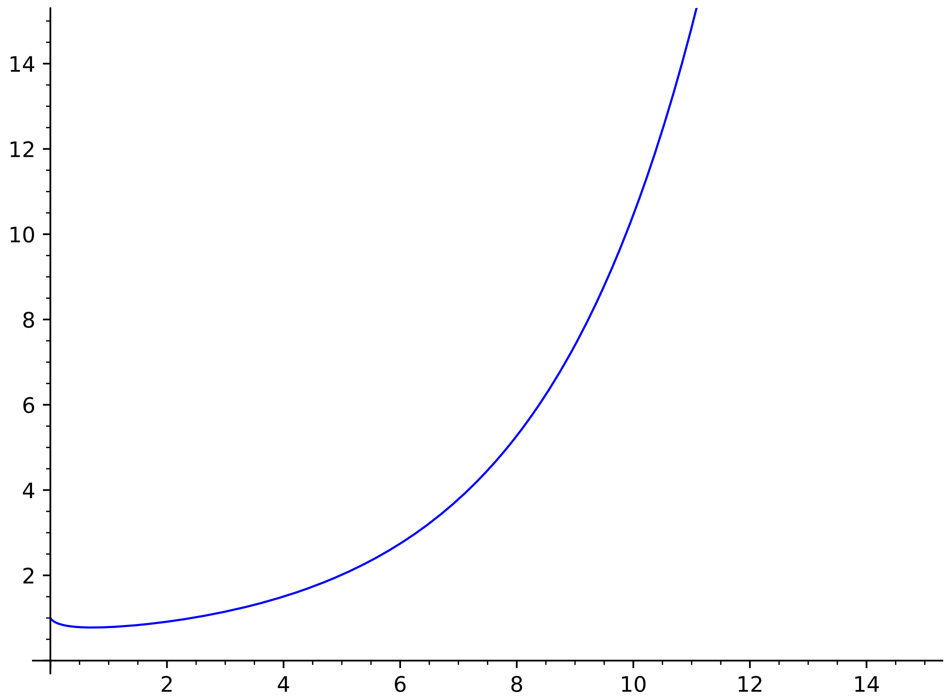
Курсовая

Чернова Анастасия

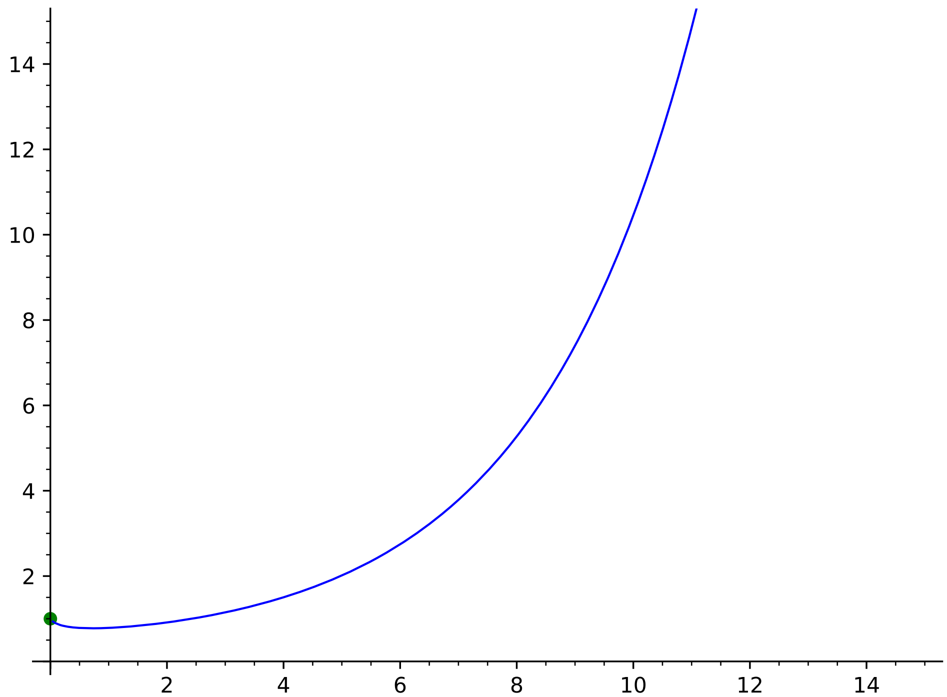
24 декабря 2020 г.

