Algorytmy i struktury danych, pracownia specjalistyczna, studia stacjonarne, zestaw zadań nr 2
Krzysztof Ostrowski

**Ćwiczenia rekurencji/strategii „dziel i zwyciężaj”. Należy:**

1) **zaprojektować i zaimplementować rozwiązanie problemu określonego w opisie zadania w postaci funkcji rekurencyjnej/stosując „dziel i zwyciężaj”**
2) **Określić pesymistyczną złożoność czasową rozwiązania**

## Problem 1 - Mapa

Na pewnej nowo odkrytej planecie wykonano zdjęcia satelitarne i sporządzono cyfrową mapę terenu. Wyróżniono na niej obszary lądowe oraz wodne (rzeki jak i zbiorniki wodne). Na podstawie zebranych danych postanowiono zbadać charakterystykę terenu, ze szczególnym uwzględnieniem rzek i wysp. Dane są dużych rozmiarów i niezbędne do tego jest specjalistyczne oprogramowanie. Mapa obszaru to prostokątny obszar z trzema rodzajami pikseli: ‘x’ oznacza ląd, ‘o’ oznacza wodę stojącą, a ‘u’ oznacza rzekę. Spójnym obszarem lądowym nazywamy piksele połączone ze sobą w jednym z 8 kierunków mapy (góra, dół, prawo, lewo i skosy). Z kolei spójny obszar wodny to piksele połączone ze sobą przynajmniej w jednym z 4 kierunków (góra, dół, lewo, prawo). Wyspą nazywamy spójny obszar lądowy z każdej strony otoczony wodą stojącą (czyli nie stykający się z krawędzią mapy), na mapie nie ma rzecznych wysp. Z kolei rzeki na mapie zawsze mają szerokość 1 piksela (z wyjątkiem ujść jednej do drugiej) i zawsze kończą swój bieg w zbiorniku wody stojącej lub w innej rzece. Ponadto, rzeki nie rozgałęziają się na równoległe koryta (jak Narew), nie tworzą delt i nie ma ich na wyspach. Napisz program, który dokona analizy danych i znajdzie największą wyspę i najdłuższą rzekę (mierzoną od ujścia do najdalszego źródła).

**Wejście:**
W pierwszym wierszu wejścia podane są liczby *n*, *m* (3<=*n*, *m*<=1000) oznaczające liczbę kolumn i liczbę wierszy mapy. W kolejnym *m* wierszach podanych jest po *n* pikseli mapy.

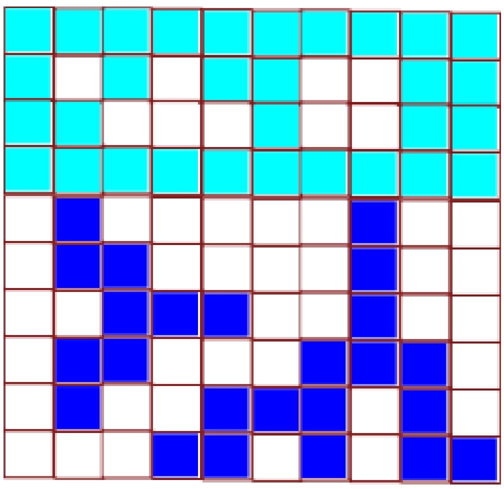
**Wyjście:**
W jedynym wierszu wyjścia mają się pojawić 2 liczby oznaczające odpowiednio powierzchnię największej wyspy i długość najdłuższej rzeki.

**Przykład:**

Wejście:
```
10 10
oooooooooo
oxoxooxxoo
ooxxxoxxoo
oooooooooo
xuxxxxxuxx
xuuxxxxuxx
xxuuuxxuxx
xuuxxxuuux
xuxxuuuxux
xxxuuxuxuu
```

