

תרגיל בית 9 – מודלים לא לינאריים בחקר ביצועים

מגישים :

אלעד בוכריס – 206202426

משה דידי – 311395834

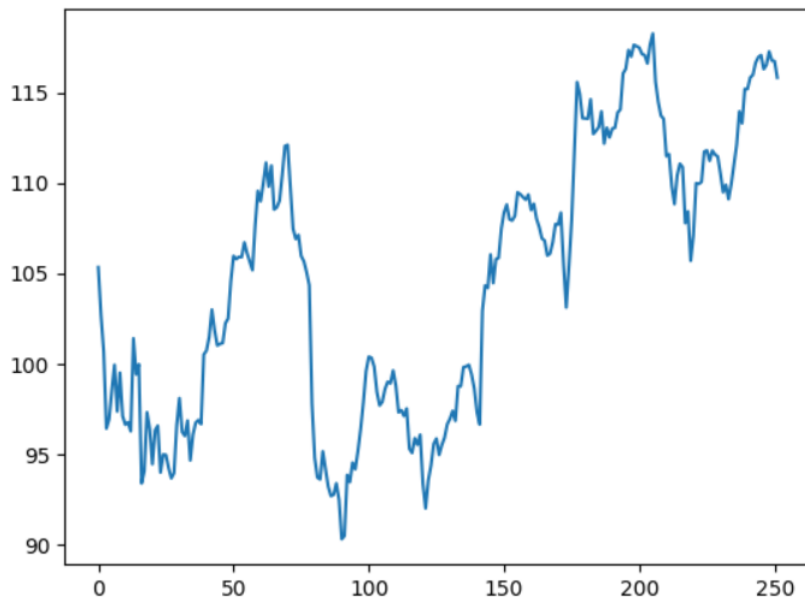
שאלה 1 :

א.

<code>df = pd.read_csv('prices.csv')</code>	Creating a pandas dataframe from the prices csv file.
<code>df.head(5)</code>	Retrieving first 5 rows from the created dataframe.

ב.

<code>mask = df['date'].apply(lambda x : x[:4] == '2016')</code>	Creating a mask for the dataframe for filtering only rows the their year is 2016.
<code>df=df[mask]</code>	Subtracting the rows from the dataframe according to the mask.
<code>df=df[df['symbol']=='AAPL'].reset_index()</code>	Subtracting the rows that their stock symbol is 'AAPL' and resetting the index(setting a new index from 0 to the df size)
<code>apple_close_prices=df.close</code>	Put column "close" values from dataframe df in the apple dataframe
<code>apple_close_prices.plot()</code>	Create a plot with the "close" values
<code>plt.show()</code>	Display the plot



ג.

```
def load_shares():
    """ Q1 C """
    prices_data = pd.read_csv('prices.csv')
    securities_data = pd.read_csv('securities.csv')
    mask = prices_data['date'].apply(lambda x: x[:4] == '2016')
    prices_2016 = prices_data[mask]
    checkFullYear = prices_2016.groupby('symbol').count()
    symbols = checkFullYear[checkFullYear['date'] == 252].index
    symbolsDataFrame = symbols.to_frame(index=False)
    sectors = pd.merge(symbolsDataFrame, securities_data, left_on='symbol', right_on='Ticker
symbol', how="left")
    "GICS Sector"]
    dataOnlyFull2016 = pd.merge(symbolsDataFrame, prices_2016, on='symbol', how="inner")
    prices = [df_symbol['close'] for symbol, df_symbol in dataOnlyFull2016.groupby("symbol")]
    return symbols, pd.DataFrame(np.array(prices)), sectors
```

ד. קוד:

