

<b>AXLOU TOTH</b> <b>POUR L'INNOVATION</b>	<b>SÉRIE D'EXERCICES</b> <b>N°1</b>	<b>ENCADREUR :</b> <b>DOYEN GADIO</b>
<b>COURS DE VACANCES</b> <b>D'EXCELLENCE</b> <b>SCIENTIFIQUE</b>	<b>CINÉMATIQUE DU</b> <b>POINT MATÉRIEL</b>	<b>NIVEAU : TERMINALE</b> <b>S1/S3</b>

### Exercice 01 :

Une bille  $B_1$  est verticalement lancé vers le haut à partir d'un point O, origine du repère ( $O, \vec{i}$ ) avec une vitesse initiale d'intensité  $V_0 = 15m/s$ , son vecteur accélération  $\vec{a} = -10\vec{i}$ . L'axe Ox est vertical et ascendant.

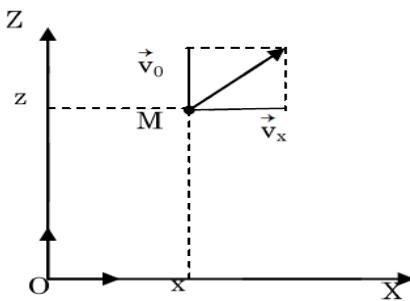
- Ecrire l'équation horaire du mouvement de  $B_1$  en prenant comme origine des temps l'instant du lancement.
  - Quelle est l'altitude maximale atteinte par  $B_1$ ? Quelle est la durée de l'ascension?
  - Une seconde après le départ de  $B_1$ , on lance une deuxième bille  $B_2$  avec une vitesse initiale  $\vec{V}'_0$  ascendante de valeur  $V'_0 = 12m/s$  à partir d'un point A situé à une hauteur  $h_2 = 3m$  au dessus du point O avec la même accélération  $\vec{a} = -10\vec{i}$ .
    - Ecrire l'équation horaire du mouvement  $B_2$  dans le même repère.
    - A quel instant et à quelle altitude  $B_1$  et  $B_2$  se rencontrent-elles?
    - Quelles sont les vitesses de  $B_1$  et  $B_2$  juste avant la rencontre?
    - Dans quel sens évolue chaque bille juste avant le choc?
  - On laisse tomber la bille  $B_1$  en chute libre avec une vitesse initiale nulle sur une profondeur  $h$  dans un puits de mine avec la même accélération  $\vec{a}$ .
    - La durée de la chute est  $t = 7,0s$ . Calculer la profondeur h et la vitesse V avec laquelle la bille arrive au fond du puits.
    - Au bout de combien de temps après le lâcher perçoit-on le bruit du choc au fond du puit.
- N.B : La vitesse du son  $V_{son} = 340m/s$ .

### Exercice 02 :

Une particule assimilée à un point matériel M est en mouvement d'ascension dans l'air (voir figure). Elle possède une vitesse verticale  $V_z = V_0 = \text{constante}$ .

Le vent lui communique une vitesse horizontale  $V_x = \frac{z}{\tau}$  proportionnelle à l'altitude z atteinte,  $\tau$  étant une constante positive. A la date  $t = 0s$ , elle quitte le point O, origine du repère orthonormé ( $O, \vec{i}, \vec{j}$ ).

- Rappeler ce qu'on appelle un point matériel.
- Préciser l'unité de  $\tau$  dans le système international.
- Déterminer les lois horaires du mouvement  $x(t)$  et  $z(t)$  puis en déduire l'équation de la trajectoire.
- Trouver le vecteur accélération de la particule dans le repère ( $O, \vec{i}, \vec{j}$ ).
- Donner les expressions des composantes tangentielle et normale du vecteur accélération en fonction de  $v_0$ ,  $\tau$  et  $z$ .
- Exprimer le vecteur unitaire tangentiel en fonction de  $z$ ,  $\tau$ ,  $v_0$  et des vecteurs unitaires  $\vec{i}$  et  $\vec{j}$  du repère orthonormé.
- On donne  $V_0 = 4m/s$ ;  $\tau = 2$  (S.I), calculer les accélérations tangentielle et normale à  $t = 2s$ . En déduire la valeur du rayon de courbure à cette date.



