

# Trägfähigkeitsberechnung von Kegelnrädern ohne Achsversetzung

## Einführung und allgemeine Einflußfaktoren

**DIN**  
**3991**  
Teil 1

Calculation of load capacity of bevel gears without pinion offset; introduction and general influence factors

### Inhalt

	Seite		Seite
<b>1 Anwendungsbereich und Zweck</b> .....	1	<b>4.2 Methode A – Faktor <math>K_v - A</math></b> .....	5
1.1 Unterschiedliche Anwendungsgebiete .....	1	<b>4.3 Methode B – Faktor <math>K_v - B</math></b> .....	5
1.2 Sicherheitsfaktoren .....	1	<b>4.4 Methode C – Faktor <math>K_v - C</math></b> .....	7
1.3 Allgemeines .....	2	<b>4.5 Methode D – Faktor <math>K_v - D</math></b> .....	9
1.4 Berechnungsgrundlage .....	2	<b>5 Breitenfaktoren <math>K_{H\beta}</math>, <math>K_{F\beta}</math>, <math>K_{B\beta}</math></b> .....	11
1.5 Hinweis auf Zahlenwertgleichungen .....	2	5.1 Methoden zur Bestimmung des Breitenfaktors ...	11
1.6 Reihenfolge der Faktoren im Berechnungsablauf ..	3	5.2 Methode D – Faktoren $K_{H\beta - D}$ , $K_{F\beta - D}$ , $K_{B\beta - D}$ ..	11
1.7 Hinweis zur Bestimmung der Toleranzwerte nach Normen der Reihe DIN 3965 .....	3	<b>6 Stirnfaktoren <math>K_{H\alpha}</math>, <math>K_{F\alpha}</math>, <math>K_{B\alpha}</math></b> .....	12
<b>2 Zeichen, Benennungen und Einheiten</b> .....	3	6.1 Methoden zur Bestimmung des Stirnfaktors .....	12
<b>3 Umfangskraft, Drehmoment, Leistung</b> .....	4	6.2 Methode A – Faktor $K_{H\alpha - A}$ .....	12
3.1 Nenn-Umfangskraft, -Drehmoment, -Leistung .....	4	6.3 Methode B – Faktoren $K_{H\alpha - B}$ , $K_{F\alpha - B}$ , $K_{B\alpha - B}$ ...	12
3.2 Äquivalente Umfangskraft, äquivalentes Drehmoment, äquivalente Leistung .....	4	6.4 Methode C – Faktoren $K_{H\alpha - C}$ , $K_{F\alpha - C}$ , $K_{B\alpha - C}$ ...	12
3.3 Anwendungsfaktor $K_A$ .....	4	6.5 Einlaufbetrag $y_\alpha$ .....	13
<b>4 Dynamikfaktor <math>K_v</math></b> .....	4	<b>7 Schrägungsfaktor (Fressen) <math>K_{By}</math></b> .....	16
4.1 Methoden zur Bestimmung des Dynamikfaktors ...	4	<b>Anhang A</b> Berechnung der Ersatz-Stirnradsverzahnung für Kegelnräder .....	17

## 1 Anwendungsbereich und Zweck

Diese Norm enthält zusammen mit DIN 3991 Teil 2 bis Teil 4 die Grundlagen für eine einheitliche Tragfähigkeitsberechnung von Kegelnrädern ohne Achsversetzung <sup>1)</sup>. Die hierfür benötigten Festigkeitswerte können DIN 3990 Teil 5 entnommen werden.

Von DIN 3991 Teil 1 bis Teil 4 lassen sich verkürzte und eindeutige Anwendungsnormen für unterschiedliche Anwendungsgebiete ableiten. Diese Normen gestatten es, zukünftige Erkenntnisse und Entwicklungen zu berücksichtigen und den Erfahrungsaustausch zu erleichtern.

Sie enthalten Verfahren zur Nachrechnung folgender Tragfähigkeitsgrenzen (vergleiche DIN 3979) bezüglich Dauerfestigkeit <sup>2)</sup>: Grübchenbildung, Zahnbruch, Fressen (Warmfressen).

Die Benutzung der Verfahren erfordert für jeden Anwendungsfall eine realistische Abschätzung aller Einflußfaktoren, insbesondere der zulässigen Spannung, des angemessenen Schadensrisikos (Schadenswahrscheinlichkeit) und damit des entsprechenden Sicherheitsfaktors.

Die hier angegebenen Beziehungen gelten für die in der Praxis überwiegend verwendeten Null- oder V-Null-Verzahnungen. Der Anwendungsbereich ist ferner eingeschränkt auf Kegelnradverzahnungen, deren Ersatz-Stirnradsverzahnungen Profilüberdeckungen  $\varepsilon_{v\alpha} < 2$  aufweisen (betrifft  $Y_{Fa}$ ,  $Y_{Ft}$ ). Außerdem gilt die Einschränkung  $\delta_1, \delta_2 < 90^\circ$  (das heißt die Ersatz-Stirnradsverzahnung ist eine Außenverzahnung).

- 1) Berechnung von Hypoidrädern (Kegelnrädern mit Achsversetzung) siehe Erläuterungen.
- 2) Für Nachrechnungen im Zeitfestigkeitsgebiet können die entsprechenden Rechenvorschriften aus DIN 3990 Teil 1 bis Teil 4 herangezogen werden.

## 1.1 Unterschiedliche Anwendungsgebiete

Für die Auslegung bzw. für die Wahl der Sicherheitsfaktoren ist es wesentlich, daß die Anforderungen an Getriebe in unterschiedlichen Anwendungsgebieten beträchtlich variieren können. Die hierfür maßgebenden Gesichtspunkte und Beispiele sind in DIN 3990 Teil 1, Ausgabe Dezember 1987, Abschnitt 1.1, für Stirnradsgetriebe beschrieben. – Sie gelten sinngemäß auch für Kegelnradgetriebe.

## 1.2 Sicherheitsfaktoren

Die Angaben unter Abschnitt 1.1 auf die Besonderheiten unterschiedlicher Anwendungsgebiete sollen deutlich machen, daß zulässige Schadenswahrscheinlichkeit und Sicherheitsfaktor mit Sorgfalt gewählt werden müssen, um die geforderte Betriebssicherheit bei vertretbaren Kosten sicherzustellen.

