

Содержание ь и тема курсог

- 1. Цель и тема курсовой работы
- 2. Задание на курсовую работу
- 3. Введение
- 4. Исследование функции
- 5. Исследование кубического сплайна
- 6. Задача оптимального распределения неоднородных ресурсов
- 7. Список литературы

Подп. и дата						
Инв. № дубл.						
Взам. инв. №						
Подп. и дата						
ДОП	Изм	Лист	№ докум.	Подп.	Дата	Вариант N23
Инв. № подл.	Раз <u>г</u> Про	оаб. в. онтр.	Рахманов М. Прокшин А.	A.	дата	Пояснительная записка Лит. Лист Листов К Курсовой работе по дисциплине "Информатика"

		Цель ку	рсовоі	i pa	боты: уметь применять персональный компьютер	и с
	матем	атические	пакеть	і при	кладных программ в инженерной деятельности.	
		Тема ку	рсовой	i pat	боты: решение математических задач с использо	ва-
	нием м	математич	еского	пакет	ra "Scilab"или "Reduce-algebra".	
цата						
Подп. и дата						
Под						
76л.						
$N^{\underline{o}}$ A)						
Инв. № дубл.						
$\mathcal{N}^{\underline{o}} \mid L$						
Взам. инв.						
B38						
~						
Подп. и дата						
ш. и						
Под						
одл.						
Инв. № подл.					D	Лис
Инв.	Изм. Лист	№ докум.	Подп.	Дата	Вариант N23	3
	 	/ 1 /	/ 1	7 1		

а)Решить уравнение f(x)=g(x).

б)Исследовать функцию h(x)=f(x)-g(x) на промежутке $[0;\frac{5\pi}{6}]$

2. Найти коэффициенты кубического сплайна, интерполирующего данные, представленные в векторах:

 $V_x = [0, 1.25, 2, 2.625, 4.25]$ $V_y = [4, 3.925, 4.675, 4.8, 4.956]$

Построить на графике функции f(x),полученную после нахождения коэффициентов кубического сплайна.

Представить графическое изображение результатов интерполяции исходных данных различными методами с использованием встроенных функций splin(x,y,"natural"), splin(x,y,"clamped"), splin(x,y,"not a knot"), splin(x,y, "fast"), splin(x,y,"monotone"), interp(xx,x,y,d)

3. Решить задачу оптимального распределения неоднородных ресурсов. Требуется решить следующую задачу оптимального распределения неоднородных ресурсов. Пусть в распоряжении завода железобетонных изделий (ЖБИ) имеется т видов сырья (песок, щебень, цемент) в объемах a_i . Требуется произвести продукцию п видов. Дана технологическая норма $c_i j$ требления отдельного і-го вида сырь для изготовления единицы продукции каждого ј-го вида. Известна прибыль π_i получаема от выпуска единицы продукции j-го вида. Требуется определить, какую продукцию и в каком количестве должен производить завод ЖБИ, чтобы получить максимальную прибыль.

Таблица 1.23

Используемые	Изп	отавлив	Наличие		
ресурсы $\mathbf{a_i}$	И1	И1 И2		И4	ресурсов, $\mathbf{a_i}$
Песок	8	5	8	7	20
Щебень	6	6	6	5	10
Цемент	9	6	4	9	35
Прибыль, Π_j	44	54	40	30	

Взам. инв. №

Инв. № подл.

Изм	Лист	№ докум.	Подп.	Дата

Вариант N23

3. Введение

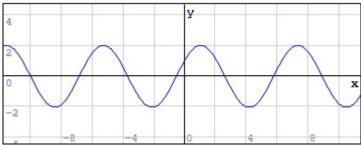
В современном мире технологие неудержимо летят вперед, с каждым годом электронно вычеслительная техника становиться мощьнее, компактнее и сложнее, а людям приходиться решать все более сложные задачи. С этим людям стали помогать математические пакеты и системы компьютерной алгебры, которые во много раз сокращают время на решение сложнейших задачь, с безчисленым количеством чисел, сейчас такие программы доступны каждому хоть и не все они бесплатные.

