

# MATEMATIKA MINAT

## Kelas XI IPA

Modul ini digunakan oleh siswa untuk pembelajaran matematika peminatan T.A. 2022-2023



# 11

## SMA KANISIUS JAKARTA

### 2022

Tim Penyusun:

Ig. Warsito, S.Pd.  
Rindu Rumapea, M.Pd.

T. Gunawan Wibowo, M.Ed.  
Ag. Eko Andriyanto, S.Pd.  
Ig. Ari Krisnawati, S.Pd.

## PENDAHULUAN

### Tujuan Pembelajaran Matematika:

1. Memahami fakta matematika atau fenomena yang berkaitan dengan matematika berdasarkan pengetahuan faktual, konseptual, atau prosedural yang dimiliki.
2. Menerapkan konsep, prinsip, atau kaidah/sistem aksioma pada matematika dalam konteks kehidupan.
3. Memecahkan masalah dengan menggunakan kaidah-kaidah matematika sesuai dengan metode ilmiah serta mengolah dan menganalisis beberapa alternatif solusi masalah sederhana untuk membuat keputusan.
4. Memiliki sikap yang sesuai dengan nilai-nilai matematika dalam kehidupan yaitu taat asas, konsisten, dan jujur serta mencapainya dengan aktif, rajin, dan kerja sama.

### Petunjuk Penggunaan Modul:

#### ❖ Petunjuk untuk guru:

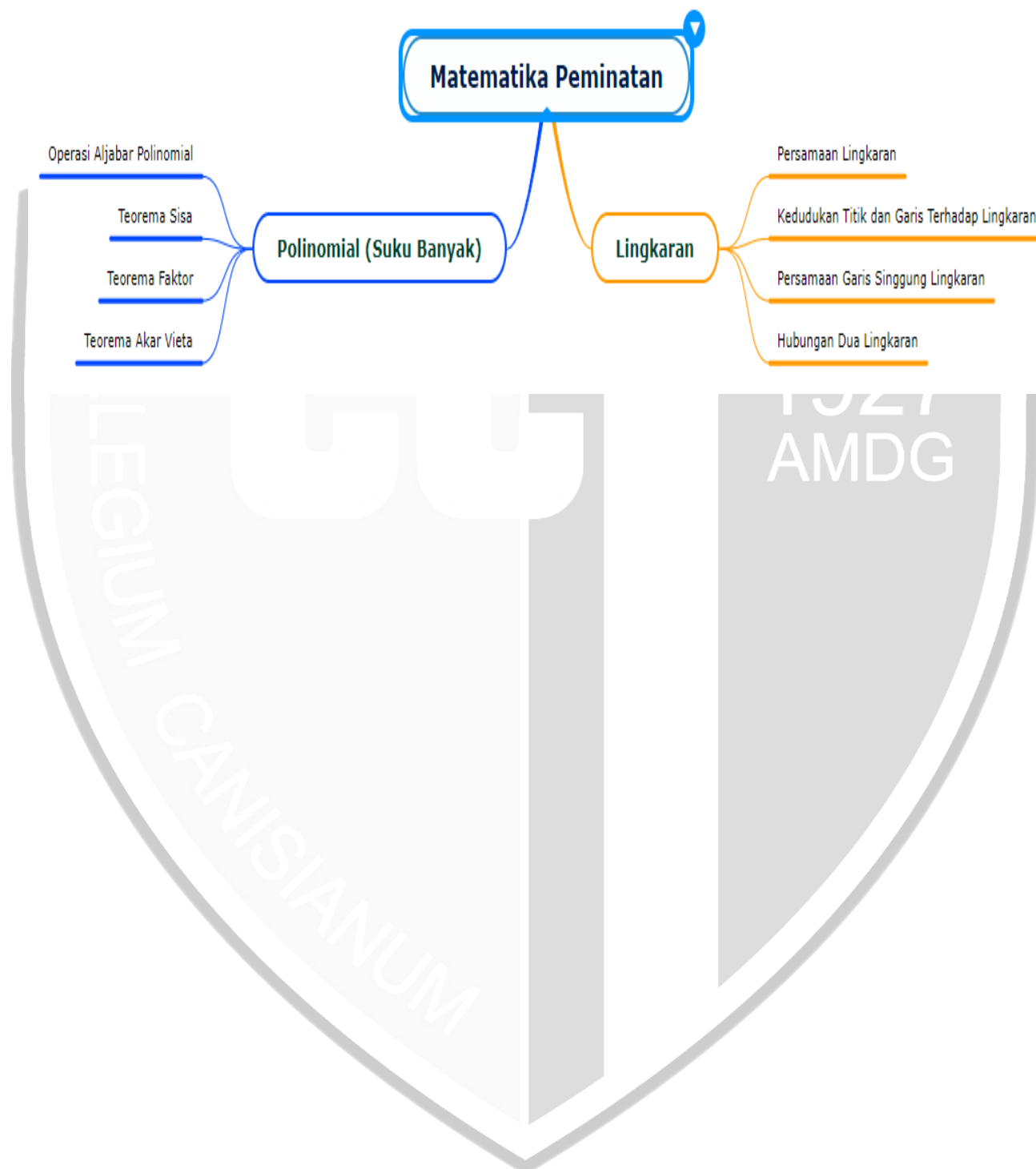
- 1) Ciptakan kondisi ruang kelas yang nyaman untuk memulai pelajaran.
- 2) Jelaskan petunjukkan pembelajaran menggunakan modul.
- 3) Jelaskan kegiatan yang harus dikerjakan oleh siswa.
- 4) Pantau kegiatan siswa dan membantu siswa yang mengalami kesulitan.
- 5) Berikan tes kepada siswa di setiap akhir lembar kegiatan belajar.
- 6) Berikan umpan balik kepada siswa berdasarkan hasil tes.
- 7) Buat catatan penting untuk perbaikan modul.

#### ❖ Petunjuk untuk siswa:

- 1) Baca dan pahami uraian-uraian materi yang ada pada masing-masing kegiatan belajar.
- 2) Kerjakan semua tugas formatif (Soal Latihan) untuk menguasai materi.
- 3) Kerjakan tes sendiri dengan jujur untuk melihat ketercapaian kompetensi sesuai dengan materi yang sedang dipelajari.
- 4) Kerjakan lembar refleksi untuk melihat kelemahan dan kelebihan dalam kegiatan belajar sehingga dapat diperbaiki untuk kegiatan berikutnya.

# PETA KONSEP

## Matematika Peminatan Kelas XI IPA



## DAFTAR ISI

<b>Pendahuluan</b>	.....(i)
<b>Peta Konsep Matematika Peminatan Kelas X</b>	.....(ii)
<b>Daftar Isi</b>	.....(iii)
<b>Kata Pengantar</b>	.....(iv)
 <b>BAB I. Lingkaran</b>	
A. Persamaan Lingkaran	.....(1)
<i>Lembar Kerja Siswa 1</i>	.....(3)
B. Kedudukan Titik dan Garis Terhadap Lingkaran	.....(4)
<i>Lembar Kerja Siswa 2</i>	.....(7)
C. Persamaan Garis Singgung Lingkaran	.....(9)
<i>Lembar Kerja Siswa 3</i>	.....(10)
D. Hubungan Dua Lingkaran	.....(11)
<i>Lembar Kerja Siswa 4</i>	.....(13)
<b>Soal Latihan</b>	.....(14)
<b>Soal Latihan Tes Sumatif (Lingkaran)</b>	.....(19)
<b>Lembar Refleksi</b>	.....(24)
<b>Lembar Penilaian Sikap</b>	.....(25)
 <b>BAB II. Polinomial</b>	
A. Operasi Aljabar Polinomial	.....(26)
<i>Lembar Kerja Siswa 1</i>	.....(29)
B. Teorema Sisa	.....(30)
<i>Lembar Kerja Siswa 2</i>	.....(32)
C. Teorema Faktor	.....(33)
<i>Lembar Kerja Siswa 3</i>	.....(34)
D. Teorema Akar Vieta	.....(35)
<i>Lembar Kerja Siswa 4</i>	.....(38)
<b>Soal Latihan</b>	.....(39)
<b>Soal Latihan Tes Sumatif (Polinomial)</b>	.....(42)
<b>Lembar Refleksi</b>	.....(48)
<b>Lembar Penilaian Sikap</b>	.....(49)
<b>Kunci Jawaban</b>	.....(50)
<b>Daftar Pustaka</b>	.....(51)

## Kata Pengantar

Puji syukur penulis panjatkan ke hadirat Tuhan Yang Maha Esa yang telah memberikan kekuatan, ketekunan, dan kesabaran sehingga Revisi Modul Matematika Peminatan Kelas XI IPA akhirnya dapat diselesaikan.

Modul ini dibuat untuk memenuhi kebutuhan belajar siswa baik secara *online* maupun *offline* sebagai pengganti buku pelajaran. Modul ini disusun secara sistematis yang diawali dengan peta konsep materi secara umum, penjabaran materi, contoh soal, lembar kerja siswa, soal latihan, dan diakhiri dengan tuntunan refleksi dan penilaian sikap.

Secara khusus, ada beberapa kelebihan dalam modul ini, di antaranya: 1) Soal latihan disusun bertahap (tingkat dasar, menengah, dan lanjut). Hal ini bertujuan untuk memberikan kesempatan siswa mengerjakan soal sesuai dengan kemampuannya. Jika siswa merasa butuh belajar lebih banyak untuk menguasai konsep maka ia mulai mengerjakan latihan dari tingkat dasar. Jika siswa merasa bisa lebih cepat menguasai konsep maka ia bisa langsung mengerjakan soal latihan tingkat menengah bahkan tingkat lanjut. 2) Adanya panduan untuk menulis refleksi. Refleksi menjadi bagian penting dalam proses belajar siswa sehingga konsep matematika yang didapat menjadi miliknya untuk digunakan dalam kehidupan sehari-hari. Pertanyaan-pertanyaan pada panduan refleksi disusun sedemikian rupa sehingga menolong siswa untuk dapat menemukan makna dari setiap konsep yang dipelajarinya. Revisi pertama ini dilakukan untuk menambah penjabaran materi dan soal-soal latihan.

Penyusun menyadari bahwa di dalam pembuatan modul masih banyak kekurangan, untuk itu penyusun sangat terbuka untuk menerima saran dan kritik yang sifatnya membangun. Kiranya modul ini dapat memberikan manfaat untuk mencapai prestasi siswa yang optimal.

Jakarta, Mei 2022

Tim Penyusun

# BAB 1. LINGKARAN

## Tujuan Pembelajaran:

- ✓ Memahami bentuk-bentuk dan sifat-sifat persamaan lingkaran, persamaan garis singgung lingkaran, serta kedudukan titik, garis, dan lingkaran.
- ✓ Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan persamaan lingkaran persamaan, persamaan garis singgung lingkaran, serta kedudukan titik, garis, dan lingkaran.

## Materi Esensial:



## Alokasi Waktu: 6 x 45 menit

### A. Persamaan Lingkaran

#### Rangkuman Materi:

- Diketahui  $A(x_1, y_1)$  dan  $B(x_2, y_2)$  maka  $AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
- Persamaan lingkaran yang berpusat di  $(0,0)$  dengan jari-jari  $(r)$  adalah  $x^2 + y^2 = r^2$
- Persamaan lingkaran yang berpusat di  $(a,b)$  dengan jari-jari  $(r)$  adalah  $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$
- Bentuk  $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$  dapat diubah menjadi  $x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0$  sehingga diperoleh titik pusat  $\left(-\frac{1}{2}A, -\frac{1}{2}B\right)$  dengan jari-jari  $(r)$  adalah  $r = \sqrt{\frac{1}{4}A^2 + \frac{1}{4}B^2 - C}$
- Persamaan lingkaran berpusat di  $(a,b)$  dan menyinggung garis  $Ax + By + C = 0$  adalah  $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$  dengan  $r = \left| \frac{A \cdot (a) + B \cdot (b) + C}{\sqrt{A^2 + B^2}} \right|$

Contoh:

1. Tentukan persamaan lingkaran dengan titik pusat  $(0,0)$  dengan jari-jari 3!

Penyelesaian:

Persamaan lingkaran dengan titik pusat  $(0,0)$  adalah  $x^2 + y^2 = r^2$

$$x^2 + y^2 = 3^2 \rightarrow x^2 + y^2 = 9$$

2. Tentukan persamaan lingkaran dengan titik pusat  $(2,3)$  dengan jari-jari 2!

Penyelesaian:

Persamaan lingkaran dengan titik pusat  $(a,b)$  adalah  $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$$

$$(x-2)^2 + (y-3)^2 = 2^2 \rightarrow x^2 + y^2 - 4x - 6y + 9 = 0$$

3. Tentukan persamaan lingkaran dengan titik pusat  $(0,0)$  dan melalui titik  $(1,-2)$ !

Penyelesaian:

$$\begin{aligned} \text{Jari-jari } (r) &= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \\ &= \sqrt{(1-0)^2 + (-2-0)^2} \\ &= \sqrt{5} \end{aligned}$$

$$x^2 + y^2 = (\sqrt{5})^2 \rightarrow x^2 + y^2 = 5$$

4. Tentukan persamaan lingkaran dengan titik pusat  $(2,5)$  dan melalui titik  $(1,2)$ !

Penyelesaian:

$$\begin{aligned} \text{Jari-jari } (r) &= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \\ &= \sqrt{(1-2)^2 + (2-5)^2} \\ &= \sqrt{10} \end{aligned}$$

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$$

$$(x-2)^2 + (y-5)^2 = (\sqrt{10})^2$$

$$x^2 + y^2 - 4x - 10y + 19 = 0 \rightarrow x^2 + y^2 - 4x - 10y + 19 = 0$$

5. Tentukan persamaan lingkaran dengan titik pusat  $(4,5)$  dan menyinggung garis  $3x + 4y - 2 = 0$ !

Penyelesaian:

Dari titik pusat diperoleh:  $x = 4$  dan  $y = 5$

Dari garis yang disinggung diperoleh:  $A = 3, B = 4, C = -2$

$$r = \left| \frac{Ax + By + C}{\sqrt{A^2 + B^2}} \right| = \left| \frac{12 + 20 + (-2)}{\sqrt{3^2 + 4^2}} \right| = 6$$

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$$

$$(x-4)^2 + (y-5)^2 = 6^2$$

$$x^2 + y^2 - 8x - 10y + 5 = 0$$

### Lembar Kerja Siswa 1

1. Tentukan persamaan lingkaran dengan titik pusat  $(0,0)$  dengan jari-jari 7!

Jawaban:



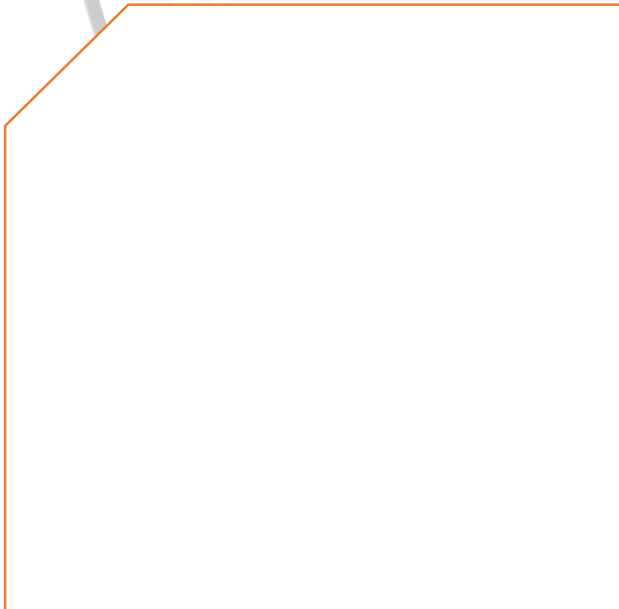
2. Tentukan persamaan lingkaran dengan titik pusat  $(-1,-3)$  dengan jari-jari 5!