Ferner: Je genauer alle Einflußgrößen erfaßt werden, desto geringer darf die rechnerische Sicherheit sein und desto wirtschaftlicher ist die Konstruktion.

Neben diesen Gesichtspunkten und den Besonderheiten der Grübchentragsfähigkeit (siehe DIN 3991 Teil 2), der Zahnfußtragsfähigkeit (siehe DIN 3991 Teil 3) oder der Freßtragsfähigkeit (siehe DIN 3991 Teil 4) sollen die Sicherheitsfaktoren nach sorgfältiger Abschätzung folgender Einflüsse gewählt werden:

- a) Dauerfestigkeitswerte, die in den Berechnungen verwendet werden, gelten für eine bestimmte Schadenswahrscheinlichkeit. (Die Werkstoffwerte in DIN 3990 Teil 5 gelten für 1% Schadenswahrscheinlichkeit.) Das Schadensrisiko verringert sich mit der Erhöhung des Sicherheitsfaktors und umgekehrt.
- b) Zu den Einflußfaktoren, die im Konstruktionsstadium unbekannt sind und deshalb aufgrund der vorgegebenen

Fortsetzung Seite 2 bis 20

Normenausschuß Antriebstechnik (NAN) im DIN Deutsches Institut für Normung e. V.

Toleranzen abgeschätzt werden müssen, gehören Maßabweichungen bei der Herstellung sowie Qualitätsabweichungen bei Werkstoff und Wärmebehandlung. Ebenso sind Annahmen bezüglich der tatsächlich auftretenden Zahnkräfte, der Ausrichtung des Getriebes sowie bezüglich Schmierung und Wartung zu treffen; dies sind Annahmen, deren Zuverlässigkeit unter Umständen stark schwanken kann.

- c) Je nach der Zuverlässigkeit dieser Annahmen und entsprechend den Anforderungen an die Betriebssicherheit (Folgen eines Schadensfalles) ist ein größerer oder kleiner Sicherheitsfaktor zu wählen. Die erforderlichen Mindestsicherheiten sind daher für jedes Anwendungsgebiet gesondert festzulegen.

Bei Stirnrädern für Industriegetriebe entsprechend der Definition in DIN 3990 Teil 11 genügen beispielsweise im allgemeinen folgende Mindest-Sicherheitsfaktoren:

- gegen Grübchenbildung  $S_{H\min} = 1,0$ ,
- gegen Zahnbruch  $S_{F\min} = 1,4$ ,
- gegen Fressen  $S_{S\min} = 1,5$ .

Bei der Festlegung sind insbesondere die Folgen eines Schadensfalles zu bedenken und die unter b) genannten Einflußfaktoren zu beachten.

### 1.3 Allgemeines

Die in dieser Norm erfaßten Einflußfaktoren basieren auf Forschungsergebnissen und Betriebserfahrungen. Man muß hinsichtlich der Faktoren unterscheiden:

- a) Faktoren, die durch die Verzahnungsgeometrie oder eine Vereinbarung festgelegt worden sind. Sie müssen nach den angegebenen Gleichungen berechnet werden.
- b) Faktoren, die eine Vielzahl von Einflüssen berücksichtigen und/oder als unabhängig voneinander behandelt werden (sich jedoch tatsächlich in zahlenmäßig nicht abschätzbarem Maße gegenseitig beeinflussen). Dazu gehören die Faktoren  $K_A$ ,  $K_v$ ,  $K_{H\beta}$  oder  $K_{F\beta}$ ,  $K_{H\alpha}$  oder  $K_{F\alpha}$  und die Faktoren, die die zulässige Spannung beeinflussen.

Diese Faktoren können mit verschiedenen Methoden bestimmt werden. Sie werden – wenn nötig – durch zusätzliche Indizes gekennzeichnet. Wenn immer möglich und sinnvoll, ist die genauere Methode anzuwenden.

**Methode A:** Hierbei wird der Faktor durch genaue Messung und/oder umfassende mathematische Analyse des zu betrachtenden Übertragungssystems und/oder gesicherte Betriebserfahrung bestimmt. Dazu müssen alle Getriebe- und Belastungsdaten bekannt sein.

So ermittelte Faktoren werden – wenn nötig – mit einem zusätzlichen Index A gekennzeichnet, z. B.  $K_{H\beta-A}$ ,  $K_{v-A}$ . In diesem Fall ist das gewählte Verfahren eindeutig zu beschreiben; alle rechnerischen oder versuchstechnischen Voraussetzungen und Randbedingungen sowie verfahrensspezifische Eigenschaften, die das Rechnerergebnis beeinflussen, sind vollständig darzulegen. Genauigkeit und Zuverlässigkeit der Methode müssen nachgewiesen werden, z. B. indem durch Vergleich mit anerkannten Messungen an anderen Verzahnungen die Treffsicherheit festgestellt wurde. – Es empfiehlt sich, diese Voraussetzungen für die Anerkennung der gewählten Methode mit dem Anwender zu vereinbaren.

**Methode B:** Bestimmung des Faktors nach einer Methode, die für die meisten Anwendungsfälle ausreichend genau ist. Die Annahmen, unter denen er ermittelt wurde, sind aufgeführt. Es ist jeweils zu prüfen, ob diese Annahmen für die vorliegenden Verhältnisse zutreffen. Falls nötig, Zusatzindex B einführen, z. B.  $K_{v-B}$ .

**Methode C:** Für einige Faktoren sind zusätzlich vereinfachte Näherungsverfahren angegeben. Die Annahmen, unter denen sie ermittelt wurden, sind angeführt. Es ist

jeweils zu prüfen, ob diese Annahmen für die vorliegenden Verhältnisse zutreffen. Wenn nötig, Zusatzindex C einführen, z. B.  $K_{v-C}$ .

