

Moroni Neres Vieira

# **Relatório da Implementação do Projeto de Árvores Rubro Negras**

Natal-RN

Novembro de 2018



Moroni Neres Vieira

## **Relatório da Implementação do Projeto de Árvores Rubro Negras**

Relatório do trabalho da disciplina de Estrutura de Dados do curso de Pós-graduação em Sistemas e Computação da Universidade Federal do Rio Grande do Norte, como atividade avaliativa para obtenção da nota da disciplina.

Professor: Dr. Bruno Motta de Carvalho

UFRN - Universidade Federal do Rio Grande do Norte

CCET - Centro de Ciências Exatas e da Terra

PPgSC - Programa de Pós-Graduação em Sistemas e Computação

Mestrado Acadêmico em Sistemas e Computação

Natal-RN

Novembro de 2018

# Resumo

Neste trabalho é abordado a implementação de uma árvore rubro negra com a linguagem de programação C++. O software utilizado para fazer a implementação foi o sublime v 3.1.1. Contém três arquivos principais: struct.h contém a estrutura básica de uma árvore binária adicionando com o atributo cor. O arquivo functions.h contém as funções básicas para inclusão e remoção de um nó na árvore assim como funções auxiliares (Checagem, Impressão, dentre outras). O arquivo main.cpp contém o menu, a verificação inicial da entrada do arquivo e as chamadas às outras funções.

# Lista de ilustrações

Figura 1 – Estrutura de uma árvore rubro negra . . . . .	5
Figura 2 – Representação de rotação de uma árvore rubro negra . . . . .	6
Figura 3 – Representação da inserção de nó em uma árvore rubro negra . . . . .	7
Figura 4 – Representação dos casos de remoção da árvore rubro negra . . . . .	8
Figura 5 – Execução do Projeto . . . . .	17

# Sumário

	<b>Introdução</b>	<b>5</b>
<b>1.1</b>	<b>Propriedades da árvore rubro-negra</b>	<b>5</b>
<b>1.2</b>	<b>Rotações</b>	<b>6</b>
<b>1.3</b>	<b>Inserções</b>	<b>6</b>
<b>1.4</b>	<b>Remoções</b>	<b>7</b>
1.4.1	caso 1: O irmão $w$ de $x$ é vermelho	7
1.4.2	Caso 2: O irmão $w$ de $x$ é preto e os filhos de $w$ são pretos	7
1.4.3	Caso 3: O irmão de $w$ de $x$ é preto, o filho à esquerda de $w$ é vermelho e o filho à direita de $w$ é preto	7
1.4.4	Caso 4: O irmão de $w$ de $x$ é preto e o filho à direita de $w$ é vermelho	8
	<b>Implementação</b>	<b>9</b>
<b>2.1</b>	<b>Estruturação do Projeto</b>	<b>9</b>
2.1.1	struct.h	9
2.1.2	functions.h	10
2.1.3	main.cpp	12
2.1.4	RBTree	15
<b>2.2</b>	<b>Roteiro para compilação do Projeto</b>	<b>15</b>
<b>2.3</b>	<b>Roteiro para execução do Projeto</b>	<b>16</b>
<b>2.4</b>	<b>Repositório do Projeto</b>	<b>16</b>
<b>2.5</b>	<b>Resultados esperados</b>	<b>16</b>
<b>3</b>	<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS</b>	<b>19</b>
	<b>Considerações Finais</b>	<b>19</b>

# Introdução

Árvore rubro-negra (Red-Black tree) é uma estrutura de dados de programação criada em 1972 com o nome de árvores binárias simétricas. Como as árvores binárias comuns às rubro-negras possuem um conjunto de operações (inserção, remoção, busca), porém são geralmente mais eficientes devido ao fato da rubro-negra estar sempre balanceada. Este balanceamento se dá justamente pela característica que dá nome a árvore, que vem de um bit extra em cada nodo que determina se esta é "vermelha" ou "preta" dentro do conjunto de regras que rege a árvore. Além desse bit, cada nodo também conta com os campos dados do nodo, filho esquerdo do nodo, filho direito do nodo e pai do nodo.

