

نظریہ زبان ها و ماشین ها  
حل تمرین سری دوم

مصطفیٰ فضلہ

9822803

---

1. گرامرهایی برای  $\Sigma = \{a, b\}$  بنویسید که مجموعه های زیر را تولید کند.

الف ( همه رشته هایی که دقیقا یک  $a$  دارند.

$S \rightarrow a \mid Sb \mid bS$

روش اول :

$S \rightarrow AaA$

روش دوم :

$A \rightarrow bA \mid Ab \mid \lambda$

ب ( همه رشته هایی که حداقل دو  $a$  دارند .

$S \rightarrow BaBaB$

$B \rightarrow \lambda \mid bB \mid aB$

ج ( همه رشته هایی که حداکثر سه  $a$  دارند.

$S \rightarrow BaBaBaB \mid BaBaB \mid BaB \mid B$

$B \rightarrow \lambda \mid bB$

2. با فرض اینکه  $\Sigma = \{a, b\}$ ، گرامر های تولید کننده زبان های زیر را بنویسید.

الف (  $L_1 = \{a^m b^n : m \geq 1, n > m\}$

$S \rightarrow aAbbB$

$A \rightarrow aAb \mid \lambda$

$B \rightarrow bB \mid \lambda$

ب (  $L_2 = \{a^n b^{2n} : n \geq 1\}$

$S \rightarrow aAbb$

$A \rightarrow aAbb \mid \lambda$

$$L_3 = \{a^m b^n a^x b^y a^i b^j : m, x, i > 0, n > m, y > k, j > i\} \text{ (ج)}$$

$S \rightarrow CCC$

$C \rightarrow AbB$

$A \rightarrow aAb \mid \lambda$

$B \rightarrow bB \mid \lambda$

$$A = \{WW^R : w \in \{a, b\}^+\} \text{ (د)}$$

$S \rightarrow aSa \mid bSb \mid aa \mid bb$

3. در هر مورد زبان داده شده است، گرامر مربوط به آن را بنویسید.