**Methoden D, E:** Zur Bestimmung einiger Faktoren sind noch weitere Sonderverfahren angegeben. Diese gelten zum Teil für einen begrenzten Anwendungsbereich oder sind nur unter gewissen Voraussetzungen (z. B. hinsichtlich der Abnahmeprüfung) anwendbar. Derartige Faktoren werden, wenn nötig, durch den Zusatzindex D oder E usw. gekennzeichnet, z. B.  $K_{H\beta-D}$  oder  $K_{H\beta-E}$ .

Anmerkung 1: Im allgemeinen wird man Methode A nur selten anwenden, weil entweder die betreffenden Zusammenhänge noch nicht weitergehend erforscht sind als in den Methoden B, C, D, E usw. bereits berücksichtigt wurde, oder die Betriebsdaten nicht vollständig bekannt sind oder die Kosten der Analyse ihren Wert übersteigen. Für vergleichende Betrachtungen und Überschlagsrechnungen genügen meist die nachgeordneten Methoden.

Anmerkung 2: Es wird empfohlen, die zusätzlichen Indizes immer dann zu benutzen, wenn ansonsten unklar wäre, welche Methode für die Ermittlung des Faktors gewählt wurde.

In manchen Anwendungsfällen kann es notwendig sein, zwischen Faktoren zu wählen, die mit Alternativ-Näherungsverfahren ermittelt worden sind (z. B. die Alternativen für die Ermittlung der effektiven Flankenlinienabweichung).

Wenn notwendig, kann die entsprechende Methode durch eine Ausweitung des Zusatzindex gekennzeichnet werden, z. B.  $K_{H\beta-B1}$ .

Anmerkung 3: Im Streitfall ist Methode A (wenn ihre Genauigkeit und Zuverlässigkeit nachgewiesen ist) maßgebend gegenüber B und diese gegenüber C, usw.

- c) Diese Norm ermöglicht in erster Linie die Berechnung von Zahnrädern, für die die absolut notwendigen Daten in Form von Zeichnungsangaben oder in ähnlicher Form bekannt sind (Nachrechnung).

Im Vorentwurfsstadium ist meist nur eine beschränkte Anzahl von Daten bekannt. In diesem Stadium muß man für einige Faktoren Näherungs- oder Erfahrungswerte einsetzen. Für den ersten Entwurf, für bestimmte Anwendungsgebiete oder für Überschlagsrechnungen ist es mitunter zulässig, einige Faktoren mit 1 oder als Konstante anzunehmen oder Faktoren zusammenzufassen. Dabei ist zu prüfen, ob man damit auf der sicheren Seite rechnet oder ob der Sicherheitsfaktor entsprechend reichlich gewählt werden muß. Dies ist bei den Methoden B, C, D, ... angegeben.

Nach Herstellung und Kontrolle ist eine genauere Berechnung möglich, da dann Daten zur Verfügung stehen, die durch direkte Messung bestimmt worden sind. In dieser Norm wird jeweils dargelegt, wie diese Daten zu benutzen sind.

Vertragliche Vorschriften über die Art des rechnerischen Nachweises sollen rechtzeitig zwischen Hersteller und Auftraggeber vereinbart werden.

### 1.4 Berechnungsgrundlage

Zur Tragfähigkeitsberechnung werden die Kegelräder durch äquivalente Stirnräder angenähert (Ersatz-Stirnradvverzahnung, siehe Anhang A). Die in dieser Norm festgelegten Berechnungsverfahren entsprechen daher in ihrem Aufbau den Grundlagen „der Tragfähigkeitsberechnung von Stirnrädern“ nach DIN 3990 Teil 1 bis Teil 4.

### 1.5 Hinweis auf Zahlenwertgleichungen

Die in dieser Norm angegebenen Zahlenwertgleichungen machen es erforderlich, daß alle Parameter mit den angegebenen Einheiten eingesetzt werden.

## 1.6 Reihenfolge der Faktoren im Berechnungsablauf

Die Faktoren  $K_v$ ,  $K_{H\beta}$  oder  $K_{B\beta}$  oder  $K_{F\beta}$  und  $K_{H\alpha}$  oder  $K_{F\alpha}$  hängen von der maßgebenden Umfangskraft ab. Sie sind auch bis zu einem bestimmten Grad voneinander abhängig und müssen daher nacheinander wie folgt berechnet werden:

- $K_v$  mit der maßgebenden von außen eingeleiteten Umfangskraft  $F_{mt} \cdot K_A$
- $K_{H\beta}$  oder  $K_{B\beta}$  oder  $K_{F\beta}$  mit der Kraft  $F_{mt} \cdot K_A \cdot K_v$
- $K_{H\alpha}$  oder  $K_{F\alpha}$  mit der Kraft  $F_{mt} \cdot K_A \cdot K_v \cdot K_{H\beta}$  <sup>3)</sup>

## 1.7 Hinweis zur Bestimmung der Toleranzwerte nach Normen der Reihe DIN 3965

Zur Bestimmung der Toleranzwerte ist vorzugsweise die entsprechende Toleranzgleichung und nicht der Tabellenwert zu verwenden.