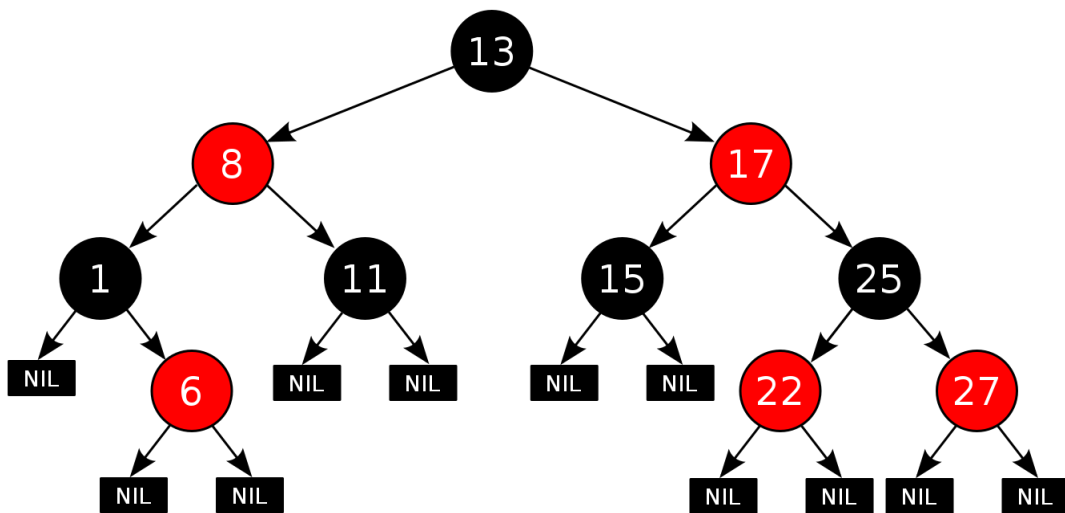


Figura 1 – Estrutura de uma árvore rubro negra

## 1.1 Propriedades da árvore rubro-negra

Uma árvore é rubro-negra se satisfazer as seguintes condições:

1. Todo nó é vermelho ou preto.
2. A raiz é preta.
3. Toda folha (NIL) é preta.
4. Se um nó vermelho, então ambos os seus filhos são pretos.
5. Para cada nó, todos os caminhos desde um nó até as folhas descendentes contêm o mesmo número de nós pretos.

A cada operação (inserção ou remoção) essas propriedades são verificadas e são feitas alterações com operações de rotação e ajuste de cor para que a árvore mantenha suas sempre essas regras.

As árvores rubro-negras constituem um entre muitos esquemas de árvores de pesquisa que são balanceadas com o objetivo de garantir que as operações básicas de conjuntos dinâmicos demorem o tempo  $O(\lg n)$  no pior caso.

## 1.2 Rotações

Uma rotação é uma operação realizada na árvore para garantir seu balanceamento. Na rubro-negra pode ser feita a direita e a esquerda, onde são alterados os nodos rotacionados.

Para executar uma operação de rotação, utiliza-se o método de troca para direita ou esquerda dos nós. Quando fazemos uma rotação à esquerda em um nó  $x$ , supomos que seu filho da direita  $y$  não é  $nil[T]$ . A rotação à esquerda "faz o pivô" em torno da ligação de  $x$  para  $y$ . Ela faz de  $y$  a nova raiz da subárvore, tendo  $x$  como filho da esquerda de  $y$  e o filho da esquerda de  $y$  como filho da direita de  $x$ .

