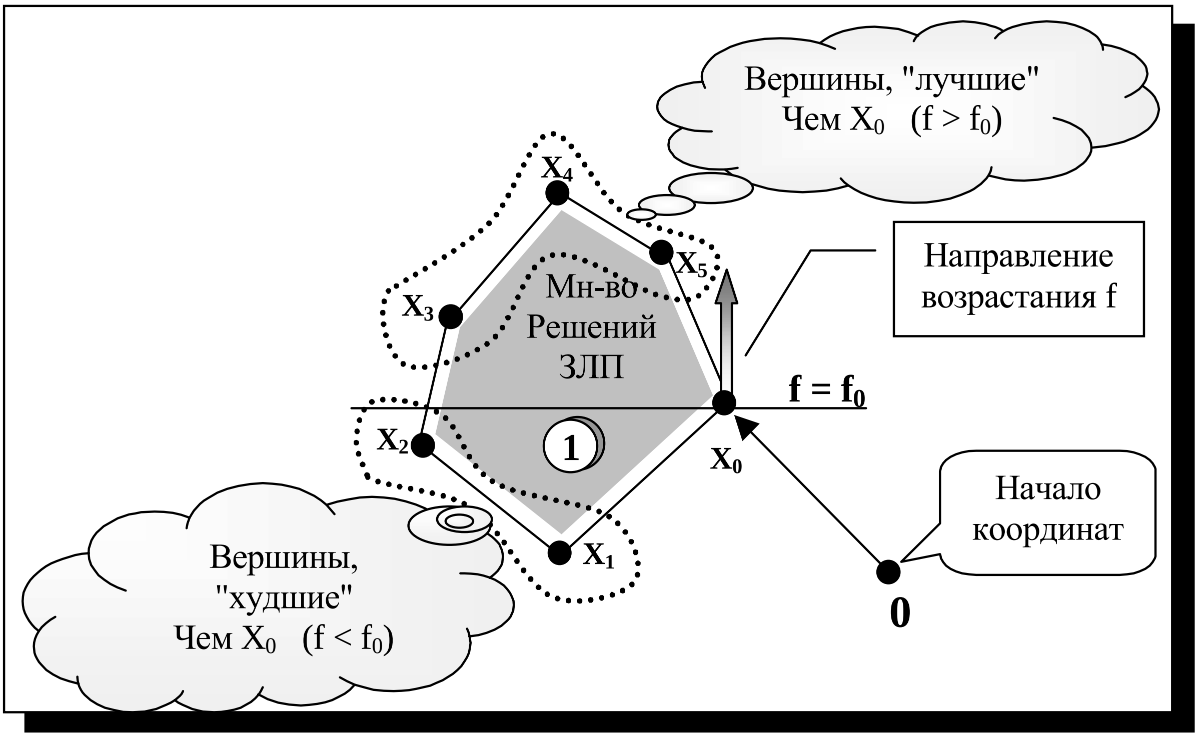
3.2. Геометрическая идея симплекс-метода