Подп. и дата	
Инв. № дубл.	
Взам. инв. №	
Подп. и дата	
Инв. № подл.	 <i>Лист</i> 5

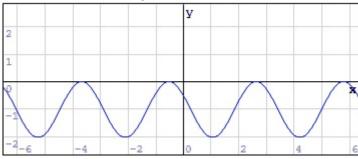
4. Исследование функции

1. Даны функции:

$$f(x) = \sqrt{3}sin(x) + cos(x)$$



$$g(x) = \cos(2x + \frac{\pi}{3}) - 1$$



- а) Решить уравнение f(x)=g(x).
- б) Исследовать функцию h(x)=f(x)-g(x) на промежутке $[0;\frac{5\pi}{6}]$

-19.3732 -16.2316

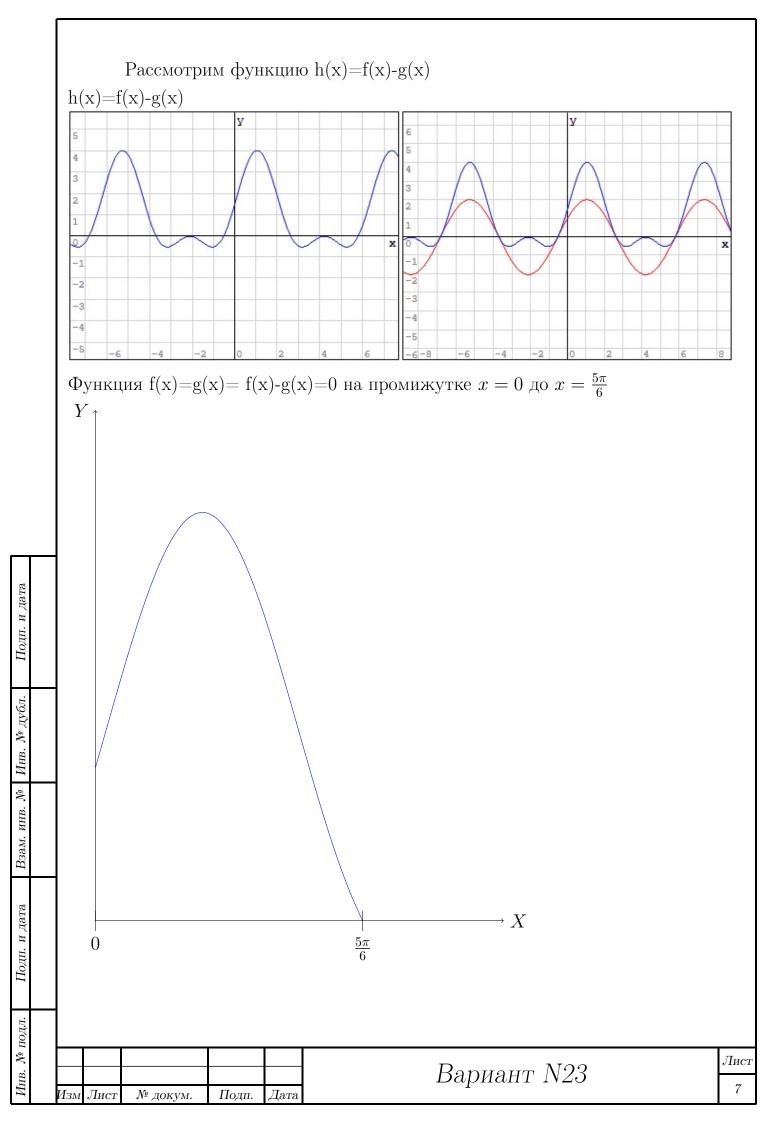
Решение уравнения.

$$f(x)=g(x)=f(x)-g(x)=0$$

Взам. инв. №

Hнв. $\mathcal{N}^{\underline{o}}$ подл.

