

1- گرامر های زیر را ساده سازی کنید. در هر مورد اگر نیازی به مراحل مختلف به مراحل مختلف برای ساده سازی است، همه مراحل را با ذکر نام بنویسید.

A)

$S \rightarrow AB$

$A \rightarrow aA \mid \lambda$

$B \rightarrow bB \mid \lambda$

پاسخ:

برای ساده سازی میتوانیم لاندا را در قوانین A و B حذف کنیم و به جای AB در قانون اول، تمام حالات ممکن آن را بنویسیم، بدینگونه:

$S \rightarrow A \mid B \mid AB \mid \lambda$

$A \rightarrow aA \mid a$

$B \rightarrow bB \mid b$

در مرحله بعد می توانی لاندا را از قانون اصلی نیز حذف کرد و گرامر را ساده تر کرد :

$S \rightarrow AB \mid bB \mid b \mid aA \mid a \mid \lambda$

$A \rightarrow aA \mid a$

$B \rightarrow bB \mid b$

B)

$S \rightarrow ABaC$

$A \rightarrow BC$

$B \rightarrow b \mid \lambda$

$C \rightarrow D \mid \lambda$

$D \rightarrow d$

پاسخ :

برای این گرامر می توانیم در ابتدا قوانین یک ا که غیرقابل استفاده هستند را حذف می کنیم، در مرحله بعدی پس از حذف قوانین یک ا غیر قابل استفاده، قوانینی که دارای لاندا هستند و غیر قابل استفاده اند را حذف می کنیم، این عمل را آنقدر تکرار میکنیم که گرامر ما دیگر نیاز به ساده سازی نداشته باشد یا نتوانیم بیش از آن، گرامر را ساده کنیم.

مرحله اول (حذف قوانین یک ا بدون استفاده در گرامر):

$S \rightarrow ABaC$

$A \rightarrow BC$

$B \rightarrow b \mid \lambda$

$C \rightarrow d \mid \lambda$

مرحله دوم (حذف لاندا):

$S \rightarrow ABaC \mid AaC \mid ABa \mid Aa$

$A \rightarrow b \mid d \mid bd \mid \lambda$

$B \rightarrow b$

$C \rightarrow d$

مرحله سوم (ساده سازی قوانین و حذف دوباره لاندا های تولید شده در قوانین سطح بالاتر):

گرامر نهایی و ساده سازی شده بدین گونه است:

$S \rightarrow ABaC \mid AaC \mid ABa \mid Aa \mid Ba \mid BaC \mid a \mid aC$

$A \rightarrow d \mid b \mid bd$

$B \rightarrow b$

$C \rightarrow d$

C)

$S \rightarrow aA \mid aBB$

$A \rightarrow aaA \mid \lambda$

$B \rightarrow bC \mid bbC$

$C \rightarrow B$

مرحله اول :

همانند مثال های قبلی در ابتدا قوانین یکه غیرمغید را حذف میکنیم :

$S \rightarrow aA \mid aBB$

$A \rightarrow aaA \mid \lambda$

$B \rightarrow bB \mid bbB$

مرحله دوم: قوانینی که در آن ها چپ گردی یا راست گردی وجود دارد و قوانین گرامر را بی انتها می کنند را از گرامر حذف میکنیم:

$S \rightarrow aA$

$A \rightarrow aaA \mid \lambda$

مرحله سوم : در این مرحله در قانون A لاندا داریم، طبق مراحل ساده سازی، لاندا را حذف می کنیم و گرامر به دست آمده به عنوان گرامر نهایی ساده سازی شده این گرامر به دست می آید:

$S \rightarrow aA \mid a$

$A \rightarrow aaA \mid aa$

2- گرامر مورد B و C را در سوال 1 بصورت فرم نرمال چامسکی تبدیل کنید.

B) $S \rightarrow ABaC \mid ABa \mid AaC \mid Aa \mid Ba \mid a \mid aC \mid BaC$

$A \rightarrow bd \mid b \mid d$

$B \rightarrow b$

$C \rightarrow d$

پاسخ :

این فرم بدین صورت است که قوانین آن در سمت راست تنها دارای دو غیرپایانه یا یک پایانه باشد؛ پس قوانین را تغییر داده تا به این گرامر برسیم :

$S \rightarrow AG \mid AF \mid AE \mid AH \mid BE \mid BH \mid HC \mid a$

$A \rightarrow BC \mid b \mid d$

$E \rightarrow HC$

$G \rightarrow BE$

$F \rightarrow BH$

$B \rightarrow b$

$C \rightarrow d$

$H \rightarrow a$

C)

$S \rightarrow aA \mid a$

$A \rightarrow aaA \mid aa$

همانند توضیحات بالا گرامر نهایی ساده شده را به فرم نرمال چامسکی تبدیل میکنیم :

$S \rightarrow BA \mid a$

$A \rightarrow BC \mid BB$

$B \rightarrow a$

$C \rightarrow Ba$

3- برای گرامر مورد B و C در سوال 1، اتوماتای پشته ای معادل پیشنهاد دهید .

B)

$S \rightarrow ABaC \mid ABa \mid AaC \mid Aa \mid BaC \mid Ba \mid aC \mid a$

$A \rightarrow BD \mid b \mid d$

$B \rightarrow b$

$C \rightarrow d$

فرم نرمال گریباخ بدین گونه است که در ابتدا یک پایانه قرار می دهیم و در ادامه در صورت وجود عبارت دیگر آن را بصورت غیرپایانه می نویسیم، سپس فرم نرمال گریباخ را می نویسیم :

$S \rightarrow bdBaC \mid bBaC \mid dBaC \mid bdBa \mid bBa \mid dBa \mid bdaC \mid baC \mid daC \mid bda \mid ba \mid da \mid a \mid aC$

$B \rightarrow b$

$C \rightarrow d$

در مرحله دوم عبارت ساده شده را به طور کامل به فرم گریباخ در می آوریم :

