

Dynamika układów wieloczłonowych

Kolokwium wykładowe

08 czerwca 2015 r.

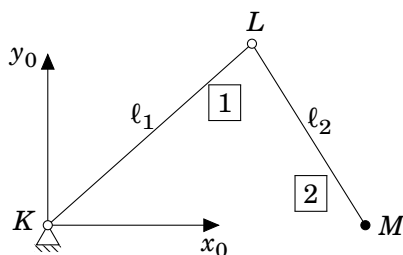
- Na rysunku 1. przedstawiono schemat mechanizmu. Zapisać dla niego równania kinematyki przy pomocy trzech rodzajów współrzędnych uogólnionych. Wykonać czytelne rysunki z naniesionymi oznaczeniami. Punkt M zawsze znajduje się na osi x_0 globalnego układu współrzędnych. Nie są wymagane równania w postaci macierzowej. Nie dopisywać równań więzów kierujących, ani dodatkowych par kinematycznych. Porównać dwa wybrane rodzaje współrzędnych uogólnionych pod kątem wydajności i algorytmizacji.
- W układzie współrzędnych związanym z j -tym członem znajdują się punkty P i Q . Niech krzywa κ będzie zbiorem takich punktów K , że odległość punktu K od punktu P jest dwa razy większa, niż odległość punktu K od punktu Q . Z kolei w układzie współrzędnych związanym z i -tym członem wyszczególniono punkt A . Człony i -ty i j -ty są ze sobą związane w ten sposób, że punkt A zawsze znajduje się na krzywej κ . Zapisać równanie więzów kinematycznych opisujących taką parę kinematyczną. Wyznaczyć niezerowe elementy macierzy Jacobiego, które wynikają z tego równania więzów.
- Podać warunki, które muszą być spełnione, aby równania układu $\Phi(\mathbf{q}) = \mathbf{0}$ były niezależne. Czy kryterium to określa jednoznacznie o niezależności równań w całym obszarze, w którym spełnione jest równanie więzów? Sprawdzić, czy równania więzów:

$$\Phi(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} q_1^2 + q_2^2 - 2 \\ (q_3 - q_1)^2 + q_2^2 - 2 \end{bmatrix}$$

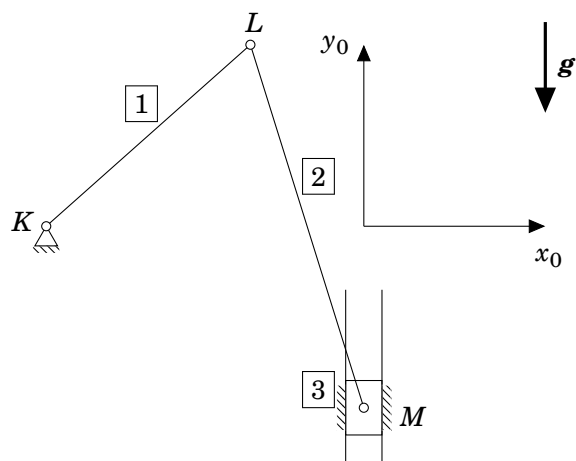
są niezależne dla punktów:

$$\mathbf{q}_A = [\sqrt{2} \quad 0 \quad \sqrt{2}]^T \quad \mathbf{q}_B = [1 \quad 1 \quad 2]^T \quad \mathbf{q}_C = [0 \quad \sqrt{2} \quad 0]^T$$

- Zdefiniować więzy nadmiarowe. Czy dla dowolnego mechanizmu można je wskazać jednoznacznie? W jaki sposób więzy nadmiarowe wpływają na obliczanie sił reakcji? Jakie konsekwencje obliczeniowe i techniczne ma istnienie więzów nadmiarowych w mechanizmie?
- Na rysunku 2. przedstawiono mechanizm korbowo-wodzikowy. Zapisać dla niego macierzowe równania więzów, dobierając odpowiednio jego wymiary, masy oraz położenia punktów charakterystycznych. Wyznaczyć wszystkie elementy niezbędne do rozwiązania zadań o prędkościach i przyspieszeniach (za wyjątkiem szczegółów wektora \mathbf{I}^*).
Zapisać pełne równania dynamiki mechanizmu, uwzględniając siły grawitacji. Przyjąć, że znajduje się on w jednorodnym polu sił grawitacyjnych. Napisać liniowy układ równań pozwalający na wyznaczenie wektora przyspieszeń $\ddot{\mathbf{q}}$.
- Podać definicję indeksu różniczkowego dla równań różniczkowo-algebraicznych. Jaki indeks ma ostatnie równanie linowe, które należało zapisać w zadaniu 5.? Na czym polega stabilizacja więzów?



Rysunek 1.: Do zadania 1.



Rysunek 2.: Do zadania 5.