

Distribuciones discretas de probabilidad : Hipergeométrica

14360015 - Cuauhtémoc Alfaro Muñoz

Facultad de Ingenierías

Asignatura: Estadística Descriptiva E Inferencial

21552 - Dr. José Luis Ávila Valdez

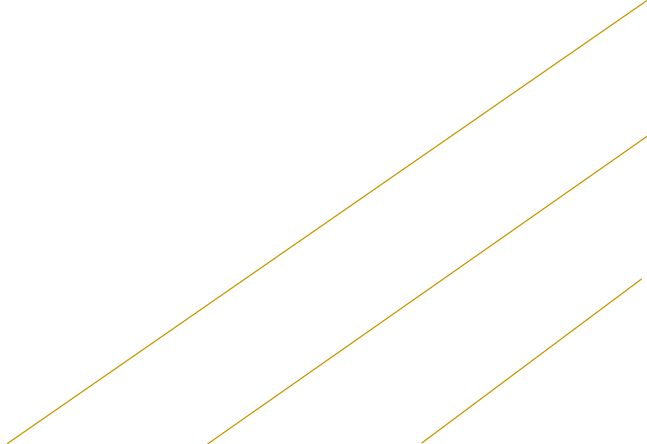
Clave: MAT550-D

Grupo: 22

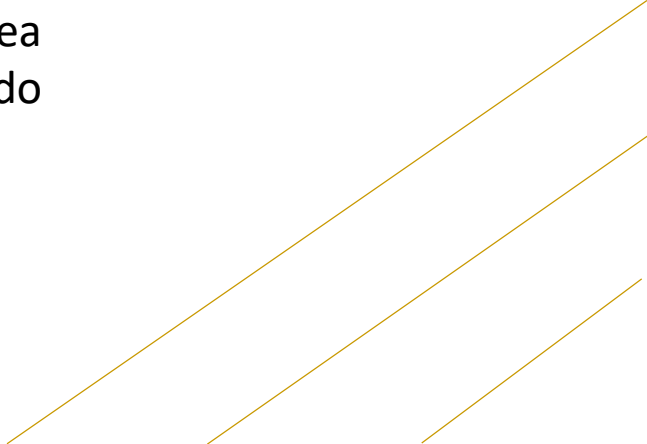
Fecha: 17 de marzo de 2021



Agenda

1. Características.
 2. Cálculo de fórmulas.
 3. Introducción.
 4. Caso práctico y gráficas.
 5. Conclusión.
 6. Bibliografía.
- 

Características (Mendenhall, W., Et. All., 2009).

- Se utiliza cuando se selecciona una muestra de elementos de una población y registra si cada elemento posee o no una determinada característica.
 - Se registran los datos típicos de "éxito" o "fracaso" que se encuentran en el experimento binomial.
 - Las muestras no tienen reemplazo, por lo que cada elemento de la muestra es diferente.
 - Cuando se elige un elemento de la población, no se puede volver a elegir.
 - Por lo tanto, la probabilidad de que un elemento en particular sea seleccionado aumenta con cada ensayo, suponiendo que aún no ha sido seleccionado.
- 

Función de probabilidad – Fórmula –

$$P(x = k) = \frac{C_k^M C_{n-k}^{N-M}}{C_n^N}$$

N = Tamaño de la población.

M = Número de elementos de la población que presenta la característica.

n = Tamaño de la muestra.

k = Número de elementos de la muestra que presenta la característica.

Valor esperado (Media)

$$\mu = n \left(\frac{M}{N} \right)$$

Varianza

$$\sigma^2 = n \left(\frac{M}{N} \right) \left(\frac{N - M}{N} \right) \left(\frac{N - n}{N - 1} \right)$$

Desviación estándar

$$\sigma = \sqrt{n \left(\frac{M}{N} \right) \left(\frac{N - M}{N} \right) \left(\frac{N - n}{N - 1} \right)}$$

N = Tamaño de la población.

M = Número de elementos de la población que presenta la característica.

n = Tamaño de la muestra.

k = Número de elementos de la muestra que presenta la característica.

Caso práctico

El comprador de Chanel México observó que en la pasarela de alta costura de Chanel otoño-invierno 2014-2015 realizada en Paris, hubieron modelos que lucieron 70 diferentes atuendos, pero solo 25 portaban atuendos blancos. Así pues, Chanel Francia ha autorizado el envío de 8 atuendos aleatorios y sin posibilidad de cambio a la boutique de Chanel Polanco ubicada en la Ciudad de México.