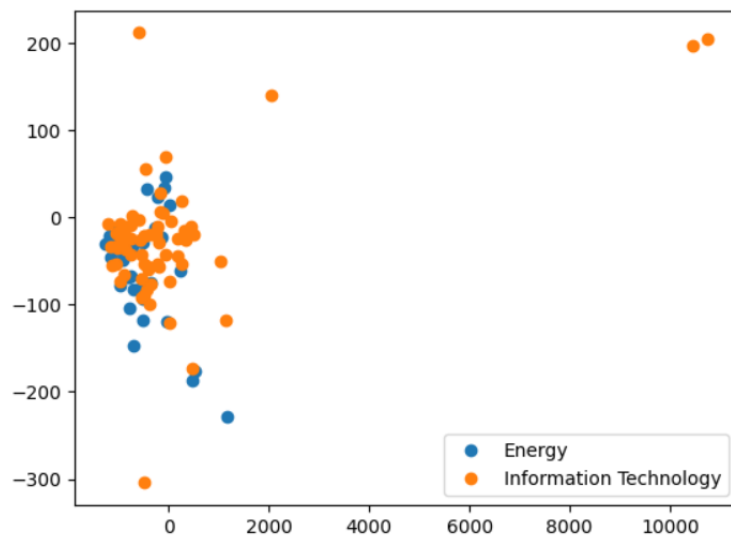
```
def pca_project(X, k):  
    """ Q1 D """  
    X = np.array(X)  
    X_centerd = X - np.mean(X, axis=0)  
    XTX = np.dot(X_centerd.T, X_centerd)  
    eigen = eigs(XTX, k)[0].real  
    vectors = eigs(XTX, k)[1].real  
    sortedEigenVectors = [x for _, x in sorted(zip(eigen, vectors.T), reverse=True)]  
    proj = (np.array(sortedEigenVectors).dot(X_centerd.T)).T  
    return proj
```

ה. קוד:

```
def plot_sectors(proj, sectors, sectors_to_plot):  
    df = pd.concat([pd.DataFrame(proj), sectors], axis=1)  
    df = df.loc[df['GICS Sector'].isin(sectors_to_plot)]  
    fig, ax = plt.subplots()  
    ax.margins(0.05)  
    for name, group in df.groupby('GICS Sector'):  
        ax.plot(group[0], group[1], marker='o', linestyle='', label=name)  
    ax.legend()  
    plt.show()
```

```
""" Q1 E """  
symbols, prices, sectors = load_shares()  
proj = pca_project(prices, 2)  
plot_sectors(proj, sectors, ['Energy', 'Information Technology'])
```

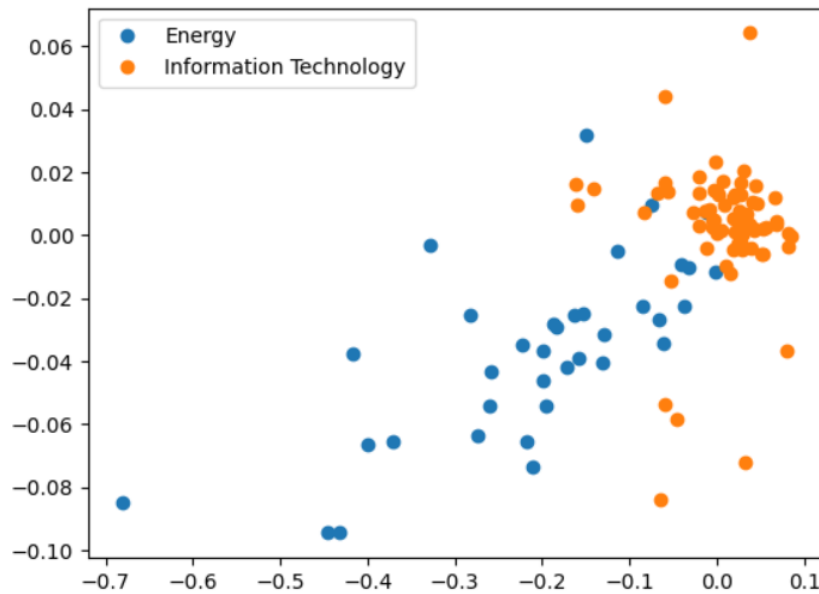
הגרף המתקבל:



ו. קוד:

```
""" Q1 F """  
modifies_prices = np.copy(prices)  
  
modifies_prices = pd.DataFrame(modifies_prices).apply(lambda x: ln_transformation(x),  
axis=1).iloc[:, :-1]  
proj_modified = pca_project(modifies_prices, 2)  
plot_sectors(proj_modified, sectors, ['Energy', 'Information Technology'])  
plot_sectors(proj_modified, sectors, ['Financials', 'Information Technology'])
```

