به نام خدا

مروارید لعل نور 9623097

سوال اول :

مشتق اول :

$$\left(\frac{\partial}{\partial t}\right)\left(\frac{\partial}{\partial z}\right) f(t,z) \Leftrightarrow (j2\pi\mu)(j2\pi\nu)\,F(u,\nu)$$

$$-(2\pi)^2 \mu\nu\,F(u,\nu)$$

$$\frac{\partial f(t,z)}{\partial t} \Leftrightarrow (j2\pi\mu)\,F(\mu,\nu)$$

$$\frac{\partial f(t,z)}{\partial z} \Leftrightarrow (j2\pi\nu)\,F(\mu,\nu)$$

مشتق دوم :

$$\left(\frac{\partial}{\partial t}\right)^2\left(\frac{\partial}{\partial z}\right)^2 f(t,z) \Leftrightarrow (j2\pi\mu)^2(j2\pi\nu)^2\,F(\mu,\nu)$$

$$(2\pi)^4 \mu^2\nu^2\,F(\mu,\nu)$$

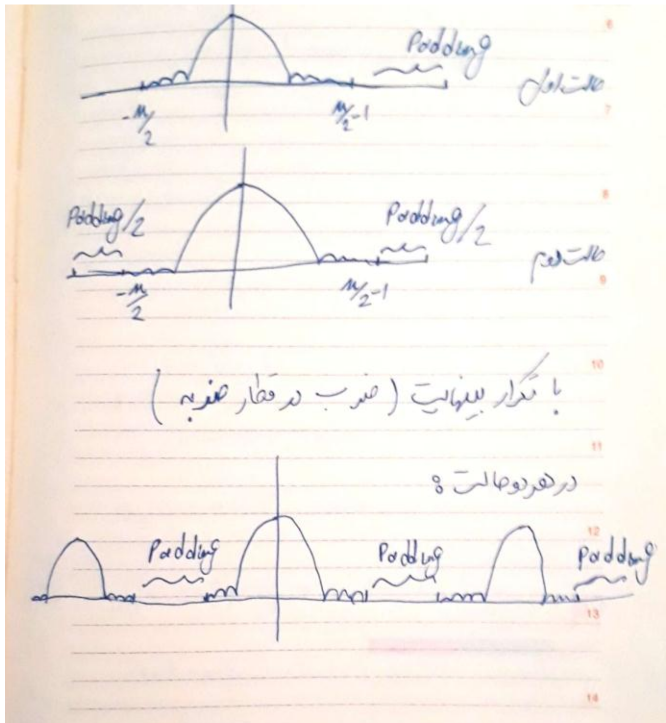
$$\frac{\partial^2 f(t,z)}{\partial t^2} \Leftrightarrow (j2\pi\mu)^2\,F(\mu,\nu) = -(2\pi)^2\mu^2\,F(\mu,\nu)$$

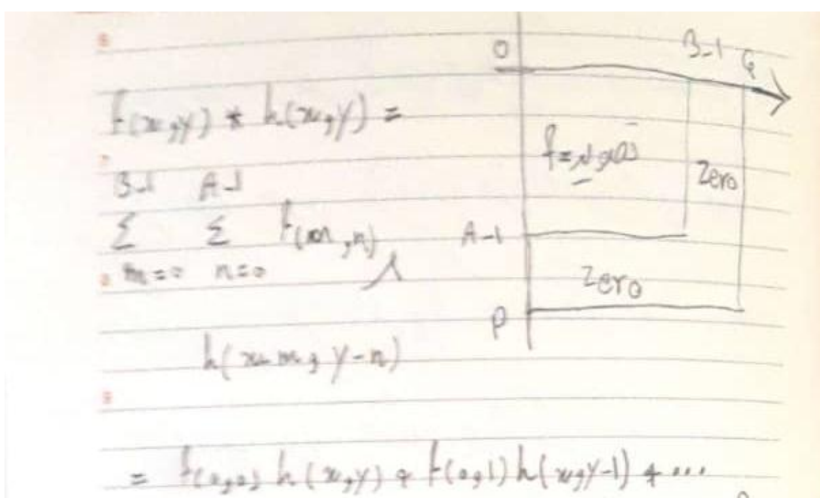
$$\frac{\partial^2 f(t,z)}{\partial z^2} \Leftrightarrow (j2\pi\nu)^2\,F(\mu,\nu) = -(2\pi)^2\nu^2\,F(\mu,\nu)$$

سوال دوم :

الف)

از آنجایی که دلیل استفاده از padding ایجاد فاصله بین تناوب ها است که به طور ضمنی درDFT وجود دارد . تصورکنید که تصویر سمت چپ به طور بی نهایت تکرار میشود که محور xy را پوشش دهد . نتیجه یک صفحه شطرنجی است ، هر مربع در صفحه شطرنجی تصویر است (با میانه های سیاه) حال تصور کنید که همان کار را با تصویر سمت راست انجام دهید. نتایج یکسان خواهد بود. بنابراین ، هر فرم padding همان کار را انجام می دهد .