### Exercice 03 :

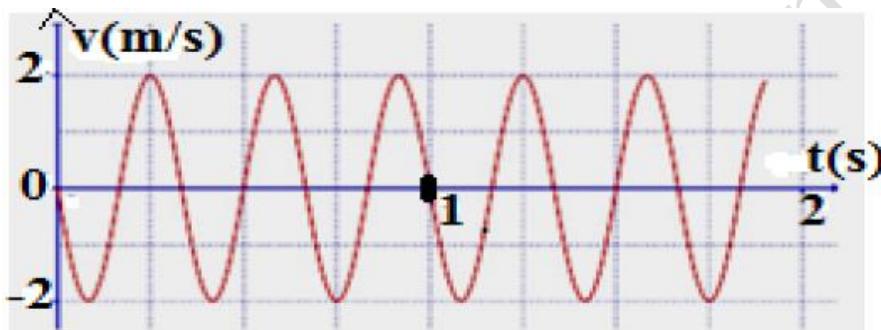
Un mobile M est animé d'un mouvement rectiligne sinusoïdal. Sachant l'équation horaire du mouvement est de la forme

$$x(t) = x_m \cos(\omega_0 t + \varphi).$$

1-) Etablir la relation entre ( $x_m$  et  $V_m$ ) et ( $\varphi_x$  et  $\varphi_V$ ). On donne  $\cos\left(\omega_0 t + \frac{\pi}{2}\right) = -\sin(\omega_0 t)$

2-) Le graphe ci-contre donne les variations de la vitesse V au cours du temps. Déterminer  $T_0$ ,  $V_m$ ,  $\varphi_V$  et  $\omega_0$ . En déduire  $x_m$  et  $\varphi_x$  puis écrire  $x(t)$  et  $V(t)$ .

3-) Calculer  $x$  et  $V$  à  $t = 0s$  et  $t = 1s$ .



### Exercice 04 :

Un obus assimilé à un point matériel est lancé d'un point O origine du repère ( $O, \vec{i}, \vec{j}$ ) avec un vecteur vitesse  $\vec{V}_0$  de norme  $V_0 = 500m/s$ , faisant un angle  $\alpha$  avec le plan horizontal. On néglige la résistance de l'air. Dans tout le problème, on prendra  $\vec{a} = \vec{g} = -10\vec{j}$ .

1-) Etablir l'équation de la trajectoire de l'obus en fonction de  $V_0$ ,  $g$  et  $\tan\alpha$ .

2-) On désire atteindre un point A de coordonnées  $x_A = 8km$  et  $y_A = 1km$ .

3-) Déterminer les valeurs de l'angle  $\alpha$  permettant d'atteindre le point A.

4-) Déterminer les durées de parcours correspondantes.

5-) On désire maintenant atteindre le point B( $x, 0$ ) et on choisit parmi les valeurs de  $\alpha$  celle qui correspond à la durée de parcours minimale.

a-) Calculer la valeur de  $\alpha$  pour  $x = 8km$ .

b-) Par la suite d'une erreur de réglage, on donne à l'angle  $\alpha$  une valeur très peu différente de  $\alpha$  égale à  $\alpha + \delta\alpha$ . Le projectile atteint alors le point B' ( $x + \delta x, 0$ ).

- ✓ Trouver la relation liant  $\delta\alpha$  et  $\delta x$ .
- ✓ Quelle est la valeur minimale de  $\delta\alpha$  sachant que le tir cesse d'être efficace lorsque  $\delta x = 40m$ ? On fera l'application numérique pour  $x = 8km$ .