Por lo anterior, el comprador de Chanel México desea conocer:

- a) La probabilidad de haber adquirido 3 atuendos color blanco.
- b) La probabilidad de haber adquirido a lo mucho 5 atuendos blancos.
- c) El valor esperado, la varianza y la desviación estandar.

a) La probabilidad de haber adquirido 3 vestidos color blanco.

$$P(x = k) = \frac{C_k^M C_{n-k}^{N-M}}{C_n^N}$$

N = Tamaño de la población.

M = Número de elementos de la población
que presenta la característica.

n = Tamaño de la muestra.

k = Número de elementos de la muestra
que presenta la característica.

$$N = 70$$

$$M = 25$$

$$n = 8$$

$$k = 3$$

$$P(x=3) = \frac{\binom{25}{3} \binom{70-25}{8-3}}{\binom{70}{8}}$$

$$P(x=3) = \frac{(2,300) \binom{45}{5}}{\binom{70}{8}}$$

$$P(x=3) = \frac{(2,300) * (1,221,759)}{9,440,350,920}$$

$$P(x=3) = \frac{(2,810,045,700)}{9,440,350,920}$$

$$P(x=3) = 0.2976$$

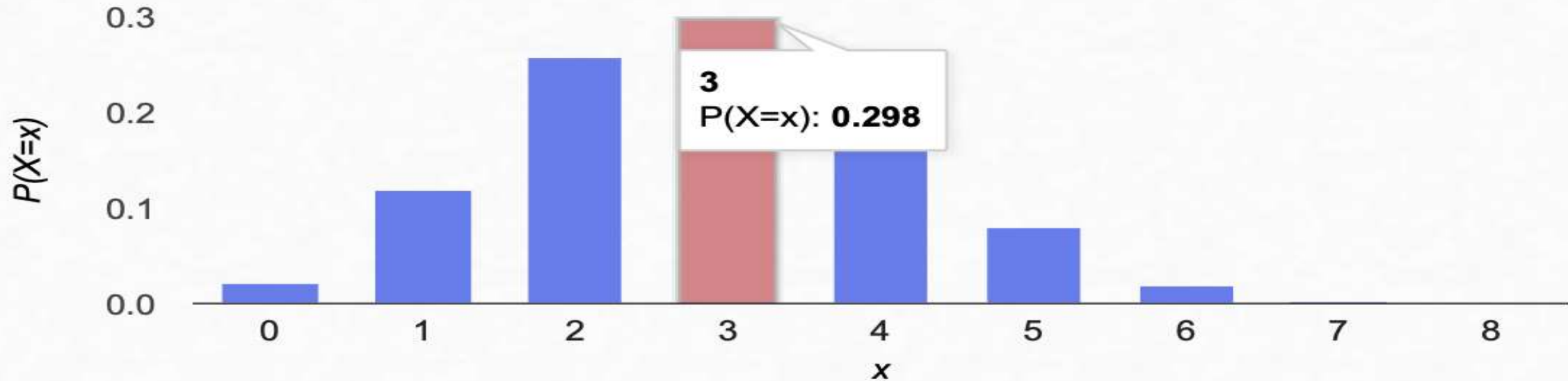
a) La probabilidad de haber adquirido 3 atuendos color blanco.

Hypergeometric Distribution

$$X \sim HG(n, N, M)$$

$n =$ $N =$ $M =$

$x =$ $P(X=x) =$



$$\mu = E(X) = 2.857 \quad \sigma = SD(X) = 1.285 \quad \sigma^2 = Var(X) = 1.65$$

a) La probabilidad de haber adquirido 3 atuendos color blanco.

A1

x

✓

fx

=DISTR.HIPERGEOM(3,25,8,70)

	A	B	C	D	E	F
1	0.297663267					
2						
3						
4						
5						
6						
7						
8						
9						
10						
11						
12						
13						

Hoja1 +

Generador de fórmulas

Mostrar todas las funciones

DISTR.HIPERGEOM

Muestra_éxito = 3
3

Núm_de_muestra = 25
25

Población_éxito = 8
8

Núm_de_población = 70
70

Resultado: 0.297663267 Listo

fx DISTR.HIPERGEOM

Esta función está disponible por compatibilidad con Excel 2007 y versiones anteriores.