הגרף המתקבל:



קוד לסעיפים ז, ח:

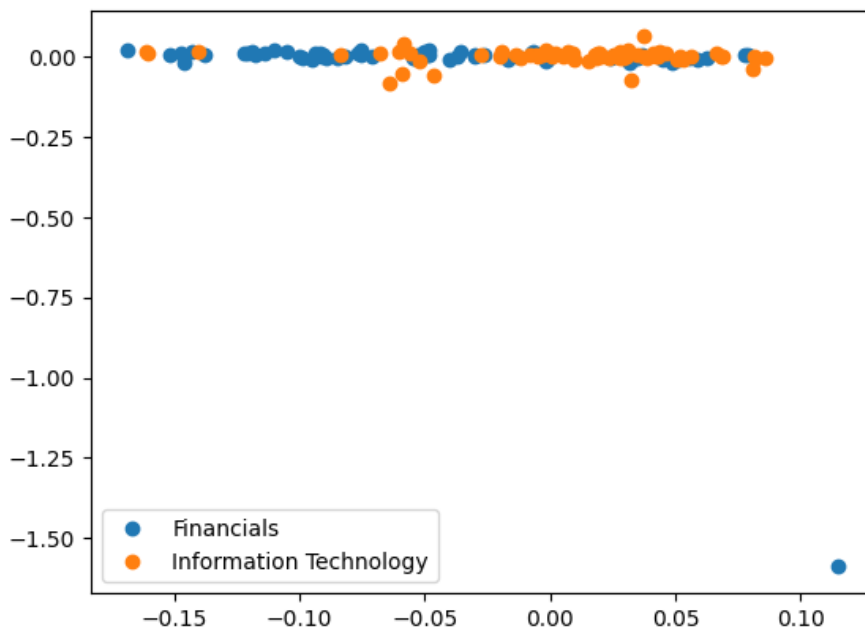
```
""" Q1 G """
plot_sectors(proj_modified, sectors, ['Energy', 'Information Technology', 'Real Estate'])

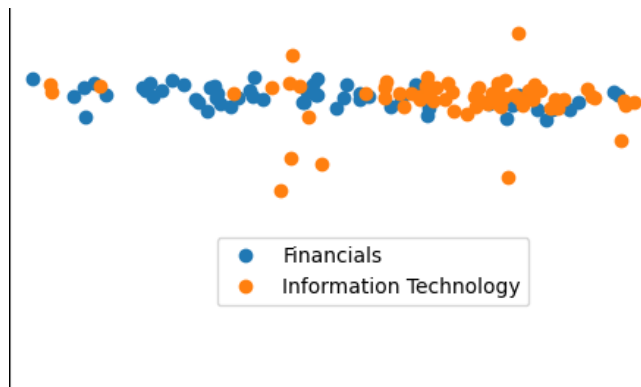
""" Q1 H """
plot_sectors(proj_modified, sectors, sectors)

proj_data = pd.DataFrame(proj_modified)
proj_data_special = proj_data.loc[proj_data[1] < -1]
special_stock_symbol = symbols[proj_data_special.index[0]]
symbols_close_prices_data = pd.concat([pd.DataFrame(symbols), prices], axis=1)
ICE_APPLE_close_prices = symbols_close_prices_data[
    symbols_close_prices_data["symbol"].isin([special_stock_symbol,
"AAPL"])]].T[1:]
plt.plot(np.array(ICE_APPLE_close_prices.T.iloc[0]), label="AAPL Stock")
plt.plot(np.array(ICE_APPLE_close_prices.T.iloc[1]), label="ICE Stock")
plt.legend()
plt.show()
```