Jawaban:



3. Tentukan persamaan lingkaran dengan titik pusat  $(1,3)$  dan melalui titik  $(4,2)$ !

Jawaban:



4. Tentukan persamaan lingkaran dengan titik pusat  $(2,5)$  dan menyinggung garis  $5x + 12y - 5 = 0$ !

Jawaban:





## B. Kedudukan Titik dan Garis Terhadap Lingkaran

Rangkuman Materi:

*Kedudukan titik terhadap lingkaran*

Misal titik  $(x_1, y_1)$  dan lingkaran  $x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0$  maka

$K = x_1^2 + y_1^2 + Ax_1 + By_1 + C$ , ketentuan:

Jika  $K < 0$  maka titik berada di dalam lingkaran

Jika  $K = 0$  maka titik berada pada lingkaran

Jika  $K > 0$  maka titik berada di luar lingkaran

*Kedudukan garis terhadap lingkaran*

Misal garis  $y = mx + c$  dan lingkaran  $x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0$  maka substitusikan

$y = mx + c$  ke persamaan  $x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0$  akan diperoleh persamaan kuadrat baru yaitu  $ax^2 + bx + c = 0$  dengan  $D = b^2 - 4ac$ , ketentuan:

Jika  $D < 0$  maka garis berada di luar lingkaran

Jika  $D = 0$  maka garis menyinggung atau memotong di satu titik pada lingkaran

Jika  $D > 0$  maka garis memotong di dua titik pada lingkaran

Contoh:

- 1) Tentukan letak titik  $A(1,2)$  terhadap lingkaran  $x^2 + y^2 - 2x - 4y - 3 = 0$

Penyelesaian:

Titik  $A(1,2)$  disubstitusikan ke persamaan  $x^2 + y^2 - 2x - 4y - 3 = 0$  diperoleh:

$$K = 1^2 + 2^2 - 2(1) - 4(2) - 3$$

$$K = -8$$

$K < 0$  maka titik berada di dalam lingkaran.

- 2) Tentukan kedudukan garis  $x + y = 1$  terhadap lingkaran  $x^2 + y^2 - 2x - 4y - 3 = 0$

Penyelesaian:

Garis  $x + y = 1$  diubah menjadi  $y = 1 - x$  kemudian disubstitusikan ke persamaan

$x^2 + y^2 - 2x - 4y - 3 = 0$  diperoleh:

$$x^2 + (1 - x)^2 - 2x - 4(1 - x) - 3 = 0$$

$$2x^2 - 6 = 0$$

Dari persamaan di atas diperoleh:  $a=2, b=0, c=-6$

Maka nilai  $D = b^2 - 4ac = (0)^2 - 4(2)(-6) = 48$

$D > 0$  maka garis memotong lingkaran di dua titik.

- 3) Tentukan batas  $n$  agar titik  $A(n,3)$  terhadap lingkaran  $(x-5)^2 + (y-2)^2 = 17$  :
- Terletak pada lingkaran
  - Terletak di luar lingkaran
  - Terletak di dalam lingkaran

Penyelesaian:

Titik  $A(n,3)$  disubstitusikan ke persamaan  $(x-5)^2 + (y-2)^2 = 17$  diperoleh:

$$(n-5)^2 + (3-2)^2 = 17$$

$$K = (n-5)^2 + (3-2)^2 - 17$$

- a. Titik terletak pada lingkaran:  $K = 0$  maka diperoleh:

$$(n-5)^2 + (3-2)^2 - 17 = 0$$

$$n^2 - 10n + 9 = 0$$

$$(n-1)(n-9) = 0$$

$$n = 1 \text{ atau } n = 9$$

- b. Titik terletak di luar lingkaran:  $K > 0$  maka diperoleh:

$$(n-5)^2 + (3-2)^2 - 17 > 0$$

$$n^2 - 10n + 9 > 0$$

$$(n-1)(n-9) > 0$$

$$n < 1 \text{ atau } n > 9$$

- c. Titik terletak di dalam lingkaran:  $K < 0$  maka diperoleh:

$$(n-5)^2 + (3-2)^2 - 17 < 0$$

$$n^2 - 10n + 9 < 0$$

$$(n-1)(n-9) < 0$$

$$1 < n < 9$$

- 4) Tentukan batas nilai  $p$  agar garis  $y = 2x + p$  terhadap lingkaran  $x^2 + y^2 = 5$ :
- Menyinggung lingkaran
  - Memotong lingkaran di dua titik
  - Di luar lingkaran

Penyelesaian:

Garis  $y = 2x + p$  disubstitusikan ke persamaan  $x^2 + y^2 = 5$  diperoleh:

$$x^2 + (2x + p)^2 = 5$$

$$5x^2 + 4px + p^2 - 5 = 0$$

Dari persamaan di atas diperoleh:  $a=5$ ,  $b=4p$ ,  $c=p^2 - 5$

Maka nilai  $D = b^2 - 4ac = (4p)^2 - 4(5)(p^2 - 5) = -4p^2 + 100$

- a. Garis menyinggung lingkaran:  $D = 0$  maka diperoleh:

$$-4p^2 + 100 = 0 \text{ (kedua ruang dibagi } -4)$$

$$p^2 - 25 = 0$$

$$(p - 5)(p + 5) = 0$$

$$p = 5 \text{ atau } p = -5$$

- b. Garis memotong lingkaran di dua titik:  $D > 0$  maka diperoleh:

$$-4p^2 + 100 > 0 \text{ (kedua ruang dibagi } -4)$$

$$p^2 - 25 > 0$$

$$(p - 5)(p + 5) > 0$$

$$p > 5 \text{ atau } p < -5$$

- c. Garis di luar lingkaran:  $D < 0$  maka diperoleh:

$$-4p^2 + 100 < 0 \text{ (kedua ruang dibagi } -4)$$

$$p^2 - 25 < 0$$

$$(p - 5)(p + 5) < 0$$

$$-5 < p < 5$$

## Lembar Kerja Siswa 2

1. Tentukan letak titik  $A(2,1)$  terhadap lingkaran  $x^2 + y^2 - 2x - 8y - 12 = 0$

Jawaban:

2. Tentukan kedudukan garis  $2x + y = 3$  terhadap lingkaran  $x^2 + y^2 - 2x - 4y + 1 = 0$

Jawaban:

3. Tentukan batas  $n$  agar titik  $A(2n,1)$  berada di dalam lingkaran  $(x - 5)^2 + (y - 2)^2 = 10$ !

Jawaban:

4. Tentukan batas nilai  $p$  agar garis  $y = 4x + p$  meyenggung lingkaran  $x^2 + y^2 = 17$ !

Jawaban:

### C. Persamaan Garis Singgung Lingkaran

#### Rangkuman Materi

- Diketahui lingkaran  $x^2 + y^2 = r^2$  dan garis singgung melalui titik  $(x_1, y_1)$  yang berada pada lingkaran maka persamaan garis singgung lingkaran:  $x_1 \cdot x + y_1 \cdot y = r^2$
- Diketahui lingkaran  $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$  dan garis singgung melalui titik  $(x_1, y_1)$  yang berada pada lingkaran maka persamaan garis singgung lingkaran:  $(x - a)(x_1 - a) + (y - b)(y_1 - b) = r^2$
- Diketahui lingkaran  $x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0$  dan garis singgung melalui titik  $(x_1, y_1)$  yang berada pada lingkaran maka persamaan garis singgung lingkaran:  $x_1 \cdot x + y_1 \cdot y + \frac{1}{2}A(x + x_1) + \frac{1}{2}B(y + y_1) + C = 0$
- Diketahui lingkaran  $x^2 + y^2 = r^2$  dan gradien garis singgung lingkaran  $m$  maka persamaan garis singgung lingkaran:  $y = mx \pm r\sqrt{m^2 + 1}$
- Diketahui lingkaran  $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$  dan gradien garis singgung lingkaran  $m$  maka persamaan garis singgung lingkaran:  $y - b = m(x - a) \pm r\sqrt{m^2 + 1}$

#### Contoh:

- Tentukan persamaan garis singgung lingkaran  $(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 13$  pada titik  $A(4, 6)$  !

Penyelesaian:

Cek posisi titik dengan cara mensubstitusikan nilai  $x = 4$  dan  $y = 6$  ke persamaan lingkaran  $(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 13$  diperoleh:

$$(4 - 2)^2 + (6 - 3)^2 = 13 \text{ didapat } 13 = 13 \text{ maka titik berada pada lingkaran.}$$

$$\text{Persamaan garis singgung: } (x - 2)(4 - 2) + (y - 3)(6 - 3) = 13 \text{ didapat } 2x + 3y = 26$$

- Tentukan persamaan garis singgung lingkaran  $x^2 + y^2 + 2x + 4y - 5 = 0$  yang tegak lurus terhadap garis  $x + 4y - 8 = 0$  !

Penyelesaian:

Dari garis  $x + 4y - 8 = 0$  diperoleh gradien:  $m_1 = -\frac{1}{4}$  maka gradien garis singgungnya adalah

$$m_1 \cdot m_2 = -1$$

$$\left(-\frac{1}{4}\right) \cdot m_2 = -1 \text{ diperoleh } m_2 = 4$$

Persamaan garis singgung:

$$y - b = m(x - a) \pm r\sqrt{m^2 + 1}$$

$$y - (-2) = 4(x - (-1)) \pm \sqrt{10}\sqrt{4^2 + 1}$$

$$y + 2 = 4(x + 1) \pm \sqrt{10}\sqrt{10}$$

$$y = 4x + 2 \pm \sqrt{170}$$

3. Tentukan persamaan garis singgung lingkaran  $x^2 + y^2 + 2x + 4y = 0$  yang sejajar terhadap garis  $8x + 4y - 8 = 0$ !

Penyelesaian:

Dari garis  $8x + 4y - 8 = 0$  diperoleh gradien:  $m_1 = -2$  maka gradien garis singgungnya adalah

$$m_1 = m_2 \text{ diperoleh } m_2 = -2$$

Persamaan garis singgung:

$$y - b = m(x - a) \pm r\sqrt{m^2 + 1}$$

$$y - (-2) = -2(x - (-1)) \pm \sqrt{5}\sqrt{(-2)^2 + 1}$$

$$y + 2 = -2(x + 1) \pm \sqrt{5}\sqrt{5}$$

$$y = -2x - 4 \pm 5$$

$$y = -2x + 1 \text{ atau } y = -2x - 9$$

4. Tentukan persamaan garis singgung lingkaran  $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 5$  yang ditarik dari titik  $A(3, 4)$ !

Penyelesaian:

Persamaan garis  $y - y_1 = m(x - x_1)$  diperoleh:  $y - 4 = m(x - 3)$  menjadi  $mx - y - 3m + 4 = 0$

Dari persamaan lingkaran  $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 5$  diperoleh titik pusat  $(2, 1)$  dengan

$r = \sqrt{5}$ . Dengan menggunakan rumus  $r = \frac{|Ax + By + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$  diperoleh

$$\sqrt{5} = \frac{|m(2) + (-1)(1) + (-3m + 4)|}{\sqrt{(m)^2 + (-1)^2}}$$

$$\sqrt{5} = \frac{|-m + 3|}{\sqrt{m^2 + 1}} \text{ kedua ruas dikuadratkan } (\sqrt{5})^2 = \left( \frac{-m + 3}{\sqrt{m^2 + 1}} \right)^2$$

$$2m^2 + 3m - 2 = 0 \text{ diperoleh; } m = -2 \text{ atau } m = \frac{1}{2}$$

Persamaan garis singgung:

Untuk  $m = -2$  diperoleh:  $y - 4 = -2(x - 3)$  maka  $y = -2x + 10$

Untuk  $m = \frac{1}{2}$  diperoleh:  $y - 4 = \frac{1}{2}(x - 3)$  maka  $x - 2y = -5$

### Lembar Kerja Siswa 3

1. Tentukan persamaan garis singgung lingkaran  $(x - 3)^2 + (y - 1)^2 = 13$  pada titik  $A(4, 3)$ !

Jawaban:



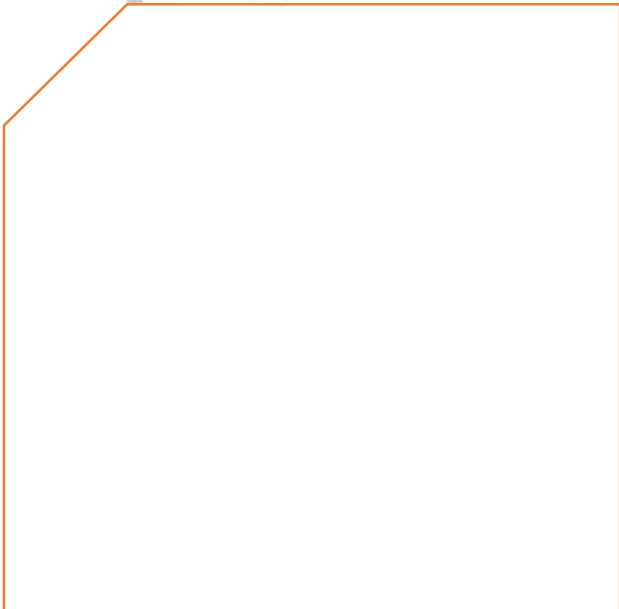
2. Tentukan persamaan garis singgung lingkaran  $x^2 + y^2 + 6x + 2y - 7 = 0$  yang tegak lurus terhadap garis  $x - 4y = -8$ !