$S \rightarrow bCBEC \mid bBEC \mid dBEC \mid bCBE \mid bBE \mid dBE \mid bCEC \mid bEC \mid dEC \mid bCE \mid bE \mid dE \mid a \mid aC$

$B \rightarrow b$

$C \rightarrow D$

$E \rightarrow a$

C)

$S \rightarrow aA \mid a$

$A \rightarrow aaA \mid aa$

همانند توضیحات بالا، فرم ساده شده عبارت را به صورت فرم گریباخ می نویسیم که در آن در ابتدا یک پایانه و در ادامه غیرپایانه داریم :

$S \rightarrow aA \mid a$

$A \rightarrow aBA \mid aB$

$B \rightarrow a$

4- برای گرامر مورد B و C در سوال 1، اتوماتای پشته ای معادل پیشنهاد دهید .
 برای نوشتن اتوماتای پشته ای معادل می توانیم از فرم گریباخ قوانین استفاده کنیم، برای این کار ابتدا فرم گریباخ آن را
 که در سوال قبل به دست آورده ایم را می نویسیم و از روی آن حالت های ممکن اوماتای پشته ای را می نویسیم :

B)

$S \rightarrow bCBEC \mid bBEC \mid dBEC \mid bCBE \mid bBE \mid dBE \mid bCEC \mid bEC \mid dEC \mid bCE \mid bE \mid dE \mid a$

$B \rightarrow b$

$C \rightarrow d$

$E \rightarrow a$

پاسخ :

$$\delta(q_0, \varepsilon, z) = \delta(q_1, Sz)$$

$$\delta(q_1, b, S) = \delta(q_1, CBEC) \mid \delta(q_1, b, S) = \delta(q_1, CE) \mid \delta(q_1, b, S) = \delta(q_1, EC) \mid \delta(q_1, b, S) = \delta(q_1, CBE) \mid$$

$$\delta(q_1, b, S) = \delta(q_1, BEC) \mid \delta(q_1, b, S) = \delta(q_1, E) \mid \delta(q_1, b, S) = \delta(q_1, CEC) \mid \delta(q_1, b, S) = \delta(q_1, BE) \mid$$

$$\delta(q_1, d, S) = \delta(q_1, BEC) \mid \delta(q_1, d, S) = \delta(q_1, BE) \mid \delta(q_1, d, S) = \delta(q_1, EC) \mid \delta(q_1, d, S) = \delta(q_1, E) \mid$$

$$\delta(q_1, a, S) = \delta(q_1, C) \mid \delta(q_1, a, S) = \delta(q_1, \lambda) \mid$$

$$\delta(q_1, b, B) = \delta(q_1, \lambda) \mid \delta(q_1, d, C) = \delta(q_1, \lambda) \mid \delta(q_1, a, E) = \delta(q_1, \lambda)$$

$$\delta(q_1, \varepsilon, z) = \delta(q_2, z)$$

C)

$S \rightarrow aA \mid a$

$A \rightarrow aBA \mid aB$

$B \rightarrow a$

پاسخ :

$$\delta(q_0, \varepsilon, z) = \delta(q_1, Sz)$$

$$\delta(q_1, a, S) = \delta(q_1, A) \mid \delta(q_1, a, S) = \delta(q_1, \lambda) \mid \delta(q_1, a, A) = \delta(q_1, BA) \mid \delta(q_1, a, A) = \delta(q_1, B) \mid$$

$$\delta(q_1, a, A1) = \delta(q_1, \lambda)$$

$$\delta(q_1, \varepsilon, z) = \delta(q_2, z)$$

5) ثابت کنید گرامر های ذیل مبهم است. در هر مورد در صورت امکان، رفع ابهام کنید و در غیر این صورت علت ابهام ذاتی زبان را توضیح دهید .

$$S \rightarrow S1 \mid S2$$

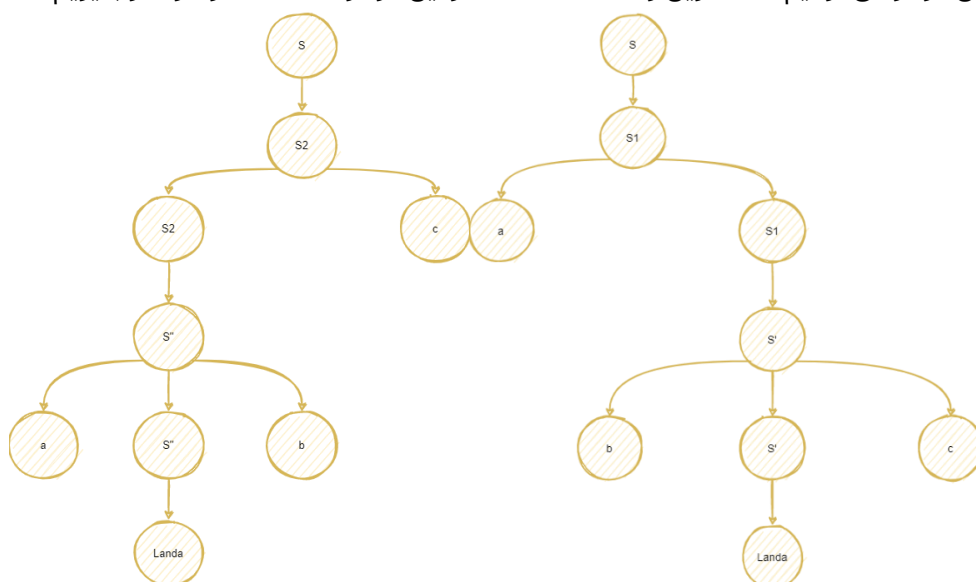
$$S1 \rightarrow aS1 \mid S'$$

$$S' \rightarrow bS'c \mid \lambda$$

$$S2 \rightarrow S2c \mid S''$$

$$S'' \rightarrow aS''b \mid \lambda$$

این گرامر در قانون اول که S است به دو قانون S1 و S2 می رود که با هر دو قانون می توانیم رشته هایی از این گرامر را بدست آوریم، بدین صورت اشتقاق های چپ متفاوت و یا اشتقاق های راست متفاوت داریم، پس نمی توانیم این گرامر را به عنوان گرامری که ساده بشود در نظر بگیریم و این گرامر در رده گرامر های دارای ابهام ذاتی قرار می گیرد. برای بررسی این گرامر می توانیم ساده ترین رشته ساخته شده از این گرامر مانند abc را در نظر بگیریم :



همان طور که مشاهده می شود برای این گرامر می توان با اشتقاق چپ از دو راه رفت و این دو راه در ابتدای راه به دو قسمت تقسیم می شوند و نمی توان این گرامر را رفع ابهام کرد.

