**שאלה** 1 :

1.א : התכנסנו תוך 24 צעדים בסה"כ. פירוט : תוך איטרציה אחת לספרה הראשונה, 5 איטרציות לספרה שניה ושלישית, ומשם בין 2-3 איטצריות לדיוק נוסף לספרה.

1.ב : ההתכנסות הסתיימה לאחר 4 איטרציות.

1.ג : נדרשו 5 איטרציות על מנת להגיע להתכנסות, נשים לב כי מכיוון שהערך ההתחלתי רחוק יותר מהאופטימלי , נדרשות יותר איטרציות ביחס לשיטת ניוטון הסטנדרטית.

1.ד : התכנסות לאחר 33 איטרציות.

**שאלה 2:**

נתונה מטריצה סימטרית ומוגדרת אי שלילית. נתון

תהי

1. יש להוכיח כי f מוגדרת לכל .

הוכחה:

סימטרית ולכן קיימת מטריצה אורתונורמלית שעמודותיה הן הו"ע של Q כך ש- :

בנוסף, מכיוון ש מתקיים גם :

ולכן :

כך ש- הע"ע ה -i של Q.

נתון כי Q מוגדרת אי שלילית ולכן מכיוון ש-I מט' מוגדרת חיובית, לכן כל הע"ע העצמיים . לכן הפיכה.  
כלומר קיימת מטריצה עבור כל .

לכן, f מוגדרת בתחום זה.

מש"ל.

.

1. נשים לב כי הע"ע של המטריצה ההופכית הינם : וכי מתקיים .לכן, מטריצה זו מוגדרת חיובית ולפי הגדרה מתקיים כי עבור .

מש"ל.

1. מכיוון ש- סימטרית אז גם סימטרית ולכן קיים לה פירוק ספקטרלי מהצורה:

נגזור לפי ונקבל :

*הנגזרת קטנה מאפס ולכן הפונקציה יורדת בתחום זה.*

1. *יש למצוא כך ש-*

*.*

*נפעיל את שיטת החציה על הפונקציה:*

*אם נמצא שורש ל-g, נמצא המקיים את הדרישה.*

*בתרגיל בית 1, הראנו כי תבנית ריבועית \*של מטריצה סימטרית\* בעלת פירוק ספקטרלי חסומה מלמעלה על ידי*

*ומלמטה על ידי*

*לכן, f חסומה על ידיהם*

*כאשר אלו הערכים העצמיים המינימליים והמקסימליים של A.*

*לכן*

*פסאדו קוד למציאת קצוות קטע התחלתי :*

1. *כאשר מצאנו קטע התחלתי , ניתן לראות כי בכל איטרציה אנו חותכים את אורך הקטע בחצי.   
   כלומר, אורך הקטע באיטרציה ה-k יהיה*

*אנו עוצרים ברגע שאורך הקטע קטן או שווה לשגיאה .*

*כלומר, כאשר :*

*נכתוב בצורה הבאה :*

*נפעיל על שני האגפים ונקבל*

*ניתן לראות כי ככל שאורך הקטע ההתחלתי גדל כך גם מספר האיטרציות וככל ש- גדל גם כך מספר האיטרציות גדל.*

***שאלה 3 :***

*נתון פולינום .*

*ונתונה .*

1. *ניתן לראות כי*

*וכי*

*ולכן ל-p יש לפחות שורש אחד.*

*ניתן לראות כי*

*ולכן*

*ואלו יכולים לשמש כקצוות הקטע הסגור המכיל שורש של p.*

*שלוש איטרציות :*