Jawaban:



3. Tentukan persamaan garis singgung lingkaran  $x^2 + y^2 - 2x + 6y = 0$  yang sejajar terhadap garis  $x + y - 8 = 0$ !

Jawaban:



4. Tentukan persamaan garis singgung lingkaran  $x^2 + y^2 - 2x - 4y - 5 = 0$  yang ditarik dari titik  $A(3, 6)$ !

Jawaban:

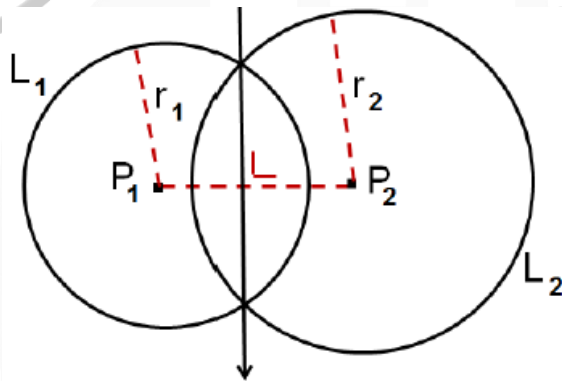


#### D. Hubungan Dua Lingkaran

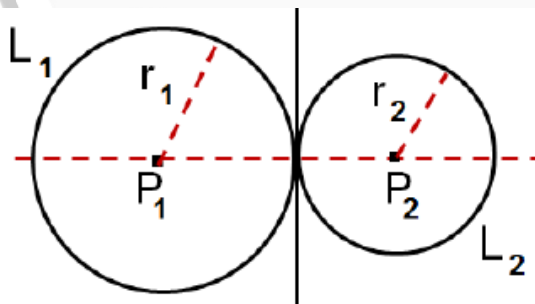
Diberikan dua lingkaran yaitu  $L_1$  dengan jari-jari  $r_1$  dan  $L_2$  dengan jari-jari  $r_2$ . Dengan melakukan eliminasi terhadap kedua persamaan lingkaran tersebut diperoleh sebuah persamaan linear. Kemudian, persamaan linear disubstitusikan ke salah satu persamaan lingkaran akan diperoleh sebuah persamaan kuadrat. Pada persamaan kuadrat tersebut dapat ditentukan nilai diskriminan ( $D$ ) yang menjadi penentu kedudukan dua buah lingkaran.

##### Rangkuman Materi

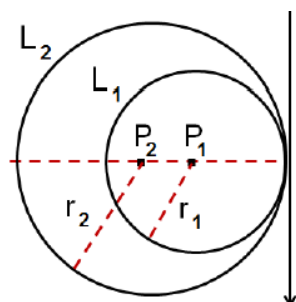
- a) Kedua lingkaran berpotongan di dua titik ( $D > 0$ ) maka diperoleh jumlah panjang jari-jari kedua lingkaran lebih besar daripada jarak kedua titik pusat lingkaran ;  $r_1 + r_2 > P_1P_2$



- b) Kedua lingkaran berpotongan/bersinggungan di satu titik ( $D = 0$ ) maka diperoleh dua kemungkinan yaitu bersinggungan di luar dan bersinggungan di dalam. Bila kedua lingkaran bersinggungan di luar maka jumlah panjang jari-jari kedua lingkaran sama dengan jarak kedua titik pusat lingkaran ;  $r_1 + r_2 = P_1P_2$



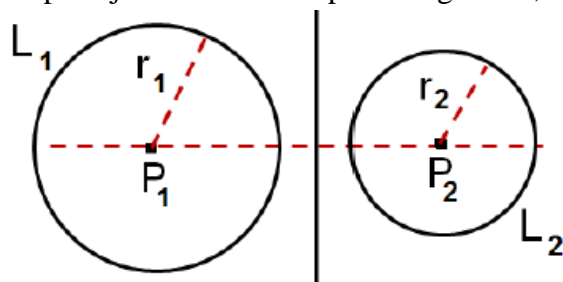
Bila kedua lingkaran bersinggungan di dalam maka jumlah panjang jari-jari kedua lingkaran lebih besar daripada jarak kedua titik pusat lingkaran ;  $r_1 + r_2 > P_1P_2$



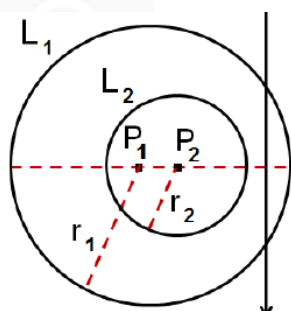
- c) Kedua lingkaran tidak berpotongan ( $D < 0$ ) maka diperoleh dua kemungkinan yaitu saling lepas di luar dan saling lepas di dalam.



Bila kedua lingkaran lepas di luar maka jumlah panjang jari-jari kedua lingkaran lebih kecil daripada jarak kedua titik pusat lingkaran ;  $r_1 + r_2 < P_1P_2$



Bila kedua lingkaran lepas di dalam maka jumlah panjang jari-jari kedua lingkaran lebih besar daripada jarak kedua titik pusat lingkaran ;  $r_1 + r_2 > P_1P_2$



Contoh:

Tentukan kedudukan lingkaran  $(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 4$  dan  $(x - 3)^2 + (y - 3)^2 = 9$ !

Penyelesaian:

$$(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 4 \text{ sama dengan } x^2 + y^2 - 4x - 6y + 9 = 0 \text{ ..... Pers. 1)}$$

$$(x - 3)^2 + (y - 3)^2 = 9 \text{ sama dengan } x^2 + y^2 - 6x - 6y + 9 = 0 \text{ ..... Pers. 2)}$$

Eliminasi Pers. 1) dan Pers. 2) diperoleh:

$$2x = 0 \text{ maka } x = 0$$

Nilai  $x = 0$  disubstitusikan ke salah satu persamaan lingkaran, diperoleh:

$$(0 - 2)^2 + (y - 3)^2 = 4 \text{ diperoleh } y^2 - 6y + 9 = 0$$

$$\text{Dari } y^2 - 6y + 9 = 0 \text{ diperoleh } a = 1, b = -6, c = 9$$

$$D = b^2 - 4ac = (-6)^2 - 4(1)(9) = 0$$

Karena  $D = 0$  maka kedua lingkaran bersinggungan atau berpotongan di satu titik.

Dari  $(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 4$  diperoleh: titik pusat  $(2, 3)$  dan jari-jari 2

Dari  $(x - 3)^2 + (y - 3)^2 = 9$  diperoleh: titik pusat  $(3, 3)$  dan jari-jari 3

$$\text{Jarak titik pusat (d)} = \sqrt{(3 - 2)^2 + (3 - 3)^2} = 1$$

$$\text{Jumlah panjang jari-jari: } 2 + 3 = 5$$

Diketahui bahwa  $r_1 + r_2 > P_1P_2$  maka kedua lingkaran bersinggungan di luar.

#### Lembar Kerja Siswa 4

1. Diketahui lingkaran  $(x - 7)^2 + (y - 1)^2 = 16$  dan  $(x - 3)^2 + (y + 3)^2 = 16$  berpotongan di titik A dan titik B. Tentukan jarak titik A dan titik B!

*Jawaban:*

2. Diketahui sebuah lingkaran L bersinggungan luar dengan lingkaran  $(x - 3)^2 + (y - 1)^2 = 4$ . Jika lingkaran L berpusat di titik  $(3, -4)$ , tentukan persamaan lingkaran L!

*Jawaban:*

## Soal Latihan

### A. Latihan Dasar

- 1) Tentukan persamaan lingkaran pusat  $P(-2,-3)$  yang melalui titik  $B(-1,2)$
- 2) Jarak titik pusat lingkaran  $x^2 + y^2 - 6x - 2y - 13 = 0$  dengan garis  $x - y - 10 = 0$
- 3) Tentukan persamaan lingkaran dengan titik pusat  $P(0,0)$  dan dengan jari-jari sama dengan 7!
- 4) Tentukan persamaan lingkaran dengan titik pusat  $P(-1,-3)$  dan dengan jari-jari sama dengan 5!
- 5) Tentukan persamaan lingkaran dengan titik pusat  $P(0,0)$  dan melalui titik  $A(3,-4)$ !
- 6) Tentukan persamaan lingkaran dengan titik pusat  $P(1,3)$  dan melalui titik  $A(4,2)$ !
- 7) Tentukan persamaan lingkaran dengan pusat terletak pada titik potong antara garis  $y = x + 2$  dan garis  $y = 2x - 2$  menyinggung sumbu-X adalah ....
- 8) Diketahui persamaan lingkaran  $x^2 + y^2 - 4x - 2y - 31 = 0$ . Tentukan titik pusat dan panjang jari-jari lingkaran tersebut!
- 9) Salah satu persamaan garis singgung lingkaran berpusat  $P(0,0)$  dan berjari-jari  $2\sqrt{5}$  yang ber-absis 4 adalah....
- 10) Diketahui lingkaran dengan pusat  $P(-2,3)$  dan berjari-jari  $\sqrt{17}$  garis singgung lingkaran tersebut pada titik  $A(2,4)$  adalah ....
- 11) Diketahui persamaan lingkaran  $3x^2 + 3y^2 + 6x - 18y + 18 = 0$ . Tentukan titik pusat dan panjang jari-jari lingkaran tersebut!
- 12) Tentukan letak titik  $A(2,1)$  terhadap lingkaran  $x^2 + y^2 - 2x - 8y - 12 = 0$ !
- 13) Tentukan letak titik  $A(2,3)$  terhadap lingkaran  $x^2 + y^2 - 2x - 2y - 3 = 0$ !
- 14) Tentukan persamaan lingkaran dengan pusat  $P(-2,-3)$  yang melalui titik  $B(1,1)$
- 15) Tentukan persamaan lingkaran dengan pusat  $P(-3,3)$  menyinggung garis  $y = 6$
- 16) Tentukan persamaan lingkaran dengan diameter AB dengan titik A dan B titik potong parabola  $y = x^2 - 2x - 3$  dan garis  $y = 2x + 2$
- 17) Tentukan persamaan lingkaran dengan pusat  $A(3,5)$  dan menyinggung garis  $x = 8$
- 18) Diketahui lingkaran  $x^2 + y^2 + ax - 10y + 4 = 0$  menyinggung sumbu-X. Tentukan nilai  $a$ !
- 19) Tentukan persamaan lingkaran dengan pusat  $A(5,9)$  menyinggung sumbu-Y!
- 20) Tentukan persamaan lingkaran sepusat dengan lingkaran  $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 12 = 0$  dan melalui  $B(3, 12)$
- 21) Tentukan persamaan lingkaran yang berpusat di titik tengah BC dan melalui titik A bila  $A(2, 5)$ ,  $B(3, 3)$  dan  $C(-1, 7)$
- 22) Tentukan persamaan lingkaran yang berpusat di titik  $A(1, 7)$  menyinggung garis  $y = 7$ .
- 23) Tentukan persamaan lingkaran yang berpusat di titik  $A(4, 5)$  menyinggung garis  $4x - 3y - 2 = 0$
- 24) Titik A dan B titik potong garis  $x + y = 3$  dengan sumbu-X dan sumbu-Y. Tentukan tempat kedudukan  $P(x, y)$  di mana  $2AP = BP$

- 25) Tentukan persamaan lingkaran dengan titik pusat  $P(2,5)$  dan menyinggung garis  $5x + 12y - 5 = 0$ !
- 26) Tentukan persamaan lingkaran yang berpusat di titik  $(2,-3)$  dan menyinggung garis  $3x - 4y + 7 = 0$ !
- 27) Tentukan persamaan lingkaran yang mempunyai diameter ruas garis  $AB$  di mana  $A(3,1)$  dan  $B(-3,-1)$ !
- 28) Tentukan batas nilai  $p$  agar titik  $A(3, p)$  pada lingkaran  $x^2 + y^2 - 4x + 6y + 8 = 0$
- 29) Tentukan nilai  $n$  agar titik  $A(n-4, 3)$  terletak pada lingkaran:  $(x-1)^2 + (y-4)^2 = 17$
- 30) Tentukan nilai  $n$  agar titik  $A(n-1,5)$  terletak diluar lingkaran  $(x-3)^2 + (y-4)^2 = 10$
- 31) Tentukan batas nilai  $n$  agar titik  $B(14, n)$  didalam lingkaran  $(x-11)^2 + (y-1)^2 = 13$
- 32) Tentukan batas nilai  $t$  agar titik  $B(t, 3)$  di luar lingkaran  $(x-3)^2 + (y-5)^2 = 20$
- 33) Tentukan batas nilai  $n$  agar titik  $B(7, n)$  tidak didalam lingkaran  $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 45$
- 34) Tentukan jarak titik  $A(5,6)$  terhadap lingkaran  $x^2 + y^2 - 4x - 4y - 1 = 0$
- 35) Tentukan kedudukan garis  $x - y - 2 = 0$  terhadap lingkaran  $(x-3)^2 + (y+4)^2 = 9$
- 36) Jika titik  $(k,3)$  pada lingkaran  $x^2 + y^2 - 13x + 5y + 6 = 0$  maka nilai  $k$  adalah ....
- 37) Titik potong lingkaran  $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 12 = 0$  dengan sumbu- $X$  adalah ....
- 38) Tentukan persamaan garis singgung lingkaran  $x^2 + y^2 - 10 = 0$  pada titik  $A(3,1)$
- 39) Tentukan persamaan garis singgung lingkaran  $(x+1)^2 + (y+2)^2 = 5$  pada titik  $A(-2,-4)$
- 40) Tentukan persamaan garis singgung  $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 5$  dengan gradien  $2$ !
- 41) Tentukan persamaan garis singgung lingkaran  $(x-3)^2 + (y-1)^2 = 5$  sejajar garis  $y + 2x - 4 = 0$
- 42) Tentukan persamaan garis singgung lingkaran  $x^2 + y^2 = 2$  ditarik dari titik  $A(-2,4)$
- 43) Tentukan kedudukan dua lingkaran berikut  $x^2 + y^2 - 6x + 4y - 12 = 0$  dan  $x^2 + y^2 - 10x + 6y - 8 = 0$ !