Wyjście
```
5 10
```

Rysunek do przykładu



## Problem 2 - Królewskie przyjęcie

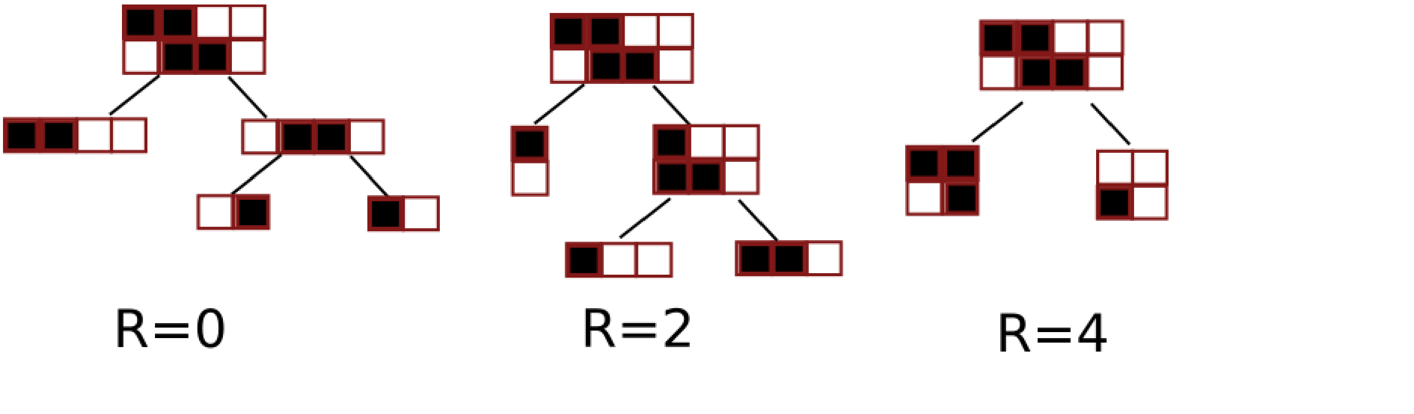
Władca pewnego kraju co rok organizuje wielkie przyjęcie. W kraju tym wszyscy są entuzjastami czekolady, a specjalnie na przyjęcie przygotowywana jest duża, prostokątna tabliczka, którą dzieli się między wszystkich mieszkańców. Niektóre kawałki to są białe, a niektóre czarne. Pod koniec uroczystości król łamie wielką czekoladę na 2 kawałki – podział odbywa się wzdłuż jednej z poziomych lub pionowych bruzd. Następnie wręcza te dwa kawałki wybranym podwładnym, a ci dzielą je dalej w analogiczny sposób. Każdy gość chce zasmakować obu rodzajów czekolady, a więc podziału fragmentu czekolady można dokonać tylko w taki sposób, by nowo powstałe części nie były jednokolorowe (gdy taki podział nie istnieje, fragment nie jest dalej dzielony, w przeciwnym wypadku fragment musi być dzielony dalej). Wszyscy zauważyli, że dzielić czekoladę można na różne sposoby, a zależy to od doboru linii podziału tabliczki lub jej fragmentów. Król ogłosił konkurs: kto wyznaczy najbardziej zrównoważony podział czekolady (pod względem równowagi kawałków różnych kolorów), ten dostanie nagrodę. Tym razem nie chodzi jednak o rękę królewny (król ma bowiem syna), ale o stanowisko królewskiego doradcy. Władca ceni sobie ludzi błyskotliwych. A czy Ty z pomocą komputera wygrałbyś konkurs?

**Wejście:**
W pierwszej linii wejścia podane są dwie liczby całkowite *n* i *m* (1<=*n*, *m*<=10) oznaczające wymiary tabliczki czekolady (liczbę kolumn i liczbę wierszy). W kolejnych *m* liniach znajduje się po *n* znaków, które oznaczają rozkład kawałków białych i czarnych na tabliczce. Znak 'b' oznacza biały kawałek, a znak 'c' czarny kawałek.

**Wyjście:**
W jedynej linii wyjścia ma się znaleźć liczba *R* odpowiadająca najbardziej zrównoważonemu podziałowi czekolady. Podczas każdego łamania czekolady, liczba kawałków białych i czarnych w nowo powstałych fragmentach może się różnić. Jeżeli tak się dzieje, to te różnice są doliczane do liczby *R* – jest ona więc sumaryczną wartością wszystkich dysproporcji w kawałkach powstałych w czasie podziału czekolady. *R* równe zero odpowiada idealnemu podziałowi czekolady – przy każdym łamaniu nowo powstałe kawałki mają tyle same białych i czarnych fragmentów.

**Przykład:**
Wejście:
4 2 //tabliczka czekolady o rozmiarze 4x2
ccbb
bccb
Wyjście
0 //najbardziej optymalny podział jest idealnie zrównoważony

Na rysunku poniżej trzy sposoby podziału czekolady (wraz z odpowiadającymi im liczbami *R*). Przykładowo ostatni sposób dzieli czekoladę na dwa fragmenty: każdy z nich ma dysproporcję kawałków różnego koloru równą 3:1 (różnica równa 2). Suma tych różnic daje nam 4. Dalszy podział nowo powstałych fragmentów nie jest możliwy (w wyniku podziału powstałyby kawałki o jednolitym kolorze).