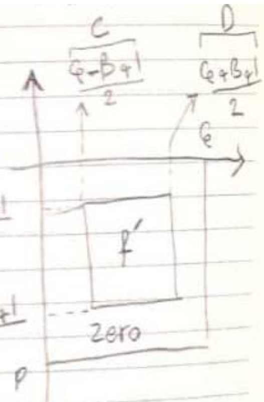




$$f'(x,y) * h'(x,y) =$$

$$\sum_{m=C}^{D} \sum_{n=E}^{F} f'(m,n) \quad E = \frac{P-A+1}{2}$$

$$h(x-m, y-n) \quad F = \frac{P+A+1}{2}$$



$$= f'\left(\frac{Q-B+1}{2}, \frac{P-A+1}{2}\right) h(x-E, y-C)$$

$$+ \dots$$

$$\boxed{f'(x,y) = f(x-E, y-C)}$$

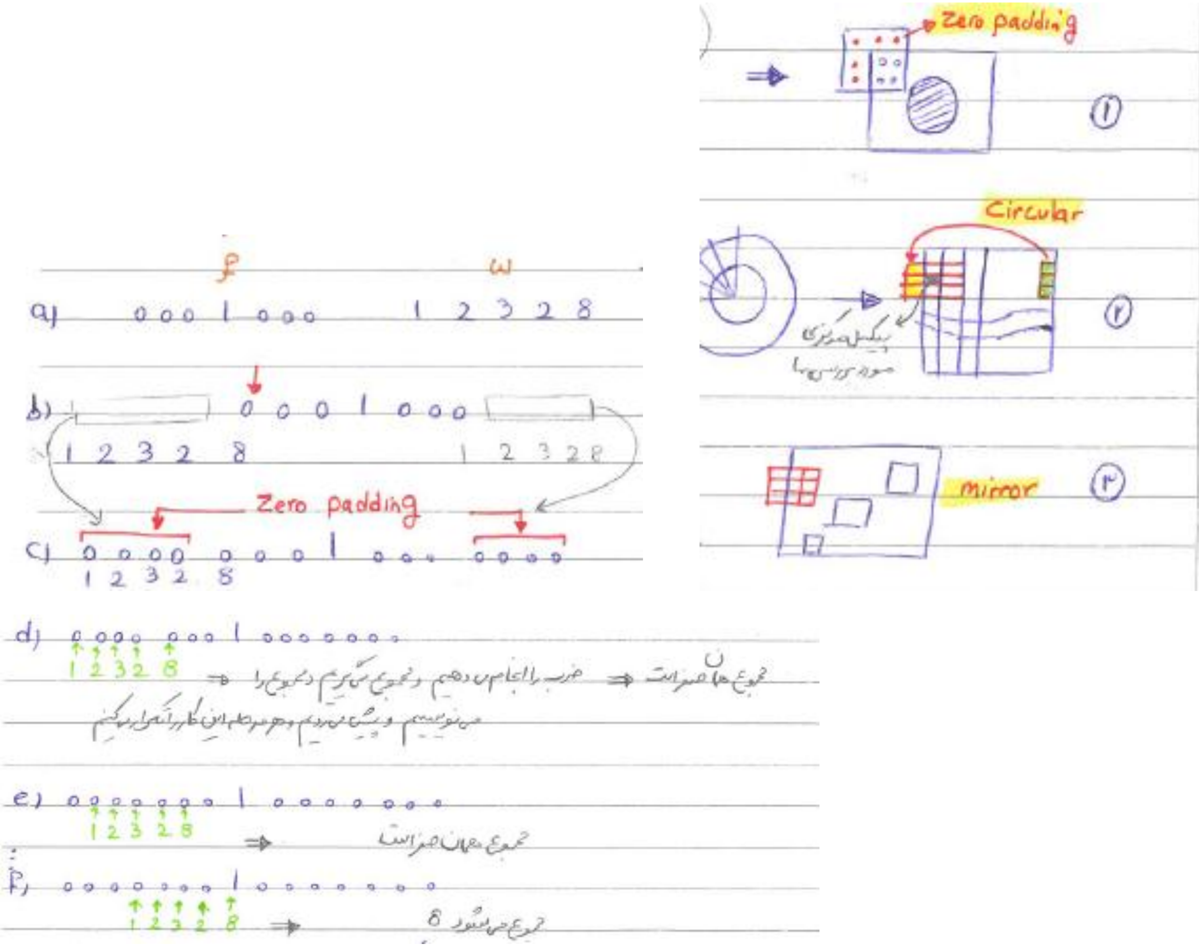
در رابطه با فیلتر h' هم می‌دانیم که در قسمت اول از نقطه $(0,0)$ شروع به ضرب شدن می‌شود در قسمت دوم از (E,C) که منطقی است و مقدار این فیلتر عوض نشده و صرفا مکان آن متناسب با تابع f و f' عوض شده؛