ب) a یک مجموعه است و اولویت عملگرهای مجموعه ای بصورت : مکمل، تفاضل، اجتماع و اشتراک است.

B)

$S \rightarrow SUS$

$S \rightarrow S \cap S$

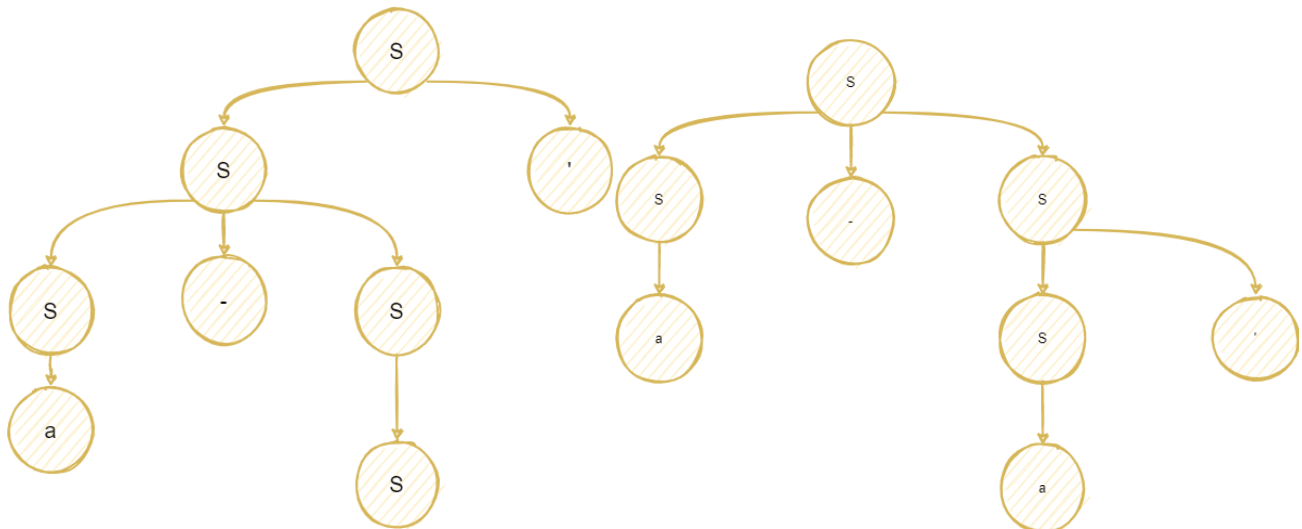
$S \rightarrow S - S$

$S \rightarrow S'$

$S \rightarrow a$

این گرامر نیز همانند گرامر قبلی دارای حالت های مختلفی برای یک رشته دارد، برای مثال دو اشتقاق از چپ دارد که باعث بوجود آوردن ابهام در گرامر می شود.

برای مثال ساده ترین رشته ای که ترکیبی از دو قانون که باعث بوجود آوردن ابهام می شود مانند رشته $a \cap a$ را انتخاب میکنیم :



C)

$S \rightarrow \text{if } e \text{ then } S$

$S \rightarrow \text{if } e \text{ then } S \text{ else } S$

$S \rightarrow st$

مثال این گرامر را در تمرین های پیشین حل کردیم، این گرامر در عبارت $\text{else } y \text{ که برای if می گذاریم دچار ابهام می شود:}$

statement → if BF then st~~statement~~ ~~if BF then statement~~ این را می توانیم داریم

~~13E~~ $13E \rightarrow bc$ $st \rightarrow \text{Statement}$

هر else ب کدام if باز می گردد

* در برنامه نویسی هر class باید به نزدیکترین if قبل از خود باز گردد. در شکل های مقابل مشکل

② باید پذیرش شود

آنکه فرد در هر ای حالت میهم را بیشتر رسم کنیم، در فرد در حرکت باشد، حال زیر خواجه است.



برای رفع ابهام این را امر در روش وجود دارد:

زبان اول: *dangling else*: استفاده از قرائن گلی

stmt1 \rightarrow if exp then stmt1 else stmt1 / other

stmt2 \rightarrow if exp then stmt1 else stmt2 | if exp then stmt

Year. Month. Day.

روش دوم: جهت های A و B

A : حفت شده

B: جفت نشود

ST \rightarrow stmt

BE \rightarrow be

با توجه به توضیحات بالا می توان این عبارت را بصورت زیر نوشت

مبهم بودن این دو گرامر را می توان با مثال بیان کرد

- $S \rightarrow \text{if } e \text{ then } \underline{S} \text{ else } S \rightarrow \text{if } e \text{ then if } e \text{ then } \underline{S} \text{ else } S \rightarrow \text{if } e \text{ then if } e \text{ then st else } \underline{S} \rightarrow \text{if } e \text{ then if } e \text{ then st else st}$
- $S \rightarrow \text{if } e \text{ then } \mathbf{S} \rightarrow \text{if } e \text{ then if } e \text{ then } \mathbf{S} \text{ else } S \rightarrow \text{if } e \text{ then if } e \text{ then st else } \mathbf{S} \rightarrow \text{if } e \text{ then if } e \text{ then st else st}$