ז. השקעה

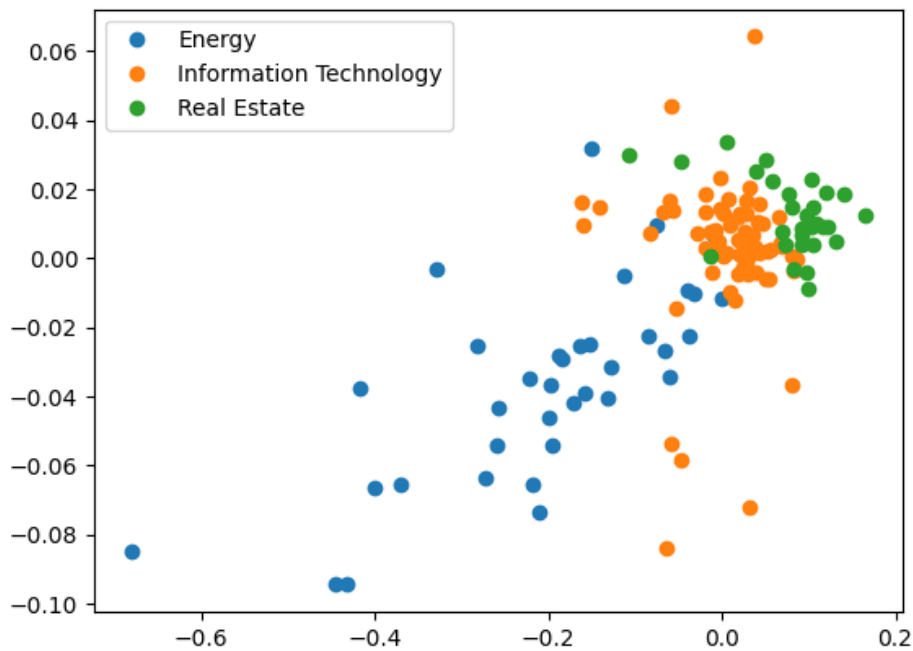
בטכנולוגיית מידע
ופיננסים מניבה
את הגרף הבא :





נסתכל בזום-אין ונראה את הגרף:

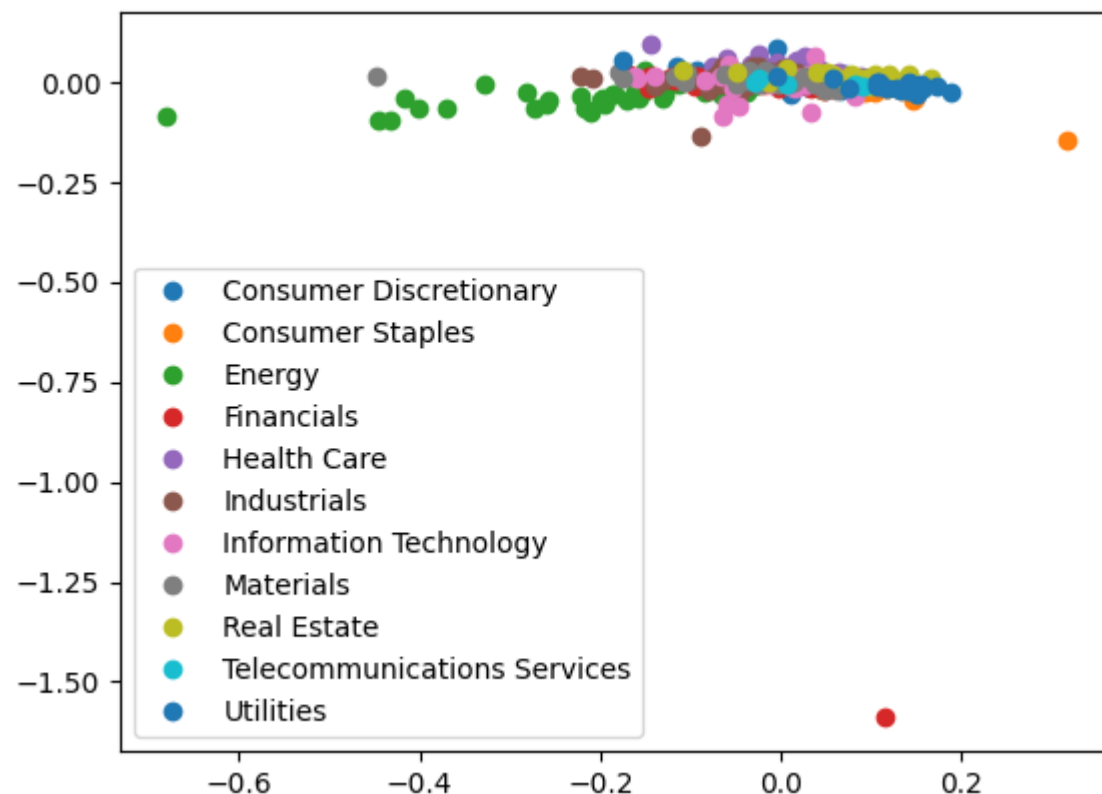
ניתן לראות כי שני המגזרים מתנהגים יחסית באופן דומה, לכן, לא נמליץ להשקיע בשניהם.