$$f' * h' = f'(E,C)\, h'(x-E, y-C) + \dots$$

$$= f(0,0)\, h(x,y) + \dots = f * h$$

با توجه به آنکه در حوزه مکان برابرند در حوزه فرکانس نیز برابر خواهند بود $(g_1 = g_2 \Longleftrightarrow G_1 = G_2)$

ب)



در قسمت ب دارد سیگنال w را از عقب می آورد جلو تا برخورد انجام شود در حالتی که ۸ در زیر صفر قرار گیرد بقیه قسمت های w متناظر نشان متناظر شان چیزی را نمی بینند که ضرب انجام شود جاهایی که ندارد را باصفر پر می‌کنند که به آن زیرو پدینگ میگویند که در قسمت c مشاهده می‌شود و سپس می‌تواند عملیات ضرب و مجموع گیری را انجام دهد بسته به شرایط می تواند کارهای مختلفی را انجام دهد مثلاً شکلهای ۱ و ۲ و ۳ و... مثلاً در شکل شماره ۲ تصویر داخل رگ داریم و اسکن های مختلف از داخل رگ گرفته ایم مثلاً می توانیم این اسکن ها را باز کنیم و ماتریسی کنیم فرض کنیم می‌خواهیم پنجره مشخص شده را بگیریم حالا قسمت های هایلایت شده را که نداریم چی می گذاریم ؟ این تصویر ۱ تصویر circular است که ما آن را به یک تصویر ماتریسی تبدیل کردیم در اینجا انجام زیرو پدینگ خیلی منطقی و درست نیست مثلاً تصویر رگ است و میان آن ۰ بگذاریم و آن را سیاه کنیم درست نیست . در این حالت میگویم که ستون هایلایت شده همان ستون پررنگ سمت راست تصویر است که از آن سمت آمده است .

در این حالت کورولیشن w با f را داریم محاسبه میکنیم که میبینیم کورولیشن w با یک سیگنال ایمپالس برعکس w می شود حالا شاید تمایل داشته باشیم خود دبلیو به دست آیت که در این حالت میتوان دبلیو را برعکس کرد و به سیگنال داد که همان بحث کانولوشن میشود نتیجه نهایی را به اندازه سیگنال اولیه برش می دهیم یا گاهی ممکن است تصویری داشته باشیم که داخل آن آبجکت های مختلف وجود داشته باشد (مانند آبجکت های مربعی مانند تصویر شماره ۳) در چنین شرایطی تصویر دنبال دار و ادامه دار است پس می توان آن را میرور مثل شی ای که نصف آن را داریم و می دانیم شکل تقارن دارد ، می‌توان آینه‌ای شکل را برد در آن طرف . پس بسته به کاربرد و کارکرد انواع مختلفی از کارها را می توان انجام داد اما پر کاربرد ترین همان زیرو پدینگ است.