1 задача, вариант27

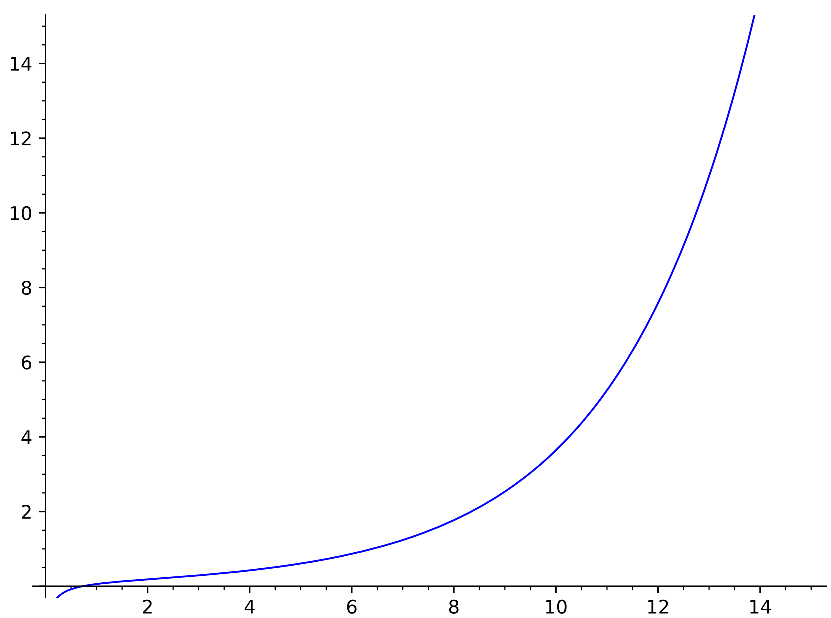
$\arctan\left(\sqrt{x}\right)^{x}$
график от 0 до 15

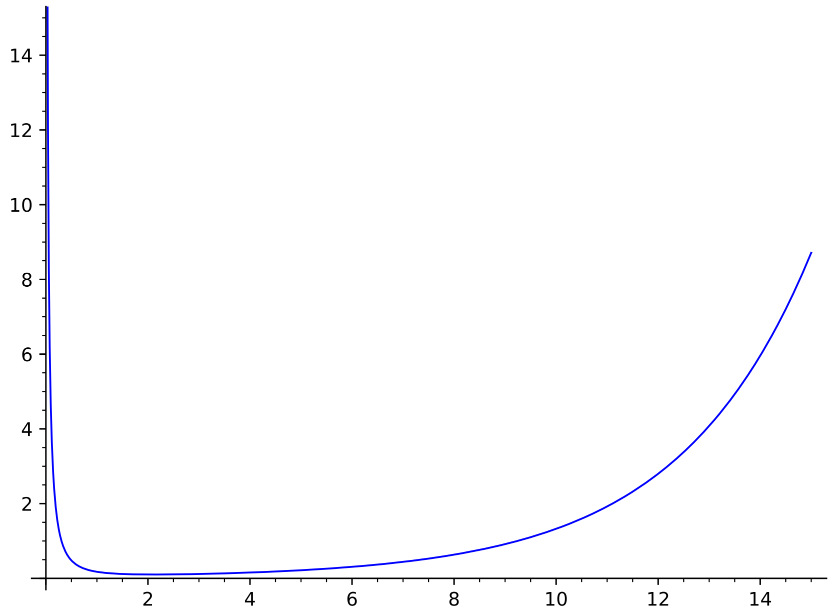


$\frac{1}{\arctan\left(\sqrt{-x}\right)^{x}} \neq \arctan\left(\sqrt{x}\right)^{x}$
$\frac{1}{\arctan\left(\sqrt{-x}\right)^{x}} \neq -\arctan\left(\sqrt{x}\right)^{x}$
True
не является четной
True
не является нечетной
$\arctan\left(\sqrt{-T+x}\right)^{-T+x} \neq \arctan\left(\sqrt{T+x}\right)^{T+x}$
не является периодической
точка пересечения с осью Y x = 1