## B. Latihan Menengah

- 1) Tentukan batas  $n$  agar titik  $A(2n,1)$  berada:
  - a. Pada lingkaran  $(x-5)^2 + (y-2)^2 = 10$
  - b. Di luar lingkaran  $(x-5)^2 + (y-2)^2 = 10$
  - c. Di dalam lingkaran  $(x-5)^2 + (y-2)^2 = 10$
- 2) Tentukan batas  $n$  agar garis  $y = 4x + n$  terhadap lingkaran  $x^2 + y^2 = 17$ 
  - a. Menyinggung/memotong di satu titik
  - b. Memotong di dua titik
  - c. Di luar lingkaran
- 3) Tentukan persamaan lingkaran dengan pusat pada puncak parabola  $y = (x-1)(x-5) + 3$  melalui titik  $(4,7)$

- 4) Tentukan persamaan lingkaran sepusat dengan lingkaran  $x^2 + y^2 - 2x - 4y - 12 = 0$  dan berjari-jari sama jari-jari lingkaran  $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 5 = 0$
- 5) Tentukan persamaan lingkaran dengan pusat di puncak parabola  $y = x^2 - 2x + 6$  menyinggung garis  $x = 10$  adalah...
- 6) Tentukan persamaan lingkaran yang berdiameter titik potong garis  $y = x + 6$  dan  $y = x^2 - x + 3$
- 7) Diketahui garis dengan gradien 2 membagi lingkaran  $x^2 + y^2 + 4x - 8y - 5 = 0$  menjadi dua bagian yang sama. Tentukan persamaan garis tersebut!
- 8) Diketahui titik  $(2, 2)$  dan  $(2, -4)$  berada pada lingkaran  $x^2 + y^2 + mx + ny - 4 = 0$ . Panjang jari-jari lingkaran tersebut adalah ....
- 9) Tentukan persamaan lingkaran dengan pusat titik potong garis  $x + 3y = 5$  dan garis  $3x - 3y = 5$  menyinggung garis  $x = 5$
- 10) Bila terdapat lingkaran berpusat di titik puncak parabola  $y = x^2 - 2x + 6$  dan melalui titik A(2, 4) tentukan garis singgung lingkaran tersebut di titik A adalah....
- 11) Persamaan garis singgung lingkaran  $x^2 + y^2 + 2x - 2y - 3 = 0$  yang tegak lurus garis  $x + 2y = 12$  adalah...
- 12) Diberikan garis g; melalui A(2,6) dan B(4,5) persamaan garis singgung lingkaran  $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 2$  yang tegak lurus garis g adalah....
- 13) Tentukan persamaan lingkaran dengan diameter AB dengan titik A dan B titik potong garis  $2x + 3y = 12$  dengan sumbu-X dan sumbu-Y
- 14) Tentukan persamaan lingkaran dengan pusat titik potong garis  $2x + y = 7$  dan  $x + 2y = 5$  menyinggung garis  $4x - 3y + 11 = 0$
- 15) Tentukan persamaan lingkaran dengan pusat terletak pada garis  $y = 2x + 10$  menyinggung sumbu-Y di titik A(0, 6)
- 16) Tentukan persamaan lingkaran sepusat dengan lingkaran  $x^2 + y^2 - 4x - 6y - 12 = 0$  dan berjari-jari 2 kali jari-jari lingkaran  $(x - 3)^2 + (y + 24)^2 = 8$
- 17) Tentukan persamaan lingkaran yang melalui titik A(2,4) , B(3,3) dan C(-1,0)!
- 18) Diberikan garis  $y = 3$  ,  $y = 7$  ,  $x = 1$  dan  $y = 4$  tentukan persamaan lingkaran yang melalui ke empat titik potong garis tersebut!
- 19) Diberikan garis  $x + y = 2$  ,  $x - y = 2$  ,  $x - y = 2$  dan  $x = y = 4$ , tentukan persamaan lingkaran yang; a). menyinggung ke 4 garis b). Melalui ke 4 titik potong garis tersebut!
- 20) Titik A dan B titik potong garis  $3x + 2y = 12$  dengan sumbu-X dan sumbu-Y. Tentukan tempat kedudukan P(x,y) di mana  $2 AP = BP$
- 21) Lingkaran  $x^2 + y^2 - 2px + q = 0$  mempunyai jari-jari sama dengan 2 akan menyinggung garis  $x - y = 0$  jika nilai p yang positif sama dengan ....
- 22) Diberikan titik A(4 ,6 ) , persamaan garis singgung lingkaran  $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 9$  yang ditarik dari titik A adalah  $g_1$  dan  $g_2$  bila sudut yang dibentuk antara  $g_1$  dan  $g_2$  adalah  $x$  maka nilai  $\sin x$  adalah....

- 23) Tentukan batas nilai  $p$  agar Titik  $A(3, p-7)$  pada lingkaran  $x^2 + y^2 - 4x + 6y + 8 = 0$
- 24) Tentukan batas nilai  $p$  agar Titik  $B(14, p-3)$  di dalam lingkaran  $(x-11)^2 + (y-1)^2 = 13$
- 25) Tentukan batas nilai  $p$  agar Titik  $B(2p-10, 3)$  di luar lingkaran  $(x-3)^2 + (y-5)^2 = 20$
- 26) Bila  $(a,b)$  dan  $(c,d)$  titik potong garis  $y = 2 - x$  dan lingkaran  $x^2 + y^2 - 2x + 4y = 0$  maka nilai  $2a + 2b + 2c + 2d$  adalah ....
- 27) Tentukan jarak:
- Titik  $A(5,6)$  terhadap lingkaran  $x^2 + y^2 - 4x - 4y - 1 = 0$
  - Garis  $3x + 4y + 13 = 0$  terhadap lingkaran  $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 4$
  - Lingkaran  $(x+1)^2 + (y+2)^2 = 9$  dan lingkaran  $(x-4)^2 + (y-10)^2 = 4$
- 28) Tentukan persamaan garis singgung lingkaran:
- $x^2 + y^2 + 2x - 4y - 5 = 0$  pada titik  $A(-2,5)$
  - $x^2 + y^2 - 6x - 10y + 9 = 0$  pada titik  $A(4,3)$
- 29) Tentukan persamaan garis singgung lingkaran:
- $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 2$  dengan gradien 1
  - $(x-4)^2 + (y-5)^2 = 5$  dengan gradien -2
- 30) Tentukan persamaan garis singgung lingkaran:
- $(x+4)^2 + (y+1)^2 = 17$  tegak lurus garis  $-x + 4y - 15 = 0$
  - $(x-3)^2 + (y+2)^2 = 2$  membentuk sudut  $240^\circ$  dengan sumbu x positif.
- 31) Tentukan persamaan garis singgung lingkaran  $(x-1)^2 + (y-5)^2 = 5$  ditarik dari titik  $B(2,8)$
- 32) Tentukan persamaan lingkaran yang melalui titik  $(2,2)$ ,  $(2,-4)$ , dan  $(5,-1)$ !
- 33) Diketahui lingkaran  $3x^2 + 3y^2 + 6x - 3ay - 12 = 0$  mempunyai jari-jari sama dengan 3. Tentukan nilai  $a$ !
- 34) Persamaan garis singgung lingkaran  $x^2 + y^2 + 4x - 2y + 3 = 0$  yang ditarik dari titik  $A(2,-1)$  mempunyai gradien  $M_1$  dan  $M_2$  nilai dari  $\frac{4}{M_2} + \frac{4}{M_1} = \dots$
- 35) Bila  $n_1$  dan  $n_2$  adalah nilai  $n$  agar titik  $(2, n+1)$  terletak pada lingkaran  $(x-3)^2 + (y-4)^2 = 7$  maka nilai dari  $4n_1^2 + 4n_2^2$  adalah ....
- 36) Diketahui lingkaran  $x^2 + y^2 + 6x + k = 0$  dan lingkaran  $x^2 + y^2 + 8y - 20 = 0$  saling bersinggungan di dalam maka nilai  $k$  adalah ....

- 37) Seorang Ibu sedang duduk melihat puteranya yang sedang bersepeda mengelilingi taman berbentuk lingkaran dengan panjang lintasan 88 meter. Misalkan posisi Ibu tersebut berada pada titik  $(0,0)$  dan titik pusat taman berada pada sumbu X serta jarak terdekat Ibu dengan anaknya yang sedang bersepeda adalah 2 meter. Tentukan persamaan lintasan sepeda anak tersebut!

### C. Tingkat Lanjut

- 1) Tentukan persamaan lingkaran berpusat di garis  $y = 2x + 12$  menyinggung sumbu-Y di titik  $A(0,4)$ !
- 2) Diberikan garis  $3x - 4y + 24 = 0$ ,  $3x + 2y - 12 = 0$  dan sumbu-X. Tentukan persamaan lingkaran yang melalui ketiga titik potong ketiga garis tersebut!
- 3) Persamaan garis singgung lingkaran  $x^2 + y^2 + 4x - 2y + 3 = 0$  yang ditarik dari titik  $A(2,5)$  mempunyai gradien  $a$  dan  $b$  nilai dari  $a^3 + b^3 = \dots$
- 4) Sebuah lingkaran berpusat  $(0, k)$  dengan  $k > 6$ , dan menyinggung garis  $y = x$ ,  $y = -x$  dan  $y = 6$ . Tentukan panjang jari-jari lingkaran tersebut!
- 5) Persamaan garis singgung lingkaran  $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 5$  yang ditarik dari titik  $A(1,7)$  menyinggung lingkaran tersebut di titik B dan C jika P adalah pusat lingkaran tersebut. Tentukan luas ABPC!
- 6) Suatu markas pertahanan memiliki radar yang dapat mendeteksi drone dengan radius 1 km. suatu hari terdapat sebuah drone yang berada 1 km sebelah timur markas dan melintas lurus menuju 2 km di utara markas. Tentukan apakah drone tersebut terdeteksi oleh radar atau tidak!



### Soal Latihan Tes Sumatif (Lingkaran)

- 1 Luas lingkaran dengan persamaan  $x^2 + y^2 + 4x - 2y - 3 = 0$  adalah .... satuan luas.
  - A  $8\sqrt{2}\pi$
  - B  $4\sqrt{2}\pi$
  - C  $8\pi$
  - D  $12\pi$
  - E  $16\pi$
- 2 Persamaan lingkaran yang berpusat di titik  $(1, -2)$  dengan jari-jari 3 adalah ....
  - A  $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 = 0$
  - B  $x^2 + y^2 - 2x - 4y - 4 = 0$
  - C  $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 8 = 0$
  - D  $x^2 + y^2 + 2x + 4y - 8 = 0$
  - E  $x^2 + y^2 + 2x - 4y - 8 = 0$
- 3 Titik singgung lingkaran  $(x + 2)^2 + (y + 3)^2 = 13$  dengan garis  $3x + 2y = 1$  adalah ....
  - A  $(1, -1)$
  - B  $(-1, -1)$
  - C  $(-1, 1)$
  - D  $(1, 2)$
  - E  $(-1, 2)$
- 4 Diketahui titik  $A(-3, 2)$  dan titik  $B(3, 2)$ . Jika AB merupakan diameter sebuah lingkaran maka persamaan lingkaran tersebut adalah ....
  - A  $x^2 + y^2 - 4y - 5 = 0$
  - B  $x^2 + y^2 + 4y - 5 = 0$
  - C  $x^2 + y^2 - 4y + 5 = 0$
  - D  $x^2 + y^2 - 4y - 4 = 0$
  - E  $x^2 + y^2 - 4y + 4 = 0$
- 5 Sumbu X memotong lingkaran  $(x + 1)^2 + (y - 3)^2 = 34$  pada titik ....
  - A  $(-6, 0)$  dan  $(4, 0)$
  - B  $(-6, 0)$  dan  $(-4, 0)$
  - C  $(-4, 0)$  dan  $(6, 0)$
  - D  $(4, 0)$  dan  $(6, 0)$
  - E  $(-4, 0)$  dan  $(2, 0)$



- 6 Suatu markas pertahanan memiliki radar yang dapat mendeteksi pesawat atau drone dengan radius 10 km. Suatu hari ada sebuah drone yang berada pada 15 km sebelah timur markas melintas lurus menuju 13 km di utara markas.

Pernyataan	Benar	Salah
Drone terdeteksi oleh radar		
Drone tidak terdeteksi oleh radar		

- 7 Pilihlah titik-titik berikut yang berada di dalam lingkaran  $x^2 + y^2 - 8x + 2y - 23 = 0$

	PILIHAN 1		PILIHAN 2
[opsi=A]	$(-1, -4)$	[opsi=A]	$(1, 5)$
[opsi=B]	$(-3, -1)$	[opsi=B]	$(7, -7)$
[opsi=C]	$(-2, 3)$	[opsi=C]	$(9, 1)$

- 8 Seorang guru olahraga sedang melihat siswa berlari mengelilingi kolam ikan berbentuk lingkaran dengan panjang lintasan 88 meter. Jika titik pusat kolam di titik  $(0, 0)$  dan posisi guru berada pada sumbu X serta jarak terdekat siswa dengan guru adalah 2 meter maka

persamaan lintasan lari siswa tersebut adalah ....  $\left(\pi = \frac{22}{7}\right)$

- A  $x^2 + y^2 - 10x + 51 = 0$   
 B  $x^2 + y^2 - 20x + 51 = 0$   
 C  $x^2 + y^2 - 10x - 51 = 0$   
 D  $x^2 + y^2 = 256$   
 E  $x^2 + y^2 = 196$
- 9 Batas  $n$  agar titik  $(n, 2)$  berada di dalam lingkaran  $x^2 + y^2 + 2x - 4y - 4 = 0$  adalah ....