در اینجا نیز از زیرو پدینگ استفاده میکنیم زیرا مقادیر اضافه شده به شکل 0 اند و با توجه به رابطه زیر تغییری در مقدار نهایی ایجاد نمیکنند (در حالی که در حالت replicate مقادیر اضافه شده 0 نبودند) و با توجه به توضیحات بالا تصویر مورد نظر نیازی به استفاده از reflect و wrap ندارد

$$f(x,y) * h(x,y) = \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} f(m,n)h(x-m\,,y-n)$$

سوال سوم :

2. با خواندن این فایل و مشاهده مقدار ماکسسیمم ذخیره شده با قطعه کد : ()img1.pixel_array.max برای هر دو عکس در میابیم که عکس اول از 0 تا 4089 را در خود جای داده است و عکس دوم از 0 تا 4095 . که به آن معنی است که تعداد بیت های اختصاص داده شده به اطلاعات این فایل 12 (2^12 = 4096) تا است و بیش از آن لازم نیست.

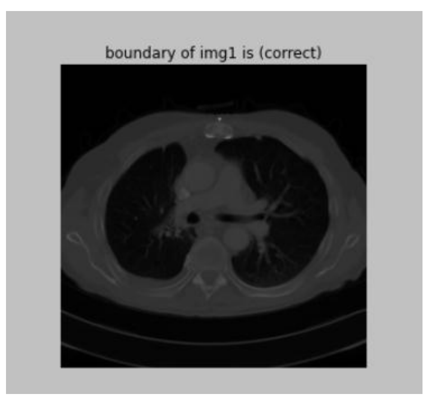
3. از آنجایی که L نشان دهنده سطوح روشنایی تصویر است و در اینجا تصاویر 12 بیتی داریم پس این مقدار برابر 1- 2^12 است

4. ماسک آرایه ای است که به صورت یکی در میون 1 و 1- است و با توجه به رابطه ی زیر برای تغییر مکان تبدیل فوریه به مرکز مختصات در آن ضرب میشود :

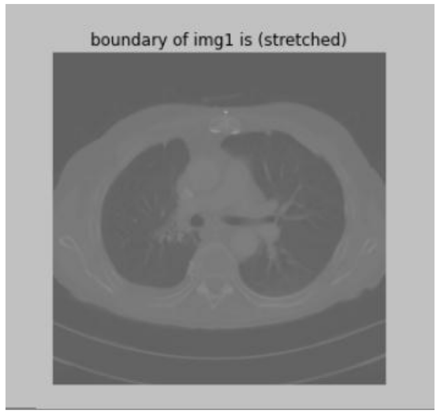
$$f(x,y)\,(-1)^{x+y} \longleftrightarrow F\left(u-\frac{M}{2},\, v-\frac{N}{2}\right)$$

(اگر این ماسک را در حوزه مکان در تصویر ضرب نکنیم برای مشاهده تبدیل فوریه آن به مشکل میخوریم زیرا مقادیر تبدیل فوریه در گوشه های تصویر قرار میگیرند و نه در مرکز)

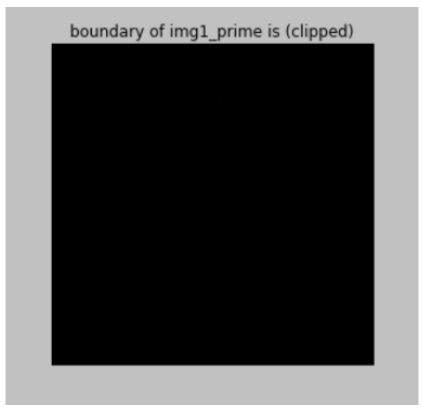
5. در img1 همانطور که ئر قسمت های قبل اشاره کردیم مقدار پیکسل ها از 0 تا 4089 تغییر میکند پس مقدار در نظر گرفته شده برای این عکس در ساب پلات اول دقیقا برابر مقادیر چیکسل هاست و نه کمتر است و نه بیشتر پس correct را انتخاب میکنیم :



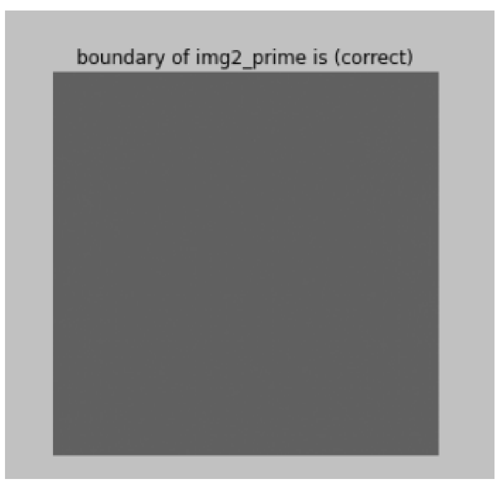
در ساب پلات بعدی نیز همان عکس را داریم اما بازه ی تغییرات پیکسل ها از 4095- تا 4095 در نظر گرفته شده است که از بازه اصلی بیشتر است (دو برابر) بنابراین برای این عکس stretched را انتخاب میکنیم :