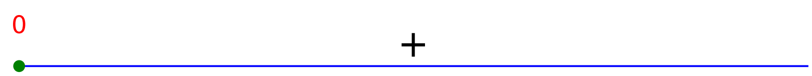


первая производная $\frac{1}{2}\,\arctan\left(\sqrt{x}\right)^{x}\left(\frac{\sqrt{x}}{(x+1)\arctan\left(\sqrt{x}\right)} + 2\,\log\left(\arctan\left(\sqrt{x}\right)\right)\right)$ вторая производная $\frac{1}{4}\,\arctan\left(\sqrt{x}\right)^{x}\left(\frac{\sqrt{x}}{(x+1)\arctan\left(\sqrt{x}\right)} + 2\,\log\left(\arctan\left(\sqrt{x}\right)\right)\right)^{2} + \frac{1}{4}\,\arctan\left(\sqrt{x}\right)^{x}\left(\frac{3}{(x+1)\sqrt{x}\arctan\left(\sqrt{x}\right)} - \frac{2\,\sqrt{x}}{(x+1)^{2}\arctan\left(\sqrt{x}\right)} - \frac{1}{(x+1)^{2}\arctan\left(\sqrt{x}\right)^{2}}\right)$ точка экстремума и значение функции в этой точке 0.7226 0.7764





$\lim_{x\to\infty} y(x) = +\infty$ $\lim_{x\to 0} y(x) = 1$ $\lim_{x\to\infty} y(x)/x = +\infty$
нет ассимптот
промежутки знакопостоянства



промежутки возрастания и убывания

$\lim_{x\to +0} y(x)$=$\lim_{x\to -0} y(x)$ =1 True точек разрыва нет

2 задача

Начальная матрица A $=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 6 \\ 3 & 1 & -1 \end{pmatrix}$
столбец свободных членов b =(4, 3, 1)
ищем дельты
$\Delta 1 = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 3 \\ 3 & 4 & 6 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ $\Delta 2 = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 3 \\ 2 & 3 & 6 \\ 3 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ $\Delta 3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 2 & 4 & 3 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$
определитель начальной матрицы
$\Delta = 0$ невозмжно решить методом Крамера
Метод гаусса
расширенная матрица $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 6 & 3 \\ 3 & 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ ступенчатая форма $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ x1-x3=0 x2+x3=0
0=1 решений нет
Ранг матрицы системы = 2 ранг матрицы системы=3
Они не равны, значит, по теореме Кронеккера-Капелли система несовместна

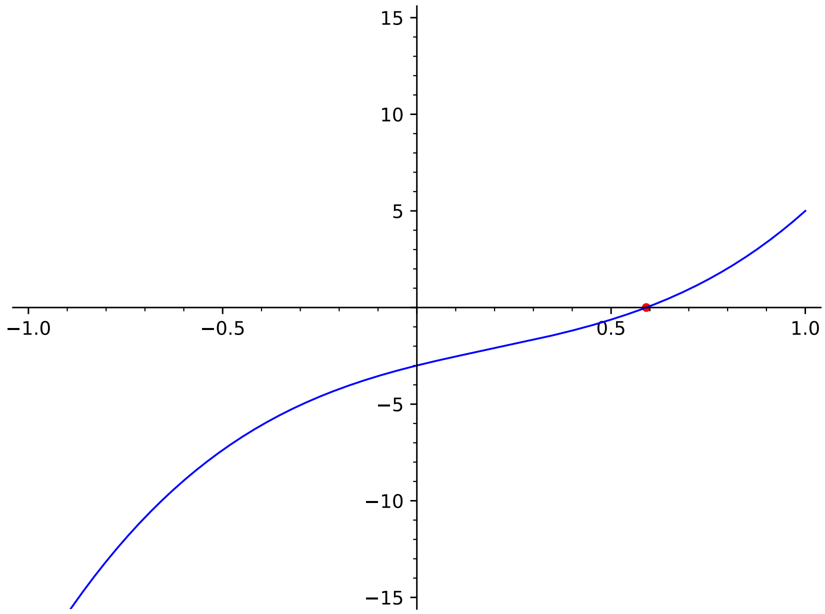
3 задача

исходные матрицы матричного уравнения
A $=\begin{pmatrix} -2 & 4 & -6 \\ -1 & 0 & -2 \\ 4 & 4 & 2 \end{pmatrix}$
B $=\begin{pmatrix} 2 & 8 & -9 \\ -1 & 1 & 4 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$
матричное уравнение
$\frac{1}{2}$X$(\mathbf{A})^T$=$2B^2$
приведем к виду XA=B
X$\begin{pmatrix} -1 & -\frac{1}{2} & 2 \\ 2 & 0 & 2 \\ -3 & -1 & 1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} -26 & 48 & -8 \\ 2 & -14 & 42 \\ 8 & 16 & -10 \end{pmatrix}$
$X = BA^{-1}$
Решение матричного уравнения
X $=\begin{pmatrix} 210 & -\frac{275}{2} & -153 \\ -16 & 26 & 22 \\ 46 & -\frac{63}{2} & -39 \end{pmatrix}$