- A  $n \in \langle -4, 2 \rangle$   
 B  $n \in \langle -4, -2 \rangle$   
 C  $n \in \langle 2, 4 \rangle$   
 D  $n \in \langle -2, 4 \rangle$   
 E  $n \in \langle -2, 0 \rangle$

- 10 Jari-jari lingkaran yang melalui titik  $(2, -1)$ ,  $(4, 3)$ , dan  $(-5, 6)$  adalah ....

- A 3  
 B 4  
 C 5  
 D 6  
 E 7

- 11 Persamaan garis singgung lingkaran  $(x + 2)^2 + (y + 1)^2 = 17$  di titik  $(-1, 3)$  adalah ....
- A  $x + 4y = 11$
  - B  $x - 4y = 11$
  - C  $x + 4y = 13$
  - D  $x - 4y = 13$
  - E  $x - 4y = -13$
- 12 Persamaan garis singgung lingkaran  $x^2 + y^2 + 4x - 4y - 5 = 0$  yang tegak lurus dengan garis  $2x = 3y + 3$  adalah ....
- A  $3x + 2y = -7$
  - B  $3x - 2y = 7$
  - C  $3x + 2y = 7$
  - D  $3x + 2y = 11$
  - E  $3x - 2y = 11$
- 13 Persamaan garis singgung lingkaran  $(x + 5)^2 + (y + 2)^2 = 10$  yang ditarik dari titik  $(-1, -4)$  adalah ....
- A  $y = 3x - 7$
  - B  $y = -3x + 7$
  - C  $x = 3y + 11$
  - D  $x = 3y - 11$
  - E  $x = -3y + 11$
- 14 Diketahui sebuah lingkaran melalui tiga titik yaitu  $(3, 5)$ ,  $(-4, 4)$ , dan  $(-3, -3)$ . Persamaan garis singgung lingkaran pada titik  $(4, -2)$  adalah ....
- A  $4x = 3y + 22$
  - B  $4x = 3y - 22$
  - C  $3x = 4y + 22$
  - D  $3x = 4y - 22$
  - E  $3x = -4y + 22$
- 15 Diketahui lingkaran  $x^2 + y^2 - 4y = 12$  dan  $x^2 + y^2 + 4x - 4y = -4$ . Kedudukan kedua lingkaran tersebut adalah ....
- A Berpotongan di dua titik
  - B Bersinggungan di luar
  - C Bersinggungan di dalam
  - D Saling lepas di luar
  - E Saling lepas di dalam

- 16 Diketahui lingkaran  $x^2 + y^2 = 9$  dan  $x^2 + y^2 + 2kx + 21 = 0$  bersinggungan di luar. Nilai  $k+1$  adalah ....
- A -5
  - B -4
  - C 3
  - D 4
  - E 5
- 17 Dua buah roda sepeda berbentuk lingkaran yang berjari-jari 30 cm dan 50 cm diletakkan di atas lantai dengan ubin motif kotak-kotak. Jika dianggap bahwa titik pusat roda berjari-jari 30 cm merupakan titik  $(0,0)$  dan roda berjari-jari 50 cm diletakkan bersinggungan di luar dengan roda berjari-jari 30 cm. Persamaan lingkaran roda berjari-jari 50 cm adalah ....
- A  $(x - 8)^2 + y^2 = 25$
  - B  $(x - 4)^2 + y^2 = 25$
  - C  $(x - 8)^2 + (y - 8)^2 = 25$
  - D  $x^2 + y^2 = 25$
  - E  $8x^2 + 8y^2 = 25$
- 18 Persamaan garis singgung lingkaran  $x^2 + y^2 - 2x - 8y + 4 = 0$  yang sejajar dengan garis  $3x = 2y - 2$  adalah ....
- A  $3x = 2y - 8$
  - B  $3x = 2y + 8$
  - C  $2x = 3y - 8$
  - D  $2x = 3y + 8$
  - E  $2x = -3y + 8$
- 19 Sebuah asteroid bergerak lurus memiliki lintasan  $4x + 3y = 25$  diprediksi akan menabrak sebuah satelit yang bergerak mengelilingi Bumi dengan lintasan  $x^2 + y^2 = 25$ . Jika titik pusat Bumi adalah  $(0,0)$  maka tabrakan akan terjadi di titik ....
- A  $(4,3)$
  - B  $(3,4)$
  - C  $(4,5)$
  - D  $(5,4)$
  - E  $(4,6)$

- 20 Jika garis  $3x + 2y = 7$  menyinggung lingkaran  $x^2 + y^2 + (n-1)x - 9 = 0$  di titik  $(1, 2)$  maka nilai  $n$  adalah ....
- A 2  
B 3  
C 4  
D 5  
E 6
- 21 Diketahui lingkaran  $x^2 + (y-1)^2 = 9$  dan  $(x-4)^2 + (y-1)^2 = 25$  berpotongan di dua titik. Jarak kedua titik potong tersebut adalah ....
- A 3  
B 4  
C 5  
D 6  
E 7
- 22 Diketahui  $L_1 : x^2 + y^2 + 8x + 4y + 15 = 0$  dan  $L_2 : x^2 + y^2 + 8x + 4y - 25 = 0$ . Hubungan jari-jari kedua lingkaran tersebut adalah ....
- A  $r_1 = \frac{1}{2}r_2$   
B  $r_2 = \frac{1}{2}r_1$   
C  $r_1 = \frac{2}{3}r_2$   
D  $r_2 = \frac{2}{3}r_1$   
E  $r_2 = \frac{1}{4}r_1$
- 23 Persamaan garis yang melalui titik pusat lingkaran  $x^2 + y^2 + 6x + 4y + 5 = 0$  dan  $x^2 + y^2 - 6x - 8y - 7 = 0$  adalah ....
- A  $y = x - 1$       C.  $x = y - 1$       E.  $2y = x - 1$   
B  $y = x + 1$       D.  $2y = x + 1$
- 24 Diketahui jari-jari lingkaran  $x^2 + y^2 - (p-1)x + 8y + 1 = 0$  adalah 4 maka nilai  $p$  adalah ....
- A 3      C. 1      E. -4  
B 2      D. -2
- 25 Jarak titik pusat lingkaran  $x^2 + y^2 + 4x + 4y - 5 = 0$  dan  $x^2 + y^2 + 2x - 4y + 3 = 0$  adalah ....
- A  $\sqrt{18}$       C.  $\sqrt{15}$       E.  $\sqrt{11}$   
B  $\sqrt{17}$       D.  $\sqrt{13}$

## Lembar Refleksi

1. Lingkaran yang sudah Anda pelajari ketika SMP sangat berbeda dengan materi yang baru saja telah dipelajari. Menurut Anda mengapa materi ini sulit untuk dipahami atau sebaliknya lebih mudah dipahami?

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. Jika Anda melihat di dalam kehidupan sehari-hari, banyak ditemukan bentuk-bentuk lingkaran. Jelaskan bagaimana konsep lingkaran dalam pembelajaran matematika memberi sudut pandang baru dalam melihat lingkaran yang ada dalam kehidupan sehari-hari baik berupa benda, bangunan, atau gambar pada layar!

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. Untuk menguasai materi lingkaran dibutuhkan kemampuan imajinatif yaitu melihat teks soal menjadi bentuk gambar sehingga tak jarang dalam proses menyelesaikan soal juga disertai dengan menggambar sketsa lingkaran, nilai-nilai apa yang dapat Anda ambil dan terapkan dalam proses penyelesaian masalah yang mungkin Anda temukan dalam kehidupan sehari-hari? Jelaskan jawaban Anda.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

## Lembar Penilaian Sikap

**Nama** : .....

**Kelas/No** : .....

**Hari/ Tanggal** : .....

Berilah tanda (  $\checkmark$  ) centang pada kolom yang disediakan.

No	Sikap	Indikator	TP	KD	SR	SL
1.	Aktif	Apakah saya selalu mengikuti arahan guru pada setiap pembelajaran.				
		Apakah saya menyelesaikan soal yang diajukan guru				
		Apakah saya merespon penjelasan guru.				
2.	Rajin	Membuat catatan mengenai informasi penting selama pembelajaran				
		Mengerjakan latihan soal secara mandiri				
		Mengerjakan tugas (PR)				
3.	Kerjasama	Berdiskusi dengan teman mengenai materi yang belum dipahami				
		Mengerjakan soal latihan secara bersama-sama				
		Mengerjakan tugas kelompok				

Keterangan:

TP: Tidak pernah (melakukan 0%)

KD: Kadang-kadang (melakukan 1-50%)

SR: Sering (melakukan 51-99%)

SL: Selalu (melakukan 100%)

## BAB 2. POLINOMIAL

### Tujuan Pembelajaran:

- ✓ Memahami bentuk-bentuk dan sifat-sifat operasi aljabar polinomial, Teorema sisa, teorema faktor, dan Teorema akar Vieta.
- ✓ Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan operasi aljabar polinomial, Teorema sisa, teorema faktor, dan Teorema akar Vieta.

### Materi Esensial:



### Alokasi Waktu: 6 x 45 menit

#### A. Operasi Aljabar Polinomial

##### Rangkuman materi

- Polinomial atau yang juga biasa disebut dengan ‘*suku banyak*’ merupakan sebuah sistem persamaan yang mengandung koefisien dan variabel dalam beberapa suku—yang sesuai namanya, ada banyak, bisa sampe lebih dari dua suku.
- Bentuk umum polinomial:  $a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \dots + a_1 x + a_0$  di mana  $n \neq 0$ . Polinom dikatakan berderajat  $n$  jika  $n$  merupakan pangkat tertinggi dari polinom.
- Persamaan polinomial:  $P(x) = H(x) \cdot Q(x) + S(x)$ , di mana  $P(x)$  adalah persamaan polinomial,  $H(x)$  merupakan hasil bagi polinomial,  $Q(x)$  merupakan pembagi polinomial, dan  $S(x)$  merupakan sisa pembagian polinomial.
- Operasi penjumlahan dan pengurangan dilakukan dengan menjumlahkan atau mengurangkan koefisien suku-suku polinomial yang memiliki variabel dan pangkat yang sama.
- Operasi perkalian dilakukan dengan mengalikan semua suku-suku polinomial secara bergantian.
- Operasi pembagian dilakukan dengan dua cara yaitu metode pembagian bersusun dan skema Horner.

*Operasi penjumlahan dan pengurangan* dilakukan dengan menjumlahkan atau mengurangi koefisien suku-suku polinomial yang memiliki variabel dan pangkat yang sama.

Contoh:

Diketahui  $f(x) = 2x^2 - 3x + 1$  dan  $g(x) = 4x^2 + x - 3$ . Tentukan hasil dari  $f(x) + g(x)$ !

$$\begin{aligned} f(x) + g(x) &= (2x^2 - 3x + 1) + (4x^2 + x - 3) \\ &= 2x^2 + 4x^2 - 3x + x + 1 - 3 \\ &= 6x^2 - 2x - 2 \end{aligned}$$

Diketahui  $f(x) = 3x^2 - 3x - 2$  dan  $g(x) = 4x^2 - 3x + 1$ . Tentukan hasil dari  $f(x) - g(x)$ !

$$\begin{aligned} f(x) - g(x) &= (3x^2 - 3x - 2) - (4x^2 - 3x + 1) \\ &= 3x^2 - 4x^2 - 3x + 3x - 2 - 1 \\ &= -x^2 - 3 \end{aligned}$$

*Operasi perkalian* dilakukan dengan mengalikan semua suku-suku polinomial secara bergantian.

Contoh:

Diketahui  $f(x) = 3x^2 - 3x - 2$  dan  $g(x) = 4x^2 - 3x + 1$ . Tentukan hasil dari  $f(x) \cdot g(x)$ !

$$\begin{aligned} f(x) \cdot g(x) &= (2x+1)(4x^2-3x+3) \\ &= 8x^3 - 6x^2 + 6x + 4x^2 - 3x + 3 \\ &= 8x^3 - 2x^2 + 3x + 3 \end{aligned}$$

*Operasi pembagian* dilakukan dengan dua cara yaitu metode pembagian bersusun dan skema Horner.

**Metode pembagian bersusun**

Contoh:

1. Tentukan hasil bagi dan sisa jika  $F(x) = 2x^2 + 3x - 5$  dibagi  $(x + 2)$ !

Penyelesaian:

$$\begin{array}{r} \text{HC(x)} \\ 2x-1 \\ \overline{x+2 \over 2x^2+3x-5} \\ \underline{2x^2+4x} \phantom{-} \\ -x-5 \\ \underline{-x-2} \\ -3 \\ \text{S(x)} \end{array}$$



2. Tentukan hasil bagi dan sisa jika  $F(x) = 2x^3 + 3x^2 - 8x + 7$  dibagi  $(2x - 1)$ !

Penyelesaian:

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{l} \text{P(x)} \\ 2x-1 \end{array} \overline{) \begin{array}{l} \text{H(x)} \\ 2x^3 + 3x^2 - 8x + 7 \end{array}} \\
 \underline{2x^3 - x^2} \phantom{+ 7} \\
 4x^2 - 8x + 7 \\
 \underline{4x^2 - 2x} \phantom{+ 7} \\
 -6x + 7 \\
 \underline{-6x + 3} \\
 4
 \end{array}$$

$f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 8x + 7$   
 $f(x) = (2x-1)(x^2+2x-3) + 4$

### Skema Horner

Contoh:

Tentukan hasil bagi dan sisa jika  $F(x) = 2x^3 + 3x^2 - 8x + 7$  dibagi  $(2x - 1)$ !