## 2 Zeichen, Benennungen und Einheiten

$a_v$	Virtueller Achsabstand der Ersatz-Stirnradverzahnung	mm
$b$	Zahnbreite	mm
$b_{cF}$	Effektive Zahnbreite bezüglich Fußbeanspruchung	mm
$b_{cH}$	Effektive Zahnbreite bezüglich Flankenbeanspruchung	mm
$c_\gamma$	Eingriffsfedersteifigkeit	N/(mm · $\mu$ m)
$c'$	Einzelfedersteifigkeit	N/(mm · $\mu$ m)
$d_e$	Äußerer Teilkreisdurchmesser	mm
$d_m$	Mittlerer Teilkreisdurchmesser	mm
$d_v$	Teilkreisdurchmesser der Ersatz-Stirnradverzahnung	mm
$d_{va}$	Kopfkreisdurchmesser der Ersatz-Stirnradverzahnung	mm
$d_{van}$	Kopfkreisdurchmesser der Ersatz-Stirnradverzahnung im Normalschnitt	mm
$d_{vb}$	Grundkreisdurchmesser der Ersatz-Stirnradverzahnung	mm
$d_{vbn}$	Grundkreisdurchmesser der Ersatz-Stirnradverzahnung im Normalschnitt	mm
$d_{vn}$	Teilkreisdurchmesser der Ersatz-Stirnradverzahnung im Normalschnitt	mm
$f_t$	Profil-Formabweichung	$\mu$ m
$f_p$	Teilungs-Einzelabweichung	$\mu$ m
$f_{pe}$	Eingriffsteilungs-Abweichung	$\mu$ m
$f_{p\text{ eff}}$	Effektive Teilungs-Einzelabweichung	$\mu$ m
$f_F$	Lastkorrekturfaktor	—
$g_{v\alpha}$	Länge der Eingriffsstrecke der Ersatz-Stirnradverzahnung	mm
$h_{ae}$	Zahnkopfhöhe am äußeren Zahnende	mm
$h_{am}$	Zahnkopfhöhe in Mitte Zahnbreite	mm
$h_{te}$	Zahnfußhöhe am äußeren Zahnende	mm
$h_{tm}$	Zahnfußhöhe in Mitte Zahnbreite	mm
$h_{tp}$	Fußhöhe des Bezugsprofils der Verzahnung	mm
$j_{mt}$	Stirnzahnspiel in Mitte Zahnbreite	mm
$m_{et}$	Stirnmodul am äußeren Zahnende	mm
$m_{mn}$	Normalmodul in Mitte Zahnbreite	mm

<sup>3)</sup> Auch bei der Berechnung der Zahnfußbeanspruchung muß  $K_{H\beta}$  zur Ermittlung von  $K_{F\alpha}$  eingeführt werden, weil nur  $K_{H\beta}$  den für die Verformung maßgebenden Belastungsanstieg durch die Breitenkraftverteilung darstellt.

$m_{mt}$	Stirnmodul in Mitte Zahnbreite	mm
$m_{red}$	Auf die Eingriffslinie der dynamisch äquivalenten Stirnräder reduzierte Masse des Radpaares je mm Zahnbreite	kg/mm
$m_{1,2}^*$	Reduzierte Masse des Ritzels, Rades je mm Zahnbreite	kg/mm
$n_{v1}$	Äquivalente Drehzahl des Ersatz-Stirnritzels	min <sup>-1</sup>
$n_{E1}$	Resonanzdrehzahl des Ritzels	min <sup>-1</sup>
$n_{1,2}$	Drehzahl des Ritzels, Rades	min <sup>-1</sup>
$s_{et}$	Stirnzahndicke, Bogen, außen	mm
$s_{mt}$	Stirnzahndicke, Bogen, Mitte	mm
$s'_{mt}$	Stirnzahndicke, Bogen, Mitte, bei spielfreiem Eingriff	mm
$u$	Zähnezahlverhältnis der Kegelradverzahnung	—
$u_v$	Zähnezahlverhältnis der Ersatz-Stirnradverzahnung	—
$v_{mt}$	Umfangsgeschwindigkeit am Teilkegel in Mitte Zahnbreite	m/s
$w_{Bmt}$	Auf die Zahnbreite bezogene Umfangskraft einschließlich Überlastfaktoren für die Freßbeanspruchung	N/mm
$x_{hm}$	Profilverschiebungsfaktor in Mitte Zahnbreite	—
$x_{sm}$	Zahndickenänderungsfaktor in Mitte Zahnbreite	—
$y_\alpha$	Einlaufbetrag für Teilungsabweichung	$\mu$ m
$z$	Zähnezahl der Kegelradverzahnung	—
$z_v$	Zähnezahl der Ersatz-Stirnradverzahnung	—
$z_{vn}$	Zähnezahl der Ersatz-Stirnradverzahnung im Normalschnitt	—
$C_a$	Kopfrücknahme	$\mu$ m
$C_v$	Dimensionlose Parameter	—
$F_{mt}$	Nenn-Umfangskraft am Teilkegel in Mitte Zahnbreite	N
$F_{mt\text{ eq}}$	Äquivalente Umfangskraft	N
$K_v$	Dynamikfaktor	—
$K_A$	Anwendungsfaktor	—
$K_{B\alpha}$	Stirnfaktor (Fressen); berücksichtigt die Kraftaufteilung auf mehrere Zähne	—
$K_{B\beta}$	Breitenfaktor (Fressen); berücksichtigt die Kraftverteilung über die Zahnbreite	—
$K_{B\gamma}$	Schrägungsfaktor (Fressen); berücksichtigt die Kraftaufteilung auf mehrere Zähne	—
$K_{F\alpha}$	Stirnfaktor (Fuß); berücksichtigt die Kraftaufteilung auf mehrere Zähne	—
$K_{F\beta}$	Breitenfaktor (Fuß); berücksichtigt die Kraftverteilung über die Zahnbreite	—
$K_{H\alpha}$	Stirnfaktor (Flanke); berücksichtigt die Kraftaufteilung auf mehrere Zähne	—
$K_{H\beta}$	Breitenfaktor (Flanke); berücksichtigt die Kraftverteilung über die Zahnbreite	—
$K_{H\beta\text{ be}}$	Lagerungsfaktor	—
$N$	Bezugsdrehzahl für $n_{E1}$	—
$P$	Nenn-Leistung	kW
$P_{eq}$	Äquivalente Leistung	kW
$R_e$	Äußere Teilkegellänge	mm
$R_m$	Mittlere Teilkegellänge	mm
$S_F$	Sicherheitsfaktor für Fußbeanspruchung (gegen Bruch)	—