4 задача вариант 27

$7\,x^3 - 4\,x^2 + 5\,x - 3 = 0$
подстановка x = y - $\frac{b}{3a}$
$7\,y^3 + \frac{89}{21}\,y - \frac{2837}{1323} = 0$
p = $\frac{89}{147}$ q = $\frac{-2837}{9261}$
Q = $(\frac{p}{3})^3$+$(\frac{q}{2})^2$
Q = $\frac{8215}{259308}$

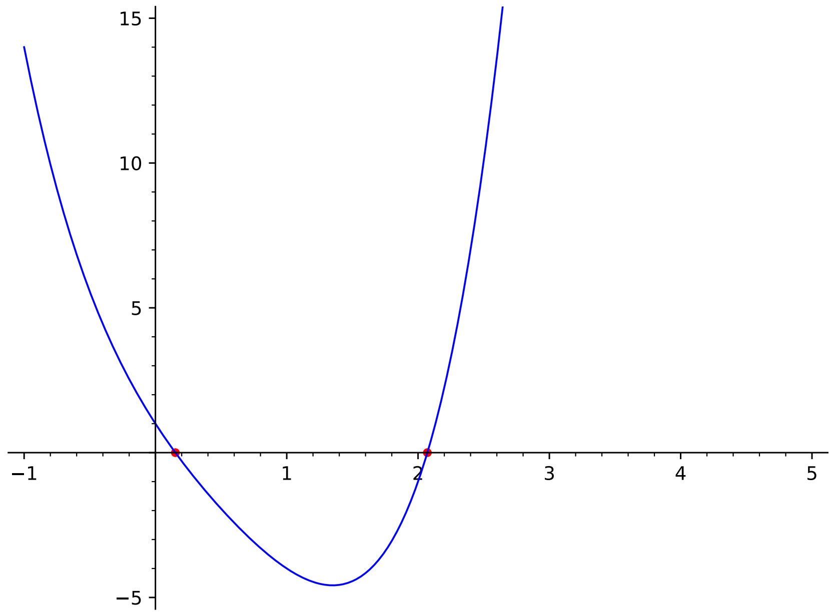
a $= 0.692$
b $= -0.292$
y1 $= 0.591$
y2 $= -0.00964 - 0.852i$
y3 $= -0.00964 + 0.852i$



тригнометрическая форма y2: $0.852 \cos(-1.58) + 0.852i \sin(-1.58)$
тригонометрическая форма y3: $0.852 \cos(1.58) + 0.852i \sin(1.58)$
экспоненциальная форма y2: $0.852\, e^{(-1.58i)}$
экспоненциальная форма y3: $0.852\, e^{1.58i}$

5 задача вариант 27

$x^4 - 2\,x^3 + 3\,x^2 - 7\,x + 1$ замена x = y-$\frac{a}{4}$
$y^4 + \frac{3}{2}\,y^2 - 5\,y - \frac{31}{16}$
p = $\frac{3}{2}$ q = -5 r = -$\frac{31}{16}$
резольвента $2\,s^3 - \frac{3}{2}\,s^2 + \frac{31}{8}\,s - \frac{293}{32}$
найдем ненулевое решение и получим квадратные уравнения:
$y^2 - \sqrt{-p+2\,s}y + s + \frac{q}{2\sqrt{-p+2\,s}}$
$y^2 + \sqrt{-p+2\,s}y + s - \frac{q}{2\sqrt{-p+2\,s}}$
Подставим в них найденное решение и решим эти уравнения:
$x_1 = 0.15181$ $x_2 = 2.0709$ $x_3 = -0.11138 - 1.7800i$ $x_4 = -0.11138 + 1.7800i$
корни в тригонометрической и экспоненциальных формах
$1.7835 \cos(-1.6333) + 1.7835i \sin(-1.6333)$
$1.7835 \cos(1.6333) + 1.7835i \sin(1.6333)$
$1.7835\, e^{(-1.6333i)}$
$1.7835\, e^{1.6333i}$
график с корнями



