

Lehrstuhl für Rechnerarchitektur & Parallele Systeme Prof. Dr. Martin Schulz Dominic Prinz Jakob Schäffeler Lehrstuhl für Design Automation Prof. Dr.-Ing. Robert Wille Stefan Engels

Einführung in die Rechnerarchitektur

Wintersemester 2024/2025

Übungsblatt 1: Zahlensysteme

21.10.2024 - 25.10.2024

1 Zahlensysteme

In der Informatik werden Zahlen in der Regel im sog. Stellenwertsystem dargestellt. Der Wert einer Zahl hängt dabei von der Position der Ziffern ab:

$$W = \sum_{i=0}^{n-1} a_i \cdot B^i, \tag{1}$$

wobei B die Basis, n die Anzahl der Stellen und a_i die i-te Ziffer aus dem Ziffernbereich von 0 bis B-1 ist. Im Alltag ist die Basis meist 10 (Dezimalsystem). Weitere häufig verwendete Stellenwertsysteme sind das Dualsystem (Binärsystem, B=2), das Oktalsystem (B=8) und das Hexadezimalsystem (B=16).

a) Überlegen Sie sich einen Algorithmus, der beliebig lange Zahlen vom Dezimalsystem in das Binärsystem umwandelt. Testen Sie den Algorithmus mit den Zahlen: $(42)_{10}$, $(100)_{10}$ und $(1.000)_{10}$.

$$(100)_{10} = (110.0100)_{2}$$

b) Überlegen Sie sich einen Algorithmus, der beliebig lange Zahlen vom Binärsystem in das Dezimalsystem umwandelt. Testen Sie den Algorithmus mit den Zahlen: (1.0101)₂ und $(1110.0011)_2$.

 $(1.0101)_{2} = 1.2^{2} + 0.2^{4} + 1.2^{2} + 0.2^{4} + 1.3^{4}$ $1 + 4 + 16 = (21)_{10}$

c) Lösen Sie mit Hilfe von "Tricks" folgende Umwandlungen:

- $(1111.1111)_2 = (?)_{10}$
- $(1.0000.0000)_2 = (?)_{10}$ $(65)_{10} = (?)_2$
- $(1.0000.1001.0010)_2 = (4242)_{10}$ $(10.0001.0010.0100)_2 = (?)_{10}$

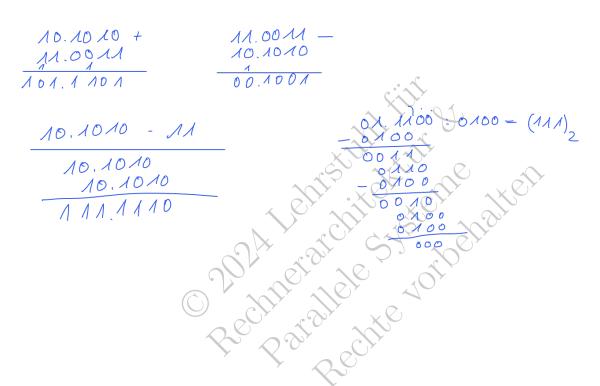
- d) Wandeln Sie die folgenden Zahlen vom Binär- ins Hexadezimalsystem bzw. umgekehrt
 - $(1111_01111)_2 = 0x$? • $(1010.1100.0011)_2 = 0x?$ $A \subseteq 3$
 - $0x1234 = (?)_2$ 0001.0010.0011.0100
 - $0xCOFFEE = (?)_2 (1100. 0000. 1111. 1111. 1111. 1110. 1110)_2$

Sie auf die Vorderseite eir und ihre Lösung au^r litonen. Überprü^r

e) (Optional) Schreiben Sie auf die Vorderseite eines Stück Papiers eine Umwandlungsaufgabe (ähnlich zu 1 a-d) und ihre Lösung auf die Rückseite. Tauschen Sie diese Aufgabe mit einem Ihrer Kommilitonen. Überprüfen Sie die Lösung!

2 Arithmetik und negative Zahlen

- a) Die vier Grundrechenarten Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division verhalten sich im Binärsystem wie im Dezimalsystem: die einzelnen Ziffern werden stellenweise verarbeitet. Lösen Sie die folgenden Rechenaufgaben (alle Zahlen sind positiv):
 - $(10.1010)_2 + (11.0011)_2 = (?)_2$
 - $(11.0011)_2 (10.1010)_2 = (?)_2$
 - $(10.1010)_2 \cdot (11)_2 = (?)_2$
 - $(01.1100)_2 : (0100)_2 = (?)_2$

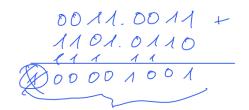


b) Bisher haben wir lediglich positive Zahlen betrachtet. Wie könnten negative Zahlen im Binärsystem dargestellt werden? Vergleichen Sie anhand der Zahl $-(42)_{10}$ die Vor- und Nachteile der Darstellungsarten. Betrachten Sie dazu 8 binäre Stellen.

			710
Avt	Deispiel	Vorteile/Nachteile	
Vozeichbit	1010. 1010	† gut ableben / vealisienben – neur Avithuetrik – Doppelse Hull – (2) –1 bis	$\begin{array}{c} 0000 = 0 \\ 1000 = -0 \end{array}$
Eineskuplunt	MON.0101	- Doppelte O 0000 N - neve Arithmetik	111 = -0
Zweierhyhmt	MON. OMO	+ Avillantita wiedovandum	
		- Zalel wicht direlet ablesha (aber sign bit erlambe



c) Berechnen Sie den Wert des Terms $(0011.0011)_2 - (0010.1010)_2 = (?)_2$ (bekannt aus Aufgabe 2) indem Sie den Subtrahenden negieren und anschließend auf den Minuenden aufaddieren. Verwenden Sie das Zweierkomplement.





d) Lösen Sie die folgenden Aufgaben, indem Sie die Zahlen zuerst ins Binärsystem mit jeweils 5 binären Stellen umwandeln und dann das Ergebnis im Binärsystem ausrechen. Benutzen Sie das Zweierkomplement. Hinweis: Sie düfen davon ausgehen, dass die Ergebnisse wieder mit 5 binären Stellen darstellbar sind

•
$$(-2) \cdot (-3)$$

•
$$(-8):2$$

$$-8:2$$

$$11000:00010 = 01100$$

$$01000:00010 = 00100$$

$$010$$

$$010$$

$$(11100)_{2}$$

$$= -4_{10}$$

3 Zahlenbereiche

Welcher Zahlenbereich kann mit den folgenden Binärformaten dargestellt werden?

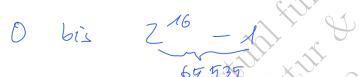
• 8-Bit vorzeichenlos (unsigned char)



• 8-Bit vorzeichenbehaftet im Zweierkomplement (char)



• 16-Bit vorzeichenlos (unsigned short)



• 32-Bit vorzeichenbehaftet im Zweierkomplement (int)



4 Binärarithmetik (Hausaufgabe 01)

4.1 Generelles

Es gibt in ERA lediglich sog. *public-tests*, d.h. Sie sehen direkt, ob Ihre Abgabe richtig ist. Sie haben außerdem bis zum zuvor genannten Zeitpunkt unbegrenzt viele Versuche.

4.2 Aufgabe

Bearbeitung und Abgabe auf https://artemis.in.tum.de/courses/401 bis Sonntag, den 27.10.2024, 23:59 Uhr.