

## Лабораторная работа 2. Задание 3 - приведение поверхности второго порядка к каноническому виду.

### 1 Задание

1. Привести поверхность, заданную уравнением, к каноническому виду.
2. Построить исходную поверхность и поверхность в каноническом виде.
3. Собственные числа и вектора рассчитать вручную, сравнить с результатом встроенных функций.

Вариант 1.

$$f = 7x^2 + 8xy + 3y^2 + 8xz + 6yz + 3z^2 + 6x + y + 7$$

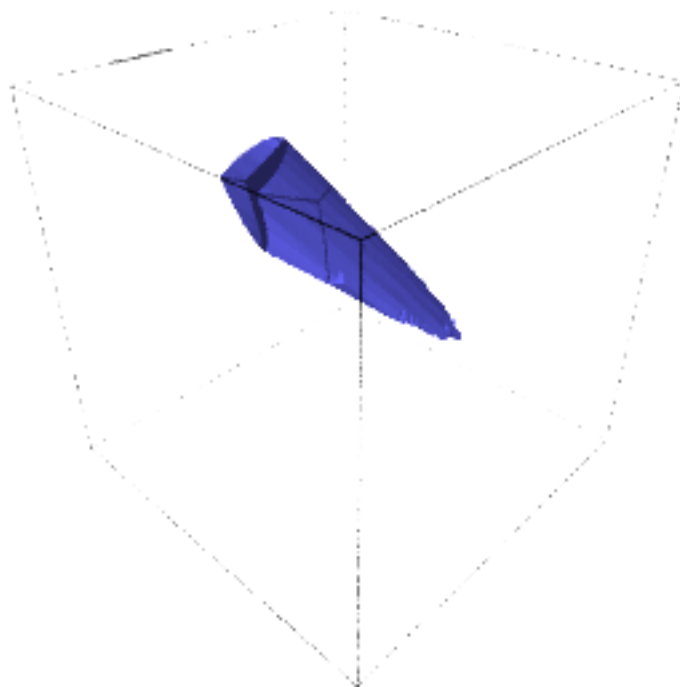
### 2 Построение исходной поверхности

$$f(x, y, z) = 7x^2 + 8xy + 3y^2 + 8xz + 6yz + 3z^2 + 6x + y + 7$$

Выведем считанную функцию на экран:

$$7x^2 + 8xy + 3y^2 + 8xz + 6yz + 3z^2 + 6x + y + 7$$

Построим исходную поверхность.



### 3 Приведение поверхности к каноническому виду

Составим матрицу A для квадратичной формы и матрицу B, состоящую из коэффициентов квадратичной формы, линейной формы и свободного члена.

```
A = matrix([
    [7, 4, 4],
    [4, 3, 3],
    [4, 3, 3]
])
B = matrix([
    [7, 4, 4, 3],
    [4, 3, 3, 0.5],
    [4, 3, 3, 0],
    [3, 0.5, 0, 7]
])
```

Вычислим ортогональные инварианты.

```
t1 = A.trace()
t2 = A[0:2, 0:2].det() + A[[0, 2], [0, 2]].det() + A[1:3, 1:3].det()
d = A.det()
delta = B.det()
```

Получили следующие результаты:

$$\begin{aligned}t1 &= 13 \\t2 &= 10 \\d &= 0 \\delta &= -1.2500000000000000\end{aligned}$$

По вычисленным ортогональным инвариантам можем определить тип поверхности - эллиптический параболоид. Найдем собственные значения матрицы A.

```
E = matrix([
    [1, 0, 0],
    [0, 1, 0],
    [0, 0, 1]
])

eigen_values = []
for eigen_value in solve((A - ev * E).det() == 0, ev):
    eigen_values.append(eigen_value.rhs())
```

Собственные значения:

$$\begin{aligned}-\frac{1}{2}\sqrt{129} + \frac{13}{2} \\ \frac{1}{2}\sqrt{129} + \frac{13}{2} \\ 0\end{aligned}$$

СЗ в численном виде:

$$\begin{aligned}0.821091654199726 \\ 12.1789083458003 \\ 0.0000000000000000\end{aligned}$$

Теперь найдем собственные значения через встроенную функцию.

```
A.eigenvalues()
```

Получили:

```
0
0.821091654199727?
12.17890834580028?
```

Результаты вычисления собственных значений совпали.

Теперь составим каноническое уравнение поверхности. Сначала определим коэффициенты для нового уравнения.

```
a = n(1 / sqrt(-delta / (eigen_values[0]**2 * t2)))
b = n(1 / sqrt(-delta / (eigen_values[1]**2 * t2)))

f_canonical(x1, y1, z1) = x1**2 * a + y1**2 * b - 2*z1
```

Получили уравнение:

$$2.32239790664122 x_1^2 + 34.4471547150592 y_1^2 - 2 z_1$$

Построим полученную поверхность.