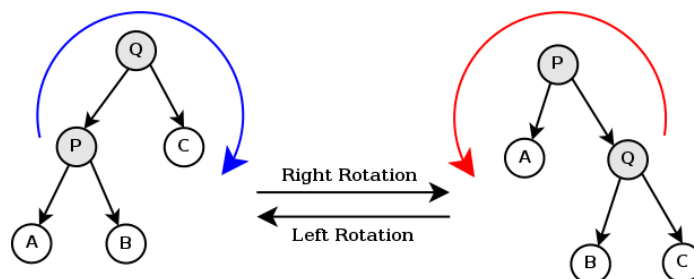


Figura 2 – Representação de rotação de uma árvore rubro negra

## 1.3 Inserções

A inserção de um nó em uma árvore rubro negra de  $n$  nós podem ser realizada no tempo  $O(\lg n)$ .

Ao inserir-se um elemento em uma árvore rubro-negra, esta é comparada com os elementos e alocada em sua posição conforme a regra 2. Ao inserir um elemento ele é sempre da cor vermelha (exceto se for o nodo raiz). A seguir a árvore analisa se o antecessor da folha. Se este for vermelho será necessário alterar as cores para garantir as propriedades da árvore.

A figura abaixo mostra a inserção dos nós em uma árvore rubro negra.



### Insert 10, 20, 30 and 15 in an empty tree

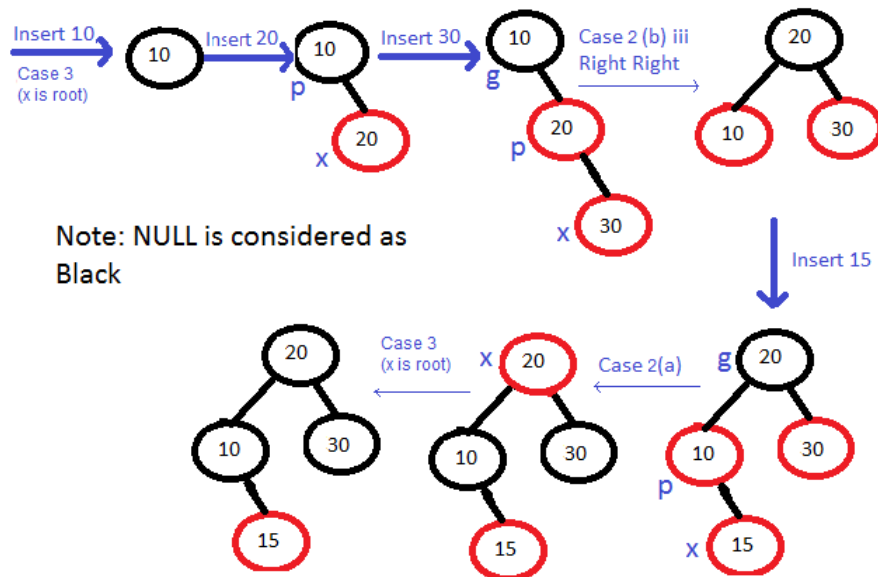


Figura 3 – Representação da inserção de nó em uma árvore rubro negra

## 1.4 Remoções

A remoção de um nó é ligeiramente mais complicada do que a inserção de um nó na árvore. A eliminação tem um tempo de demora de  $O(\lg n)$ .

### 1.4.1 caso 1: O irmão $w$ de $x$ é vermelho

Se o irmão do nó  $x$  é vermelho e tem dois filhos pretos. Pode-se trocar as cores de  $w$  e  $x.p$  sem violação das propriedades e depois executar uma rotação para esquerda em  $x.p$ .

### 1.4.2 Caso 2: O irmão $w$ de $x$ é preto e os filhos de $w$ são pretos

Neste caso os filhos de  $w$  são pretos e  $w$  também é preto. Retira-se um preto de  $x$  e também de  $w$ , deixando  $x$  com apenas um preto e deixando  $w$  vermelho. Para compensar a remoção de um preto de  $x$  e de  $w$ , adiciona-se um preto extra a  $x.p$ , que era originalmente vermelho ou preto, verifica-se novamente as propriedades até que sejam satisfeitas.