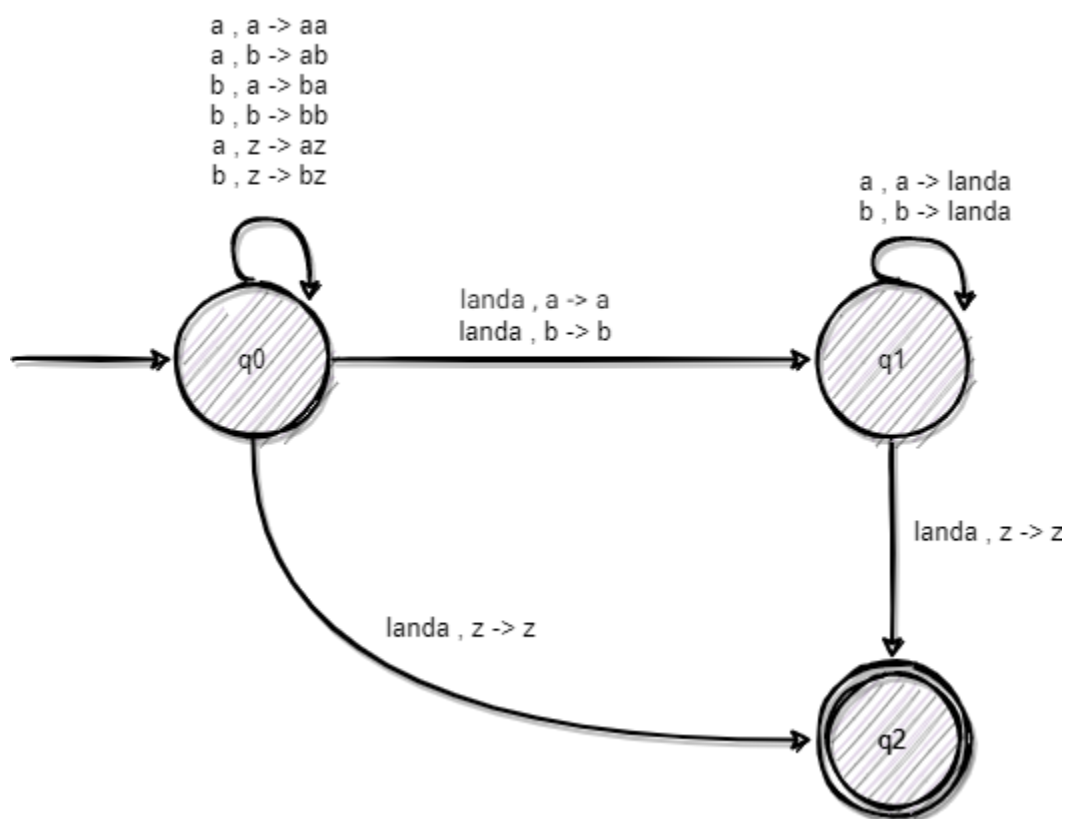
$S \rightarrow A \mid B$

$A \rightarrow \text{if } e \text{ then } A \text{ else } A \mid st$

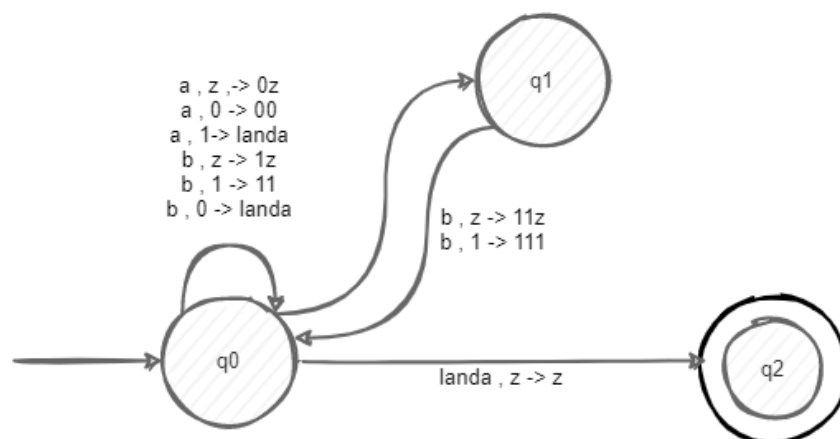
$B \rightarrow \text{if } e \text{ then } A \text{ else } B \mid \text{if } e \text{ then } S$

6- برای زبان های ذیل یک اتوماتای پشته ای پیشنهاد دهید :