ساب پلات بعدی img1_prime را نشان میدهد که به دلیل ضرب شدن در ماسک قسمت قبل که 1 و -1 داشت بازه ی آن از 0 تا 4096 به -4096 تا 4096 تغییر کرده است و بنابراین در نظر گرفتن vmin=0, vmax=L_1 برای این تصویر نیمی از مقادیر را در نظر نمیگیرد که به این دلیل clipped را انتخاب میکنیم :



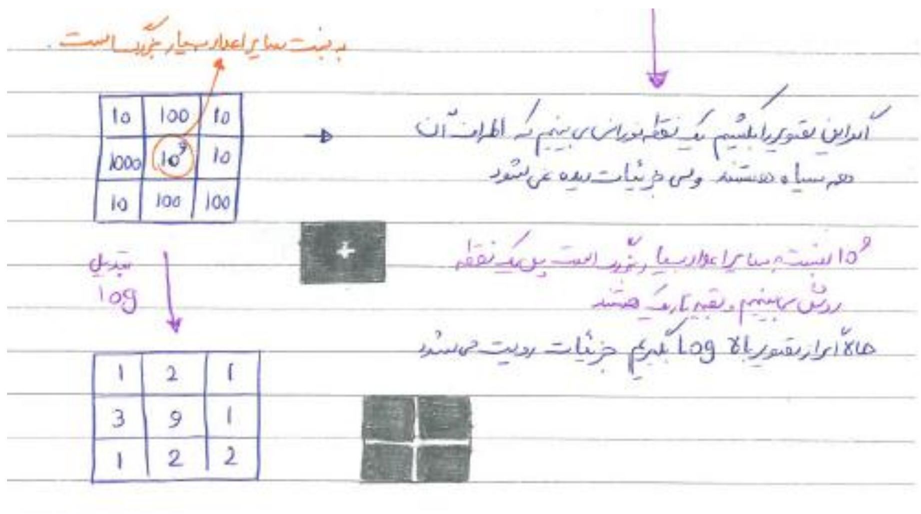
برای قسمت آخر نیز همانطور که گفتیم img2_prime از -4096 تا 4096 تغییر میکند پس در نظر گرفتن vmin=-L_1, vmax=L_1 برای آن به آن معنی است که تمام مقادیر را پوشش میدهد و به این دلیل correct است :



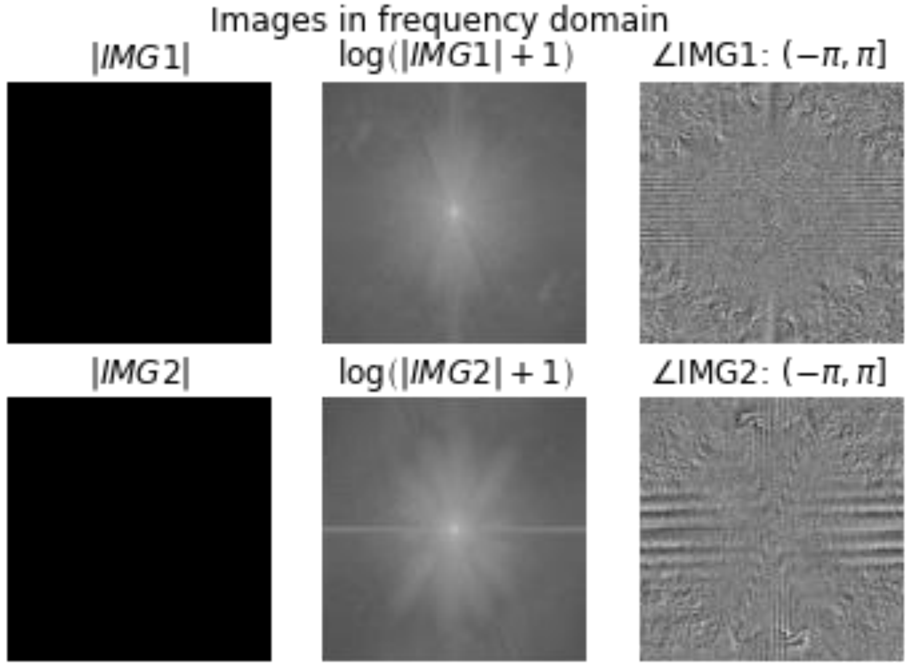
7. با توجه به رابطه زیر برای تبدیل فوریه دو بعدی ، تمام مقادیر پیکسل ها با یکدیگر جمع میشوند تا به ازای مکان های مختلف مقادیر تیدیل فوریه را در زاویه های مختلف بدست آورند . حالا اگر بخواهیم مقدار بیشینه این تبدیل را بدست آوریم باید فرض کنیم تمامی f(x,y) ها مقدار بیشینه یعنی L-1 را دارند و از آنجایی که دامنه exp() یک است بنابراین بزرگترین مقدار در تبدیل فوریه برابر ستون ها * ردیف ها * مقدار ماکسیمم (L-1) است که قطعه کد نوشته شئه در خط 52 نیز همین عمل را انجام میدهد .