### 1.4.3 Caso 3: O irmão de $w$ de $x$ é preto, o filho à esquerda de $w$ é vermelho e o filho à direita de $w$ é preto

Neste caso pode-se permutar as cores de  $w$  e de seu filho à esquerda  $w.esquerda$  e então executar uma rotação para a direita em  $w$  sem violar qualquer das propriedades. O novo irmão  $w$  agora é um nó preto com um filho à direita vermelho.

#### 1.4.4 Caso 4: O irmão de $w$ de $x$ é preto e o filho à direita de $w$ é vermelho

Este caso ocorre o irmão  $w$  do nó  $x$  é preto e o filho à direita de  $w$  é vermelho. Deve-se fazer algumas alterações de cores e executar uma rotação para a esquerda em  $x.p$ , pode-se remover o preto extra em  $x$ , tornando-se unicamente preto, sem violar qualquer das propriedades da árvore.

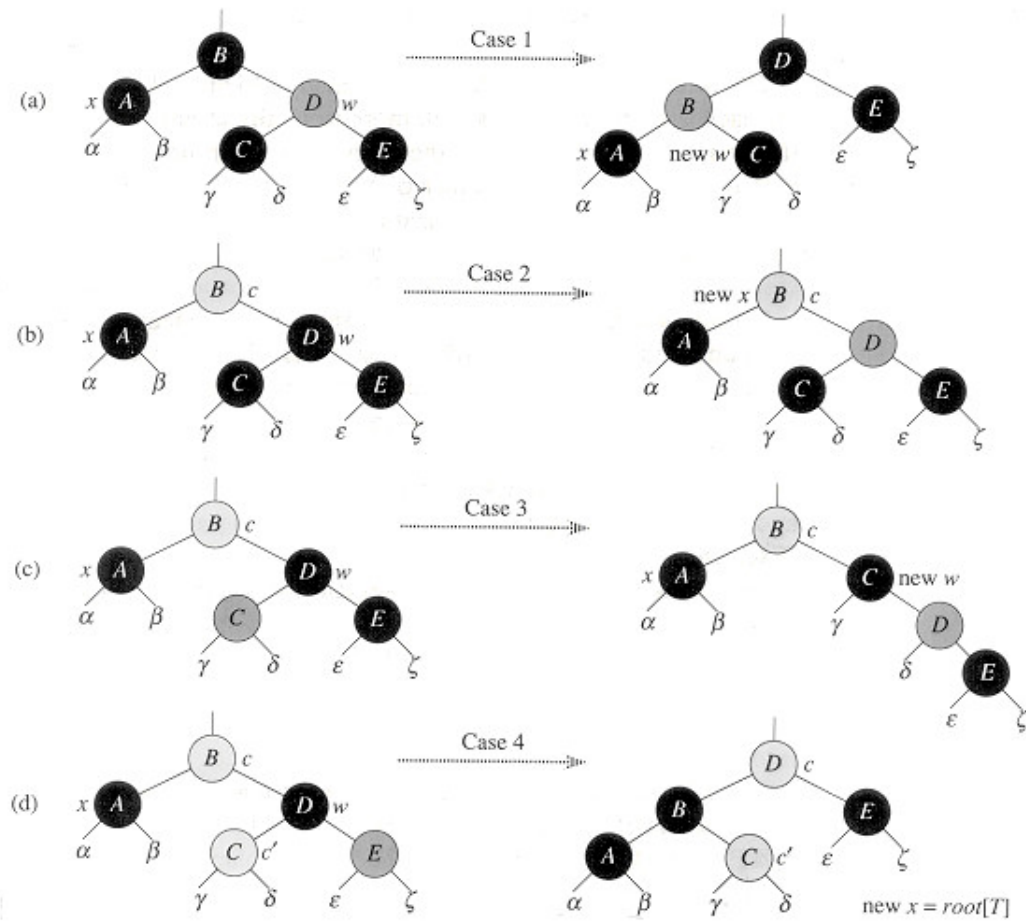


Figura 4 – Representação dos casos de remoção da árvore rubro negra

# Implementação

A implementação teve como base a construção do código-fonte necessário para realizar as operações de: Inserção, Remoção, Busca, Checagem e Impressão, assim como suas funções auxiliares, baseado na leitura as funções de checagem de tamanho de chave, verificação de condições do arquivo também foram implementadas.

