1. ПОСТРОЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ДЛЯ ЭКОНОМИЧЕСКИХ ЗАДАЧ

Основа построения экономических моделей в виде ЗЛП - это, прежде всего, правильный выбор параметров экономической задачи (или некоторого процесса), через которые требуемая цель выражалась бы в виде линейной целевой функции, а ограничения на процесс записывались бы в виде системы линейных уравнений или неравенств.

1.1. Задача планирования производства продукции (ЗЛП на максимизацию).

Некоторое предприятие в течение планового периода выпускает 2 вида продукции, например, табуретки и стулья. При их производстве используются три вида ресурсов. Данные по их расходу на выпуск одного изделия, запасы ресурсов, а также прибыль от реализации единицы продукции приведены в таблице. Требуется спланировать количество выпускаемых табуреток и стульев таким образом, чтобы *при данных условиях производства полученная прибыль была максимальна.* Итак, цель задачи - получение максимальной прибыли. Выберем в качестве параметров, характеризующих процесс планирования производства продукции, число выпускаемых табуреток (переменная x_1) и выпускаемых стульев (переменная x_2). Выразим через выбранные неизвестные суммарную прибыль от реализации всей продукции

	Табуретка	Стул	Запас ресурса
Ресурс 1	4	6	24
Ресурс 2	3	2	12
Ресурс 3	1	1	8
Прибыль	4	5	

$$f(x_1, x_2) = 4x_1 + 5x_2$$

Она включает в себя прибыль от реализации всех табуреток ($4x_1$) и выпускаемых стульев ($5x_2$). Цель задачи (максимизация прибыли) запишется в виде

$$f(x_1, x_2) = 4x_1 + 5x_2 \to \max$$

Перейдем к формулировке ограничений. Структура всех трех ограничений одинакова

$$\boxed{\text{РАСХОД РЕСУРСА}} \quad \le \quad \boxed{\text{ЗАПАС РЕСУРСА}}$$

Теперь остается выразить полный расход ресурса через выбранные неизвестные x_1 и x_2. Так, расход ресурса первого вида на выпуск всех табуреток составит $4x_1$ единиц, а на выпуск всех стульев $6x_2$ соответственно (см. первую строку таблицы). В сумме это даст полный расход ресурса первого вида и ограничение примет вид линейного неравенства

$$4x_1 + 6x_2 \le 24$$

Аналогично запишутся ограничения по второму и третьему видам ресурсов

$$3x_1 + 2x_2 \le 12$$

$$x_1 + x_2 \le 8$$

Объединяя их в систему получим

$$\begin{cases} 4x_1 + 6x_2 \le 24 \\ 3x_1 + 2x_2 \le 12 \\ x_1 + x_2 \le 8 \end{cases}$$

Далее, исходя из смысла введенных переменных, (число производимых изделий не может быть отрицательным) на них необходимо наложить **ограничения неотрицательности**.

$$x_1 \ge 0, x_2 \ge 0$$

Окончательно выпишем математическую модель задачи в форме ЗЛП.

$$f(x_1, x_2) = 4x_1 + 5x_2 \to \max$$

$$\begin{cases} 4x_1 + 6x_2 \le 24 \\ 3x_1 + 2x_2 \le 12 \\ x_1 + x_2 \le 8 \end{cases}$$

$$x_1 \ge 0, x_2 \ge 0$$

Полученная модель может изменяться за счет изменения как условий производства, так и условий реализации продукции. Например, при изменении условий реализации изменятся и коэффициенты в целевой функции. При изменении запасов ресурсов изменятся правые части в системе ограничений. При учете новых условий производства система ограничений дополнится новыми уравнениями или неравенствами.

После решения поставленной ЗЛП переменные x_1 и x_2 укажут плановое количество табуреток и стульев для получения максимальной прибыли, а разность между правой и левой частями каждого неравенства даст остаток ресурса каждого вида.

1.2. Задача о составлении оптимального рациона (ЗЛП на минимизацию)

Предположим, что в дневной рацион животных должны входить питательные вещества двух видов в количестве, заданном в таблице. Имеется возможность составлять рацион из кормов двух видов, для которых задано содержание питательных веществ в единице корма и

	Корм 1	Корм 1	Пит. в-в в рац.
Пит. в-во 1	2	1	12
Пит. в-во 2	6	4	30
Цена корма	5	2	

цена одной единицы каждого из видов кормов. При удовлетворении условий по необходимому содержанию питательных веществ в данном рационе требуется достичь его **минимальной стоимости**.

Пусть x_1 и x_2 - содержание в данном рационе единиц корма 1-го и 2-го вида соответственно. Общую стоимость дневного рациона запишем, используя цены на корма:

$$f(x_1, x_2) = 5x_1 + 2x_2 \rightarrow \min$$

Ограничения имеют следующую структуру:

$$\boxed{\text{содержание пит. веществ в рационе}} \geq \boxed{\text{min кол-во пит. в-в.}}$$

Используя для записи левой части введенные неизвестные, получим

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 \geq 12 \\ 6x_1 + 4x_2 \geq 30 \end{cases}$$

Добавив к полученным ограничениям условия неотрицательности (x_i равно нулю, если корм i не используется в рационе), окончательно запишем ЗЛП.

$$f(x_1, x_2) = 5x_1 + 2x_2 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 \geq 12 \\ 6x_1 + 4x_2 \geq 30 \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

- В приведенных примерах все ограничения имеют вид линейных неравенств. Это, так называемые, **нежесткие ограничения** (ресурс может быть израсходован полностью, а может и частично). Однако можно ставить и жесткие ограничения в виде линейных уравнений. Так, в первом примере, требование полного использования ресурса 1-го вида приводит к ограничению: $4x_1 + 6x_2 = 24$

•