השקעה באנרגיה, טכנולוגית מידע ונדל"ן מניבה את הגרף הבא:

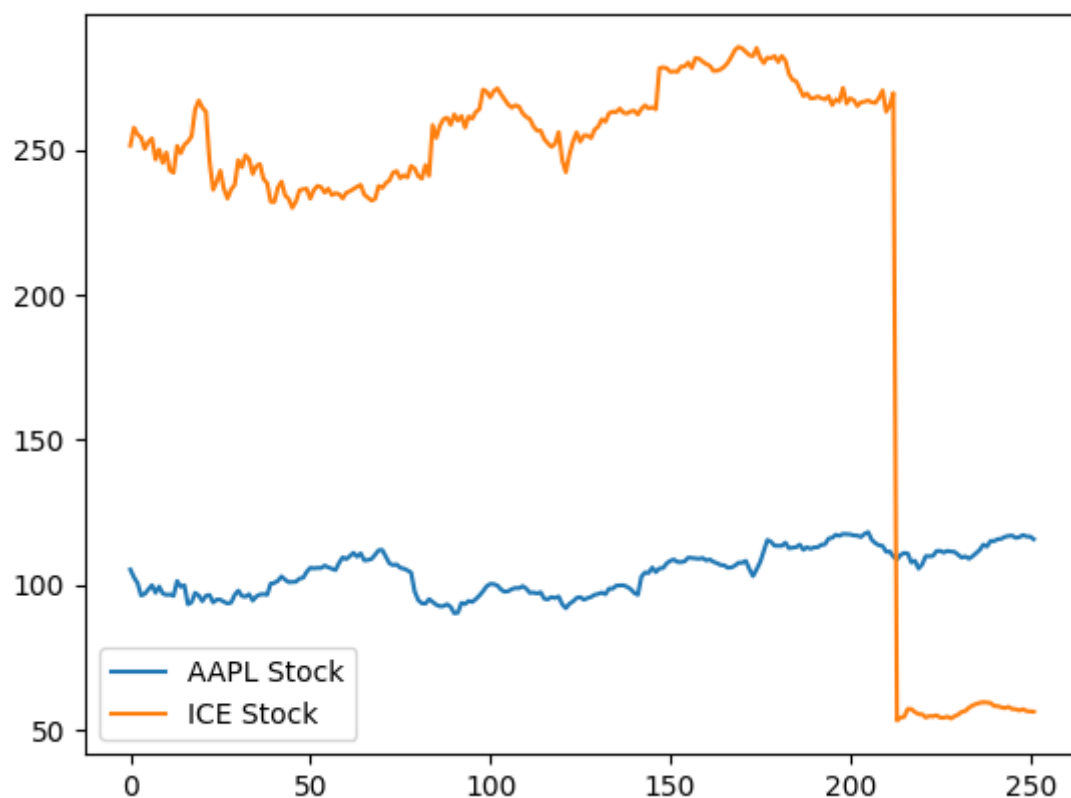
ניתן לראות כי המגזרים מתנהגים באופן יחסית מפורז ושווה, לכן, ניתן להמליץ להשקעה במגזרים אלו.

ח. גרף של כל המניות:



שם המניה הבולטת הוא "ICE".

להלן גרף של המניה ביחד עם המניה של *APPLE*.