Изм	Лист	№ докум.	Подп.	Дата



Так как функция h(x)является функцией обшего вида то и на области определения она также обладает общим видом если брать функцию h(x)полностью то она переодична но так как область определения составляет $(0:\frac{5\pi}{6})$ функция не повторяется в области определения что означает у нее отсутствует периодичность.

1. Найдем пересичение с осью Х:

$$x := \frac{5 \cdot \pi}{6} = 2.618$$
$$\left(\sqrt{3} \cdot \sin\left(x\right) + \cos\left(x\right)\right) - \left(\cos\left(2 \cdot x + \frac{\pi}{3}\right) - 1\right) = 0$$

2. Найдем пересичение с осью Y:

$$x := 0$$

$$\left(\sqrt{3}\cdot\sin\left(x\right)+\cos\left(x\right)\right)-\left(\cos\left(2\cdot x+\frac{\pi}{3}\right)-1\right)=1.5$$

3. Найдем экстремулу в пределах облости определения:

$$\frac{d^{1}}{dx^{1}}h(x) \rightarrow 2 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{3} + 2 \cdot x\right) - \sin(x) + \sqrt{3} \cdot \cos(x)$$

$$extr := root\left(\frac{d^{1}}{dx^{1}}h(x), x, 0, 5 \cdot \frac{\pi}{6}\right)$$

$$extr = 1.047$$

Подп. и дата

Инв. № дубл.

Взам. инв. №

Инв. № подл.

$$h(extr) = 4$$

- 4. Функция не имеет разрывов
- 5. Так как функция являеться изначально синусоидальной асимптот не имеет
- 6.Имеет выпуклость (0;2618)
- 7. Точек перегибов не имеет

5. Исследование кубического сплайна.

Найти коэффициенты кубического сплайна, интерполирующего данные, представленные в векторах:

 $V_x = [0, 1.25, 2, 2.625, 4.25]$ $V_y = [4, 3.925, 4.675, 4.8, 4.956]$

Построить на графике функции f(x),полученную после нахождения коэффициентов кубического сплайна.

Оценить погрешность интерполяции в точке x=3.1. Вычеслить значение функции в точке x=2.1

Представить графическое изображение результатов интерполяции исходных данных различными методами с использованием встроенных функций $\mathrm{splin}(x,y,\text{``natural''}), \mathrm{splin}(x,y,\text{``clamped''}), \mathrm{splin}(x,y,\text{``not}_a_k\mathrm{not''}), \mathrm{splin}(x,y,\text{``fast''}), \mathrm{splin}(x,y,\text{``monotone''}), \mathrm{interp}(xx,x,y,d)$

Подп. и дата	
Инв. № дубл.	
Взам. инв. №	
Подп. и дата	
Инв. № подл.	

Нахождение коэффициентов кубического сплайна.

Найдем уравнение сплайна проходящего через пять точкек (x_1, y_1) , $(x_2, y_2), (x_3, y_3)(x_4, y_4)$. Для того чтобы потенциальная энергия изогнутой металлической линейки(сплайна) принимала минимальное значение, производная четвертого порядка должна быть равна нулю, значит мы можем представить сплайн полиномом третьей степени на каждом отрезке $[x_i, x_{i+1}]$

$$F_i(x) = A_{i0} + A_{i1}x + A_{i2}x^2 + A_{i3}x^3, x \in [x_i, x_{i+1}]$$

По такому же принципу состовляем 8 уровнений, по два на каждый участок кривой.

у1	:= A		+ A		· X1	+ 4	1	- X1	2	+ A		- X1	3
	:= A												
	:= A												
	:= A												
	:= A												
у4	:= A	30	+ A	31	· X4	+ 4	32	- X4	2	+ A	33	· X4	3
у4	:= A	40	+ A	41	· X4	+ 4	42	· X4	2	+ A	43	- X4	3
у5	:= A	40	+ A	41	- X 5	+ 2	42	- X 5	2	+ A	43	- X 5	3

Подп. и дата	
Инв. № дубл.	
Взам. инв. №	
Іодп. и дата	

Изм	Лист	№ докум.	Подп.	Дата

Для того что бы не было излома сплайна, добавляем три уровнения с производными певого порядка, по одному на каждое соединение.