## 2.1 Estruturação do Projeto

### 2.1.1 struct.h

Contém a implementação de uma estrutura de árvore. Cada nós contém os seguinte dados:

1. Um apontador para o nodo
2. Uma chave
3. Um bit para cor
4. Um apontador para o pai
5. Apontadores para os filhos

```

1 #ifndef STRUCT_H_INCLUDED
2 #define STRUCT_H_INCLUDED
3
4 #include <iostream>
5 #include <stdio.h>
6 #include <stdlib.h>
7
8 using namespace std;
9
10 enum type {BLACK, RED};
11
12 struct node {
13     enum type color;
14     string key;
15     struct node *left , *right , *parent;
16 };
17
18 struct node *temp, *null , *root;
19
20 #endif // STRUCT_H_INCLUDED

```

### 2.1.2 functions.h

Contém todas funções do projeto, segue a lista das funções e suas respectivas funcionalidades.

Nome da Função	Funcionalidade
void Delete_Left_Rotate(struct node *x)	Função para fazer a rotação para esquerda na remoção do nó
void Delete_Right_Rotate(struct node *y)	Função para fazer a rotação para direita na remoção do nó
void RB_transplant(struct node *aux, struct node *auxchild)	Movimenta subárvores dentro da árvore de busca binária
node *tree_successor(struct node *p)	Busca o sucessor na sequência ordenada
RB_delete_fix(struct node *x, struct node *w)	Elimina um nó de uma árvore
RBDelete(struct node* z, struct node* y, struct node *x)	Remove um nó e verifica se o mesmo tem dois filhos
insert_Left_Rotate(node *&p)	Checa se o tio, o pai e o filho estão inclinados a esquerda, então realiza a rotação.
void insert_Right_Rotate(node *&p)	Checa se o tio, o pai e o filho estão inclinados a direita, então realiza a rotação.
insert_Double_Left_Right_Rotate(node * &p)	Realiza a rotação dupla da esquerda para direita
insert_Double_Right_Left_Rotate(node * &p)	Realiza a rotação dupla da direita para esquerda
insert_RB_Fixup(node * &p)	Restaura as propriedades da árvore
RBInsert(node * &tree, string key)	Insere um nó na árvore
node * search_node(node * tree, string key)	Faz a busca de um determinado nó
int is_black(node * p)	Checa se um nó é preto
int blackHeightNode(string key)	Verifica a altura preta da árvore
void create_Nill_and_Root()	Cria uma nova árvore com filhos NIL
void RBPrint( node* tree)	Imprime a árvore
void RBCheck(node * tree)	Imprime a árvore em pré-ordem
void insert_rb(string key)	Checa se o nó existe, se não existir insere o novo nó
void delete_rb(string key)	Checa se o nó já foi removido anteriormente