$$A = \{w : n_a(w) > n_b(w)\} \cdot \Sigma = \{a, b\} \text{ (الف)}$$

$S \rightarrow SS \mid aSb \mid bSa \mid aS \mid Sa \mid a$

$$B = \{w : n_a(w) = n_b(w) + 1\} \cdot \Sigma = \{a, b\} \text{ (ب)}$$

$S \rightarrow BaB$

$B \rightarrow aBb \mid bBa \mid BB \mid \lambda$

$$B = \{w : |w| \bmod 3 \geq |w| \bmod 2\} \cdot \Sigma = \{a\} \text{ (ج)}$$

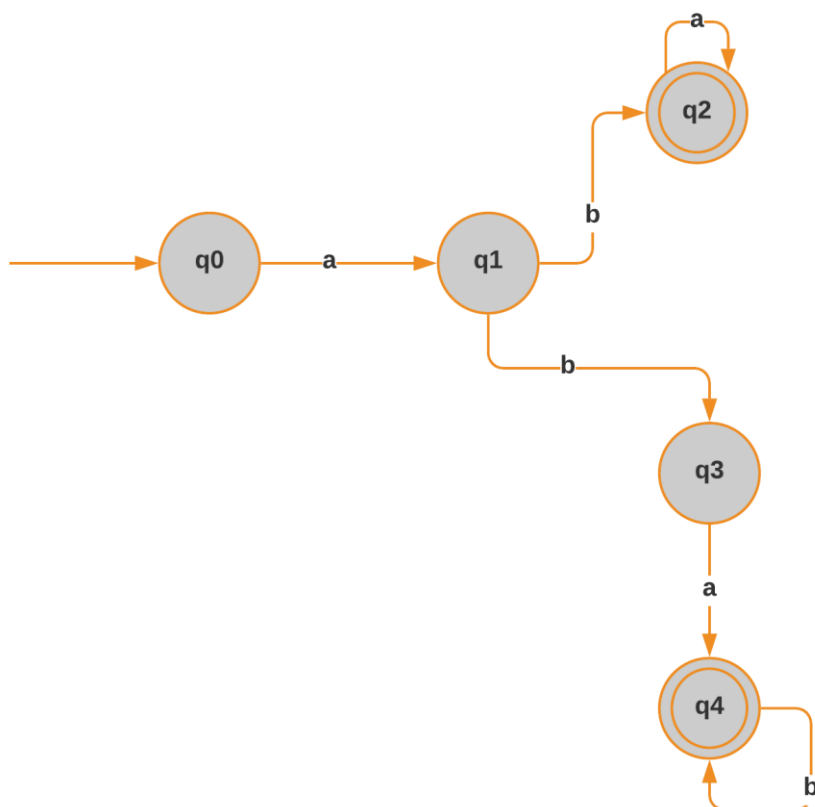
$S \rightarrow aB \mid aaB \mid D$

$B \rightarrow aaaB \mid \lambda$

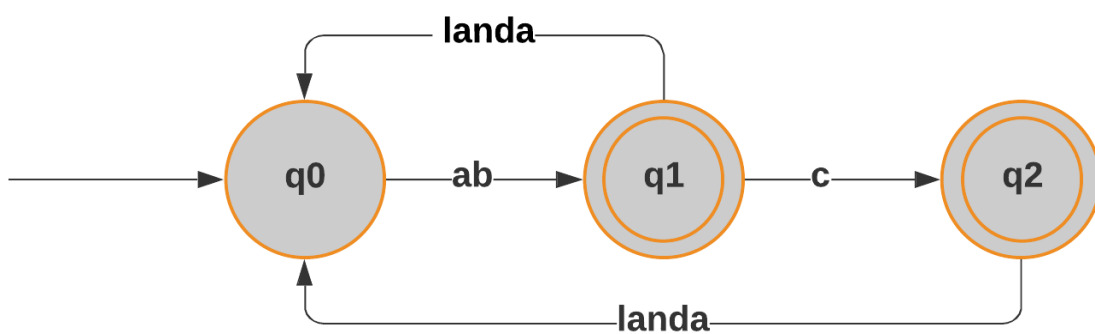
$D \rightarrow aaaaaaD \mid \lambda$

4. برای هر مجموعه یک nfa رسم کنید.

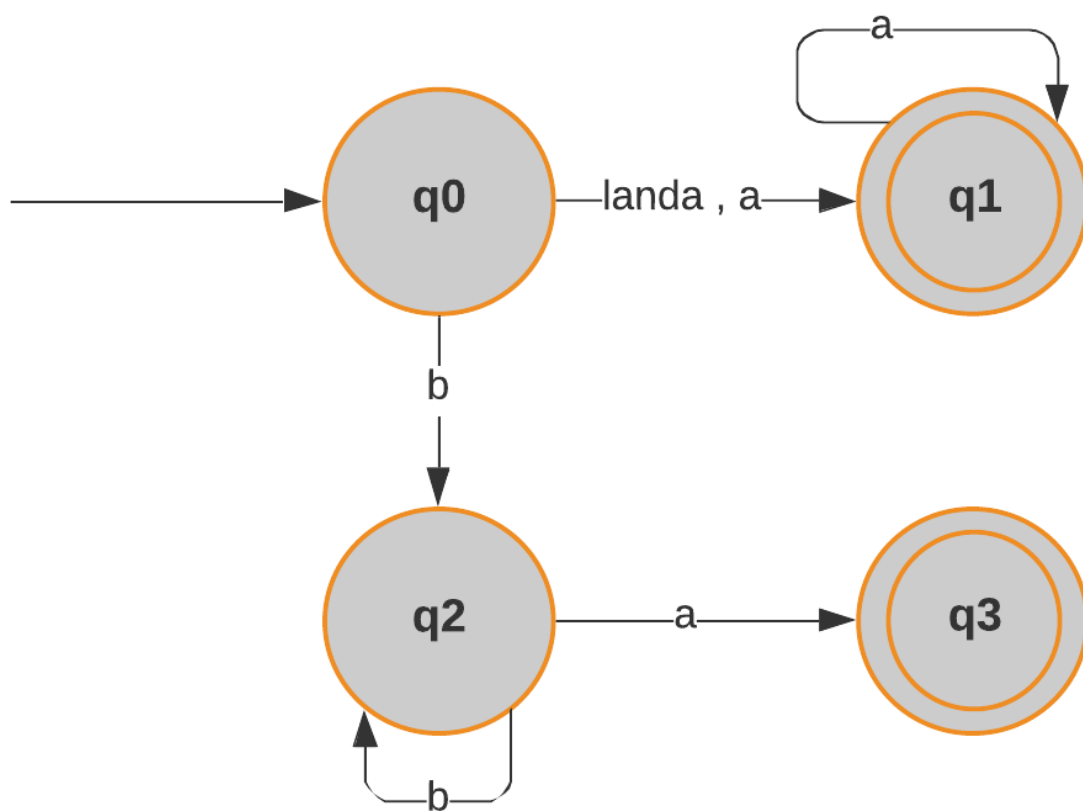
$$A = \{aba^n\} \cup \{abab^n\}_3 \text{ (الف)} \quad n \geq 0 \quad \text{با حداکثر 5 state}$$