- הערה: הסיבה לירידה החדה במחיר המניה ICE היא מכיוון שהם ביצעו פיצול מניות בשנת 2016, כל מניה הפכה ל-4 ובכך המחיר של כל מניה ירד פי 4.

שאלה 2 :

תהי נקודה $x_0 \in \mathbb{R}^n$ ויהי $r > 0$.
נגדיר את הקבוצה :

$$B(x_0, r) = \{x \in \mathbb{R}^n : \|x - x_0\| \leq r\}$$

נוכיח את קמירות הקבוצה, על מנת שהקבוצה תהיה קמורה צריך להתקיים :

$$\lambda x + (1 - \lambda)y \in B(x_0, r) \quad \forall x, y \in B(x_0, r), \lambda \in [0, 1]$$

$$\begin{aligned} \|\lambda x + (1 - \lambda)y - x_0\| &= \|\lambda(x - x_0) + (1 - \lambda)(y - x_0)\| \leq \lambda\|x - x_0\| + (1 - \lambda)\|y - x_0\| \\ &\leq \lambda r + (1 - \lambda)r = r \rightarrow \lambda x + (1 - \lambda)y \in B(x_0, r) \quad \forall x, y \in B(x_0, r), \lambda \in [0, 1] \end{aligned}$$

מש"ל.

מכיוון שהכדור מכיל את השפה שלו, אזי הוא קבוצה סגורה.

על מנת למצוא את $P_{B(x_0, r)}$ יש לפתור את הבעיה :

$$\min \|x - z\|$$

$$s. t$$

$$x \in B(x_0, r) \rightarrow \|x - x_0\| \leq r$$

נשים לב כי בעיה שקולה היא :

$$\min \|x - z\|^2$$

$$s. t$$

$$x \in B(x_0, r) \rightarrow \|x - x_0\|^2 \leq r^2$$

ניתן לראות כי הבעיה קמורה, לכן, כל נקודות KKT תהיה נקודת מינימום גלובלי.

לכן, נמצא נקודות KKT , בהן מתקיים :

$$\nabla f(x^*) + \lambda \nabla g(x^*) = 0 \wedge \lambda g(x^*) = 0$$

$$L(x, \lambda) = \|x - z\|^2 + \lambda(\|x - x_0\|^2 - r^2)$$

נקבל כי :

$$2(x - z) + 2\lambda(x - x_0) \stackrel{!}{=} 0$$

$$\lambda \cdot (\|x - x_0\|^2 - r^2) \stackrel{!}{=} 0$$

$$\|x - x_0\|^2 - r^2 \leq 0$$

$$\lambda \geq 0$$

מקרה 1 - $\lambda = 0$.

$$x = z$$

ניתן לראות כי עבור z ששייכת לכדור, נקבל כי $z = x$ היא ההטלה.

עבור z שאינו שייך לכדור, הנקודה אינה פיזיבילית.

מקרה 2 - $\lambda > 0$

נקבל כי

$$\|x - x_0\|^2 = r^2$$

$$x - z = \lambda(x_0 - x) \rightarrow x(\lambda + 1) = \lambda x_0 + z \rightarrow x = \frac{\lambda x_0 + z}{\lambda + 1}$$

$$\left\| \frac{\lambda x_0 + z}{\lambda + 1} - x_0 \right\|^2 = r^2 \rightarrow \|z - x_0\| = \lambda r + r$$

$$\rightarrow \lambda = \frac{\|z - x_0\| - r}{r}$$

$$\rightarrow x = \frac{\left(\frac{\|z - x_0\| - r}{r} \right) x_0 + z}{\frac{\|z - x_0\| - r}{r} + 1} = \frac{(\|z - x_0\| - r)x_0 + zr}{\|z - x_0\|} =$$

$$x = x_0 + \frac{r(z - x_0)}{\|z - x_0\|}$$

לסיכום ההטלה תהיה :

$$P_{B(x_0, r)} = \begin{cases} z, & z \in B(x_0, r) \\ x_0 + \frac{r(z - x_0)}{\|z - x_0\|}, & \text{Otherwise} \end{cases}$$