$S_H$	Sicherheitsfaktor für Flankenpressung (gegen Grübchenbildung)	—
$S_S$	Sicherheitsfaktor für Fressen (Integraltemperatur-Kriterium)	—
$T_{eq}$	Äquivalentes Drehmoment	Nm
$T_{1,2}$	Nenn-Drehmoment des Ritzels/Rades	Nm
$Y_{Fa}$	Formfaktor für Kraftangriff am Zahnkopf	—
$Y_\varepsilon$	Überdeckungsfaktor (Fuß)	—
$Z_\varepsilon$	Überdeckungsfaktor (Flanke)	—
$\alpha_{vn}$	Normaleingriffswinkel der Ersatz-Stirnradverzahnung ( $= \alpha_n$ )	°
$\alpha_{vt}$	Stirneingriffswinkel der Ersatz-Stirnradverzahnung	°
$\beta_m$	Schrägungswinkel am Teilkegel in Mitte Zahnbreite	°
$\beta_{vb}$	Schrägungswinkel am Grundkreis der Ersatz-Stirnradverzahnung	°
$\delta$	Teilkegelwinkel	°
$\delta_a$	Kopfkegelwinkel	°
$\varepsilon_{v\alpha}$	Profilüberdeckung der Ersatz-Stirnradverzahnung	—
$\varepsilon_{van}$	Profilüberdeckung der Ersatz-Stirnradverzahnung im Normalschnitt	—
$\varepsilon_{v\beta}$	Sprungüberdeckung der Ersatz-Stirnradverzahnung	—
$\varepsilon_{vy}$	Gesamtüberdeckung der Ersatz-Stirnradverzahnung	—
$\varrho$	Dichte	kg/mm <sup>3</sup>
$\varrho_{iP}$	Fußrundungsradius am Bezugsprofil der Verzahnung	mm
$\sigma_{H\lim}$	Dauerfestigkeitswert für Flankenpressung	N/mm <sup>2</sup>
$\omega_{1,2}$	Winkelgeschwindigkeit Ritzel/Rad	rad/s
$\Sigma$	Achsenwinkel	°

### 3 Umfangskraft, Drehmoment, Leistung

#### 3.1 Nenn-Umfangskraft, -Drehmoment, -Leistung

Bei Kegelrädern rechnet man mit der Umfangskraft am Teilkegel in Mitte Zahnbreite.

$$F_{mt} = \frac{2000 \cdot T_{1,2}}{d_{m1,2}} \quad (3.01)$$

$$T_{1,2} = \frac{F_{mt} \cdot d_{m1,2}}{2000} = \frac{P \cdot 1000}{\omega_{1,2}} = \frac{P \cdot 159,2}{n_{1,2} \text{ (in 1/s)}} = \frac{P \cdot 9549}{n_{1,2} \text{ (in 1/min)}} \quad (3.02)$$

$$P = \frac{F_{mt} \cdot v_{mt}}{1000} = \frac{T_{1,2} \cdot \omega_{1,2}}{1000} = \frac{T_{1,2} \cdot n_{1,2} \text{ (in 1/s)}}{159,2} = \frac{T_{1,2} \cdot n_{1,2} \text{ (in 1/min)}}{9549} \quad (3.03)$$

$$v_{mt} = \frac{d_{m1,2} \cdot \omega_{1,2}}{2000} = \frac{d_{m1,2} \cdot n_{1,2} \text{ (in 1/s)}}{318,3} = \frac{d_{m1,2} \cdot n_{1,2} \text{ (in 1/min)}}{19098} \quad (3.04)$$

Maßgebend für die Tragfähigkeitsberechnung ist das Nennmoment der Arbeitsmaschine. Dies ist das über längere Dauer zu übertragende Betriebsmoment für die schwersten, ordnungsgemäßen Arbeitsbedingungen.

Beispiele: Maximales Dauer-Walzmoment, Moment aus maximaler Betriebshublast.

Hilfsweise kann man vom Nennmoment des Antriebsmotors ausgehen, sofern dieses dem Momentbedarf der Arbeitsmaschine entspricht.

#### 3.2 Äquivalente Umfangskraft, äquivalentes Drehmoment, äquivalente Leistung

Dies ist die konstante Umfangskraft  $F_{mteq}$  (konstantes Drehmoment, konstante Leistung), die der Wirkung des Lastkollektivs entspricht, d.h. bei Beaufschlagung des Zahnradpaares mit  $F_{mteq}$  ( $T_{eq}$ ,  $P_{eq}$ ) hat dieses die gleiche Lebensdauer bzw. Sicherheit gegen Dauerbruch wie bei Beaufschlagung mit dem Lastkollektiv.

$$F_{mteq} = F_{mt} \cdot K_A; \quad T_{eq} = T \cdot K_A; \quad P_{eq} = P \cdot K_A \quad (3.05)$$

Man berücksichtigt damit auch die äußeren Zusatzkräfte. Diese sind abhängig von den Charakteristiken der Antriebs- und Abtriebsmaschinen, den Federsteifigkeiten und Massen (z.B. den Kupplungen) und den Betriebsverhältnissen.

Vorzugsweise soll die Berechnung auf der Basis von  $F_{mteq}$  ( $T_{eq}$ ,  $P_{eq}$ ) durchgeführt werden, ermittelt aus einem Lastkollektiv (Betriebsfestigkeitsrechnung). Vergleiche Schrifttumsangaben [3/2] und [3/3] in DIN 3990 Teil 1, Ausgabe Dezember 1987, Abschnitt 3.4.

#### 3.3 Anwendungsfaktor $K_A$

Nach Abschnitt 3.2 erfaßt der Anwendungsfaktor  $K_A$  die Zusatzkräfte, die — über die Nenn-Umfangskraft hinaus — von außen auf das Getriebe wirken.

Nur wenn keine abgesicherten Erfahrungswerte oder zuverlässigen, durch Betriebsmessungen oder eine umfassende Systemanalyse ermittelten Lastkollektive zur Verfügung stehen, rechnet man mit der Nenn-Umfangskraft  $F_{mt}$  nach Abschnitt 3.1 und dem Anwendungsfaktor  $K_A$  nach Gleichung (3.05). Anhaltswerte  $K_A$  für Industriegetriebe siehe DIN 3990 Teil 11, für Schnellaufgetriebe siehe DIN 3990 Teil 21, für Fahrzeuggetriebe siehe DIN 3990 Teil 41 (z.Z. Entwurf).

#### 4 Dynamikfaktor $K_v$

Der Dynamikfaktor  $K_v$  erfaßt die inneren dynamischen Kräfte, die durch Schwingungen von Ritzel und Rad gegeneinander bzw. durch Schwingungen der Radpaare anderer Stufen des Getriebes hervorgerufen werden.

$K_v$  ist definiert als Verhältnis der am Zahneingriff eines Radpaares auftretenden maximalen Kraft zur entsprechenden, von außen aufgetragenen Kraft.