Penyelesaian:

$(2x-1) \rightarrow x = \frac{1}{2}$

	2	3	-8	7	
$\frac{1}{2}$		1	2	-3	
	2	4	-6	4	

$2x^2 + 4x - 6$   
 disederhanakan menjadi  
 $x^2 + 2x - 3$   
 $\downarrow$   
 $H(x) = x^2 + 2x - 3$

Contoh:

1. Diketahui  $f(x) = x^3 - 4x - 10$ , tentukan nilai dari  $f(2)$  !

Penyelesaian:

$$f(x) = x^3 - 4x - 10$$

$$f(2) = 2^3 - 4(2) - 10$$

$$f(2) = -10$$

2. Diketahui  $f(x, y) = 2xy^4 - y^5 + 2x^3 - 4y + 3$ , tentukan nilai dari  $f(2, 1)$  !

Penyelesaian:

$$f(x, y) = 2xy^4 - y^5 + 2x^3 - 4y + 3$$

$$f(2, 1) = 2(2)(1)^4 - (1)^5 + 2(2)^3 - 4(1) + 3$$

$$f(2, 1) = 18$$

3. Diketahui  $\frac{5x-1}{(x-2)(x+1)} = \frac{a}{(x-2)} + \frac{b}{(x+1)}$ , tentukan nilai dari  $2a-b$  !

### Lembar Kerja Siswa 1

1. Tentukan derajat dari polinom

$$(x-2)^2(x^2+x-2)^3!$$

Jawaban:



2. Diketahui  $f(x) = 2x^2 - 3x + 5$  dan

$g(x-1) = 2x(x-3)^2$ . Tentukan hasil dari:

a.  $f(x) - g(x)$

b.  $2f(x) + 3g(x)$

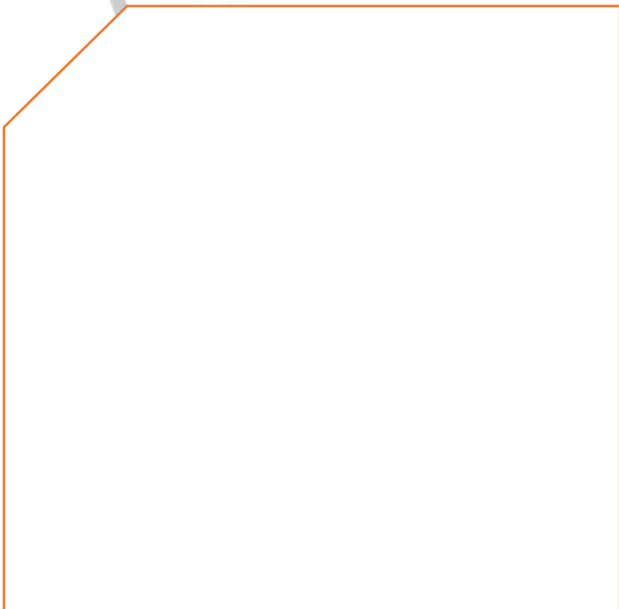
Jawaban:



3. Tentukan hasil bagi dan sisa jika polinom

$$(2x^3 + 5x^2 + x - 7) \text{ dibagi dengan } (2x - 1)!$$

Jawaban:



4. Diketahui polinom  $(x^4 - 3x^3 + px^2 - 5x - 3)$

dibagi  $(x^2 - 2x + 1)$  bersisa  $-5$ . Tentukan nilai  $p$ !

Jawaban:



## B. Teorema Sisa

- a) Jika polinom  $P(x)$  dibagi dengan  $(x - k)$  maka sisa pembagiannya adalah  $f(k)$  atau dapat ditulis  $\frac{P(x)}{x - k} \rightarrow \text{Sisa atau } S(x) = f(k)$
- b) Jika polinom  $P(x)$  dibagi dengan  $(ax + b)$  maka sisa pembagiannya adalah  $f\left(-\frac{b}{a}\right)$  atau dapat ditulis  $\frac{P(x)}{ax + b} \rightarrow \text{Sisa atau } S(x) = f\left(-\frac{b}{a}\right)$
- c) Jika polinom  $P(x)$  dibagi dengan  $(x - a)(x - b)$  maka sisanya adalah  $px + q$  di mana  $f(a) = pa + q$  dan  $f(b) = pb + q$  atau dapat ditulis  $\frac{P(x)}{(x - a)(x - b)} \rightarrow \text{Sisa atau } S(x) = f(a) \text{ dan } S(x) = f(b)$

Contoh:

1. Tentukan sisa dari pembagian polinomial  $F(x) = x^3 - 5x^2 + 4x + 8$  dibagi  $(x - 3)$ !

Penyelesaian:

$F(x)$  dibagi  $(x - 3)$  maka sisa =  $F(3)$

$$F(x) = x^3 - 5x^2 + 4x + 8$$

$$F(3) = (3)^3 - 5(3)^2 + 4(3) + 8 = 2$$

2. Tentukan sisa dari pembagian polinomial  $F(x) = x^3 - 2x^2 + 3x - 1$  dibagi  $(x^2 + x - 2)$

Penyelesaian:

$$x^2 + x - 2 = (x + 2)(x - 1)$$

Polinom berderajat 3 dibagi berderajat 2 maka sisanya berderajat 1. Misalkan  $S(x) = ax + b$ .

Untuk  $(x + 2)$ , diperoleh:

$$F(-2) = ax + b = -2a + b$$

$$F(-2) = x^3 - 2x^2 + 3x - 1 = (-2)^3 - 2(-2)^2 + 3(-2) - 1 = -23$$

$$-2a + b = -23 \dots\dots \text{Pers (1)}$$

Untuk  $(x - 1)$ , diperoleh:

$$F(1) = ax + b = a + b$$

$$F(1) = x^3 - 2x^2 + 3x - 1 = (1)^3 - 2(1)^2 + 3(1) - 1 = 1$$

$$a + b = 1 \dots\dots \text{Pers (2)}$$

Dengan eliminasi/substitusi pers (1) dan Pers (2) diperoleh:  $a = 8$  dan  $b = -7$  maka  $S(x) = 8x - 7$

3. Diketahui  $F(x)$  dibagi  $(x - 4)$  bersisa 12. Jika  $F(x)$  dibagi  $(x + 3)$  bersisa -2. Tentukan sisanya jika  $F(x)$  dibagi  $(x^2 - x - 12)$ !

Penyelesaian:

$F(x)$  dibagi  $(x - 4)$  bersisa 12 maka  $F(4) = 12$

$F(x)$  dibagi  $(x + 3)$  bersisa -2 maka  $F(-3) = -2$

$$x^2 - x - 12 = (x - 4)(x + 3)$$

Misalkan  $S(x) = ax + b$

$$F(4) = 4a + b = 12 \dots \text{Pers (1)}$$

$$F(-3) = -3a + b = -2 \dots \text{Pers (2)}$$

Dengan eliminasi/substitusi pers (1) dan Pers (2) diperoleh:  $a = 2$  dan  $b = 4$  maka

$$S(x) = 2x + 4$$

4. Polinomial  $F(x)$  dibagi  $(x^2 - 2x - 8)$  sisanya  $(2x + 3)$ . Jika  $F(x)$  dibagi  $(x^2 + x - 6)$  sisanya  $(x - 1)$ . Tentukan sisanya jika  $F(x)$  dibagi  $(x^2 - 6x + 8)$ !

Penyelesaian:

Untuk sisa  $(2x + 3)$

$$\frac{F(x)}{x^2 - 2x - 8} = \frac{F(x)}{(x - 4)(x + 2)}$$

$$\text{Sisa} = F(4) = 2(4) + 3 = 11$$

$$\text{Sisa} = F(-2) = 2(-2) + 3 = -1$$

Untuk sisa  $(x - 1)$

$$\frac{F(x)}{x^2 + x - 6} = \frac{F(x)}{(x + 3)(x - 2)}$$

$$\text{Sisa} = F(-3) = (-3) - 1 = -4$$

$$\text{Sisa} = F(2) = (2) - 1 = 1$$

Untuk sisa  $(ax + b)$

$$\frac{F(x)}{x^2 - 6x + 8} = \frac{F(x)}{(x - 2)(x - 4)}$$

$$\text{Sisa} = (2) = 2a + b = 1 \dots \text{Pers (1)}$$

$$\text{Sisa} = F(4) = 4a + b = 11 \dots \text{Pers (2)}$$

Dengan eliminasi/substitusi pers (1) dan Pers (2) diperoleh:  $a = 5$  dan  $b = -9$  maka

$$S(x) = 5x - 9$$

## Lembar Kerja Siswa 2

1. Bila  $P(x) = 2x^3 - 3x^2 + x + b$  dibagi  $x - 3$  sisanya 15. Tentukan nilai  $b$ !

*Jawaban:*

2. Jika  $P(x)$  dibagi  $x - 4$  sisanya 15.  $P(x)$  dibagi  $x - 3$  sisanya 2. Tentukan sisa bila  $P(x)$  dibagi  $x^2 - 7x + 12$ !

*Jawaban:*

3. Jika  $P(x)$  dibagi  $x^2 - 4$  sisanya  $2x + 5$ .  $P(x)$  dibagi  $x^2 - 9$  sisanya  $2x - 1$ . Tentukan sisa bila  $P(x)$  dibagi  $x^2 + 5x + 6$ !

*Jawaban:*

4. Jika  $P(x)$  dibagi  $x^2 - 1$  sisanya  $2x + 1$ . Tentukan sisa bila  $K(x) = (P(x) + 2)^2$  dibagi  $x^2 - 1$ !

*Jawaban:*

### C. Teorema Faktor

Jika  $(x - k)$  merupakan faktor dari polinomial  $P(x)$  maka jika  $P(x)$  dibagi  $(x - k)$  akan mendapatkan sisa nol atau  $P(k) = 0$ .

Jika  $(ax + b)$  merupakan faktor dari polinomial  $P(x)$  maka jika  $P(x)$  dibagi  $(ax + b)$  akan mendapatkan sisa nol atau  $P\left(-\frac{b}{a}\right) = 0$ .

Contoh:

1. Tentukan faktor-faktor linear dari polinomial  $x^3 - 2x^2 - 5x + 6$ !

Penyelesaian:

Untuk menentukan kemungkinan faktor dari suatu polinom maka dicari faktor dari konstanta dibagi koefisien polinom pangkat tertinggi.

Dari  $x^3 - 2x^2 - 5x + 6$  diperoleh konstanta: 6 dan koefisien pangkat tertinggi: 1 maka diperoleh kemungkinan faktor adalah  $\frac{6}{1} = 6$ . Adapun faktor dari 6 adalah  $-1, -2, -3, -6, 1, 2, 3, 6$ .

Untuk menemukan faktor polinom  $x^3 - 2x^2 - 5x + 6$  maka nilai faktor dari 6 disubstitusikan ke polinom  $x^3 - 2x^2 - 5x + 6$  dan yang menghasilkan nilai nol merupakan faktor polinom.

$$\text{Nilai } -1 \rightarrow x^3 - 2x^2 - 5x + 6 = (-1)^3 - 2(-1)^2 - 5(-1) + 6 = 8$$

$$\text{Nilai } 1 \rightarrow x^3 - 2x^2 - 5x + 6 = (1)^3 - 2(1)^2 - 5(1) + 6 = 0$$

Karena nilai 1 menghasilkan nilai nol, maka diperoleh salah satu faktornya adalah  $x - 1$ . Untuk mempermudah memperoleh faktor yang lain, maka polinomial  $x^3 - 2x^2 - 5x + 6$  dibagi  $x - 1$ . Dengan menggunakan pembagian bersusun atau Skema Horner diperoleh hasil bagi  $x^2 - x - 6$ . Dengan melakukan faktorisasi diperoleh  $(x + 2)(x - 3)$ .

Maka faktor dari polinomial  $x^3 - 2x^2 - 5x + 6$  adalah  $(x - 1)(x + 2)(x - 3)$

2. Diketahui  $-2$  merupakan salah satu faktor dari polinom  $2x^4 + 9x^3 - px^2 - 18x + 8$ , maka nilai  $p$  adalah ....

Penyelesaian:

Nilai  $-2$  disubstitusikan ke polinom  $2x^4 + 9x^3 - px^2 - 18x + 8$  sama dengan nol

$$2x^4 + 9x^3 - px^2 - 18x + 8 = 0$$

$$2(-2)^4 + 9(-2)^3 - p(-2)^2 - 18(-2) + 8 = 0$$

$$p = 1$$

### Lembar Kerja Siswa 3

1. Tentukan faktor-faktor linear dari polinomial  $2x^3 - 3x^2 - 11x + 6$ !

*Jawaban:*

2. Diketahui  $\frac{1}{2}$  merupakan salah satu faktor dari polinom  $2x^4 + 5x^3 - px^2 - 5x + 3$ , maka nilai  $p$  adalah ....

*Jawaban:*

3. Jika  $(x^2 - 4)$  merupakan faktor dari polinom  $x^3 - px^2 - 2qx - 12$  maka nilai  $p - q$  adalah ....

*Jawaban:*

4. Jika  $a, b, c$  merupakan akar-akar dari persamaan polinom  $2x^3 + 9x^2 + 7x + p$  dan  $-2a + b = c$  maka nilai  $p$  adalah ....