6 задача

исходные многочлены
f(x) $= -6\,x^5 + 41\,x^4 - 53\,x^3 + 15\,x^2 - 7\,x + 4$
g(x) $= 14\,x^5 - 13\,x^4 + 10\,x^3 + 4\,x^2 - 24\,x + 9$
НОД $= -3.258$
поскольку НОД через алгоритм Евклида равен константе, то полиномы взаимнопростые
НОД через gcd(): 1
разложение по тождеству Безу:
$1 = \frac{1}{18645807852}\,(6\,x^5 - 41\,x^4 + 53\,x^3 - 15\,x^2 + 7\,x - 4)(18956092694\,x^4 - 8661754743\,x^3 + 9911883265\,x^2 + 10289563365\,x - 27388149939) +$
$-\frac{1}{18645807852}\,(14\,x^5 - 13\,x^4 + 10\,x^3 + 4\,x^2 - 24\,x + 9)(8124039726\,x^4 - 51682700891\,x^3 + 47582903428\,x^2 + 1060312079\,x + 10100754656)$

7 задача вариант 27

исходная матрица преобразования A $= \begin{pmatrix} 5 & 4 & -2 \\ -2 & 2 & 5 \\ 1 & 3 & 4 \end{pmatrix}$

базис E $= \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
формула перехода к другому базису
$A1 = E^{-1}AE$
матрица преобрзования в новом базисе
A1 $= \begin{pmatrix} \frac{5}{2} & \frac{13}{2} & 1 \\ \frac{1}{2} & \frac{5}{2} & 1 \\ \frac{5}{2} & -\frac{5}{2} & 6 \end{pmatrix}$
полином A: $x^3 - 11x^2 + 33x - 33$
полином A1: $x^3 - 11x^2 + 33x - 33$
характеристические многочлены равны

корни характеристического многочлена:
y1 $= 6.921$ y2 $= 2.040 - 0.7798i$ y3 $= 2.040 + 0.7798i$
матрицы с корнями

$$\begin{pmatrix} -4.421 & 6.500 & 1.000 \\ 0.5000 & -4.421 & 1.000 \\ 2.500 & -2.500 & -0.9207 \end{pmatrix}$$

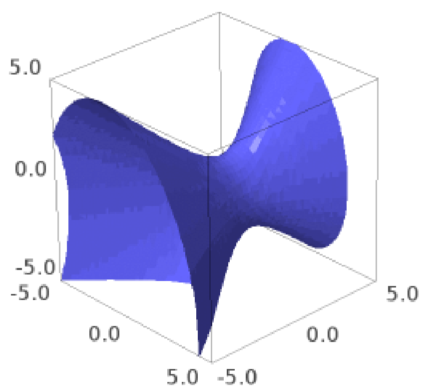
$$\begin{pmatrix} 0.4603 + 0.7798i & \frac{13}{2} & 1 \\ \frac{1}{2} & 0.4603 + 0.7798i & 1 \\ \frac{5}{2} & -\frac{5}{2} & 3.960 + 0.7798i \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0.4603 - 0.7798i & \frac{13}{2} & 1 \\ \frac{1}{2} & 0.4603 - 0.7798i & 1 \\ \frac{5}{2} & -\frac{5}{2} & 3.960 - 0.7798i \end{pmatrix}$$

собственный вектор (0,0,0)

8 задача

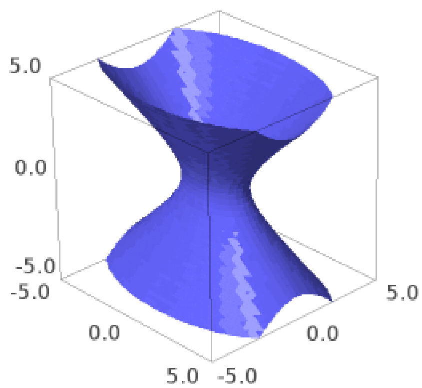
$$8\,x^2 - 2\,xy - 4\,y^2 + 2\,xz - 2\,yz + 3\,z^2 + 7\,x + 8\,y + 9\,z - 10$$



составим матрицу коэффициентов: $\begin{pmatrix} 8 & -1 & 1 \\ -1 & -4 & -1 \\ 1 & -1 & 3 \end{pmatrix}$
собственные значения -4.200 2.895 8.305
$t_1 = 7t_2 = -23beta = -101$