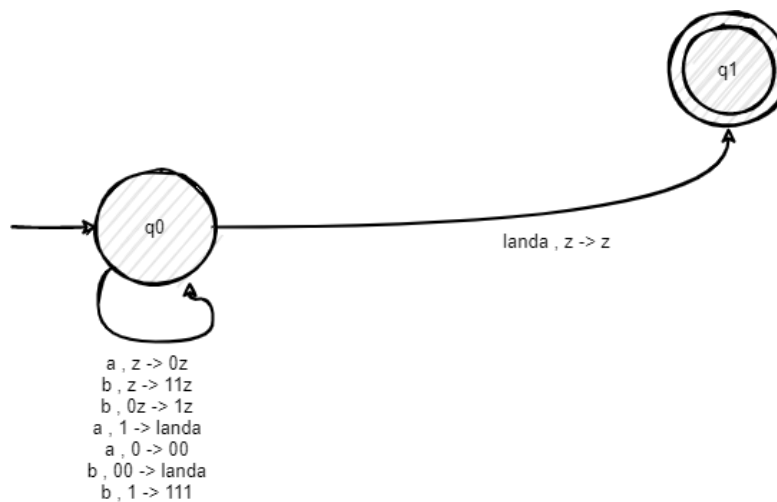
A) $L = \{WW^r, W \in \{a,b\}^*\}$



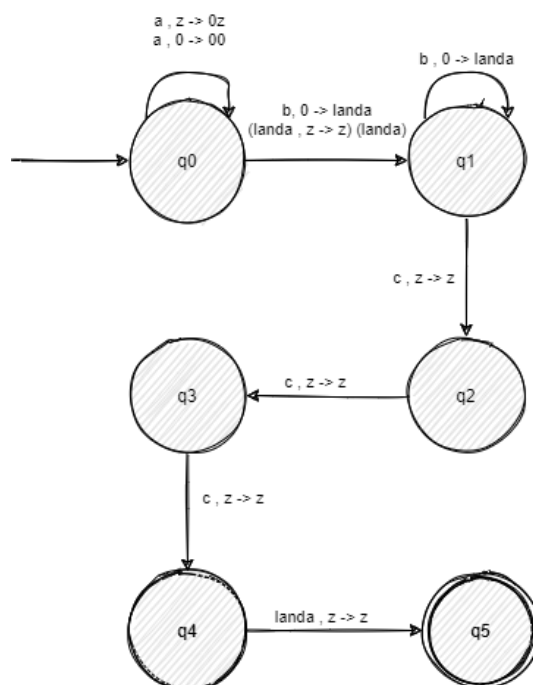
B) $L = \{W \in \{a,b\}^*, na(W) = 2nb(W)\}$



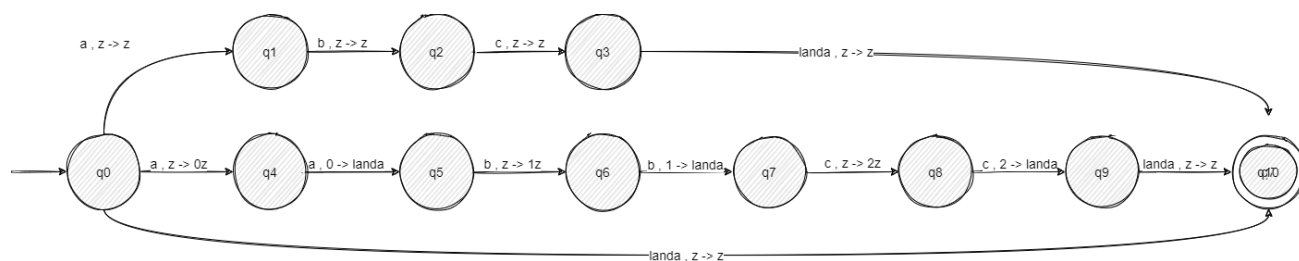
یا می توان نمودار PDA آن را بدین شکل رسم کرد :



C) $L = \{a^n b^n c^3, n \geq 0\}$



D) $L = \{a^n b^n c^n, n \leq 2\}$



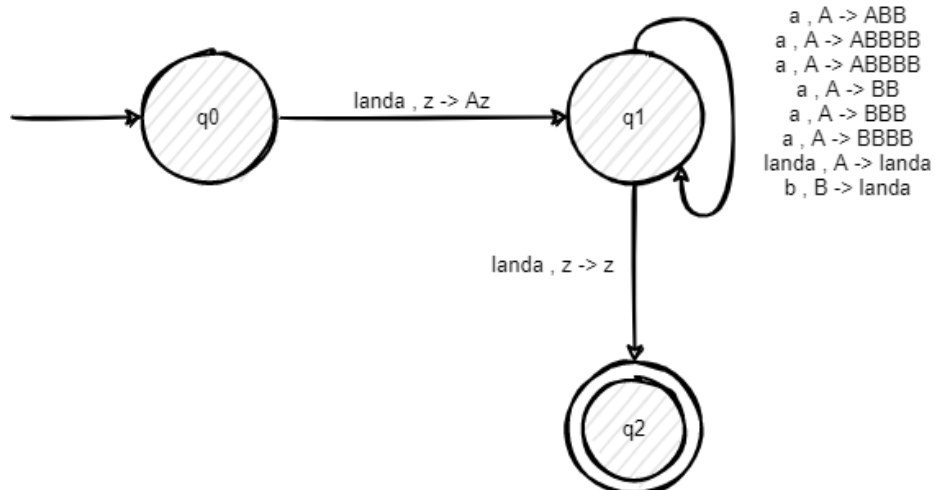
E) $L = \{a^n b^m, 2n \leq m \leq 4n\}$

(بنده نتوانستم این زبان را به صورت مستقیم رسم کنم به همین دلیل این زبان را ساده کردم و آن را به فرم گریباخ نوشته و از طریق فرم گریباخ آن را حل نمودم)

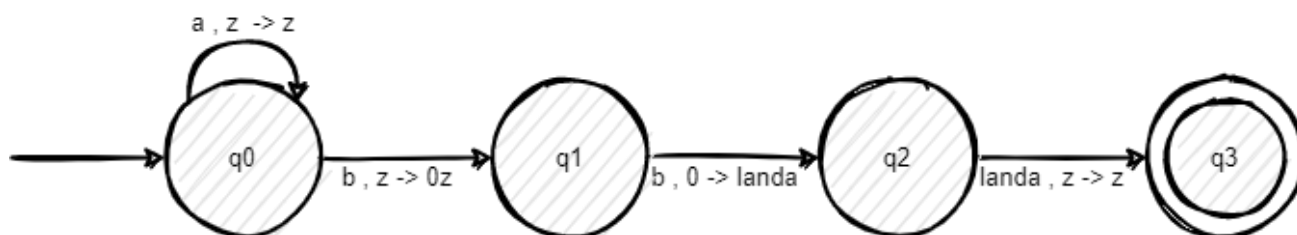
برای نوشتن فرم گریباخ این زبان باید تعداد b ها ضربی از اعداد 2، 3 یا 4 از a باشند پس برای هر a می توانیم تعداد 2 یا 3 یا 4 تا b بگذاریم :

$S \rightarrow aSBB \mid aSBBB \mid aSBBBB \mid aBB \mid aBBB \mid aBBBB \mid \lambda$

