

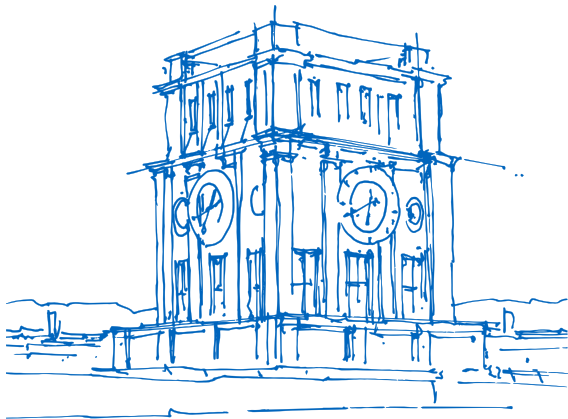
Übung 06: Kombinatorische Schaltungen

Einführung in die Rechnerarchitektur

Michael Morandell

School of Computation, Information and Technology
Technische Universität München

25. – 31. November 2024



Montags:

<https://zulip.in.tum.de/#narrow/stream/2668-ERA-Tutorium—Mo-1000-4>



Donnerstags:

<https://zulip.in.tum.de/#narrow/stream/2657-ERA-Tutorium—Do-1200-2>



Website: <https://home.in.tum.de/momi/era/>

Keine Garantie für die Richtigkeit der Tutorfolien.
Bei Unklarheiten/Unstimmigkeiten haben VL/ZÜ-Folien recht!

- Quiz
- Wiederholung
- Tutorblatt
 - ☐ Digitaler Schaltungssimulator
 - ☐ Wahrheitstabelle
 - ☐ Boolesche Algebra
 - ☐ Funktionale Vollständigkeit
 - ☐ Arithmetische Schaltung

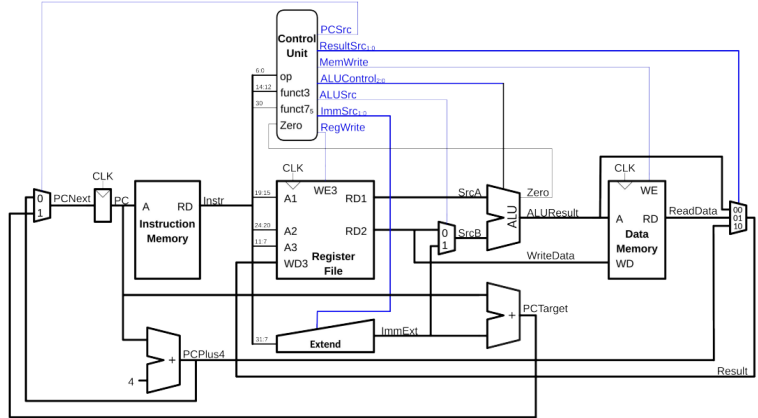
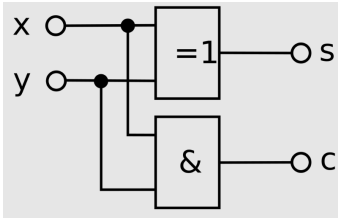
Zitat der Woche

"Flugzeuge stürzen ab, weil irgendein Depp irgendwas falsch codiert oder falsch implementiert oder falsch programmiert hat."

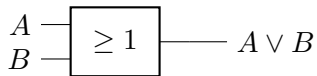
- Prof. Dr. Robert Wille

Quelle: [Lecture: November 18. 2024 \(tum.live\)](#)

Motivation

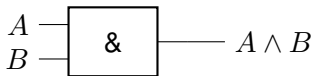


OR-Gatter



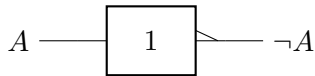
A	B	$A \vee B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

AND-Gatter



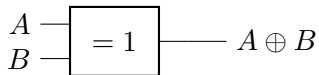
A	B	$A \wedge B$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

NOT-Gatter



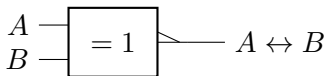
A	$\neg A$
0	1
1	0

XOR-Gatter (Antivalenz)



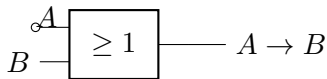
A	B	$A \oplus B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

XNOR-Gatter (Äquivalenz)

















