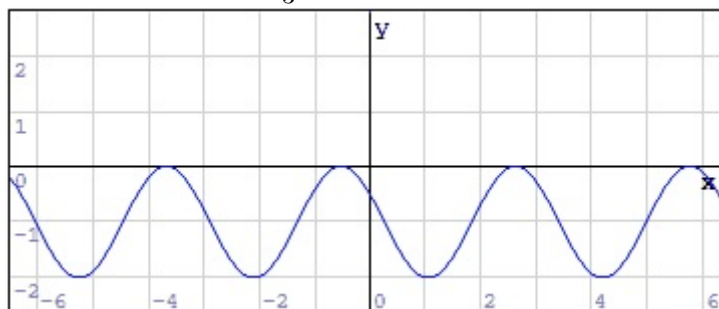
## 4. Исследование функции

1. Даны функции:

$$f(x) = \sqrt{3}\sin(x) + \cos(x)$$



$$g(x) = \cos(2x + \frac{\pi}{3}) - 1$$



а) Решить уравнение  $f(x)=g(x)$ .

б) Исследовать функцию  $h(x) = f(x) - g(x)$  на промежутке  $[0; \frac{5\pi}{6}]$

Решение уравнения.

$$f(x) = g(x) \Rightarrow f(x) - g(x) = 0$$

$$\text{solve}(f(x) - g(x), x) = \begin{bmatrix} -19.3732 \\ -16.2316 \\ -13.09 \\ -9.9484 \\ -6.8068 \\ -3.6652 \\ -0.5236 \\ 2.618 \\ 5.7596 \\ 8.9012 \\ 12.0428 \\ 15.1844 \\ 18.326 \end{bmatrix}$$

Инв. № подл.	Подп. и дата	Взам. инв. №	Инв. № дубл.	Подп. и дата

Решение уравнения.

$$f(x) = g(x) \Rightarrow f(x) - g(x) = 0$$

$$\text{solve}(f(x) - g(x), x) = \begin{bmatrix} -19.3732 \\ -16.2316 \\ -13.09 \\ -9.9484 \\ -6.8068 \\ -3.6652 \\ -0.5236 \\ 2.618 \\ 5.7596 \\ 8.9012 \\ 12.0428 \\ 15.1844 \\ 18.326 \end{bmatrix}$$