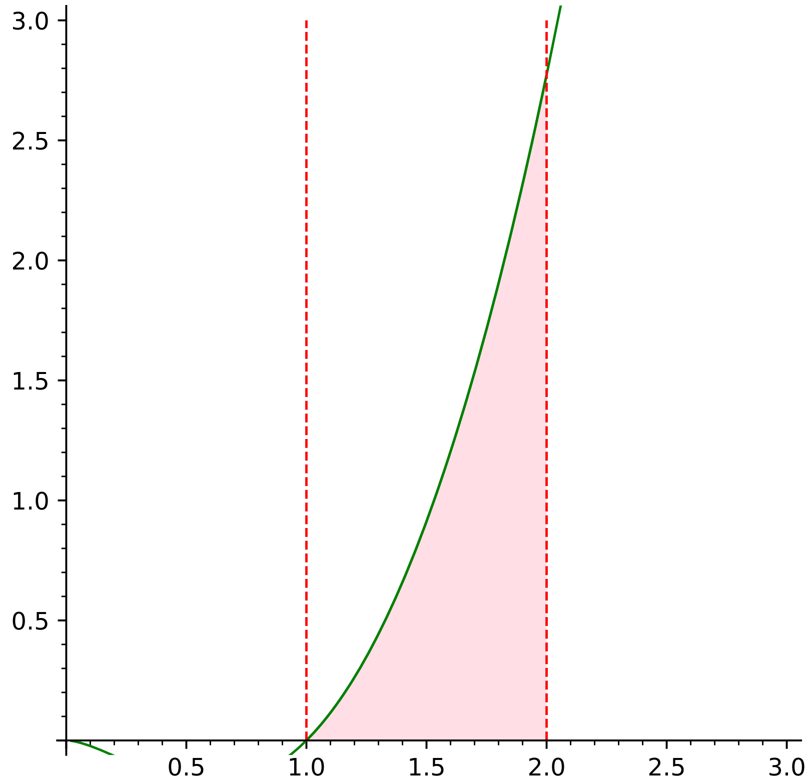
расширенная матрица коэффициентов $\begin{pmatrix} 8 & -1 & 1 & \frac{7}{2} \\ -1 & -4 & -1 & 4 \\ 1 & -1 & 3 & \frac{9}{2} \\ \frac{7}{2} & 4 & \frac{9}{2} & -10 \end{pmatrix}$

d = 1004
$beta! = 0$ $t_2 < 0$ $d > 0$ значит это однополостный гиперболоид
коэффициенты в каноническом виде
$a^2 = 3.433$ $b^2 = 1.197$ $c^2 = 2.367$
уравнение в каноническом виде
$0.2913\,x^2 + 0.8355\,y^2 - 0.4225\,z^2 = 1$