Для получения одинакового изгиба с каждой стороны стыков, добавляем три уровнения с производными второго порядка.

$$2 \cdot A_{12} + 6 \cdot A_{13} \cdot X_{2} := 2 \cdot A_{22} + 6 \cdot A_{23} \cdot X_{2}$$
 $2 \cdot A_{22} + 6 \cdot A_{23} \cdot X_{3} := 2 \cdot A_{32} + 6 \cdot A_{33} \cdot X_{3}$
 $2 \cdot A_{32} + 6 \cdot A_{33} \cdot X_{4} := 2 \cdot A_{42} + 6 \cdot A_{43} \cdot X_{4}$

Добавим уровнения отвечающие за положение концов сплайна, в нашем случае они оставлены свободно.

2·A 12 +6·A 1	3 · X 1 := 0 ·
2 · A 42 + 6 · A 4	3 · X 5 := - o

I					
Инв. № подл.					
$\mathcal{N}^{\underline{o}}$					
HB.					
И	Изм	Лист	№ докум.	Подп.	Дата

Взам. инв. №

Вариант N23

Таким образов были найдены 16 уровнений из которых можно составить матрицу размерностью 16х16. С ее помощью, решая матричное уровнение, находим коофиценты кубического сплайна.

																-1				
1	X1	X1 2	X1 3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0					
1	Х2	X2 2	X2 3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0					
0	1	2 · <i>X2</i>	3 · X2 2	0	-1	-2· <i>X2</i>	-3·X2 ²	0	0	0	0	0	0	0	0	1 1	Y1 Y2		4 -0.4827	
	0		6 · X2			-2	- 6 · X2			0	0	0	0	0	0		0		0.4627	
0	0	0	0	1	<i>X2</i>	X2 2	X2 3	0	0	0	0	0	0	0	0		0		0.2705	
							<i>X3</i> 3				0	0	0	0	0	1 1	Y2 Y3		6.4252 -6.3031	
0	0	0	0	0	1	2 · <i>X3</i>	3 · <i>X3</i> ²	0	-1	-2· <i>X3</i>	-3·X3 ²	0	0	0	0		0		4.6563	
0	0	0	0	0	0	2	6 · X3	0	0	-2	- 6 · X3	0	0	0	0		0	_	-0.9711	
0	0	0	0	0	0	0	0	1	хз	хз ²	<i>хз</i> ³	0	0	0	0	1 1	Y3 Y4		-6.7365 13.4393	
0	0	0	0	0	0	0	0	1	X4	X4 2	X4 3	0	0	0	0		0		-5.2149	
0	0	0	0	0	0	0					3 · X4 2			-2·X4	-3·X4 ²		0 Y4		0.6741 5.8017	
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	6 · X4	0	0	-2		1 1	Y5		-0.89	
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	X4	X4 2	X4 3	1 1	0		0.2439	
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0			_{X5} ²	<i>X</i> 5 ³		0		-0.0191	
0	0	2	6 · X1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0					
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	6 · X5					