Изм.	Лист	№ докум.	Подп.	Дата

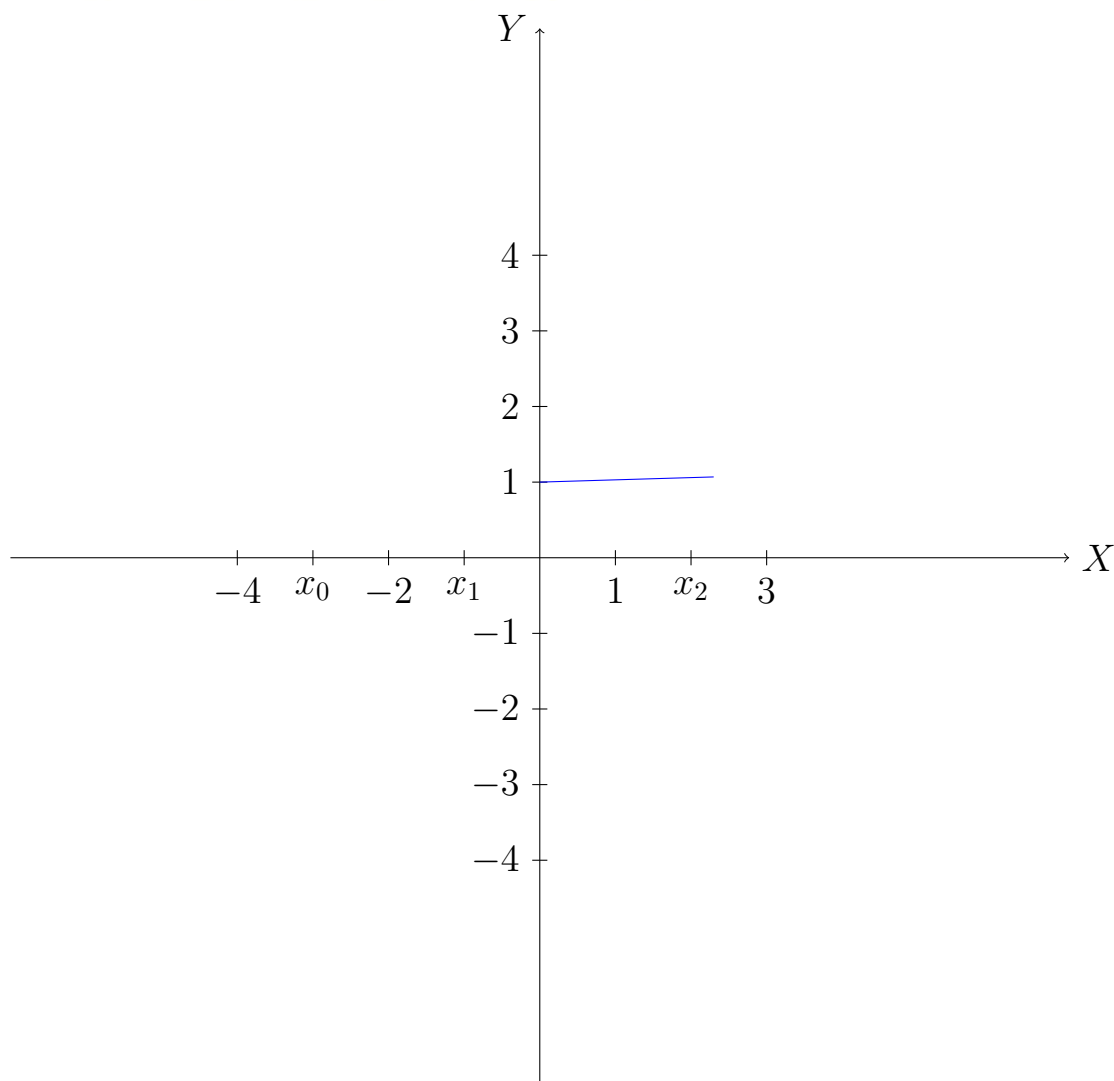
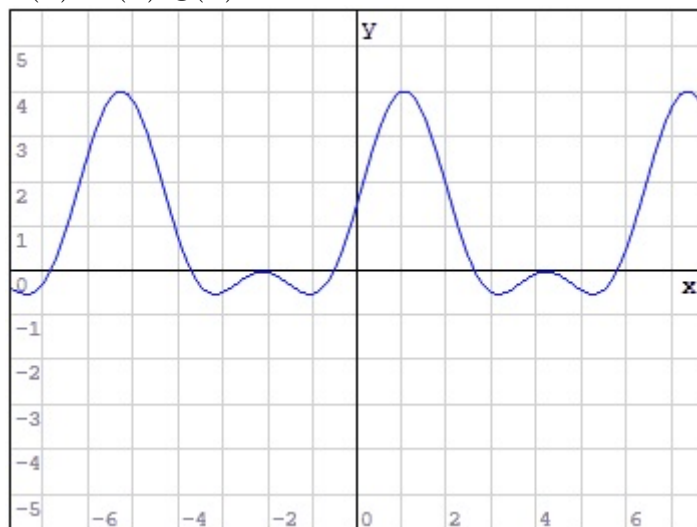
Вариант N23

Лист 6

#### 4. Исследование функции

Корни функции  $f(x)=g(x)$  совпадают с корнями исследуемой функции  $h(x)=f(x)-g(x)$  и представлены выше.

$$h(x)=f(x)-g(x)$$



Инв. № подл.	Подп. и дата
Взам. инв. №	Инв. № дубл.
Подп. и дата	Подп. и дата

Изм	Лист	№ докум.	Подп.	Дата
-----	------	----------	-------	------

Вариант N23

Лист

7

## 5. Исследование кубического сплайна.

Найти коэффициенты кубического сплайна, интерполирующего данные, представленные в векторах:

$$V_x = [0, 1.25, 2, 2.625, 4.25] \quad V_y = [4, 3.925, 4.675, 4.8, 4.956]$$

Построить на графике функции  $f(x)$ , полученную после нахождения коэффициентов кубического сплайна.

Оценить погрешность интерполяции в точке  $x=3.1$ . Вычислить значение функции в точке  $x=2.1$

Представить графическое изображение результатов интерполяции исходных данных различными методами с использованием встроенных функций `splin(x,y,“natural”)`, `splin(x,y,“clamped”)`, `splin(x,y,“not_a_knot”)`, `splin(x,y, “fast”)`, `splin(x,y,“monotone”)`, `interp(xx,x,y,d)`

Изм	Лист	№ докум.	Подп.	Дата	Вариант N23	Лист
						8





Для того что бы не было излома сплайна, добавляем три уравнения с производными певого порядка, по одному на каждое соединение.