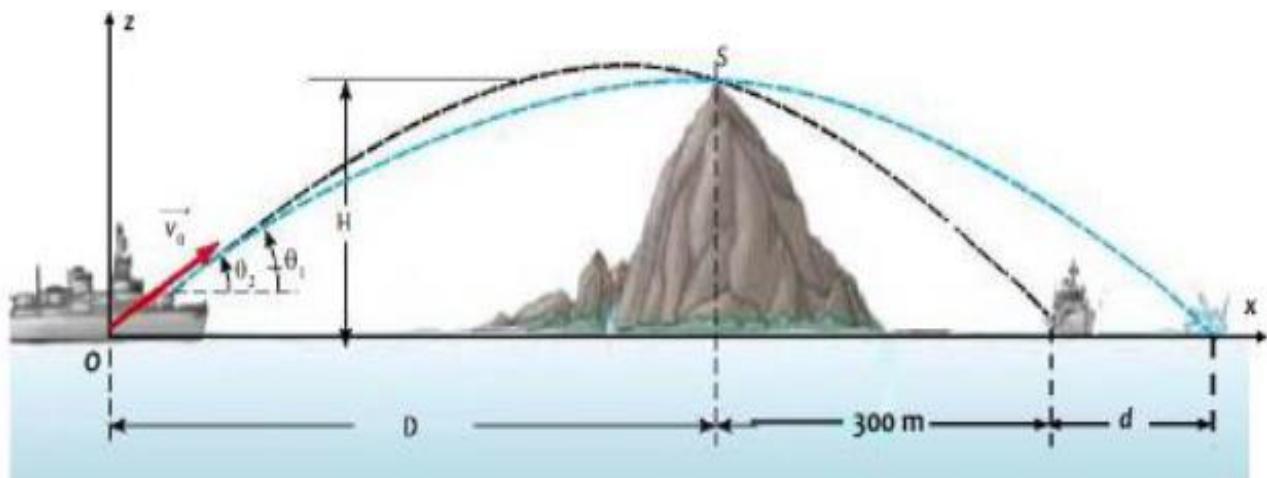
6-) L'obus est maintenant lancé à partir d'un bateau de guerre (U.S MARINE), situé à une distance D du côté ouest d'une île de montagne de hauteur H par rapport au niveau de la mer, qui essaie de bombarder un navire ennemis situé du côté Est derrière la montagne. Le bateau tire l'obus avec une vitesse initiale  $\vec{V}'_0$  faisant un angle  $\theta$  (voir figure ci-dessous), de module  $V'_0$ . On donne :  $D = 2500m$  ;  $H = 1800m$  ;  $V'_0 = 250m/s$  ;  $\vec{a} = -g\vec{j} = -10\vec{j}$

Le navire ennemi est situé à  $d_1 = 300m$  à partir de la montagne. Lorsque l'obus est tiré sous l'angle  $\theta_1$ , celui-ci passe par le point S, sommet de la montagne et de sa trajectoire.

a-) Calculer la valeur de l'angle  $\theta_1$ .

b-) Montrer que le navire ennemi ne peut pas être atteint sous l'angle  $\theta_1$ . A quelle distance d du navire tombe-t-il alors ?

c-) Sous quel angle de tir  $\theta_2$  l'obus doit être tiré pour qu'il atteigne le navire ennemi ?



### Exercice 05 :

On lance une bille (b) vers le haut, dans une gouttière rectiligne inclinée. Dans le repère R ( $O, \vec{i}$ ), le mouvement de (b) est défini par  $\vec{a} = 2\vec{i}$  ;  $\vec{V}_0 = -6\vec{i}$  ;  $\overrightarrow{OM_0} = 5\vec{i}$  avec  $M_0$  la position de la bille à la date  $t = 0s$  par rapport à l'origine O du repère.  $t \geq 0$  et les unités sont dans le système international.

1-) Préciser, en le justifiant, la nature du mouvement de (b).

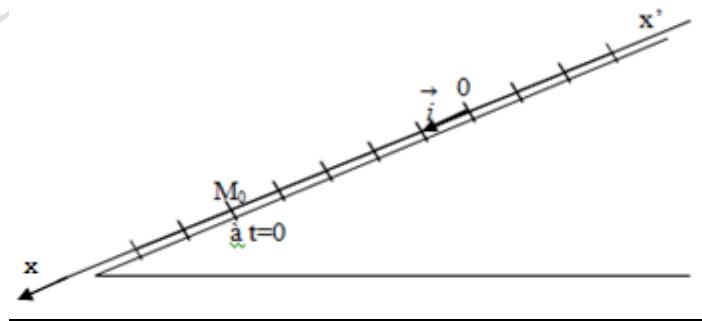
2-) Etablir l'équation horaire  $x(t)$  du mouvement de (b).