Grundsätzliche Hinweise zur Bestimmung des Dynamikfaktors und seine wesentlichen Einflußgrößen siehe DIN 3990 Teil 1.

#### 4.1 Methoden zur Bestimmung des Dynamikfaktors

Die Genauigkeit der nachstehend beschriebenen Methoden zur Ermittlung des Dynamikfaktors  $K_v$  nimmt von Methode A ( $K_{v-A}$ ) bis Methode C ( $K_{v-C}$ ) ab.

Methode A besteht in einer umfassenden Analyse des Schwingungsverhaltens der Radpaare eines Getriebes. Weitere Hinweise siehe Abschnitt 4.2. — In vielen Fällen ist eine derartige umfassende Analyse nicht durchführbar, da die notwendigen Daten nicht zur Verfügung stehen. Auch eine Messung der Zahnkräfte im Betrieb ist nur in wenigen Fällen möglich. Deshalb wird gewöhnlich eine der folgenden Methoden gewählt.

Für Methode B benötigt man nur die Hauptabmessungen und die Verzahnungsdaten des Radpaares, die Umfangsgeschwindigkeit, die Genauigkeit des Getriebes, den Werkstoff und die Belastung des Getriebes. Diese Methode kann für alle Getriebearten angewendet werden. Wenn gilt:

$v \cdot z_1/100 \cdot \sqrt{u^2/(1+u^2)} \leq 3 \text{ m/s}$ , lohnt sich der Aufwand für diese Methode kaum; in diesem Bereich ist die Methode C ausreichend genau. — Beschreibung siehe Abschnitt 4.3.



Methode C ist ein vereinfachtes, von Methode B abgeleitetes Verfahren. Sie kann für viele Arten von Industriegetrieben angewendet werden und ist für sämtliche Anwendungen ausreichend genau, wenn der Faktor  $v \cdot z_1/100 \cdot \sqrt{u^2/(1+u^2)}$  kleiner als 3 m/s ist. Für die Berechnung benötigt man nur die Umfangsgeschwindigkeit  $v$ , die Zähnezah  $z_1$  des Ritzels und das Zähnezahverhältnis sowie die Belastung des Radpaares. – Beschreibung siehe Abschnitt 4.4.

Methode D ist ein, von Methode C abgeleitetes Näherungsverfahren. Hierbei wird der Einfluß der Belastung vernachlässigt. Sie eignet sich daher für die Entwurfsrechnung. Beschreibung siehe Abschnitt 4.5.

Es ist also zweckmäßig, vorab den Faktor  $v \cdot z_1/100 \cdot \sqrt{u^2/(1+u^2)}$  zu bestimmen und damit zu entscheiden, ob Methode C ausreichend genau ist und sich somit genauere Untersuchungen erübrigen.

## 4.2 Methode A – Faktor $K_V - A$

Hier sind zu unterscheiden

- Die maximalen Zahnkräfte (einschließlich der inneren dynamischen Kräfte) werden durch Messung oder eine umfassende Schwingungsanalyse ermittelt. In diesem Fall wird  $K_V = 1$  angenommen.
- Der Faktor  $K_V$ , d. h. das Verhältnis der maximalen Zahnkräfte zur Nenn-Umfangskraft, wird durch eine umfassende Analyse bestimmt.

Bei a) und b) müssen alle Daten bekannt sein, die die Schwingungen des Systems beeinflussen, alle Getriebeabmessungen und Belastungsdaten. Die Genauigkeit der Methode muß nachgewiesen und die Voraussetzungen müssen klar dargelegt werden (vergleiche Abschnitt 1.3).

## 4.3 Methode B – Faktor $K_V - B$

Bei dieser Methode wird die vereinfachende Annahme getroffen, daß das Zahnradpaar ein einziges, elementares Massen- und Federsystem bildet, welches die kombinierten Massen des Ritzels und des Rades umfaßt, wobei die Federsteifigkeit gleich der Eingriffsfedersteifigkeit der im Eingriff stehenden Zähne ist.

Somit sind Belastungen aus den Drehschwingungen der Wellen und der angekoppelten Massen nicht in  $K_V$  enthalten, ebenso nicht der Einfluß der Federerregung der anderen Stufen des Getriebes. Diese Einflüsse müssen im Ansatz der äußeren Belastungen (z. B. mit dem Anwendungsfaktor) oder im Ansatz des Sicherheitsfaktors erfaßt werden.

Die Höhe der dynamischen Zusatzkräfte hängt u. a. ab von der Genauigkeit der Verzahnung, d. h. von den Flanken-Formabweichungen und den Teilungsabweichungen. Die Bestimmung der Profil-Formabweichungen bei Kegelrädern ist jedoch schwierig (keine Evolventen), entsprechende Toleranzangaben liegen nicht vor. Die Teilungsabweichungen sind dagegen leichter meßbar und in Normen der Reihe DIN 3965 für die jeweiligen Verzahnungsqualitäten festgelegt. Zur Bestimmung des Dynamikfaktors wird hier deshalb die Profil-Formabweichung vereinfachend gleich der Teilungs-Einzelabweichung angenommen und als repräsentativer Wert zur Erfassung des Einflusses der Verzahnungsgenauigkeit auf die dynamischen Zahnkräfte aufgefaßt.

Für die Berechnung von  $K_V - B$  erforderliche Daten:

- Genauigkeit des Zahnradpaares (Teilungs-Einzelabweichung)
- Massenträgheitsmoment des Ritzels und des Rades (Abmessungen und Dichte des Werkstoffes)
- Zahnfedersteifigkeiten (Einzelfedersteifigkeit und Eingriffsfedersteifigkeit)
- Übertragene Umfangskraft

Als erstes bestimmt man den Parameter  $N$  (bezeichnet als dimensionslose Bezugsdrehzahl) nach Abschnitt 4.3.1 4).

## 4.3.1 Drehzahlbereiche

Dimensionslose Bezugsdrehzahl:

$$N = \frac{n_1}{n_{E1}} \quad (4.01)$$

Hierin ist  $n_{E1}$  die Resonanzdrehzahl nach Abschnitt 4.3.2.