Devuelve la distribución hipergeométrica.

Sintaxis

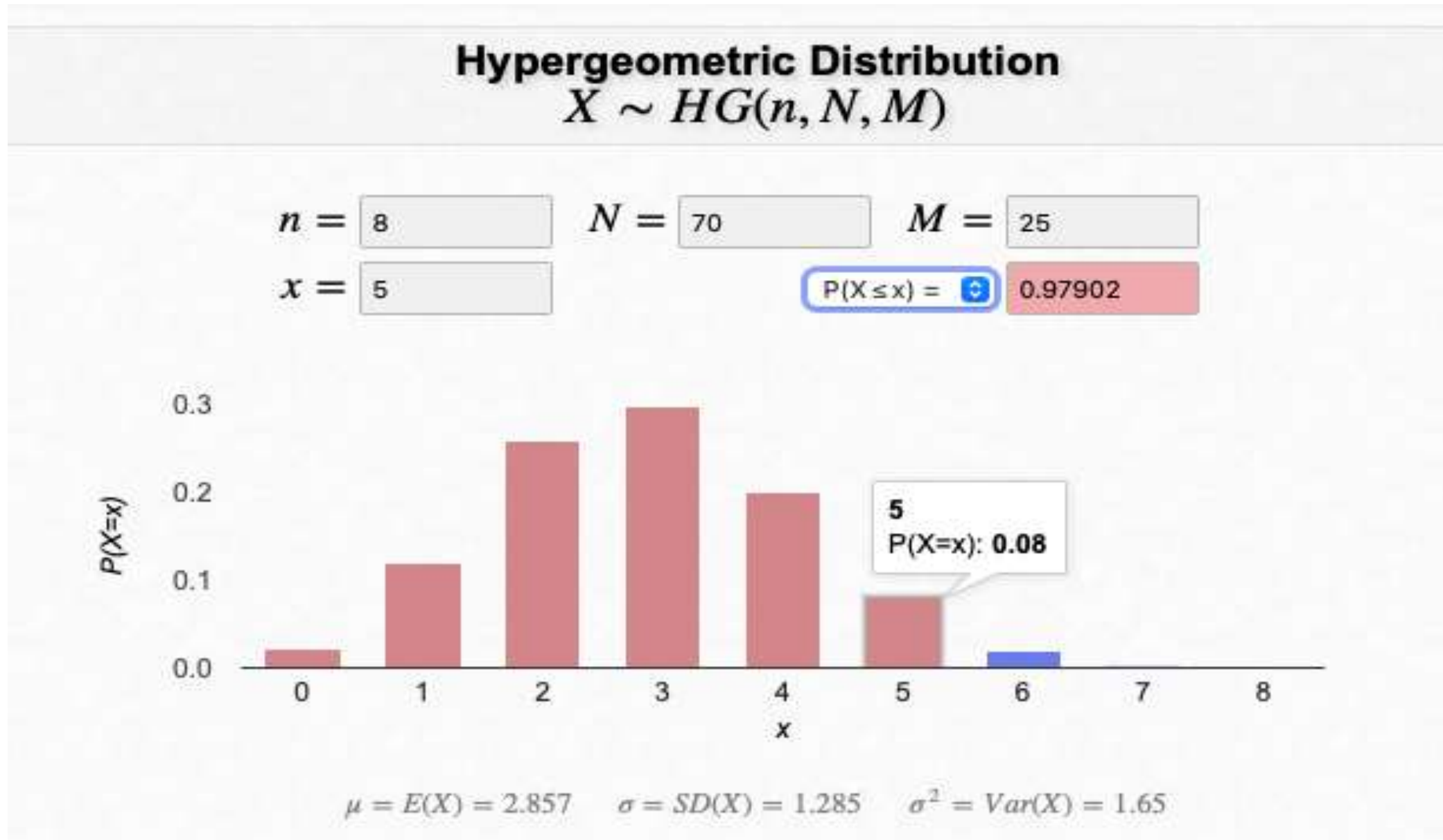
DISTR.HIPERGEOM(muestra_éxito,núm_de_muestra,población_éxito,núm_de_población)

▪ Muestra_éxito:

es el número de éxitos en la muestra.