3-) A quelle date (b) passe-t-elle par O :

- Au cours de l'ascension ?
- Au cours de la descente ?
- ✓ Donner la valeur de  $V_x$  pour chaque date.

4-) A quelle date (b) est au sommet de sa trajectoire ?

5-) Décrire le mouvement de (b).



### Exercice 06 :

Un mobile est animé d'un mouvement sinusoïdal de période  $T = 0,2s$  à la date  $t = 0s$ . Il passe par l'origine des elongations avec une vitesse de mesure algébrique  $v = 0,4\pi \text{ m.s}^{-1}$ .

1-) Trouver l'amplitude  $X_m$  du mouvement.

2-) Ecrire l'équation horaire du mouvement du mobile.

**Pour vos cours particuliers de l'année scolaire ou à domicile (Maths, PC et SVT), contactez-nous aux**

**78 192 84 64- 78 151 34 44**

- 3-) A quel instant le mobile passe-t-il pour la première fois (après la date  $t = 0$ ) par l'elongation  $x = -2\text{cm}$  en allant dans le sens positif ?  
 4-) Trouver la vitesse et l'accélération du mobile à cet instant.

### **Exercice : 07**

Une échelle AB de longueur L est appuyée contre un mur vertical Oz de vecteur unitaire  $\vec{k}$ . Le pied B de cette échelle glisse sur le sol selon la direction Ox du vecteur unitaire  $\vec{i}$ .

1-) En remarquant que  $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{BM}$ , déterminer l'expression du vecteur position du milieu M de cette échelle  $\overrightarrow{OM} = \vec{r}$  en fonction de L et l'angle  $\theta(t)$  qui varie en fonction du temps t.

2-) Lorsque le point B se déplace, montrer que le milieu M de l'échelle décrit un arc de cercle de rayon  $\frac{L}{2}$  de centré en O.

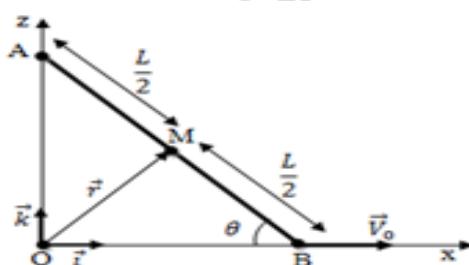
3-) Déterminer l'expression, en fonction de L et de  $\theta(t)$ , des composantes  $V_{MX}$  et  $V_{MZ}$  du vecteur  $\vec{V}_M$  du milieu de l'échelle.

4-) En fait, le pied B de l'échelle s'éloigne du mur à la vitesse constante  $\vec{V}_0$  sur l'axe Ox. Le mouvement de B est donc de la forme :  $X_B(t) = V_0 t$ .

a-) Exprimer  $X_B(t)$  en fonction de L et de  $\theta(t)$  puis exprimer la vitesse angulaire de l'angle  $\theta(t)$  soit  $\dot{\theta}(t) = \frac{d\theta(t)}{dt}$  en fonction de  $V_0$ , L et  $\theta$ .

b-) Montrer que l'expression du module du vecteur vitesse du milieu M de l'échelle est telle que :

$$V_M(t) = \frac{L V_0}{2 \sqrt{L^2 - X_B^2}}.$$



### **Exercice 08 :**

Un mobile est animé d'un mouvement sinusoïdal sur un segment AB, de longueur  $l = 4\text{cm}$ , centré en O confondu avec l'origine des abscisses ( $x = 0$ ). A la date  $t=0$  le mobile est au point O et il se déplace vers les abscisses croissantes. 0,2s après il revient en O pour la première fois.

1-) Déterminer l'équation horaire du mouvement sachant qu'elle peut se mettre sous la forme :  $x(t) = x_m \cos(\omega t + \varphi)$ .

2-) Montrer que à chaque instant la relation suivante est vérifiée :  $\dot{x}^2 = V^2 = \omega^2(x_m^2 - x^2)$ . En déduire la valeur algébrique de la vitesse du mobile lorsqu'il passe pour la deuxième fois (après la date  $t = 0$ ) à la position  $x = 1\text{cm}$ .