$$\begin{aligned} A_{11} + 2 \cdot A_{12} \cdot X_2 + 3 \cdot A_{13} \cdot X_2^2 &:= A_{21} + 2 \cdot A_{22} \cdot X_2 + 3 \cdot A_{23} \cdot X_2^2 \\ A_{21} + 2 \cdot A_{22} \cdot X_3 + 3 \cdot A_{23} \cdot X_3^2 &:= A_{31} + 2 \cdot A_{32} \cdot X_3 + 3 \cdot A_{33} \cdot X_3^2 \\ A_{31} + 2 \cdot A_{32} \cdot X_4 + 3 \cdot A_{33} \cdot X_3^2 &:= A_{41} + 2 \cdot A_{42} \cdot X_4 + 3 \cdot A_{43} \cdot X_4^2 \end{aligned}$$

Для получения одинакового изгиба с каждой стороны стыков, добавляем три уравнения с производными второго порядка.

$$\begin{aligned} 2 \cdot A_{12} + 6 \cdot A_{13} \cdot X_2 &:= 2 \cdot A_{22} + 6 \cdot A_{23} \cdot X_2 \\ 2 \cdot A_{22} + 6 \cdot A_{23} \cdot X_3 &:= 2 \cdot A_{32} + 6 \cdot A_{33} \cdot X_3 \\ 2 \cdot A_{32} + 6 \cdot A_{33} \cdot X_4 &:= 2 \cdot A_{42} + 6 \cdot A_{43} \cdot X_4 \end{aligned}$$

Добавим уравнения отвечающие за положение концов сплайна, в нашем случае они оставлены свободно.

$$\begin{aligned} 2 \cdot A_{12} + 6 \cdot A_{13} \cdot X_1 &:= 0 \\ 2 \cdot A_{42} + 6 \cdot A_{43} \cdot X_5 &:= -0 \end{aligned}$$

Инов. № подл.	Подп. и дата
Взам. инв. №	Инов. № дубл.
Подп. и дата	
Инов. № подл.	

Таким образом были найдены 16 уравнений из которых можно составить матрицу размерностью 16x16. С ее помощью, решая матричное уравнение, находим коэффициенты кубического сплайна.