### 2.1.3 main.cpp

O arquivo main.cpp faz a verificação do arquivo de dicionário, se existe ou não e se pode ser lido. Também realiza a leitura do arquivo, faz a chamada de inserção ou remoção de acordo com a opção na linha do arquivo e contém também a função menu.

```

1  /**
2
3   Uma rvore de pesquisa bin ria uma rvore rubro-negra se satisfaz
4   s
5   seguintes propriedades:
6   1. Todo n rubro ou preto
7   2. A raiz preta.
8   3. Toda folha (NIL) preta.
9   4. Se um n rubro, ent o ambos os seus filhos s o pretos.
10  5. Para cada n , todos os caminhos de um n at as folhas
11  descendentes
12  cont m os mesmo n mero d e n s pretos.
13
14  @author Moroni Neres Vieira
15  @version 1.0 11/2018
16 */
17
18 //Bibliotecas de fun es internas
19 #include <iostream>
20 #include <sstream>
21 #include <fstream>
22 #include <string>
23 #include <cstring>
24 #include <exception>
25 #include <stdexcept>
26
27 //Bibliotecas externas
28 #include "struct.h" //Defini o da estrutura de uma rvore bin ria
29 #include "functions.h" //Fun es para rvore rubro-negra
30
31 using namespace std;
32
33 int lerpalavras(string);
34 void menu();
35 void opcoes(int);
36
37 int main(int argc, char *argv[]) {
38     ifstream file;
39     string arquivo;
40     arquivo=argv[1];
41     file.open(arquivo);

```

```
41
42 //Cria a estrutura da rvore
43 create_Nill_and_Root();
44
45 if(!file.is_open()){
46     cout << "Arquivo informado n o existe ou n o pode ser aberto!" <<
47     endl;
48     return -1;
49 }else{
50     lerpalavras(argv[1]);
51 }
52
53 return 0;
54 }
55
56 int lerpalavras(string nomearq) {
57     ifstream dic;
58     string linha;
59
60     dic.open(nomearq);
61
62     while (!dic.eof()) {
63         getline(dic, linha);
64         if(!linha.empty()){
65
66             string::size_type pos1 = linha.find_first_of(' '); //Alias para
67             string::size_type e a posi o da palavra
68             string palavra = linha.substr(0, pos1);
69             string::size_type pos2 = linha.find_first_of(' ');
70             string num = linha.substr(pos1+1, pos2);
71
72             int opcao = stoi(num);
73
74             if(palavra.length() > 20){
75                 cout << "Chave n o pode ser inserida por ter tamanho >
76                 20" << endl;
77             }else{
78                 if (opcao == 1){
79                     cout << "Inserindo " << palavra << endl;
80                     insert_rb(palavra);
81                 }else{
82                     cout << "Removendo " << palavra << endl;
83                     delete_rb(palavra);
84                 }
85             }
86         }
87     }
88 }
```

```
85     }
86 }
87 }
88
89
90 menu();
91
92 dic.close();
93
94 return 0;
95 }
96
97 //Menu de opções
98 void menu(){
99     int opcao;
100     string key;
101
102     do{
103
104         cout<<"\n\n\n";
105         cout << "Ap s a inclus o ou exclus o deseja fazer alguma
opera o: \n";
106
107         cout<<"(1) - Busca\n";
108         cout<<"(2) - Imprimir\n";
109         cout<<"(3) - Checar\n";
110         cout<<"(0) - Exit\n";
111         cout<<"Entre com uma op o: " << endl;
112
113         cin >> opcao;
114
115         switch(opcao){
116             case 1:
117             {
118                 cout << "Entre com a chave para busca: " << endl;
119                 cin >> key;
120
121                 node * aux = search_node(root , key);
122                 if(aux != nill){
123                     cout<<"N encontrado\n";
124                     cout<<"( ";
125                     if(aux->parent!= nill)
126                         cout<<aux->parent->key<<" , ";
127                     else
128                         cout<<"NILL, ";
129                     cout<<aux->key<<" , ";
130                     if (aux->color==RED)
```



```

131         cout<<" Vermelho, ";
132     else
133         cout<<" Preto, ";
134     cout<<blackHeightNode(key)<<" , ";
135     if(aux->left != null)
136         cout<<aux->left->key<<" , ";
137     else
138         cout<<"NIL, ";
139     if(aux->right != null)
140         cout<<aux->right->key<<" )\n";
141     else
142         cout<<"NIL )\n";
143 }
144 else
145     cout<<" N o encontrado!\n";
146 } break;
147
148 case 2:
149 {
150     cout << "Imprimindo a rvore " << endl;
151     RBPrint(root);
152 }
153
154 case 3:
155     cout << "Checando a rvore " << endl;
156     RBCheck(root);
157 case 0:
158     break;
159
160 default:
161     cout << "Op o inv lida , entre com uma op o do
menu v lida!";
162 }
163 }while (opcao!=0);
164 }

```

### 2.1.4 RBTree

O arquivo RBTree é o arquivo executável gerado após a compilação do código-fonte do projeto.