3-) Le mouvement est-il accéléré ou retardé lorsque le mobile passe en  $x=1\text{cm}$  pour la deuxième fois ? Justifier.

4-) A quelle date le mobile passe pour la deuxième fois en  $x=1\text{cm}$  ?

5-) Calculer la distance totale parcouru par le mobile au bout d'un temps  $t = 4T$  où T est la période du mouvement.

### **Exercice 09 :**

Un mobile ponctuel A se déplace dans un plan muni d'un repère orthonormé Oxy et possède la trajectoire d'équation :  $x^2 + y^2 - 4x - 2y - 4 = 0$ . x et y sont exprimés en mètres.

1-) Donner la nature de la trajectoire.

2-) Représenter la trajectoire dans le repère Oxy : échelle 1 cm pour 1,5 m.

3-) Le mobile se déplace dans le sens trigonométrique (contraire au sens de rotation des aiguilles d'une montre) à la vitesse constante  $V_0=2\text{m.s}^{-1}$ . Calculer les coordonnées  $V_x$  et  $V_y$  de son vecteur vitesse  $V_0$  au point  $M_1$  d'abscisse  $x_1 = -1$  puis au point  $M_2$  d'abscisse  $x_2 = 5$ .

4-) Quelles sont les composantes du vecteur accélération aux points  $M_1$  et  $M_2$  du mobile ?

5-) Un autre mobile B considéré comme ponctuel se déplace sur la même trajectoire que le mobile A. A l'origine des dates, le mobile A est au point  $M_2$  et le mobile B au point  $M_1$ . Les deux mobiles se déplacent dans le même sens.

Le mouvement du mobile A est uniforme de vitesse  $V_0$ , celui du mobile B est uniformément accéléré. A l'origine des dates, la vitesse du mobile B est nulle. L'accélération tangentielle de B sera notée  $a_T$ .

a-) Déterminer la valeur de  $a_T$  pour que, à l'instant où A et B se rejoignent, leurs vitesses soient égales.

b-) A quelle date a lieu le rattrapage ? En quel lieu a eu ce rattrapage par rapport aux positions initiales ?

### **Exercice 10 :**

Lors des régates en mer, calculer la distance minimale entre deux navires, déterminer le cap en tenant compte du vent, font partie des opérations les plus courantes reliées sur un skipper. A la date  $t=0\text{s}$ , les deux navires d'Assane et de Boubacar (on les appellera respectivement A et B dans la suite de l'exercice) sont situés sur le même méridien. A étant à la distance  $D=16\text{Km}$  au nord de B. on assimilera les deux navires à des corps ponctuels.

- ✓ A se dirige vers l'Est à la vitesse  $V_A = 18\text{Km/h}$
- ✓ B se dirige vers le Nord à la vitesse  $V_B = 36\text{Km/h}$

La surface de la mer peut, en première approximation, être assimilée, dans ce cas à un plan horizontal.

1-) Faire un schéma représentant à l'instant initiale les positions des deux navires et de leurs vecteurs vitesses  $\vec{V}_A$  et  $\vec{V}_B$  en choisissant judicieusement votre échelle.

2-) On considère le repère orthonormé Ox, Oy, avec O confondu avec la position initiale de B : Ox est orienté vers l'Est et Oy vers le Nord. Donner les coordonnées de A et B à l'instant de date t. En déduire l'expression de la distance  $\Delta$  entre les deux navires à cet instant telle que  $\Delta = \|\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA}\|$ .

3-) A quel instant  $t_1$  la distance  $\Delta$  entre les deux navires sera-t-elle minimale ?

4-) En déduire la valeur de la distance minimale notée  $\Delta_{min}$  entre les deux navires.

5-) B veut rejoindre A. Au lieu d'aller vers le Nord, il change de cap : sa direction fait alors un angle  $\theta$  avec le méridien et sa vitesse devient en module :  $V'_B = V_B \cos \theta$  avec ( $\theta < 60^\circ$ ).

a-) Quel cap doit prendre Boubacar ?

b-) A quel instant  $t'_1$  B rejoint-il A.