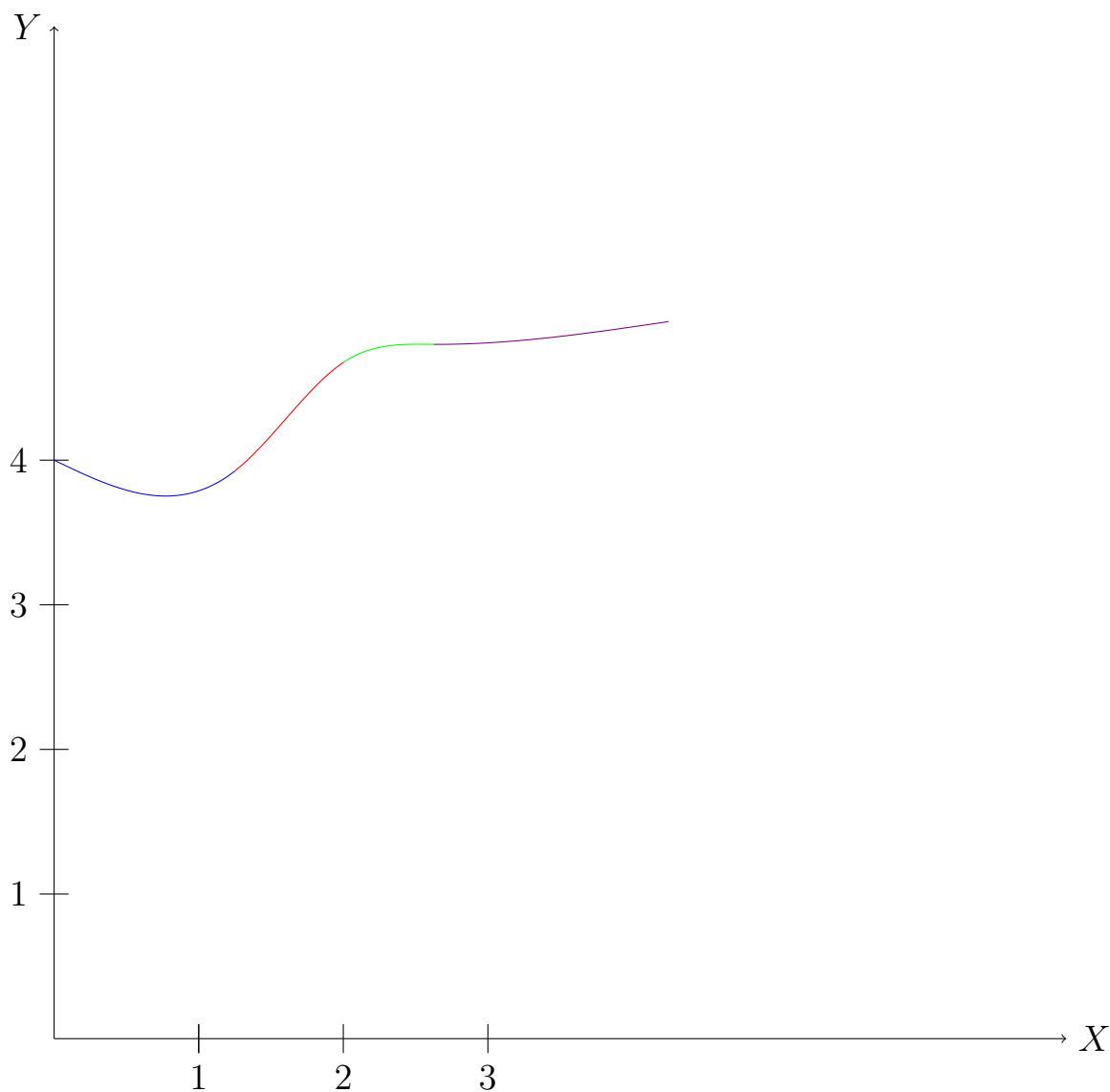
$$\begin{bmatrix}
 1 & X_1 & X_1^2 & X_1^3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 1 & X_2 & X_2^2 & X_2^3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 1 & 2 \cdot X_2 & 3 \cdot X_2^2 & 0 & -1 & -2 \cdot X_2 & -3 \cdot X_2^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 2 & 6 \cdot X_2 & 0 & 0 & -2 & -6 \cdot X_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & X_2 & X_2^2 & X_2^3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & X_3 & X_3^2 & X_3^3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \cdot X_3 & 3 \cdot X_3^2 & 0 & -1 & -2 \cdot X_3 & -3 \cdot X_3^2 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 6 \cdot X_3 & 0 & 0 & -2 & -6 \cdot X_3 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & X_3 & X_3^2 & X_3^3 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & X_4 & X_4^2 & X_4^3 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \cdot X_4 & 3 \cdot X_4^2 & 0 & -1 & -2 \cdot X_4 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 6 \cdot X_4 & 0 & 0 & -2 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & X_4 & X_4^2 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & X_5 \\
 0 & 0 & 2 & 6 \cdot X_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 6 \cdot X_5 & 0 & 0
 \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ 0 \\ 0 \\ Y_2 \\ Y_3 \\ 0 \\ 0 \\ Y_3 \\ Y_4 \\ 0 \\ 0 \\ Y_4 \\ Y_5 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ -0.4827 \\ 0 \\ 0.2705 \\ 6.4252 \\ -6.3031 \\ 4.6563 \\ -0.9711 \\ -6.7365 \\ 13.4393 \\ -5.2149 \\ 0.6741 \\ 5.8017 \\ -0.89 \\ 0.2439 \\ -0.0191 \end{bmatrix}$$

Получаем окончательное уравнение сплайна.

$$\begin{aligned}
 F1 &:= 0.2705 \cdot x^3 + 0 - 0.4827 \cdot x + 4 \\
 F2 &:= -0.9711 \cdot x^3 + 4.6563 \cdot x^2 - 6.3031 \cdot x + 6.4252 \\
 F3 &:= 0.6741 \cdot x^3 - 5.2149 \cdot x^2 + 13.4393 \cdot x - 6.7365 \\
 F4 &:= -0.0191 \cdot x^3 + 0.2439 \cdot x^2 - 0.89 \cdot x + 5.8017
 \end{aligned}$$

Инв. № подл.	Подп. и дата	Взам. инв. №	Инв. № дубл.	Подп. и дата	$F1 := 0.2703 \cdot x^3 + 0 - 0.4827 \cdot x + 1$ $F2 := -0.9711 \cdot x^3 + 4.6563 \cdot x^2 - 6.3031 \cdot x + 6.4252$ $F3 := 0.6741 \cdot x^3 - 5.2149 \cdot x^2 + 13.4393 \cdot x - 6.7365$ $F4 := -0.0191 \cdot x^3 + 0.2439 \cdot x^2 - 0.89 \cdot x + 5.8017$					
Изм.	Лист	№ докум.	Подп.	Дата	Вариант N23					Лист
										11

построение кубического сплайна.



Инов. № подл.	Подп. и дата	Взам. инв. №	Инов. № дубл.	Подп. и дата

Изм	Лист	№ докум.	Подп.	Дата

Вариант N23