$$F(u,v) = \sum_{x=0}^{M-1}\sum_{y=0}^{N-1} f(x,y)\exp\left(-j2\pi\left(\frac{ux}{M}+\frac{vy}{N}\right)\right)$$
$$u = 0, 1, 2, \ldots, M-1 \qquad v = 0, 1, 2, \ldots, N-1$$

8. تبدیل لگاریتم برای مواقعی است که order مربوط به intensity ها خیلی با هم فرق دارد و در اینجا نیز با توجه به قسمت قبل مقادیر تبدیل فوریه از 0 تا 1073479680 = maxI تغییر میکند که بازه ی خیلی بزرگی است . به طور مثال :



حال به بررسی زاویه تبدیل فوریه میپردازیم . به شکل زیر نگاه کنید :



اگر به تصاویری که با استفاده از دامنه تبدیل فوریه بدست آمده اند نگاه کنیم میبینیم جزییات تصویر اصلی و یا بخش های کلی آن با استفاده از این تصویر قابل تشخیص نیست). با این حال ، اهمیت فاز در تعیین خصوصیات شکل مشهود است و میتوان تنها با داشتن اطلاعات فاز و تبدیل فوریه معکوس به تصویر اصلی رسید که این نشان میدهد بسیاری از خصوصیات اصلی تصویر در آن نهفته است . اگرچه اطلاعات شدت از دست رفته است (زیرا این اطلاعات توسط طیف حمل می شود) ویژگی های شکل اصلی در این مورد حفظ شده است .

9. اگر عدد مختلط C = R + j I را فرض کنیم ، مزدوج ان به شکل : C* = R – j I است و به همین ترتیب قرینه مزدوج آن برابر: -C* = - (R – j I) = - R + j I است که مانند آن است که بخش حقیقی عدد C را قرینه کرده باشیم .

10. شکل اول : با توجه به کد متغیر IMG1 مقدار تبدیل فوریه یافته تصویر Thoracic CT 1.dcm را در خود دارد و متغیر IMG1_c مقدار مزدوج این متغیر است که اب تیدیل فوریه معکوس گرفتن از آن قسمت حقیقی مقدار بدست آمده را در img1_c_shifted میریزد که مقدار شدت ها را در حوزه مکان در خود دارد اما از آنجایی که در ابتدا برای تبدیل فویه گرفتن شدت ها را در ماسک انتقال (برای انتقال به مبدا) ضرب کردیم و سپس مقادیری که از L-1 بیشترند را حذف میکنیم (زیرا در ابتدا نیز مقادیر در همین بازه بودند) در انتها باید آنرا به حالت اولیه برگردانیم پس دوباره آن را در این ماسک ضرب میکنیم و مقدار بدست آمده را در img1_c میریزیم . با توجه به جدول 4.1 و 4.3 کتاب با انجام این عملیات در حوزه ی مکان f(-x , -y) را خواهیم داشت که یعنی شدت ها هم نسبت به محور افقی و هم نسبت به محور عمودی قرینه شده اند.