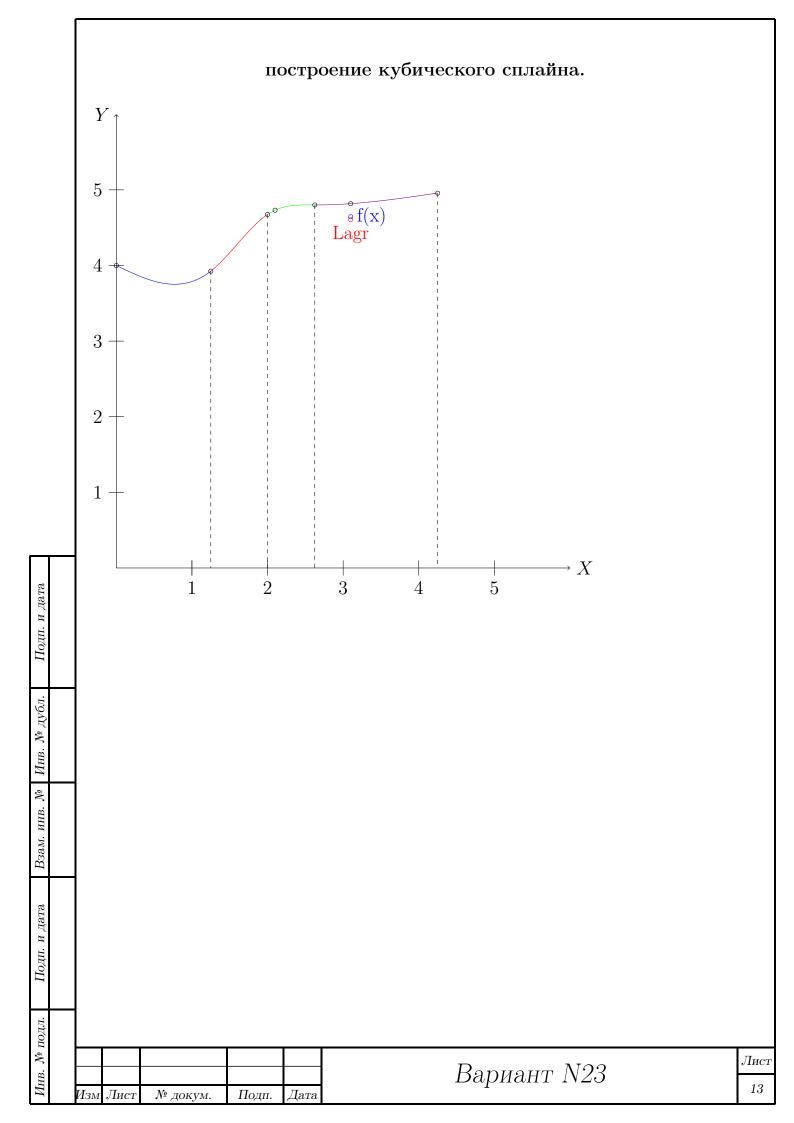
Получаем окончательное уровнение сплайна.

F1 :=
$$0.2705 \cdot x^3 + 0 - 0.4827 \cdot x + 4$$

F2 := $-0.9711 \cdot x^3 + 4.6563 \cdot x^2 - 6.3031 \cdot x + 6.4252$
F3 := $0.6741 \cdot x^3 - 5.2149 \cdot x^2 + 13.4393 \cdot x - 6.7365$
F4 := $-0.0191 \cdot x^3 + 0.2439 \cdot x^2 - 0.89 \cdot x + 5.8017$

Подп. и	
$H_{ m HB}$. $N^{ar e}$ ду 6 л.	
B3am. nhb. $\mathcal{N}^{\underline{o}}$	
Подп. и дата	
HB. $\hat{\mathcal{N}}^{\underline{o}}$ ПОДЛ.	

Изм	Лист	№ докум.	Подп.	Дата



Лагранж, Жозеф Луи предложил для интерполяции использовать многочлен вида:

$$L(x) = \sum_{i=1}^{n} y_i l_i(x)$$

где базисные полиномы определяются по формуле:

$$l_i(x) = \prod_{j=0}^n \frac{x - x_j}{x_i - x_j} = \frac{x - x_0}{x_i - x_0} \dots \frac{x - x_{i-1}}{x_i - x_{i-1}} * \frac{x - x_{i+1}}{x_i - x_{i+1}} \dots \frac{x - x_n}{x_i - x_n}$$