ب)  $B = \{abc, ab\}^*$  حداکثر با 3 state



ج)  $c = \{a^n : n \geq 0\} \cup \{b^n a : n \geq 1\}$  با حداکثر 4 state



5. تعداد وضعیت (state) های dfa های زیر را به حداقل برسانید.

(الف)

با حذف زوج وضعیت هایی که از طرف نهایی و طرف دیگر غیرنهایی داریم :

q2 , q3      q3 , q4  
q2 , q4      q5 , q6

اکنون بررسی می کنیم طبق جدول :

	0	1
q0	q2	q1
q1	q5	q5
q2	q3	q4
q3	q3	q4
q4	q5	q5
q5	q6	q5

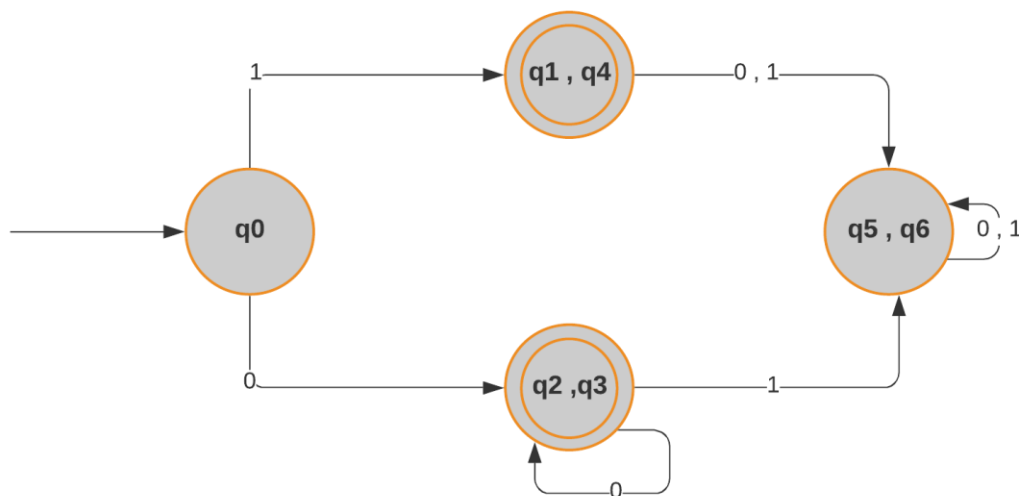
q6	q6	q6
----	----	----

طبق جدول و رابطه بالا می توان دو زوجی که با یک علامت مشترک به یک وضعیت می روند و در روند تاثیر چندانی ندارند را ساده نمود :