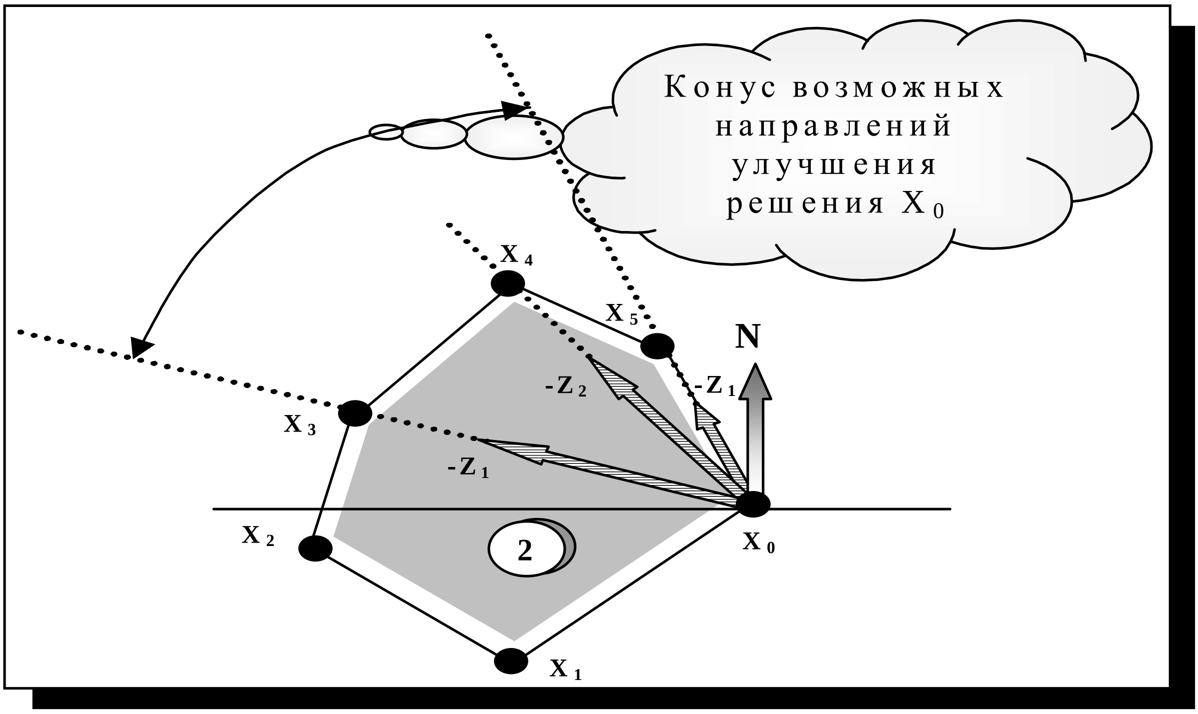
Идея состоит в том, чтобы вершины множества решений (базисные решения) перебирать направленно.

①. Пусть мы находимся в некоторой вершине множества решений x_0 (имеем некоторое базисное решение ЗЛП). Для определенности будем рассматривать ЗЛП на max. Тогда все вершины разделятся на две части: "лучшие", чем x_0 (значение целевой функции в них больше, чем $f(x_0)=f_0$) и "худшие", чем x_0 (с меньшим, чем f_0 значением целевой функции (см. рис.)).



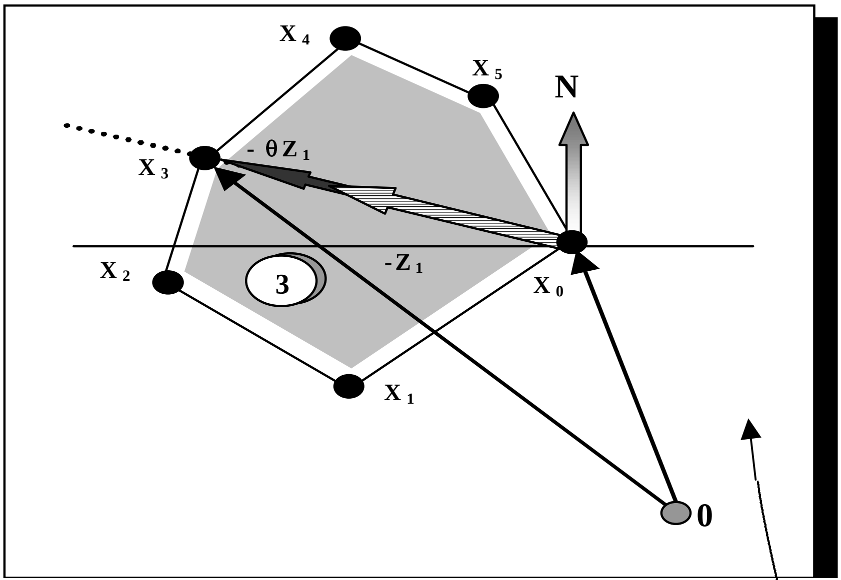
В симплекс-методе каждый раз осуществляется переход к одной из "лучших" вершин (вершины "худшие", чем x_0, как бы заранее отсекаются). Все начинается с того, что для текущей вершины проверяется условие (критерий) оптимальности (т.е. имеются ли вершины "лучшие", чем x_0). Если таких вершин нет, то имеющееся решение оптимально.