Используя исходные данные подставим их в формулу:

$$\begin{aligned} & \text{L1} := \frac{\mathbf{x} - X2}{X1 - X2} \cdot \frac{\mathbf{x} - X3}{X1 - X3} \cdot \frac{\mathbf{x} - X4}{X1 - X4} \cdot \frac{\mathbf{x} - X5}{X1 - X5} \\ & \text{L2} := \frac{\mathbf{x} - X1}{X2 - X1} \cdot \frac{\mathbf{x} - X3}{X2 - X3} \cdot \frac{\mathbf{x} - X4}{X2 - X4} \cdot \frac{\mathbf{x} - X5}{X2 - X5} \\ & \text{L3} := \frac{\mathbf{x} - X1}{X3 - X1} \cdot \frac{\mathbf{x} - X2}{X3 - X2} \cdot \frac{\mathbf{x} - X4}{X3 - X4} \cdot \frac{\mathbf{x} - X5}{X3 - X5} \\ & \text{L4} := \frac{\mathbf{x} - X1}{X4 - X1} \cdot \frac{\mathbf{x} - X2}{X4 - X2} \cdot \frac{\mathbf{x} - X3}{X4 - X3} \cdot \frac{\mathbf{x} - X5}{X4 - X5} \\ & \text{L5} := \frac{\mathbf{x} - X1}{X5 - X1} \cdot \frac{\mathbf{x} - X2}{X5 - X2} \cdot \frac{\mathbf{x} - X3}{X5 - X3} \cdot \frac{\mathbf{x} - X4}{X5 - X4} \end{aligned}$$

$$L := Y1 \cdot L1 + Y2 \cdot L2 + Y3 \cdot L3 + Y4 \cdot L4 + Y5 \cdot L5$$

Подставим x=3.1 и получим значение в этой точке равное 4.6061 используя полином данного участка из прошлой главы найдем значение в этой же точке, оно равно 4.8176

$$F4 := -0.0191 \cdot x^3 + 0.2439 \cdot x^2 - 0.89 \cdot x + 5.8017$$

Вычтя из одного другое получим что погрешность в конкретно взятой точке относительно полинома Лагранжа состовляет 0.2115

Изм	Лист	№ докум.	Подп.	Дата

Подп. и

Инв. № дубл.

инв.

Взам.

Вариант N23

Оценка погрешности интерполяции Эрмитовыми кубическими сплайнами

Для того что бы найти погрешность данным способом нам нужно получить четвертую производную функции:

$$F`1 := \frac{Y2 - Y1}{X2 - X1} = -0.06 \qquad F`3 := \frac{Y4 - Y3}{X4 - X3} = 0.2$$

$$F`2 := \frac{Y3 - Y2}{X3 - X2} = 1 \qquad F`4 := \frac{Y5 - Y4}{X5 - X4} = 0.096$$

$$F``1 := \frac{F`2 - F`1}{(X2 - X1) - (X3 - X2)} = 2.12$$

$$F``2 := \frac{F`3 - F`2}{(X3 - X2) - (X4 - X3)} = -6.4$$

$$F``3 := \frac{F`4 - F`3}{(X4 - X3) - (X5 - X4)} = 0.104$$

$$F``1 := \frac{F`2 - F`1}{((X2 - X1) - (X3 - X2)) - ((X3 - X2) - (X4 - X3))} = -22.72$$

$$F``2 := \frac{F`3 - F`2}{((X3 - X2) - (X4 - X3)) - ((X4 - X3) - (X5 - X4))} = 5.7813$$

$$F``` := \frac{F``2 - F``1}{((X2 - X1) - (X3 - X2)) - ((X3 - X2) - (X4 - X3)) - (((X3 - X2) - (X4 - X3)) - ((X4 - X3) - (X5 - X4)))}$$

$$F```` := \frac{F``2 - F``1}{((X2 - X1) - (X3 - X2)) - ((X3 - X2) - (X4 - X3)) - (((X3 - X2) - (X4 - X3)) - ((X4 - X3) - (X5 - X4)))}$$

$$F```` := -38.0018$$

После этого подставляем в формулу получившуюся производную, и вычесляем h подставляем заданую точку 3.1 и ближайшую к ней то есть 4.25

$$Pog := \frac{1}{384} \cdot (3.1 - 4.25)^4 \cdot F^{***} = -0.1731$$

Подп.	
$H_{ m HB}$. № ду 6 л.	
B 3 a M. n H B . N $^{\underline{o}}$	
Подп. и дата	
тв. № подл.	