Mit Hilfe der Bezugsdrehzahl  $N$  kann man den Gesamt-Drehzahlbereich in vier Bereiche aufteilen; Unterkritischer Bereich, Bereich der Hauptresonanz und überkritischer Bereich sowie einen Zwischenbereich (Hauptresonanz/überkritisch).

Infolge des Einflusses der nicht mit einbezogenen Steifigkeiten, z. B. der Wellen, Lager, Gehäuse usw., und infolge der Dämpfung kann die Resonanzdrehzahl unterhalb oder oberhalb der mit Gleichung (4.02) berechneten Drehzahl liegen. Aus Sicherheitsgründen wird ein Resonanzbereich von  $0,85 < N \leq 1,15$  definiert.

Für die Berechnung von  $K_V$  gibt es damit folgende Bereiche:

- Unterkritischer Bereich,  $N \leq 0,85$ ; Abschnitt 4.3.3;
- Bereich der Hauptresonanz,  $0,85 < N \leq 1,15$ ; Abschnitt 4.3.4;
- Zwischenbereich,  $1,15 < N < 1,5$ ; Abschnitt 4.3.6;
- Überkritischer Bereich,  $N \geq 1,5$ ; Abschnitt 4.3.5 4).

Weitere Hinweise zu den Drehzahlbereichen siehe DIN 3990 Teil 1.

## 4.3.2 Resonanzdrehzahl (Hauptresonanz)

$$n_{E1} = \frac{30 \cdot 10^3}{\pi \cdot z_1} \cdot \sqrt{\frac{c_y}{m_{\text{red}}}} \quad (4.02)$$

mit

$$m_{\text{red}} = \frac{m_1^* \cdot m_2^*}{m_1^* + m_2^*} \quad (4.03)$$

Für mittlere Verhältnisse kann man bei Kegelrädern die Eingriffsfedersteifigkeit  $c_y = 20 \text{ N}/(\text{mm} \cdot \mu\text{m})$  setzen 5).

Falls eine genaue Bestimmung der Massenträgheitsmomente der Kegelräder zu aufwendig oder nicht möglich ist (z. B. in der Entwurfsphase), können die Kegelräder bei üblicher Gestaltung der Radkörper (Vollscheiben) durch näherungsweise dynamisch äquivalente Stirnräder (Index  $x$ ) ersetzt werden (siehe Bild 4.1).

$$m_{1,2}^* \approx m_{1x,2x}^* \\ m_{1x,2x}^* = \frac{1}{8} \cdot \varrho \cdot \pi \cdot \frac{1}{\cos^2 \alpha_n} \cdot d_{m1,2}^2 \quad (4.04)$$

4) Wenn im voraus bekannt ist, daß das Radpaar im überkritischen Bereich arbeitet (was für die meisten Turbogetriebe zutrifft), ist es nicht notwendig, den Parameter  $N$  zu bestimmen. In diesem Fall kann der Dynamikfaktor direkt nach Abschnitt 4.3.5 bestimmt werden.

5) Die angegebenen Werte für  $c' = 14 \text{ N}/(\text{mm} \cdot \mu\text{m})$  und  $c_y = 20 \text{ N}/(\text{mm} \cdot \mu\text{m})$  gelten zunächst für Geradverzahnung. Untersuchungen an schrägverzahnenden Stirnrädern ergaben, daß die Zahnfedersteifigkeiten mit zunehmenden Schrägungswinkel abnehmen. Andererseits führt die spiralförmige Aufwicklung eines Kegelradzahnes auf dem kegeligen Grundkörper bei Schräg- und Bogenverzahnung zu einer Versteifung. Beim derzeitigen Kenntnisstand können deshalb die Zahnfedersteifigkeiten der Geradverzahnung eingesetzt werden.

Bei kleinen Linienlasten fällt die Zahnfedersteifigkeit ab (Einfluß von Rauheit und Oberflächenstruktur). Bei  $F_{mt}/b_{eH} \cdot K_A < 100 \text{ N}/\text{mm}$  berücksichtigt man dies dadurch, daß  $c'$  ersetzt wird durch  $c' \cdot (F_{mt}/b_{eH} \cdot K_A)/(100 \text{ N}/\text{mm})$  und  $c_y$  durch  $c_y \cdot (F_{mt}/b_{eH} \cdot K_A)/(100 \text{ N}/\text{mm})$ .

$$m_{\text{red x}} = \frac{1}{8} \cdot \varrho \cdot \pi \cdot \frac{d_{m1}^2}{\cos^2 \alpha_n} \cdot \frac{u^2}{1 + u^2} \quad (4.05)$$

Bestimmung der reduzierten Masse für die Paarung von Zahnrädern unterschiedlicher Werkstoffe siehe DIN 3990 Teil 1.

Für Zahnräder aus Stahl ( $\varrho = 7,86 \cdot 10^{-6} \text{ kg/mm}^3$ ) mit  $\alpha_n = 20^\circ$  gilt:

$$m_{\text{red x}} = 3,50 \cdot 10^{-6} \cdot d_{m1}^2 \cdot \frac{u^2}{1 + u^2} \quad (4.06)$$

Eingesetzt in (4.01) und (4.02) mit  $c_y = 20 \text{ N/(mm} \cdot \mu\text{m)}^5$ :

$$\begin{aligned} N &= 4,38 \cdot 10^{-8} n_1 z_1 d_{m1} \sqrt{u^2/(1 + u^2)} \\ &= 0,084 \frac{z_1 \cdot v_{mt}}{100} \sqrt{u^2/(1 + u^2)} \end{aligned} \quad (4.07)$$

Grafisches Verfahren zur Bestimmung der Resonanzdrehzahl siehe Bild 4.2.