$B \rightarrow b$

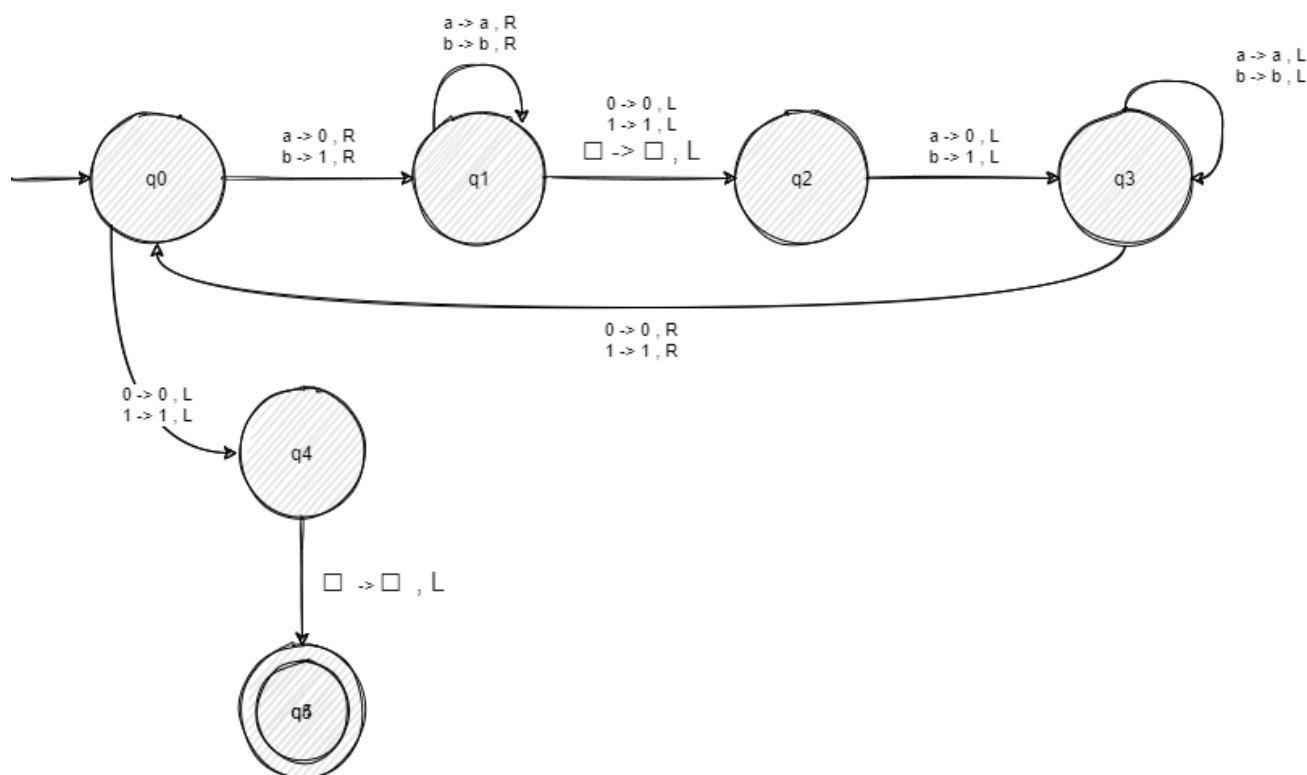


F) $L = a^* b^2$

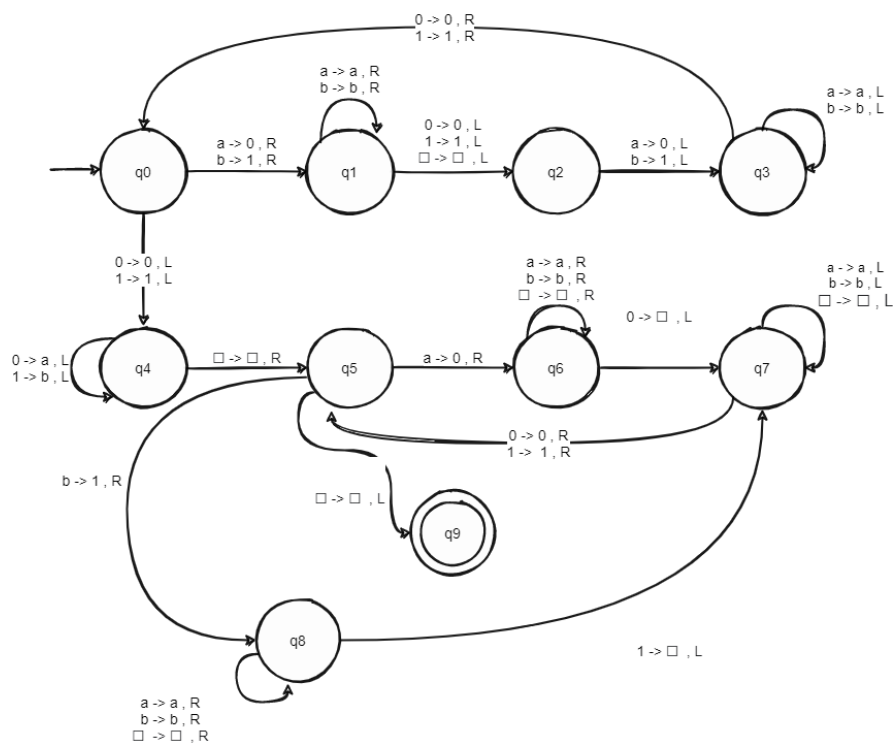


(7) برای زبان های ذیل یک اتوماتای تورینگ پیشنهاد دهید .