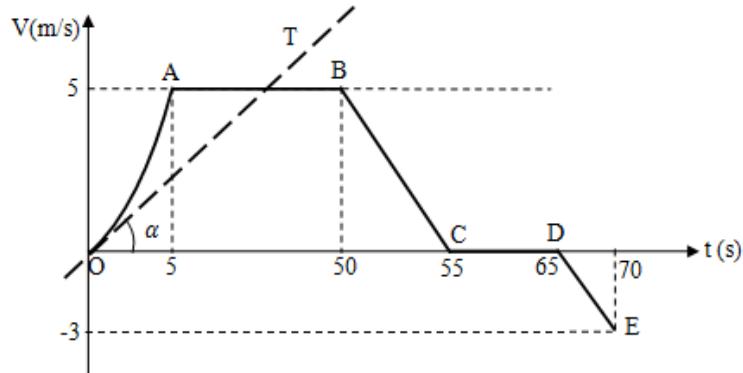
c-) Déterminer alors les coordonnées du point H de rencontre des deux navires.

### **Exercice 11 :**

On donne ci-dessous le diagramme de la vitesse d'un mouvement rectiligne suivant un axe OX.

- ✓ OA est assimilable à une branche de parabole
- ✓ OT est la tangente à l'origine du graphe représenté par OA et on donne  $= \frac{2}{5}$ .
- ✓ AB est une droite parallèle à l'axe de abscisses
- ✓ BC est un segment de droite
- ✓ CD est un segment de droite
- ✓ DE est un segment de droite

- 1-) Déterminer l'équation horaire de la vitesse pour chaque phase.
- 2-) Ecrire l'équation horaire de la position pour chaque phase en prenant comme origine des dates l'instant où le mobile est en O et comme origine des espaces le point O.
- 3-) Déterminer les équations horaires de l'accélération pour chaque phase. Représenter le diagramme des accélérations.



### Exercice 12 :

Un train A démarré en gare avec une accélération  $a_0 = 1m/s^2$  après avoir parcouru une distance  $d = 1000m$ , il croise un autre train B qui roule à la vitesse constante  $V_B = 108km/h$ . Un observateur fixe placé en un point N situé à l'avant du train A voit passer le train B devant lui pendant un temps  $\Delta t = 3s$ .

- ✓ Soit M un point lié à l'arrière du train du train A
- ✓ Soit N un point lié à l'avant du train A
- ✓ Soit P un point lié à l'avant du train B
- ✓ Soit Q un point lié à l'arrière du train B
- ✓ Soit D la distance qui sépare l'arrière du train A et l'avant du train B à l'instant initial.
- ✓  $L_A$  la longueur du train A.

La distance parcouru  $d$  est la distance qui sépare les positions du point N entre l'instant initiale  $t = 0$  et l'instant de croisement  $t_1$ . On choisira un repère  $R(O, \vec{t})$  d'axe  $ox$  orienté dans le sens du mouvement de A et dont l'origine des espaces coïncide avec la position M à l'instant initiale ( $t = 0$ ) de démarrage du train A.

1-) Etablir l'équation horaire du mouvement du point N lié au train A.

2-) Déterminer la date  $t_1$  de croisement des deux trains et en déduire la vitesse du train A à cet instant.

3-) Etablir l'équation horaire du point P situé lié au train B.

4-) Quelle est la longueur  $L_B$  du train B.

5-) La longueur  $L_A$  du train A étant  $L_A = 400m$ , pendant combien de temps l'observateur placé au point Q (queue du train B) verra-t-il le train A.

**N.B :** Les mouvements sont rectilignes et les rails parallèles.

### Exercice 13 :

Djidula, un héros légendaire ayant refusé de saluer le commandant Fioklou fut condamné par ce dernier à traverser d'une flèche une pomme placée sur la tête de son fils. On assimilera la flèche à sa pointe G et la pomme à son centre d'inertie A. On négligera les frottements et on donne  $\vec{a} = -10\vec{j}$ .