②. В противном случае определяются <u>направления на “лучшие” вершины</u> (здесь $-z_1$, $-z_2$, $-z_3$), которые образуют конус возможных

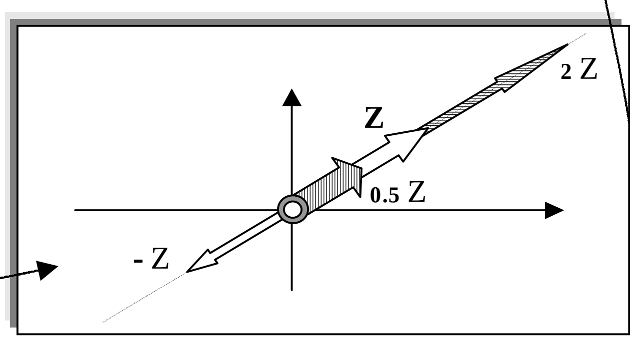


направлений улучшения текущего решения x_0.

③. Далее выбирается одно из направлений улучшения решения (например $-z_1$). <u>С помощью положительного числового коэффициента θ вектор $-z_1$ растягивается (или сжимается)</u> таким образом, чтобы вектор $-\theta z_1$ “упирался” в “лучшую” вершину (здесь x_3).



• Умножение вектора на число θ >1 геометрически представляет растяжение вектора в θ раз, если же θ <1, то умножение на θ сжимает вектор в θ раз (см. рис.) •

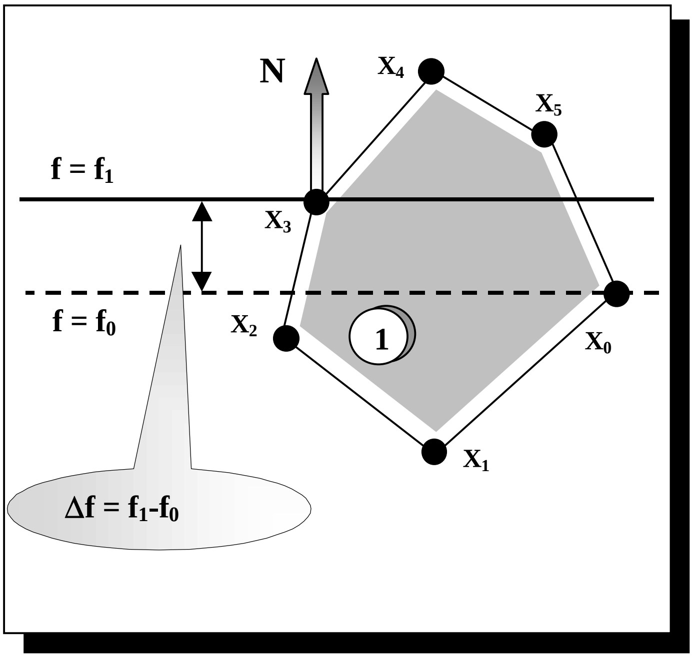


После выбора <u>переход к “лучшей” вершине совершается по правилу</u> (см.рис.)•

$$x_3 = x_0 - \theta \cdot z_1$$

Теперь в качестве текущего решения имеем вершину x_3 , в которой значение целевой функции больше, чем в предыдущей вершине x_0.

$$f(x_3) = f_1 > f_0 = f(x_0)$$



“Скачок” целевой функции в сторону увеличения равен Δf . Таким образом, мы опять пришли к случаю ①, но текущее значение целевой функции увеличилось. Описанные шаги повторяются до тех пор, пока не будет достигнута оптимальная вершина (в данном случае это x_4). Так как число вершин конечно и целевая функция каждый раз не убывает, то через конечное число шагов будет получено оптимальное решение ЗЛП.