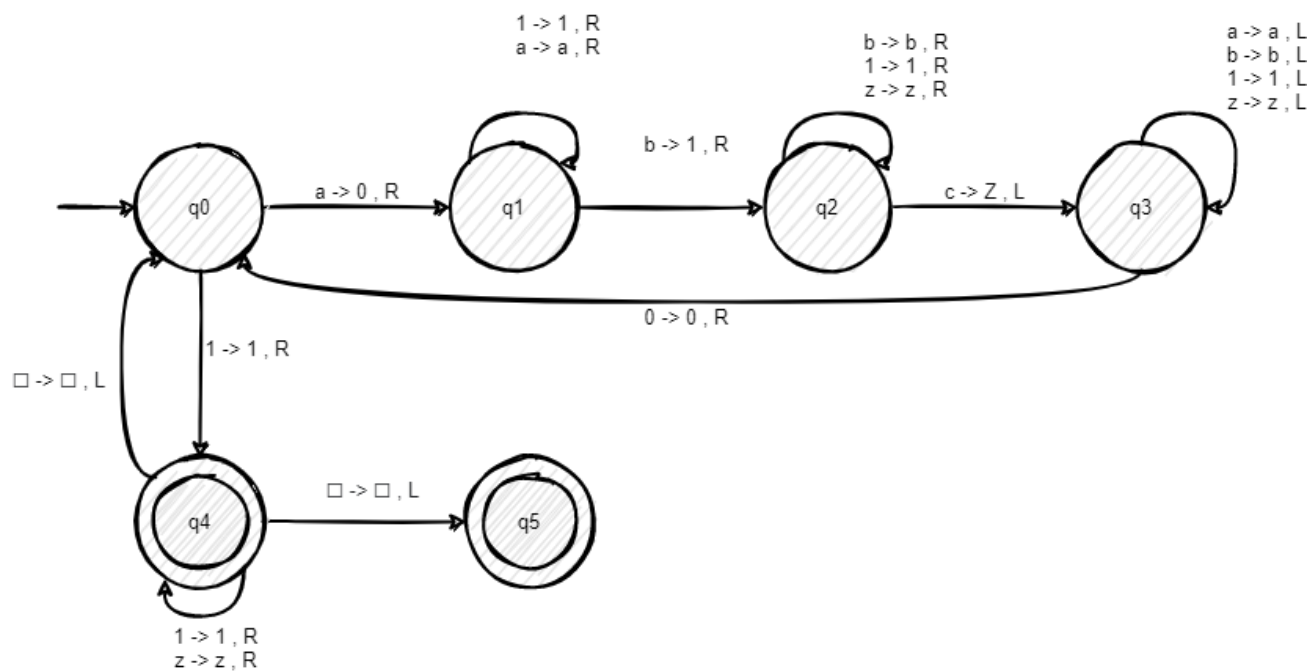
A) $L = \{WW^r, W \in \{a,b\}^*\}$



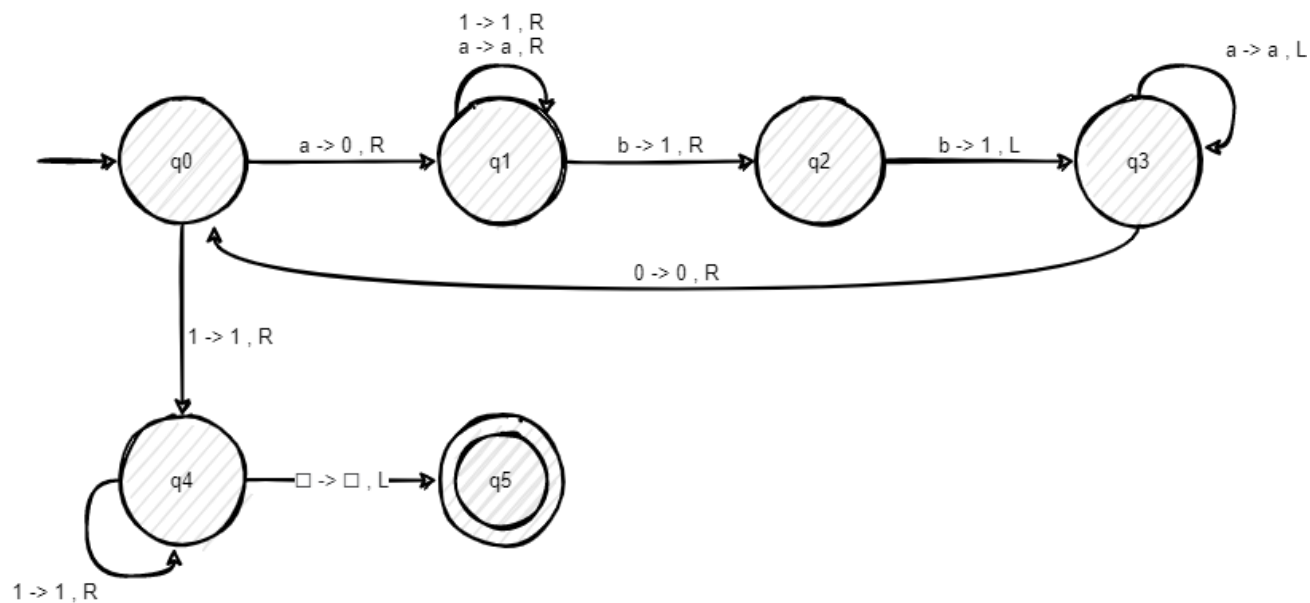
B) $L = \{WW, W \in \{a,b\}^*\}$



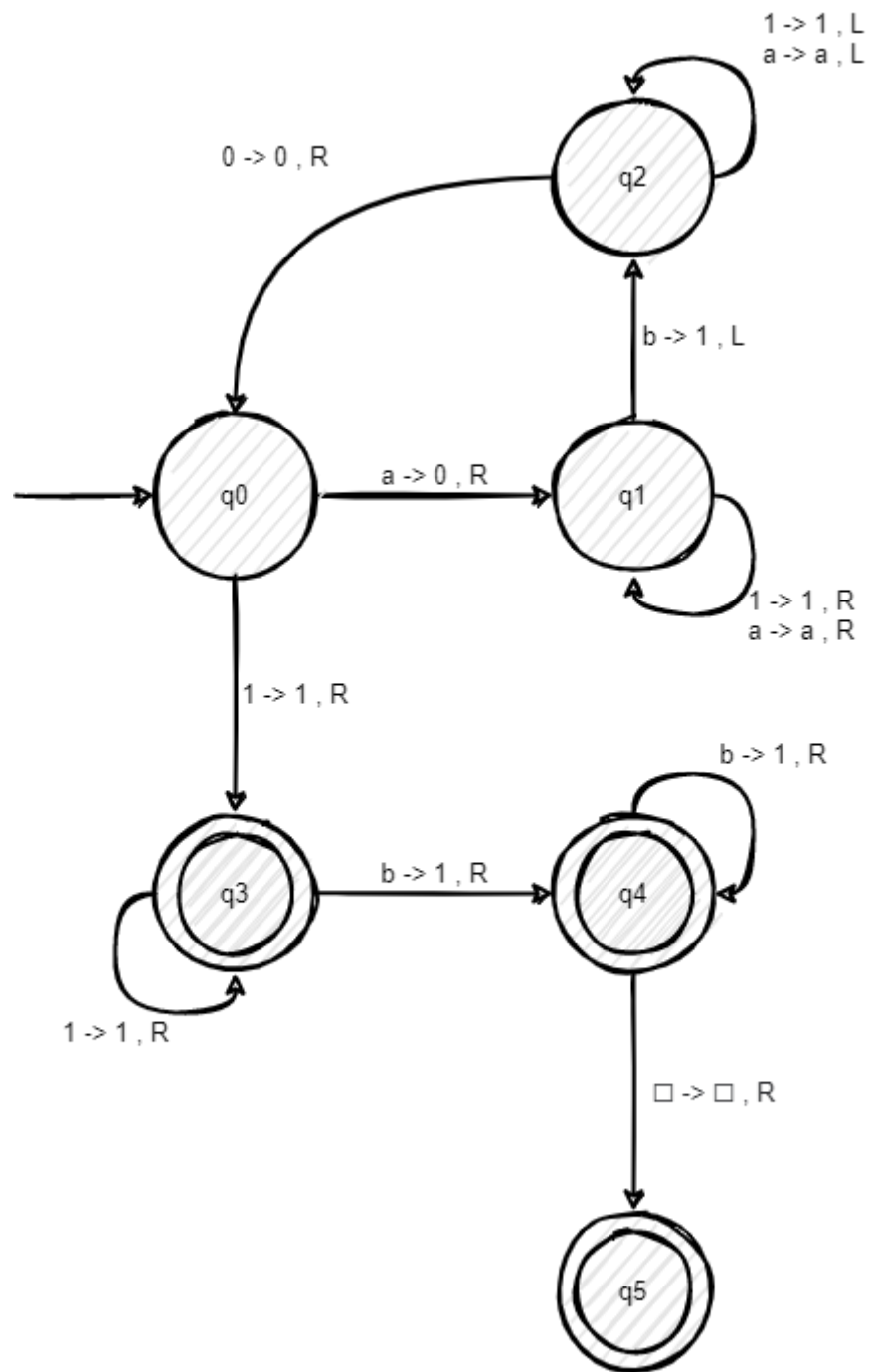