## 2.2 Roteiro para compilação do Projeto

O arquivo executável assim como o projeto foi desenvolvido em Sistema Operacional Linux Ubuntu 18.04 com a ferramenta Sublime, dessa forma esse ambiente precisa ser

replicado ou deve-se ter ambiente similar, sistema Linux, para executar o projeto.

O programa foi compilado utilizando o comando a seguir:

```
g++ main.cpp -o RBTree
```

## 2.3 Roteiro para execução do Projeto

1. Descompactar o arquivo compactado TrabalhoMoroni.zip
2. Abrir o terminal e ir até o diretório descompactado
3. Digitar o seguinte comando: **RBTree dicionario1.txt**
4. Escolher uma opção no menu após a execução.

## 2.4 Repositório do Projeto

Foi criado um repositório público no GitHub em caso de falha na abertura dos arquivos, o link está disponível em: <https://github.com/moronivieira/projeto-estututurados/>

## 2.5 Resultados esperados

Como resultado da execução do projeto espera-se que se obtenha a seguinte tela:

```

moroni@pcmoroni: ~/Documentos/Livros-Mestrado/Projeto-2018-2-Estrutura_Dados/Projeto-2018-2-Estrutura_Dados
Arquivo Editar Ver Pesquisar Terminal Ajuda
moroni@pcmoroni:~/Documentos/Livros-Mestrado/Projeto-2018-2-Estrutura_Dados/Projeto-2018-2-Estrutura_Dados$
Removendo teste

A palavra teste foi removida anteriormente ou nao foi inserida.

Inserindo abuso
Inserindo carro
Inserindo doce
Removendo gola

A palavra gola foi removida anteriormente ou nao foi inserida.

Inserindo gola
Inserindo palhaço
Inserindo taturana
Inserindo pacote
Inserindo bolha
Inserindo fussura
Inserindo batata
Inserindo estrela
Removendo taturana
Removendo a palavra taturana

Imprimindo em ordem:
abuso, batata, bolha, carro, doce, estrela, fussura, gola, pacote, palhaço,

Checando em pre-ordem:
(NILL, carro, Preto, 2, batata, gola )
(carro, batata, Preto, 1, abuso, bolha )
(batata, abuso, Vermelho, 1, NILL, NILL )
(batata, bolha, Vermelho, 1, NILL, NILL )
(carro, gola, Vermelho, 2, estrela, palhaço )
(gola, estrela, Preto, 1, doce, fussura )
(estrela, doce, Vermelho, 1, NILL, NILL )
(estrela, fussura, Vermelho, 1, NILL, NILL )
(gola, palhaço, Preto, 2, pacote, NILL )
(palhaço, pacote, Vermelho, 1, NILL, NILL )
Inserindo cataplana
Inserindo cerveja
Inserindo zebra
Inserindo lis
Inserindo almirante
Inserindo elefante
Inserindo espaço
Inserindo estrela
Chave estrela ja existe
Removendo cataplana
Removendo a palavra cataplana

Imprimindo em ordem:
abuso, almirante, batata, bolha, carro, cerveja, doce, elefante, espaço, estrela,

```

Figura 5 – Execução do Projeto



### 3 Considerações Finais

O Projeto foi desenvolvido com a motivação de apurar os conhecimentos adquiridos em sala de aula de forma prática, auxiliando no entendimento das propriedades e características das árvores rubro negras.