*Jawaban:*

## D. Teorema Akar Vieta

Rangkuman materi:

1. Jika akar-akar  $f(x) = ax^2 + bx + c$  adalah  $x_1$  dan  $x_2$ , maka berlaku:

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

2. Jika akar-akar  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  adalah  $x_1$ ,  $x_2$ , dan  $x_3$ , maka berlaku:

$$x_1 + x_2 + x_3 = -\frac{b}{a}$$

$$x_1 \cdot x_2 + x_1 \cdot x_3 + x_2 \cdot x_3 = \frac{c}{a}$$

$$x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 = -\frac{d}{a}$$

3. Jika akar-akar  $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$  adalah  $x_1$ ,  $x_2$ ,  $x_3$ , dan  $x_4$ , maka berlaku:

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = -\frac{b}{a}$$

$$x_1 \cdot x_2 + x_1 \cdot x_3 + x_1 \cdot x_4 + x_2 \cdot x_3 + x_2 \cdot x_4 + x_3 \cdot x_4 = \frac{c}{a}$$

$$x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 + x_1 \cdot x_2 \cdot x_4 + x_1 \cdot x_3 \cdot x_4 + x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 = -\frac{d}{a}$$

$$x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 = \frac{e}{a}$$

4. Persamaan umum

$$a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab$$

$$a^3 + b^3 = (a + b)^3 - 3ab(a + b)$$

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{a + b}{a \cdot b}$$

$$\frac{a}{b} + \frac{b}{a} = \frac{a^2 + b^2}{a \cdot b}$$

$$a^2 + b^2 + c^2 = (a + b + c)^2 - 2(ab + ac + bc)$$

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{ab + ac + bc}{a \cdot b \cdot c}$$

$$a^3 + b^3 + c^3 = (a + b + c)^3 - 3(a + b + c)(ab + ac + bc) + 3abc$$



$$a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = (a + b + c + d)^2 - 2(ab + ac + ad + bc + bd + cd)$$

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{1}{d} = \frac{abc + abd + acd + bcd}{a \cdot b \cdot c \cdot d}$$

Contoh:

1. Bila  $\alpha$ ,  $\beta$ , dan  $\gamma$  merupakan akar-akar dari polinom  $x^3 + 4x^2 - 3x - 1$ , tentukan nilai:

a)  $\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2$

b)  $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} + \frac{1}{\gamma}$

Penyelesaian:

Dari  $x^3 + 4x^2 - 3x - 1$  diperoleh:  $a = 1, b = 4, c = -3, d = -1$

$$\alpha + \beta + \gamma = -\frac{b}{a} = -\left(\frac{4}{1}\right) = -4$$

$$\alpha \cdot \beta + \alpha \cdot \gamma + \beta \cdot \gamma = \frac{c}{a} = \frac{-3}{1} = -3$$

$$\alpha \cdot \beta \cdot \gamma = -\frac{d}{a} = -\left(\frac{-1}{1}\right) = 1$$

a)  $\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = (\alpha + \beta + \gamma)^2 - 2(\alpha\beta + \alpha\gamma + \beta\gamma)$

$$\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = (-4)^2 - 2(-3)$$

$$\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = 16 + 6$$

$$\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = 22$$

b)  $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} + \frac{1}{\gamma} = \frac{\alpha \cdot \beta + \alpha \cdot \gamma + \beta \cdot \gamma}{\alpha \cdot \beta \cdot \gamma}$

$$\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} + \frac{1}{\gamma} = \frac{-3}{1}$$

$$\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} + \frac{1}{\gamma} = -3$$

2. Jika akar-akar polinom  $x^3 - px^2 + 11x - 6$  membentuk barisan aritmatika maka nilai  $p$  adalah ....

Penyelesaian:

Dari  $x^3 - px^2 + 11x - 6$  diperoleh:  $a = 1, b = -p, c = 11, d = -6$

Akar-akar membentuk barisan aritmatika maka dapat dimisalkan

$x_1 = n - b, x_2 = n, x_3 = n + b$  di mana  $n$ : suku pertama dan  $b$ : selisih

$$x_1 + x_2 + x_3 = -\frac{b}{a}$$

$$n - b + n + n + b = -\left(\frac{-p}{1}\right)$$

$$3n = p$$

$$n = \frac{p}{3} \quad \dots\dots \text{Pers. 1)}$$

$$x_1 \cdot x_2 + x_1 \cdot x_3 + x_2 \cdot x_3 = \frac{c}{a}$$

$$n(n - b) + n(n + b) + (n - b)(n + b) = \frac{11}{1}$$

$$n^2 - bn + n^2 + bn + n^2 - b^2 = 11$$

$$3n^2 - b^2 = 11 \quad \dots\dots \text{Pers. 2)}$$

$$x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 = -\frac{d}{a}$$

$$n(n - b)(n + b) = -\left(\frac{-6}{1}\right)$$

$$n(n^2 - b^2) = 6$$

$$n^2 - b^2 = \frac{6}{n} \quad \dots\dots\dots \text{Pers. 3)}$$

Pers. 2) dimodifikasi menjadi  $3n^2 - b^2 = 11$  sehingga  $2n^2 + n^2 - b^2 = 11$

Pers. 3 disubstitusikan ke Pers. 2 diperoleh:

$$2n^2 + n^2 - b^2 = 11$$

$$2n^2 + \frac{6}{n} = 11$$

Dengan melakukan pemfaktoran diperoleh  $n = 2$

$$p = 3n \rightarrow p = 3 \cdot 2 = 6$$

#### Lembar Kerja Siswa 4

1. Bila  $\alpha$ ,  $\beta$ , dan  $\gamma$  merupakan akar-akar dari polinom  $x^3 - x^2 + 3x + 2$ , tentukan nilai:

a)  $\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2$

b)  $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} + \frac{1}{\gamma}$

Jawaban:

3. Jika akar-akar polinom  $x^3 - 3x^2 - px + 8$  membentuk barisan aritmatika maka nilai  $p$  adalah ....

Jawaban:

3. Diketahui polinom  $2x^3 - px^2 - 13x + 6$  memiliki dua akar yang saling berkebalikan maka nilai  $p$  adalah

## Soal Latihan

### A. Tingkat Dasar

- 1) Bila  $f(x) = 3x^4 - x^3 + 5x - 10$  maka nilai  $f(-1)$  adalah ....
- 2) Bila  $f(a,b) = a^8b^3 - ab^4$  maka nilai  $f(1,2)$  adalah ....
- 3) Jika  $\frac{8x-19}{(x-3)(x-2)} = \frac{p}{(x-3)} + \frac{q}{(x-2)}$  maka nilai  $3p+q$  adalah ....
- 4) Tentukan hasil bagi  $H(x)$  dan sisa  $S(x)$  jika  $4x^3 - 2x^2 + 4x + 25$  dibagi  $x-2$
- 5) Tentukan hasil bagi  $H(x)$  dan sisa  $S(x)$  jika  $2x^3 - 3x^2 + 5x + 1$  dibagi  $x^2 + 4x + 2$
- 6) Jika  $P(x) = 2x^3 - 3x^2 + x + b$  dibagi  $x-2$  menghasilkan sisa 45 maka nilai  $b$  adalah ....
- 7) Jika  $P(x)$  dibagi  $x-4$  sisanya 5 dan jika dibagi  $x-5$  sisanya 12. Tentukan sisa bila  $P(x)$  dibagi  $x^2 - 9x + 20$ !
- 8) Jika  $P(x)$  dibagi  $x^2 - 9$  sisanya  $2x+1$  dan jika dibagi  $x^2 - 16$  sisanya  $2x-5$ . Tentukan sisa bila  $P(x)$  dibagi  $x^2 + 7x + 12$ !
- 9) Bila  $\alpha, \beta$ , dan  $\gamma$  merupakan akar-akar dari polinom  $x^3 - 2x^2 - 3x + 8$ , tentukan nilai:
  - b.  $\alpha + \beta + \gamma$
  - c.  $\alpha\beta + \alpha\gamma + \beta\gamma$
  - d.  $\alpha \cdot \beta \cdot \gamma$
  - e.  $\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2$
  - f.  $\alpha^3 + \beta^3 + \gamma^3$
- 10) Jika  $P(x)$  dibagi  $x^2 - x - 2$  sisanya  $2x+4$ . Tentukan sisa bila  $K(x) = (2P(x) - 5)^2$  dibagi  $x^2 - x - 2$ !
- 11) Jika  $x-5$  faktor dari  $P(x) = x^3 - 3x^2 + 4x + p$  maka nilai  $p$  adalah ....
- 12) Bila  $x-1$  merupakan faktor dari  $x^3 - x^2 - ax + 4$ . Tentukan faktor yang lain!
- 13) Tentukan akar-akar dari persamaan polinom  $x^3 + 2x^2 - 9x - 18 = 0$ !
- 14) Jika  $x-1, x-a, x-b$  faktor dari  $x^3 - 2x^2 - 4x + p$  maka nilai  $a^3 + b^3$ !
- 15) Bila  $P(x) = x^4 - 3x^3 - x^2 + ax + b$  habis dibagi  $x^2 - 1$  dan habis dibagi  $x^2 - (p+q)x + pq$  maka nilai  $p^2 + q^2$  adalah ....
- 16) Diketahui  $x_1, x_2$ , dan  $x_3$  merupakan akar-akar dari polinom  $x^3 - 5x^2 + 2x + 8$ , tentukan nilai dari:
  - a)  $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2$
  - b)  $x_1^3 + x_2^3 + x_3^3$
  - c)  $x_1(x_2^2 + x_3^2) + x_2(x_1^2 + x_3^2) + x_3(x_1^2 + x_2^2)$

- 17) Diketahui  $x_1, x_2, x_3$  dan  $x_4$  merupakan akar-akar dari polinom  $2x^4 + 3x^3 - 4x^2 - 3x + 2$ , tentukan nilai dari:
- $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2$
  - $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} + \frac{1}{x_4}$

### B. Tingkat Menengah

- Jika  $f(x) = 3x^4 - 2x^3 + ax - b$  dibagi  $x^2 - 1$  sisanya  $2x + 7$  maka nilai  $f(2)$  adalah ....
- Tentukan hasil bagi  $H(x)$  dan sisa  $S(x)$  jika  $f(t) = 5t^9 - 2t^5 + 3t^3 - 2t + 7$  dibagi  $t^2 - t - 2$
- Tentukan hasil bagi  $H(x)$  dan sisa  $S(x)$  jika  $x^5 - 2x^4 + 2x^3 - 3x^2 + 5x + 1$  dibagi  $x^2 - 4$
- Diketahui polinom  $P(x) = 3x^3 + 2x^2 + ax + 4$  dibagi  $x - 1$  sisanya  $a + 7$ . Tentukan sisanya jika  $P(x)$  dibagi  $x - 2$ !
- Jika  $P(x)$  dibagi  $x^2 - x - 2$  sisanya  $4x + 7$ . Tentukan sisa bila  $K(x) = (2P(x) - 3)^2$  dibagi  $x^2 - x - 2$ !
- Jika  $P(x)$  dibagi  $x^2 - 9$  sisanya  $x + 12$ . Jika  $P(x)$  dibagi  $x + 1$  sisanya 6. Tentukan sisanya jika  $4P^2(x) + 1$  dibagi  $x^2 - 2x - 3$ !
- Jika  $P(x) = 3x^3 - x^2 + ax + b$  dibagi  $x^2 - 1$  sisanya  $2x + 5$ . Tentukan nilai  $a + b$
- Jika  $P(x)$  dibagi  $x - 2$  sisanya 5 dan bila dibagi  $x - 1$  sisanya 2. Tentukan  $P(x)$  dibagi  $x^2 - 3x + 2$ !
- Bila  $P(x)$  dibagi  $x^2 - 4$  sisanya  $2x + 3$  dan bila dibagi  $x^2 - 1$  sisanya  $2x - 9$ . Tentukanya sisanya bila  $P(x)$  dibagi  $x^2 - x - 2$ .
- Diketahui  $(x - 2)(x - 3)(x - 4)(x - 5) + 1 = (px^2 + qx + r)^2$ . Tentukan nilai  $3p + 2q + r$ !
- Bila  $\alpha, \beta, \gamma$  dan  $\phi$  merupakan akar-akar dari polinom  $2x^4 + x^3 - x^2 - 2x + 3$ , tentukan nilai:
  - $\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 + \phi^2$
  - $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} + \frac{1}{\gamma} + \frac{1}{\phi}$
- Jika akar-akar polinom  $x^3 - 12x^2 + mx - 48$  membentuk barisan aritmatika maka nilai  $m$  adalah ....
- Jika akar-akar polinom  $64x^3 - 56x^2 + mx - 1$  membentuk barisan aritmatika maka nilai  $m$  adalah ....
- Akar-akar polinom  $x^4 - 14x^3 + px^2 + qx + r$  membentuk barisan aritmatika dengan beda 3 maka nilai  $p + q + r$  adalah ....
- Diketahui  $a, b, c$  merupakan akar-akar dari  $x^3 + 6x^2 + px - 10$ . Jika  $a \cdot b = -2$  maka nilai  $p$  adalah ....

- 16) Diketahui  $x_1, x_2$ , dan  $x_3$  merupakan akar-akar dari polinom  $2x^3 - 4x^2 + 2x - 1$ . Jika  $x_2 = -2$  maka hasil kali ketiga akar-akarnya adalah ....
- 17) Salah satu akar-akar dari polinom  $2x^3 - 4x^2 + 2x - 1$  adalah 1. Jumlah akar-akar yang lain adalah ....
- 18) Jika akar-akar polinom  $x^3 + 3x^2 - px - 15$  membentuk barisan aritmatika maka nilai  $p$  adalah ....
- 19) Jika akar-akar polinom  $2x^3 - 7x^2 - px - 2$  membentuk barisan geometri maka nilai  $p$  adalah ....
- 20) Diketahui polinom  $x^3 - 2x^2 - 15x - p$  memiliki dua akar yang sama maka nilai  $p$  adalah ....
- 21) Diketahui  $2x^2 - 4x - 8$  mempunyai akar-akar  $x_1$  dan  $x_2$ , maka hasil dari  $(x_1^2 - x_1 - 2)(x_2^2 + x_2 + 2)$  adalah ....
- 22) Diketahui akar-akar dari polinom  $x^3 + 3x^2 - px - q$  adalah  $a, b$ , dan 3 jika  $p - q = -14$  maka  $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$  adalah ....
- 23) Diketahui polinom  $6x^3 - px^2 - 7x + 6$  memiliki dua akar yang saling berkebalikan maka nilai  $p$  adalah ....