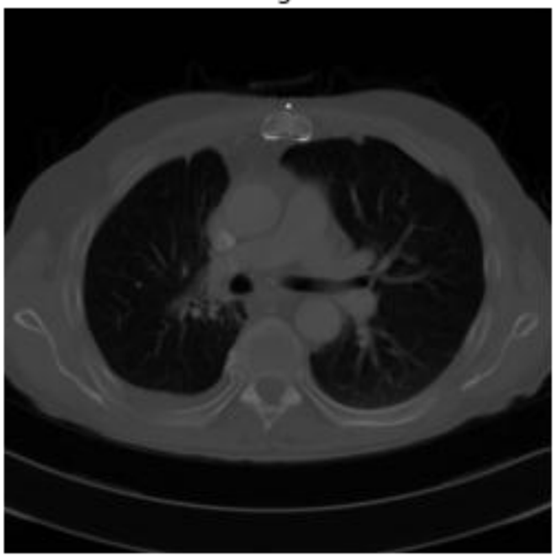
5) $$f(-x, -y) \text{ real} \quad \Leftrightarrow \quad F^*(u, v) \text{ complex}$$

7) $$f^*(x, y) \text{ complex} \quad \Leftrightarrow \quad F^*(-u - v) \text{ complex}$$

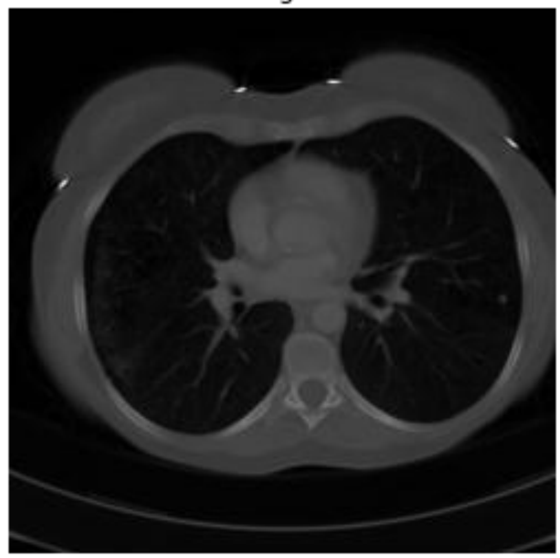
شکل دوم : در اینجا پس از مزدوج کردن تبدیل فوریه تصویر آرا منفی کرده ایم که به ما مقدار -f(-x , -y) را در حوزه زمان میدهد و سپس مقدار حقیقی آنرا جدا میکنیم (زیرا طبق مورد 5 جدول 4.1 هر مقدار موهومی ای نویز محسوب میشود و استاندارد نیست). به همان دلیلی که در قسمت قبل ذکر کردیم این تصویر را در ماسک انتقال ضرب میکنیم اما با اینکار برعکس قسمت قبل شدت هایی که مثبت ب.دند منفی میشوند و منفی ها همان مقدا میمانند پس حالا تمام شدت ها منفی هستند ، برای قابل نمایش کردن آنها

را به اندار طول بازه (L -1) شیفت میئهیم تا از 0 تا L-1 تغییر کنند اما نمیتوان توقع داشت که مانند قسمت قبل شوند زیرا اگر با عملیات بخش قبل مقدار a را برای هر پیکسل بدست می آوردیم حالا با این عملیات مقدار 1-a (داده ها را نرمالایز شده بین 0 و 1 فرض کنید) را بدست می آوریم . پس می توان گفت در اینجا نیز نیست به هر دو محور قرینه شده اما به جای a ، a – (L-1) را دارد و به همین دلیل نیز روشن تر است :

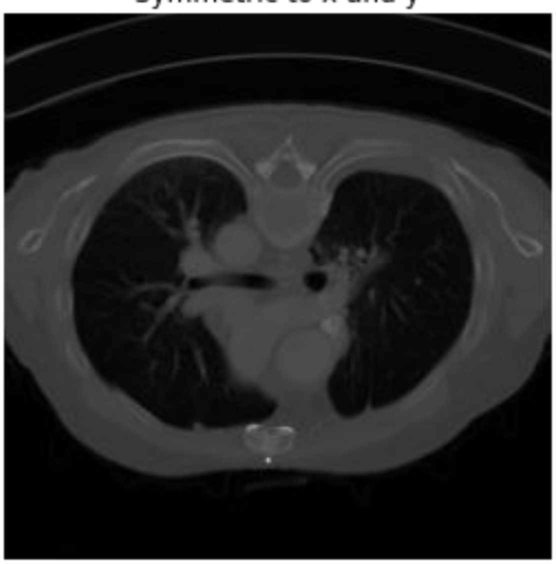
img1



img2



Symmetric to x and y



Complement Symmetric to x and y