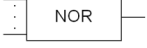



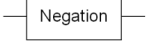





A	B	$A \leftrightarrow B$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Implikation



A	B	$A \rightarrow B$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

freie Symbole	Schaltsymbole nach DIN 40 700 Teil 14		amerikanische Symbole	logische Darstellung
	seit 1976	bis 1976		
				$x_1 \wedge \dots \wedge x_n$
				$x_1 \vee \dots \vee x_n$
				$x_1 \neq \dots \neq x_n$
				$\overline{x_1 \wedge x_2 \wedge \dots \wedge x_n}$
				$\overline{x_1 \vee x_2 \vee \dots \vee x_n}$
				$\overline{x_1}$

Funktionale Vollständigkeit

Eine Menge \mathcal{F} boolescher Funktionen heißt funktional vollständig, falls alle booleschen Funktionen als Kombination von $f_i \in \mathcal{F}$ darstellbar sind. Beispiel: $\{\wedge, \neg\}$

Dualität

Gegeben eine boolesche Formel f , erhält man den dazugehörigen dualen Ausdruck f^D durch Ersetzung: $\{0 \mapsto 1; 1 \mapsto 0; \wedge \mapsto \vee; \vee \mapsto \wedge\}$. Es gilt $f \Leftrightarrow f^D$.¹

¹ Aussage lediglich über Wahrheitsgehalt der Formeln, nicht über Erfüllbarkeitsäquivalenz

Gesetze der booleschen Algebra

- Identität: $x + 0 = x, x \cdot 1 = x$ ¹
- Idempotenz: $x + x = x, x \cdot x = x$
- Komplementärgesetz: $x + \bar{x} = 1, x \cdot \bar{x} = 0$
- Involution: $\overline{\bar{x}} = x$
- De Morgan: $\overline{x + y} = \bar{x} \cdot \bar{y}$ und $\overline{x \cdot y} = \bar{x} + \bar{y}$
- Absorption: $x + (x \cdot y) = x, x \cdot (x + y) = x$
- Distributivität: $x \cdot (y + z) = (x \cdot y) + (x \cdot z)$ und $x + (y \cdot z) = (x + y) \cdot (x + z)$

¹ In ERA werden sowohl die Schreibweisen \wedge/\vee als auch $\cdot/+$ akzeptiert, solange sie einheitlich verwendet werden.

- Addiert zwei 2-Bit Zahlen A , B
- Gibt die Summe ha_1 und ha_0 aus

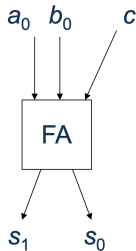
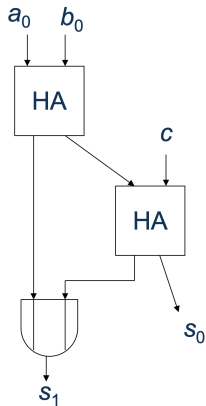
A	B	ha_1	ha_0
0	0	0	0
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	1	0

- $\Rightarrow ha_0 = A \oplus B$
- $\Rightarrow ha_1 = A \wedge B$

Volladdierer

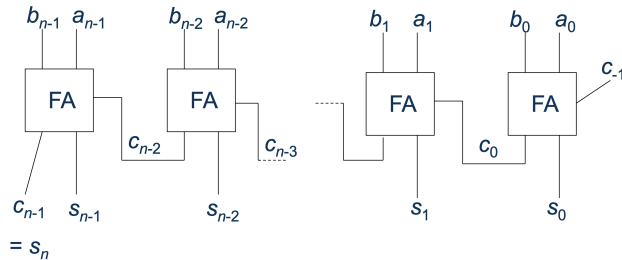
- Addiert zwei 2-Bit Zahlen A , B mit einem Eingangsübertrag C
- Gibt die Summe fa_1 und fa_0 aus

A	B	C	fa_1	fa_0
0	0	0	0	0
0	0	1	0	1
0	1	0	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	1	0
1	1	1	1	1



Carry Ripple Addierer

- Addiert zwei n -Bit Zahlen a , b mit einem Eingangsübertrag c_{-1}
- Gibt die Summe s und den Übertrag c_{n-1} aus



Fragen?

Bis zum nächsten Mal ;)

Folien inspiriert von Niklas Ladurner und Prof. Dr. Robert Wille