q1 , q4

q2 , q3

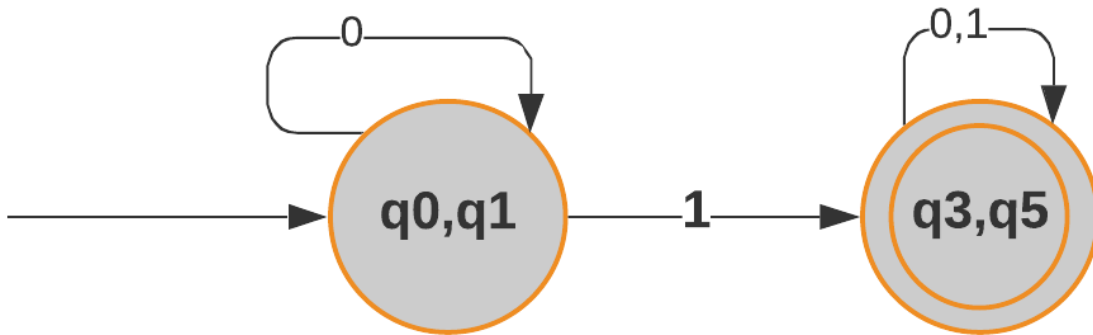
	0	1
q0	q2 , q3	q1 , q2
q1 , q2	q5 , q6	q5 , q6
q2 , q3	q2 , q3	q5 , q6
q5 , q6	q5 , q6	q5 , q6



(ب)

	0	1
q0	q1	q3
q1	q0	q3
q2	q1	q4
q3	q3	q4
q4	q3	q3
q5	q5	q5

با حذف حالات غیرقابل دسترس داریم :  $q_0, q_1$



6. nfa های زیر را به dfa هم ارز آن تبدیل کنید.

( الف )

ابتدا بررسی میکنیم هر حالت با هر متغیر به کدام حالت دیگر می رود.

$q_0, 0 \Rightarrow q_1, q_2$

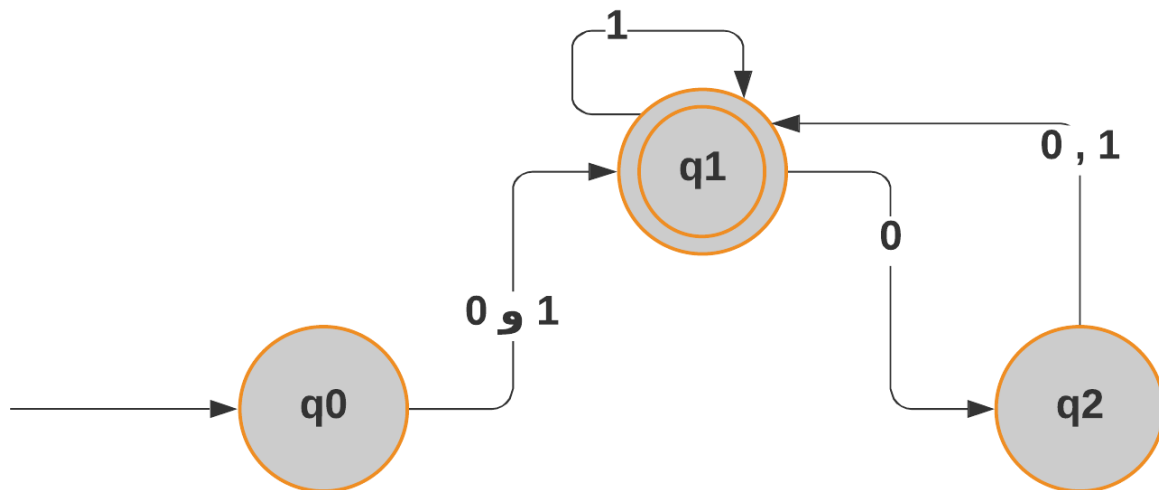
$q_0, 1 \Rightarrow q_1, q_2$

$q_0q_2, 1 \Rightarrow q_1, q_2$

$q_0q_2, 0 \Rightarrow q_1, q_2$

$q_1q_2, 1 \Rightarrow q_1, q_2$

$q_1q_2, 0 \Rightarrow q_0, q_2$



(ب)

همانند بالا تمام حالاتی که از یک وضعیت می توان به وضعیت دیگر رفت را بررسی می نویسیم و بررسی میکنیم که کدام حالات را می توان با هم ساده کرد :