C) $L = \{a^n b^n c^n, n \geq 0\}$



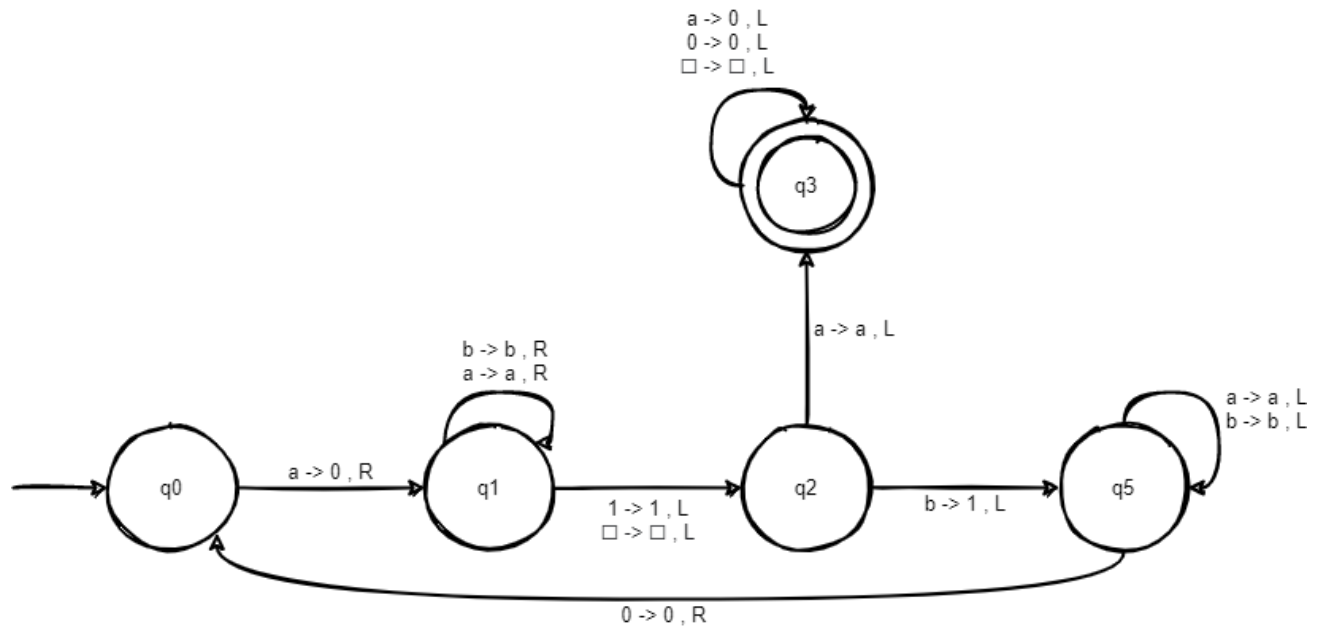
D) $L = \{a^n b^{2n}, n \geq 1\}$



E) $L = \{a^n b^m, n \leq m\}$



F) $L = \{a^n b^m, n \geq m\}$



G) $L = \{W \in \{a,b\}^*, |W| \bmod 3 = 0\}$