Djidula est placé à une distance  $D = 50m$  de son fils, avec un vecteur vitesse initial (voir figure).  $\vec{V}_0$  fait un angle  $\alpha$  avec l'horizontale. A l'instant initiale les coordonnées de  $\overrightarrow{OG}_0 = 1,5\vec{j}$ . Le centre d'inertie A de la pomme a pour coordonnées  $x_A = 50m$  et  $y_A = 0,9m$

1-) Etablir les équations paramétriques du mouvement de G.

2-) En déduire l'équation de la trajectoire.

3-) On donne la norme de la vitesse initiale  $V_0 = 25m/s$

a-) Montrer qu'il existe deux angles de tir  $\alpha_1$  et  $\alpha_2$  de  $\alpha$  pour atteindre A.

b-) Vérifier que ces deux angles sont complémentaires.

4-) Quelques jours plus tard, Djidula aperçoit l'infâme Fioklou sur le toit d'un immeuble. Il décide de l'abattre pour se venger. Fioklou sera assimilé à une cible ponctuelle B de coordonnées  $X_B = D = 50m$ ,  $Y_B = H = 40m$ ; il sera abattu si la flèche l'atteint avec une vitesse minimale  $V' = 100Km/h$

a-) Djidula lance la flèche à partir de  $G_0$  avec une vitesse initiale  $\vec{V}_0'$  faisant un angle  $\alpha$  avec l'horizontale et de norme  $V'_0 = 152km/h$ . Pourra-t-il atteindre son objectif ? Justifier votre réponse.

b-) Sous quel(s) angle(s) de tir doit-il opérer ?

5-) Mortellement touché, Fioklou laisse échapper sans vitesse initiale, une balle de tennis. La balle va heurter le sol situé à  $H = 40m$  plus bas. La balle est soumise à une accélération  $\vec{a}_0 = -10\vec{j}$ . La balle se met à bondir verticalement de sorte que la hauteur de chaque rebond soit égale à  $e = 0,64$  fois la hauteur du précédent rebond. En choisissant un axe OZ vertical et ascendant. Le point O est l'origine de l'axe et coïncide avec le sol horizontal. L'instant où Fioklou lâche la balle de tennis est pris comme origine des dates.

a-) Etablir l'équation horaire  $z(t)$  de la balle de tennis.

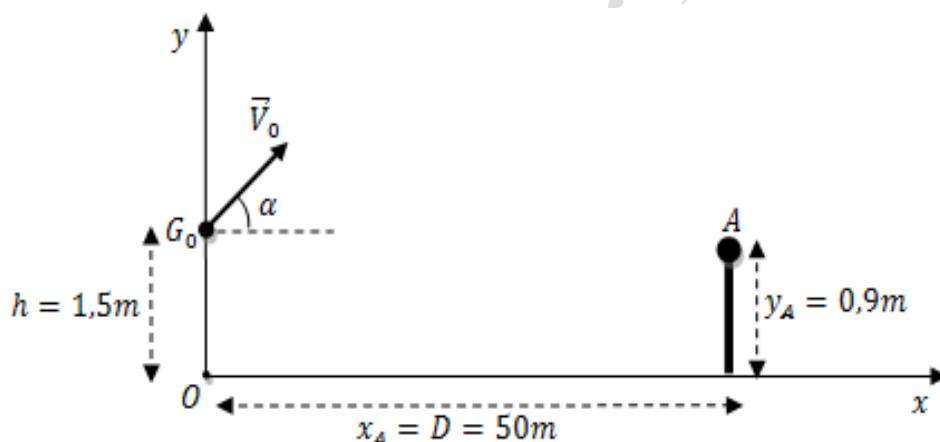
b-) Quel temps  $\theta_0$  met la balle pour arriver au sol juste avant le premier rebond.

c-) Quelle est la durée  $\theta_1$  que met la balle après le premier pour monter et descendre ?

d-) Faire le même calcul pour déterminer  $\theta_n$  après le  $n^{ième}$  rebond.

e-) Quelle durée totale  $\tau$  met la balle depuis son lâcher jusqu'à la fin du  $n^{ième}$  rebond.

f-) En déduire que la suite de rebonds infinie a une durée finie que l'on déterminera.



« L'intelligence, c'est la faculté de s'adapter aux changements. »  
Stephen Hawking (1942-2018)