Más ayuda sobre esta función

b) La probabilidad de haber adquirido a lo mucho 5 atuendos blancos.



b) La probabilidad de haber adquirido a lo mucho 5 atuendos blancos.

The image shows an Excel spreadsheet with the formula `=DISTR.HIPERGEOM.N(5,25,8,70,VERDADERO)` entered in cell A1. The formula bar at the top displays this formula. The result of the formula, 0.9790217, is shown in cell A1. The spreadsheet grid shows columns A through G and rows 1 through 15. The sidebar on the right, titled "Generador de fórmulas", provides details for the `DISTR.HIPERGEOM.N` function. It lists the parameters: `Muestra_éxito` = 5, `Núm_de_muestra` = 25, `Población_éxito` = 8, `Núm_de_población` = 70, and `Acumulado` = VERDADERO. The result is 0.979021746. The sidebar also includes a "Sintaxis" section with the function's syntax and a list of parameter descriptions.

Generador de fórmulas

Mostrar todas las funciones

DISTR.HIPERGEOM.N

Muestra_éxito = 5

5

Núm_de_muestra = 25

25

Población_éxito = 8

8

Núm_de_población = 70

70

Acumulado = VERDADERO

VERDADERO

Resultado: 0.979021746 **Listo**

fx DISTR.HIPERGEOM.N

Devuelve la distribución hipergeométrica.

Sintaxis

`DISTR.HIPERGEOM.N(muestra_éxito,núm_de_muestra,población_éxito,núm_de_población,acumulado)`

- **Muestra_éxito:** es el número de éxitos en la muestra.
- **Núm_de_muestra:** es el tamaño de la muestra.
- **Población_éxito:** es el número de éxitos en la población.

[Más ayuda sobre esta función](#)

c) El valor esperado, la varianza y la desviación estandar.

Valor esperado (Media)

$$\mu = n \left(\frac{M}{N} \right)$$

$$\mu = 8 \left(\frac{25}{70} \right)$$

$$\mu = 8 (0.3571)$$

$$\mu = 8 (0.3571)$$

$$\mu = 2.856$$

Varianza

$$\sigma^2 = n \left(\frac{M}{N} \right) \left(\frac{N-M}{N} \right) \left(\frac{N-n}{N-1} \right)$$

$$\sigma^2 = 8 \left(\frac{25}{70} \right) \left(\frac{70-25}{70} \right) \left(\frac{70-8}{70-1} \right)$$

$$\sigma^2 = 8 \left(\frac{25}{70} \right) \left(\frac{45}{70} \right) \left(\frac{62}{69} \right)$$

$$\sigma^2 = 8 (0.3571)(0.6428)(0.8985)$$

$$\sigma^2 = 1.6499$$

Desviación estándar

$$\sigma = \sqrt{n \left(\frac{M}{N} \right) \left(\frac{N-M}{N} \right) \left(\frac{N-n}{N-1} \right)}$$

$$\sigma^2 = \sqrt{1.8097}$$

$$\sigma = 1.2845$$


$$N = 70$$

$$M = 25$$

$$n = 8$$

$$k = 3$$

Conclusión

- 1) Se observaron dos resultados :
 - Éxito : Vestidos blancos (característica de análisis).
 - Fracaso: Vestidos no blancos.
 - 2) Las probabilidades obtenidas son resultados de una muestra no reemplazable.
 - 3) El número de repeticiones del experimento (n) es constante.
 - 4) Cada ensayo o repetición del experimento es dependiente de la población inicial.
- 

Bibliografía

Bognar, M. (2016). Simulation of Hypergeometric Distribution $X \sim \text{HG}(n, N, M)$.
University of Iowa. Department of Statistics and Actuarial Science.
Retribuido en: <https://homepage.divms.uiowa.edu/~mbognar/applets/hg.html>

Blanks, T. (Julio 2014). Vogue. Chanel Fall 2014 Couture.
Retribuido en: <https://www.vogue.com/fashion-shows/fall-2014-couture/chanel>

Mendenhall, W., Beaver, R. J., & Beaver, B. M. (2006). *Introduction to probability and statistics*. Belmont, CA: Thomson/Brooks/Cole.

Santa Escobar, C. (s.f.). Distribuciones de Probabilidad.
Retribuido en: https://rstudio-pubs-static.s3.amazonaws.com/181790_ced30c7078bc4733a7a3dc5c032b007a.html#distribucion-hipergeometrica