# Problem 3 - Lochy

W pewnym państwie rządził dobry i sprawiedliwy król. Uczciwych ludzi nagradzał, natomiast złych karał. Najsurowszą karą było wtrącenie do więzienia. Nie było to jednak zwykłe więzienie, lecz wykute w skałach, podziemne lochy z komorami dla skazanych. Każda cela ma kwadratową podłogę (o powierzchni 1 $m^2$) i sufit położony 5 metrów wyżej, jednak nie ma ścian. Więzienie można przedstawić jako prostokąt o rozmiarze *n* na *m*, który posiada *n*m* komór. Więzienie jest ograniczone z 4 stron skałami, w których zostało wykute (dotyczy to cel położonych na brzegach). Co więcej, komory mogą być wykute na różnej głębokości. W związku z brakiem ścian, komory mogą nie być od siebie odseparowane: jeśli dwie sąsiednie cele są wykute na tej samej lub podobnej głębokości (podłoga jednej z komór powyżej podłogi drugiej komory, ale poniżej jej sufitu), to między nimi istnieje fragment wolnej przestrzeni. W przeciwnym razie, gdy głębokości dwóch sąsiednich cel znacznie się różnią, są one od siebie odseparowane skałami, w których zostały wydrążone. W jednej z cel odbywa wyrok pewien słynny rozbójnik. Już w momencie skazania rozmyślał on nad planem ucieczki. Mieli mu w tym pomóc jego kompani, którzy byli na wolności i uciekali skuteczniej od ręki sprawiedliwości. Plan zakładał przekopanie się pod ziemią. Wszystko było dopięte na ostatni guzik... Niestety w dniu planowanej akcji okolicę nawiedziło silne trzęsienie ziemi. Zmodyfikowało ono przepływ wód podziemnych. Rozbójnik zauważył, że ze skalnej podłogi w jego celi zaczyna wypływać woda. On, skrępowany, nie będzie w stanie nawet pływać i może utonąć, gdy poziom wody w jego komorze osiągnie metr! Błyskawicznie ocenił tempo z jakim woda wpływa do lochu. Za ile czasu utonie? Wiadomo, że wszystkie cele (z wyjątkiem leżących na brzegach lochu) mają po osiem sąsiednich cel (cztery po bokach i cztery na skosach). Woda zawsze dąży do wyrównania swego poziomu w komorach, w których występuje (chyba, że ogranicza ją sufit). Wiadomo, że natychmiast spływa ona z danej komory do niżej położonych sąsiednich komór jeśli jej podłoga leży niżej niż sufit sąsiednich cel. Woda może również przelewać się z danej celi do sąsiednich wyżej położonych komór, jeżeli poziom wody w danej komorze wystarczająco się podniesie (powyżej podłogi sąsiednich cel). Gdy sąsiednie komory leżą na takiej samej wysokości, to będą one wypełniać się wodą tak samo szybko. Napisz program, który oceni ile wody musi napłynąć, by rozbójnik utonął.

**Wejście:**
W pierwszej linii zestawu danych podane są liczby *n* i *m* (1 <=*n*, *m*<=200) oznaczające wymiary prostokątnego więzienia. W kolejnych *n* wierszach podane jest po *m* liczb całkowitych oddzielonych spacjami i oznaczających głębokość pod ziemią danej komory (a dokładnie położenie jej sufitu). Głębokość przedstawiona w metrach jest liczbą całkowitą należącą do przedziału <1, 1000>. W ostatnim wierszu znajdują się dwie liczby całkowite *i* oraz *j* (1 <= *i*<=*n*, 1<=*j*<=*m*) oznaczające położenie komory rozbójnika (*i* - numer wiersza, *j* - numer kolumny).

**Wyjście:**
Na wyjściu ma się pojawić liczba całkowita oznaczająca ilość wody (w $m^3$), której napłynięcie spowoduje utonięcie rozbójnika.

**Przykład 1:**

Wejście:
```
4 4
8 8 5 5
9 8 3 3
2 2 2 2
2 2 2 2
1 1
```

Wyjście:
```
5
```

**Przykład 2:**

Wejście:
```
3 3
1 3 5
6 9 8
1 1 3
1 1
```

Wyjście:
```
24
```