### C. Tingkat Lanjut

- 1) Bila bentuk ;  $(x-7)(x-8)(x-9)(x-10)+1=(ax^2-bx+c)^2$  maka nilai dari  $a+b+c$  adalah ....
- 2) Bila  $P(x) = \frac{8x^3 + 4x^2 - 2x + 4}{(x+a)} = k(x) + \frac{5a^2 + 12}{(x+a)}$  maka jumlah nilai  $a$  yang memenuhi adalah....
- 3) Diketahui  $\frac{x^3 - 2mx^2 - x + n}{(x+1)} = k(x) + \frac{6}{(x+1)}$  dan  $\frac{x^3 - 2mx^2 - x + n}{(x+2)} = h(x) + \frac{-12}{(x+2)}$  serta  $\frac{x^3 - 2mx^2 - x + n}{(mx-n)} = g(x) + \frac{a}{mx-n}$ . Tentukan nilai  $g(2) - a$  adalah...
- 4) Diketahui  $\frac{P(x)}{(x^2-1)} = k(x) + \frac{3x+5}{(x^2-1)}$  dan  $\frac{(P(x)-1)^2}{(x^2-1)} = k(x) + \frac{S(x)}{(x^2-1)}$ . Tentukan nilai  $S(x)$ !
- 5) Jika 1 merupakan akar dari  $x^3 - 2x^2 - px + 5 = 0$  serta  $a$  dan  $b$  merupakan akar-akar yang lain maka nilai  $a^4 + b^4$  adalah ....

### Soal Latihan Tes Sumatif (Polinomial)

- 1 Polinomial  $(2x^2 - x + 1)^4(x + 3)^3$  merupakan polinomial berderajat ....
- A 4
  - B 7
  - C 11
  - D 13
  - E 15
- 2 Koefisien  $x^2$  dari polinomial  $(1 - 2x)(x + 2)(x - 1)$  adalah ....
- A -2
  - B -1
  - C 1
  - D 2
  - E 4
- 3 Nilai polinomial  $(x^2 - x + 1)^2(x^3 - 2x^2 - x - 1)^2$  untuk  $x = -1$  adalah ....
- A 54
  - B 64
  - C 72
  - D 81
  - E 108
- 4 Jika  $\frac{3x + 1}{x^2 - x - 6} = \frac{a}{x - 3} + \frac{b}{x + 2}$  maka nilai  $a - b$  sama dengan ....
- A -2
  - B -1
  - C 0
  - D 1
  - E 2
- 5 Hasil bagi  $2x^3 - 5x^2 + 2x - 1$  dengan  $x - 1$  sehingga bersisa -2 adalah ....
- A  $-2x^2 - 3x + 1$
  - B  $-2x^2 + 3x - 1$
  - C  $2x^2 + 3x - 1$
  - D  $2x^2 - 3x - 1$
  - E  $2x^2 - 3x + 1$
- 6 Sisa dari pembagian polinomial  $2x^4 + x^3 - 6x^2 + 2x + 9$  dengan  $x + 2$  adalah ....
- A 1
  - B 2
  - C 3
  - D 4

E 5

- 7 Hasil bagi dan sisa dari pembagian polinomial  $x^4 + 2x^3 - x^2 + x - 6$  dengan  $x^2 - x - 2$  adalah ....
- A  $x^2 + 3x - 4$  dan  $11x - 2$   
B  $x^2 + 3x - 4$  dan  $11x + 2$   
C  $x^2 - 3x + 4$  dan  $11x - 2$   
D  $x^2 + 3x + 4$  dan  $11x + 2$   
E  $x^2 + 3x + 4$  dan  $11x - 2$
- 8 Hasil bagi dari pembagian polinomial  $2x^4 + 9x^3 + 8x^2 - 7x - 11$  dengan  $2x^2 + 9x + 10$  sehingga bersisa  $2x - 1$  adalah ....
- A  $(-2x^2 + 1)$   
B  $(2x^2 + 1)$   
C  $(2x^2 - 1)$   
D  $(x^2 - 1)$   
E  $(x^2 + 1)$
- 9 Salah satu faktor dari polinomial  $24x^3 + 10x^2 - 21x + 5$  adalah ....
- A  $2x - 1$   
B  $2x - 2$   
C  $2x - 3$   
D  $2x + 1$   
E  $2x + 2$
- 10 Jika  $(6x^3 - 13x^2 + 9x + a)$  dibagi dengan  $(3x - 2)$  bersisa 6 maka nilai  $(a - 3)$  adalah ....
- A -2  
B -1  
C 0  
D 1  
E 2
- 11 Salah satu akar polinom  $2x^3 + x^2 - 5x + 2$  adalah  $\frac{1}{2}$  maka jumlah akar-akar yang lain adalah ....
- A -2  
B -1  
C 0  
D 1  
E 2



- 12 Jika  $2f(x) + g(x)$  dibagi  $(x^2 - x - 2)$  bersisa  $(x - 2)$ . Jika  $f(x) - 2g(x)$  dibagi  $(x^2 - 2x - 3)$  bersisa  $(x + 3)$ . Jika  $f(x) \cdot g(x)$  dibagi  $(x + 1)$  adalah ....
- A  $-\frac{21}{25}$   
B  $\frac{27}{25}$   
C  $\frac{27}{25}$   
D  $-\frac{28}{25}$   
E  $\frac{28}{25}$
- 13 Jika polinom  $2x^4 - 7x^3 + x^2 + tx - 3$  habis dibagi  $x^2 - 2x - 3$  maka nilai  $t$  sama dengan ....
- A 6  
B 7  
C 8  
D 9  
E 11
- 14 Suatu polinom  $P(x)$  jika dibagi dengan  $(3x + 2)$  menghasilkan  $(x + 3)$  dengan sisa  $-6$ .  $P(x)$  sama dengan ....
- A  $7x^2 - 11x$   
B  $7x^2 + 11x$   
C  $-7x^2 + 11x$   
D  $3x^2 - 11x$   
E  $3x^2 + 11x$
- 15 Suatu polinom  $P(x)$  jika dibagi dengan  $(x^2 - 2x + 1)$  menghasilkan  $(2x - 3)$  dengan sisa  $(3x - 1)$ .  $P(x)$  sama dengan ....
- A  $2x^3 - 7x^2 + 11x - 4$   
B  $2x^3 - 7x^2 + 11x + 4$   
C  $2x^3 - 7x^2 - 11x - 4$   
D  $2x^3 + 7x^2 + 11x - 4$   
E  $2x^3 - 7x^2 - 11x + 4$

- 16 Jika polinom  $3x^3 - (kx)^2 + (k-2)x - 1$  dan  $x^3 - 2x^2 + 2kx + 3$  dibagi  $(x+1)$  menghasilkan sisa yang sama, maka nilai  $k$  adalah ....
- A -2
  - B -1
  - C 1
  - D 2
  - E 3
- 17 Diketahui  $F(x)$  dibagi  $(x-1)$  bersisa 2 dan jika  $F(x)$  dibagi  $(x+2)$  bersisa -1 maka  $F(x)$  dibagi  $(x^2 - x - 2)$  bersisa ....
- A  $x+1$
  - B  $x-1$
  - C  $x+3$
  - D  $2x+1$
  - E  $2x-1$
- 18 Diketahui  $F(x)$  dibagi  $(x^2 + x - 2)$  bersisa  $(x-1)$  dan jika  $F(x)$  dibagi  $(2x^2 + 5x - 3)$  bersisa  $(x+2)$  maka  $F(x)$  dibagi  $(x^2 + 5x + 6)$  bersisa ....
- A  $-2x-7$
  - B  $-2x+7$
  - C  $3x+7$
  - D  $3x-7$
  - E  $-3x-7$
- 19 Jika  $P(x)$  dibagi  $(x^2 - 2x)$  bersisa  $(x-1)$ . Jika  $K(x) = (P(x)-1)^2$  maka sisa dari pembagian polinom  $K(x)$  dibagi  $(x^2 - 2x)$  adalah ....
- A  $-2x + 4$
  - B  $-2x + 3$
  - C  $-2x + 2$
  - D  $-2x + 1$
  - E  $-2x - 1$
- 20 Jika  $\alpha, \beta, \delta$  akar dari polinom  $x^3 - 7x + 6$  maka nilai dari  $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} + \frac{1}{\delta}$  adalah ....
- A  $7/6$
  - B  $7/5$
  - C  $7/4$
  - D  $7/3$
  - E  $7/2$

- 21 Jika akar-akar polinom  $x^3 - px^2 + 23x - 15$  membentuk barisan aritmatika dengan selisih 2 maka nilai  $p$  adalah ....
- A 3
  - B 4
  - C 5
  - D 6
  - E 9
- 22 Jika  $p$  dan  $q$  merupakan akar-akar polinom  $x^2 - 3x - 1$  maka nilai dari  $\frac{p}{q} + \frac{q}{p}$  adalah ....
- A -5
  - B -7
  - C -9
  - D -11
  - E -13
- 23 Diketahui  $a$ ,  $b$ , dan  $c$  merupakan akar-akar polinom  $x^3 - 2x^2 - x - 3$  maka nilai dari  $(a^3 + 3) + (b^3 - 1) + (c^3 + 2)$  adalah ....
- A 9
  - B 18
  - C 27
  - D 54
  - E 63
- 24 Jika akar-akar polinom  $8x^3 + mx^2 + nx - 1$  membentuk barisan geometri dengan rasio 2 maka nilai  $\frac{m}{n}$  adalah ....
- A -2
  - B -1
  - C 1
  - D 2
  - E 4
- 25 Diketahui akar-akar polinom  $4x^4 + 4x^3 - 18x^2 - 4px + 8$  memiliki dua akar yang saling berlawanan maka nilai  $2p$  adalah ....
- A 2
  - B 4
  - C 8
  - D 16
  - E 32

- 26 Diketahui  $1, -2, p$ , dan  $q$  merupakan akar-akar dari polinom  $4x^4 + 2ax^3 - 4bx^2 - 12x + 8$  maka nilai  $\frac{1}{p} + \frac{1}{q}$  sama dengan ....
- A 1
  - B 2
  - C 3
  - D 4
  - E 6
- 27 Jika  $x_1$  dan  $x_2$  merupakan akar-akar dari  $2x^2 - 3x - 7$  maka nilai  $(x_1 - 2)(x_2 - 2)$  sama dengan ....
- A  $-\frac{1}{2}$
  - B  $-\frac{3}{2}$
  - C  $-\frac{5}{2}$
  - D  $-\frac{7}{2}$
  - E  $-\frac{9}{2}$
- 28 Diketahui  $x_1, x_2, x_3$  merupakan akar-akar dari polinom  $4x^3 - 16x^2 + 18x - 2p$ . Jika 2 merupakan salah satu akarnya maka nilai  $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2$  adalah ....
- A 3
  - B 4
  - C 7
  - D 9
  - E 11
- 29 Diketahui akar-akar polinom  $8x^4 - 4px^3 + 26x^2 - 3x - 2$  memiliki dua akar yang saling berkebalikan maka nilai  $p$  sama dengan ....
- A 2
  - B 3
  - C 4
  - D 5
  - E 7
- 30 Diketahui  $a, b$ , dan  $c$  merupakan akar-akar dari polinom  $4x^3 - 15x + 2$  maka nilai  $a(b^2 + c^2) + b(a^2 + c^2) + c(a^2 + b^2)$  adalah ....
- A  $1/2$
  - B  $3/2$
  - C  $5/2$
  - D  $7/2$
  - E  $11/2$

## Lembar Refleksi

1. Polinomial merupakan materi baru, namun konsep dasarnya yaitu operasi aljabar sudah Anda pelajari pada jenjang sebelumnya. Menurut Anda mengapa materi ini sulit untuk dipahami atau sebaliknya lebih mudah dipahami?

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. Menurut Anda, apakah dengan memahami konsep polinomial membuat Anda semakin mudah memahami konsep-konsep pada pelajaran lainnya khususnya fisika dan kimia atau kurang berpengaruh/tidak membantu? Jelaskan jawaban Anda!.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. Dalam proses mengerjakan soal-soal polinomial, sering kali untuk menemukan jawaban dibutuhkan proses yang panjang. Nilai-nilai apa saja dalam diri Anda yang sedang dilatih ketika mengerjakan soal polinomial dan bagaimana nilai-nilai tersebut juga membantu Anda dalam menyelesaikan masalah dalam kehidupan sehari-hari?

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

## Lembar Penilaian Sikap

**Nama** : .....

**Kelas/No** : .....

**Hari/ Tanggal** : .....

Berilah tanda (  $\checkmark$  ) centang pada kolom yang disediakan.

No	Sikap	Indikator	TP	KD	SR	SL
1.	Aktif	Apakah saya selalu mengikuti arahan guru pada setiap pembelajaran.				
		Apakah saya menyelesaikan soal yang diajukan guru				
		Apakah saya merespon penjelasan guru.				
2.	Rajin	Membuat catatan mengenai informasi penting selama pembelajaran				
		Mengerjakan latihan soal secara mandiri				
		Mengerjakan tugas (PR)				
3.	Kerjasama	Berdiskusi dengan teman mengenai materi yang belum dipahami				
		Mengerjakan soal latihan secara bersama-sama				
		Mengerjakan tugas kelompok				

Keterangan:

TP: Tidak pernah (melakukan 0%)

KD: Kadang-kadang (melakukan 1-50%)

SR: Sering (melakukan 51-99%)

SL: Selalu (melakukan 100%)

## Kunci Jawaban

### Soal Latihan Tes Sumatif (Lingkaran)

No	Kunci	No	Kunci	No	Kunci
1	C	11	A	21	D
2	A	12	D	22	A
3	A	13	C	23	B
4	A	14	A	24	A
5	A	15	C	25	B
6	Benar Salah	16	B		
7	A C	17	A		
8	E	18	B		
9	A	19	A		
10	C	20	D		

### Soal Latihan Tes Sumatif (Polinomial)

No	Kunci	No	Kunci	No	Kunci
1	C	11	B	21	E
2	B	12	E	22	D
3	D	13	B	23	C
4	D	14	E	24	A
5	D	15	A	25	C
6	E	16	C	26	A
7	D	17	A	27	C
8	D	18	A	28	C
9	A	19	A	29	E
10	D	20	A	30	B

## Daftar Pustaka

Simangunsong W. 2018. Cara Cerdas Menjawab Matematika SMA IPA. Jakarta: Gematama

Simangunsong W dan Frederik. 2016. PKS Matematika Peminatan Kelas XI SMA/MA. Jakarta: Gematama

