

Aufgabe 11

Population 0: $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1,5 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \end{pmatrix}$

Population 1: $\begin{pmatrix} 1,5 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2,5 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3,5 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2,5 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3,5 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4,5 \\ 2 \end{pmatrix}$

$$a) \vec{\mu} = \frac{1}{N} \begin{pmatrix} \sum_{i=1}^N x_i \\ \sum_{i=1}^N y_i \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \vec{\mu}_0 = \begin{pmatrix} 23/12 \\ 2 \end{pmatrix}, \vec{\mu}_1 = \begin{pmatrix} 3 \\ 3/2 \end{pmatrix}$$

$$S_i = \sum_{j=1}^{n_i} (\vec{x}_j - \vec{\mu}_i)(\vec{x}_j - \vec{\mu}_i)^T$$

$$S_0 = \begin{pmatrix} 121/144 & 1/12 \\ 1/12 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1/144 & -1/12 \\ -1/12 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 25/144 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1/144 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1/144 & 1/12 \\ 1/12 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 169/144 & 13/12 \\ 13/12 & 1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 33/24 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$$

$$S_1 = \begin{pmatrix} 9/4 & 3/4 \\ 3/4 & 1/4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1/4 & 1/4 \\ 1/4 & 1/4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1/4 & -1/4 \\ -1/4 & 1/4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1/4 & -1/4 \\ -1/4 & 1/4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1/4 & 1/4 \\ 1/4 & 1/4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 9/4 & 3/4 \\ 3/4 & 1/4 \end{pmatrix}$$

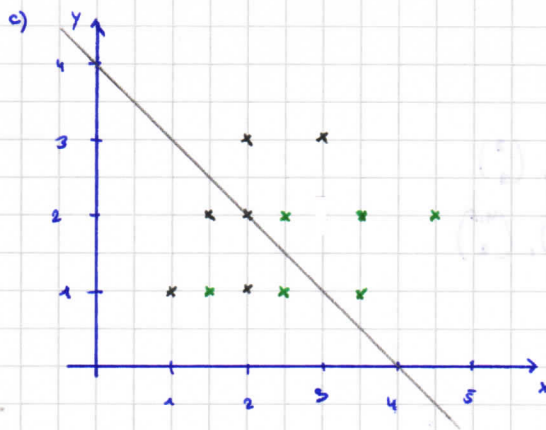
$$= \begin{pmatrix} 11/2 & 3/2 \\ 3/2 & 3/2 \end{pmatrix}$$

$$S_0 = S_0 + S_1 = \begin{pmatrix} 185/24 & 7/2 \\ 7/2 & 11/2 \end{pmatrix} \Rightarrow S_0^{-1} = \begin{pmatrix} 0,182 & -0,116 \\ -0,116 & 0,256 \end{pmatrix}$$

$$S_0 = (\vec{\mu}_0 - \vec{\mu}_1)(\vec{\mu}_0 - \vec{\mu}_1)^T = \begin{pmatrix} 169/144 & -13/24 \\ -13/24 & 1/4 \end{pmatrix}$$

$$b) \vec{\lambda} = S_0^{-1}(\vec{\mu}_0 - \vec{\mu}_1) = \begin{pmatrix} -\frac{320}{1447} \\ \frac{262}{1447} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0,256 \\ 0,254 \end{pmatrix}$$

$$\vec{\lambda} = \lambda \vec{e}_\lambda = 0,360 \begin{pmatrix} -0,710 \\ 0,704 \end{pmatrix}$$



d) Projektion = $\vec{1}^T \vec{x}$

Population 0: -0,008; -0,716; 0,343; -0,012; 0,693; -0,012

Population 1: -0,361; ~~-0,361~~ -1,071; -1,781; -0,367; -1,076; -1,786

e) $\lambda_{cut} = -0,364 \rightarrow$ gewählt, weil Verhältnis zw. Effizienz und Reinheit 1 ist.

$\rightarrow t_p = 5$
 $t_n = 1$
 $f_p = 1$
 $f_n = 5$

Reinheit: $\frac{t_p}{t_p + f_p} = 0,83$

Effizienz: $\frac{t_p}{t_p + f_n} = 0,83$