$q_0, 0 \Rightarrow q_0, q_1, q_2$

$q_0, 1 \Rightarrow q_1, q_2$

$q_1 q_2, 0 \Rightarrow q_0, q_1, q_2$

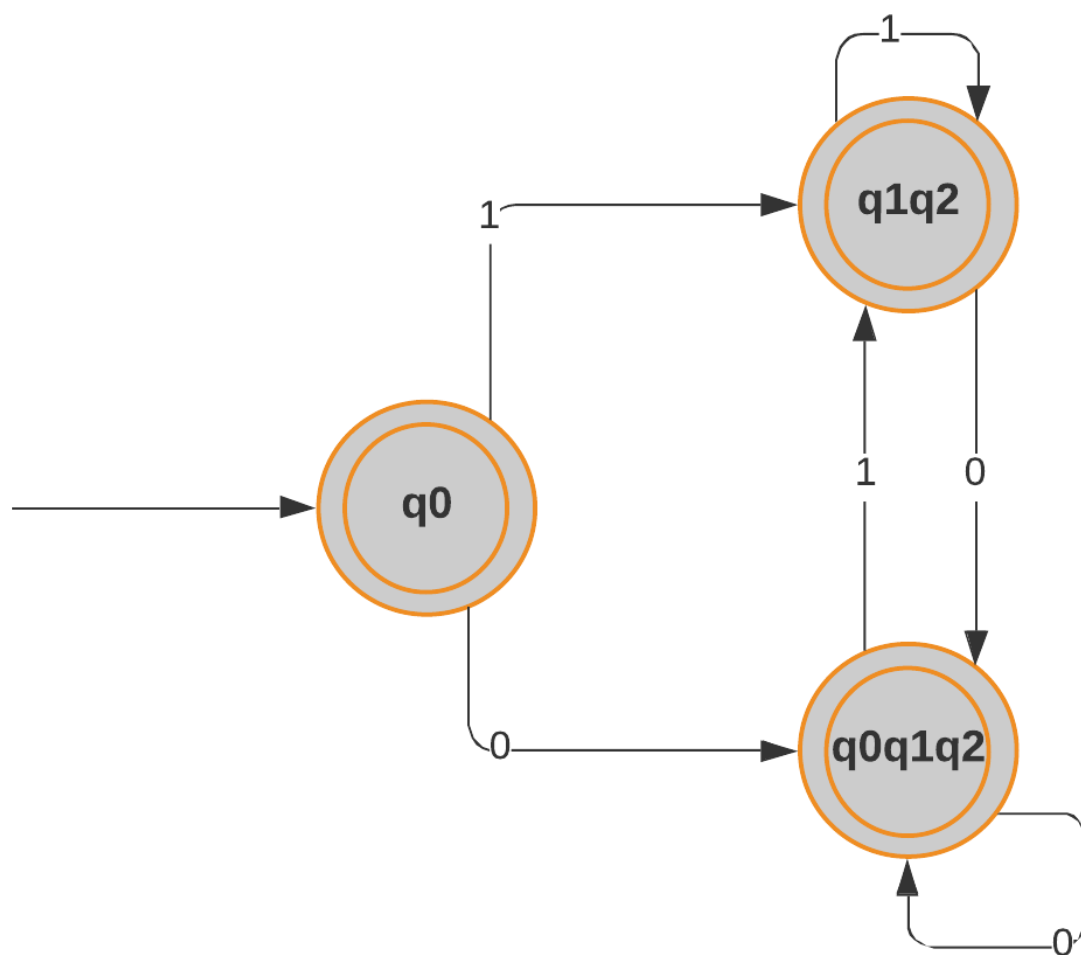
$q_1 q_2, 1 \Rightarrow q_1, q_2$

$q_1 q_2, 1 \Rightarrow q_1, q_2$

$q_0 q_1 q_2, 0 \Rightarrow q_0, q_1, q_2$

$q_0 q_1 q_2, 1 \Rightarrow q_1, q_2$





که باز هم میتوان این نمودار را ساده تر کرد و به شکل زیر درآورد :