Изм	Лист	№ докум.	Подп.	Дата

6. Задача оптимального распределения неоднородных ресурсов.

Требуется решить следующую задачу оптимального распределения неоднородных ресурсов. Пусть в распоряжении завода железобетонных изделий (ЖБИ) имеется m видов сырья (песок, щебень, цемент) в объемах a_i . Требуется произвести продукцию n видов. Дана технологическая норма $c_i j$ требления отдельного i-го вида сырь для изготовления единицы продукции каждого j-го вида. Известна прибыль j получаема от выпуска единицы продукции j-го вида. Требуется определить, какую продукцию и в каком количестве должен производить завод ЖБИ, чтобы получить максимальную прибыль.

Исходные данные:

Таблица 1.23

Используемые	Изп	готавлин	Наличие		
ресурсы $\mathbf{a_i}$	И1	И2	Из	И4	ресурсов, $\mathbf{a_i}$
Песок	8	5	8	7	20
Щебень	6	6	6	5	10
Цемент	9	6	4	9	35
Прибыль, Π_j	44	54	40	30	

Так как данная задача является целочисленной задачей линейного программирования, стандартная функция мат. пакета «SciLab» для решения задач линейного программирования karmarkar не даст верного решения, так как не учитывает целочисленное ограничение

нв. № подл. Подп. и дата Взам. инв. № Инв. № Дубл. Подп. и дата

Изм	Лист	№ ДОКУМ.	Полп.	Лата

```
Для решения задачи воспользуемся пакетом lpsolve:
[x,f] = lp \quad solve(F, a, b, e, vlb, [], xint), :
а – матрица значений технологической норм
В – вектор ограничений на объем используемого сырья
F – вектор значений целевой функции - прибыли
е – вектор, определяющий оператор отношения для ограничений (<=>)
vlb – вектор, задающий нижнюю границу переменных
xint – вектор, задающий целочисленное ограничение на переменные
c = [8,5,8,7;6,6,6,5;9,6,4,9];
a = [20;10;35];
b = [44,54,40,30];
e = [-1, -1, -1];
vlb = [0,0,0];
xint = [1,2,3,4];
[x,f] = linpro(c,A,b,e,vlb,[],xint)
x = [0;0;0;2]
f = 60.
```

Таким образом, искомым целочисленным решением доставляющим максимум целевой функции является вектор [0;0;0;2], а значением целевой функции, отвечающему этому вектору =60. Следовательно что бы получить максимальную прибыль равной 60 условных единиц, заводу нужно произвести изделие $И_4$ в размере двух штук.

Инв. № подл. Подп. и дата Взам. инв. № Инв. № дубл. Подп. и дата

Изм Лист № докум. Подп. Дата

Вариант N23

Лист

6. Вывод

Были изучены возможности разных математических программ, получино умение выбирать для работы программу наиболее эфективную для решения поставленной задачи. Были решены задачи по изучению функции, построению сплайна и нахождению его погрешности двумя способами и обнаружено что оценка погрешности Эрмитовыми кубическими сплайнами дает более точные показания чем метадом Лагранжа, решению задачи с целочисленным програмированием.

Подп. и дата											
Инв. № дубл.											
$B3a_M$. $M^{\underline{b}}$											
Подп. и дата											
Инв. № подл.								74 7	-		Лист
M_{HB} .	Изм	Лист	№ докум.	Подп.	Дата		Вариа	aht N	23 		18

Изм Лист	№ докум.	Подп. Дата	Вариант N23	Лист 19
2. Intr 3. http 4.http	C. Завьяло coduction in os://ru.wiki ://lpsolve.s	a SciLab pedia.org/w	сплайн-функций. М.Наука, 1980. viki/Интерполяционный_многочлен_Ла net/5.1/Scilab.htm	гранжа

Подп. и дата

Взам. инв. \mathbb{N}^{2} Инв. \mathbb{N}^{2} Дубл.

Подп. и дата

Инв. $\mathcal{N}^{\underline{o}}$ подл.