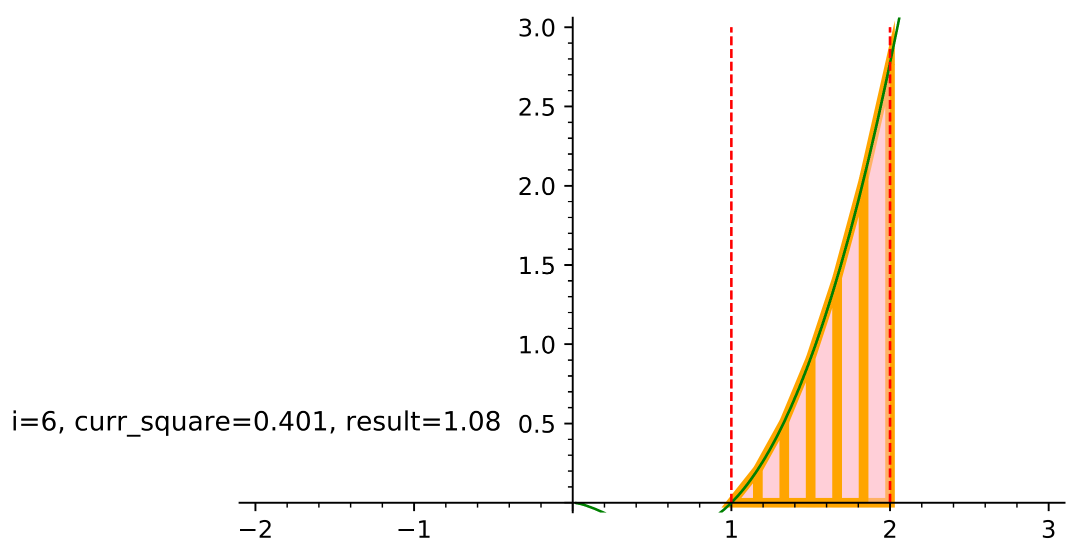


9 задача вариант 27

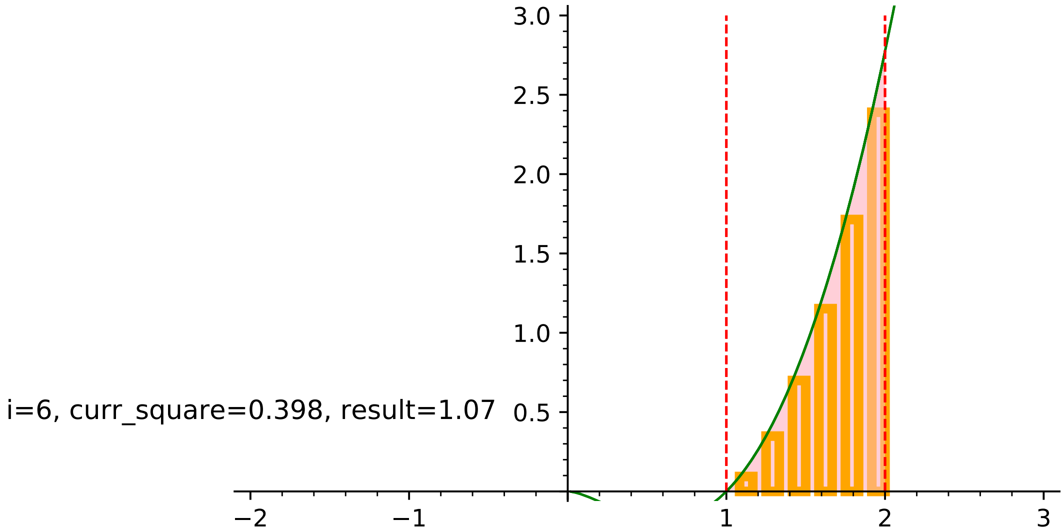
Функция: $x^2 \log(x)$ Площадь под графиком:



возмем просто интеграл:
$\int_1^2 x^2 \log(x)\, \mathrm{dx} = 1.07061470371541$



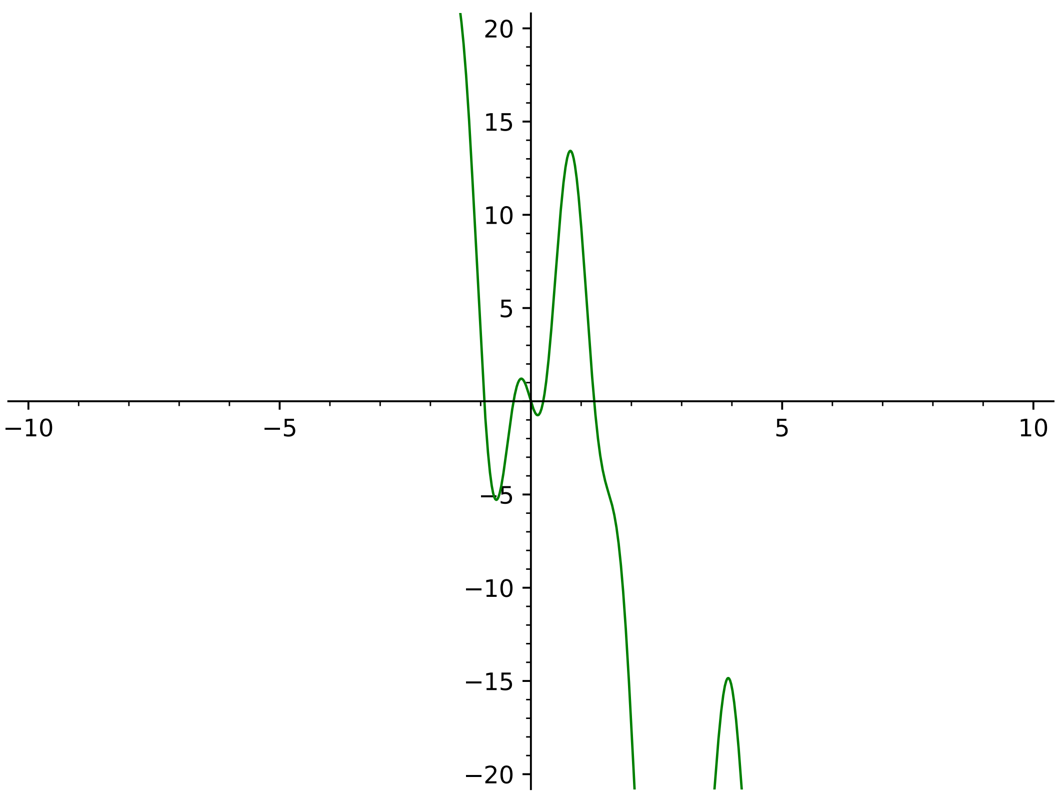
интеграл методом трапеций: 1.0793



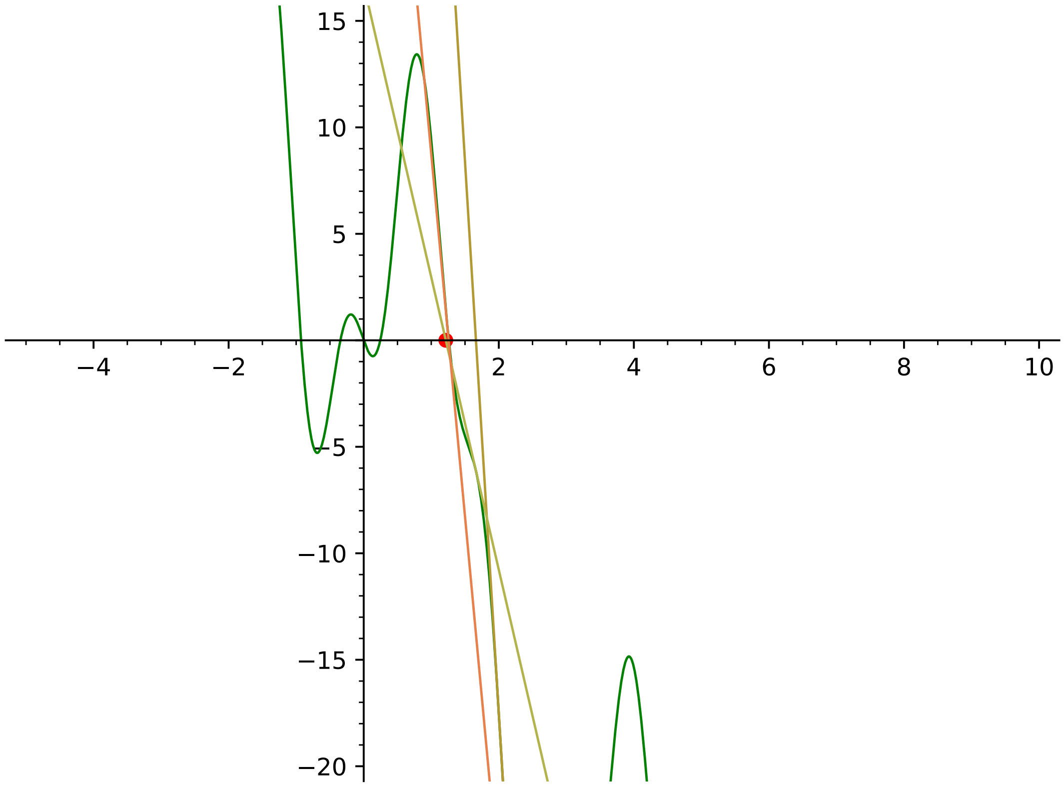
интеграл методом прямоугольников: 1.0662

10 задача вариант 27

$16 \sin(2x)^3 + 9 \sin(x)^2 - 9x$



ищем корень на отрезке $[1, 2]$ точность 0.1
x = 1.216



проверим применимость метода на отрезке:
производная функции $96 \cos(2x) \sin(2x)^2 + 18 \cos(x) \sin(x) - 9$
$show(find\_root(dx, 1, 2))$ здесь будет ошибка, потому что корня нет и значит функция монотонна на отрезке
функция непрерывна и определена на отрезке[1;2]поскольку синусы и линейная функция непрерывны на области определения
функция на кнцах отрезка имеет разные знаки
$\left(16 \sin(4)^3 + 9 \sin(2)^2 - 18\right)\left(16 \sin(2)^3 + 9 \sin(1)^2 - 9\right) < 0$ True