#### 4.3.3 Dynamikfaktor im unterkritischen Bereich, $N \leq 0,85$

Üblicher Betriebsbereich von Industrie- und Kfz-Getrieben.

$$K_v = N \cdot K + 1 \quad (4.08)$$

<sup>5)</sup> Siehe Seite 5

Mit den vereinfachenden Annahmen der Methode B gilt:

$$K = \frac{f_{p \text{ eff}} \cdot c'}{F_{mt}/b_{eH} \cdot K_A} \cdot C_{v12} + C_{v3} \quad (4.09)$$

Hierin bedeuten:

$c' = 14 \text{ N/(mm} \cdot \mu\text{m)}^5$  Einzelfedersteifigkeit für mittlere Verhältnisse bei Kegelrädern

$F_{mt}/b_{eH} \cdot K_A$  für  $K_v$  maßgebende Linienlast

$f_{p \text{ eff}} = f_p - y_p$  mit  $y_p \approx y_\alpha$

$y_\alpha$  siehe Abschnitt 6.5

$f_p$  siehe Abschnitt 6.3

$C_{v12}, C_{v3}$  siehe Tabelle 4.1 oder Tabelle 4.2.

#### 4.3.4 Dynamikfaktor im Bereich der Hauptresonanz, $0,85 < N \leq 1,15$

Dieser Bereich soll im allgemeinen vermieden werden. Mit den vereinfachenden Annahmen der Methode B gilt:

$$K_v = \frac{f_{p \text{ eff}} \cdot c'}{F_{mt}/b_{eH} \cdot K_A} \cdot C_{v12} + C_{v4} + 1 \quad (4.10)$$

Bedeutung der Zeichen siehe Abschnitt 4.3.3.

$C_{v12}, C_{v4}$  siehe Tabelle 4.1 oder Tabelle 4.2.

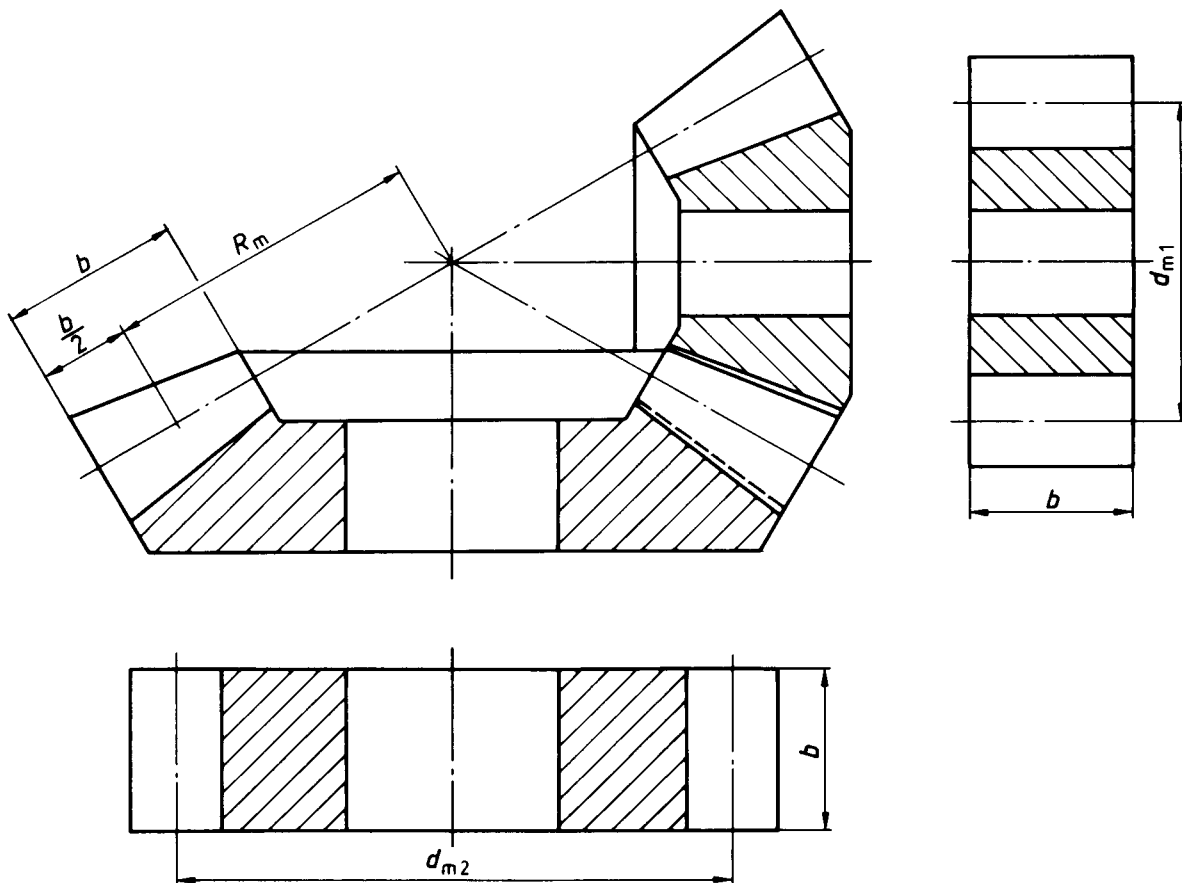


Bild 4.1. Näherungsweise dynamisch äquivalente Stirnräder zur Berechnung des Dynamikfaktors

#### 4.3.5 Dynamikfaktor im überkritischen Bereich, $N \geq 1,5$

In diesem Bereich arbeiten die meisten Schnellaufgetriebe (Turbogetriebe).

$$K_v = \frac{f_{p\text{eff}} \cdot c'}{F_{mt}/b_{eH} \cdot K_A} \cdot C_{v56} + C_{v7} \quad (4.11)$$

Bedeutung der Zeichen siehe Abschnitt 4.3.3.

$C_{v56}$ ,  $C_{v7}$  siehe Tabelle 4.1 oder Tabelle 4.2.

#### 4.3.6 Dynamikfaktor im Zwischenbereich, $1,15 < N < 1,5$

In diesem Bereich wird der Dynamikfaktor durch lineare Interpolation aus  $K_v$  bei  $N = 1,15$  und  $K_v$  bei  $N = 1,5$  ermittelt.  $K_v$  wird entsprechend den Abschnitten 4.3.4 bzw. 4.3.5 berechnet.

$$K_v = K_v(N = 1,5) + \frac{K_v(N = 1,15) - K_v(N = 1,5)}{0,35} \cdot (1,5 - N) \quad (4.12)$$

#### 4.4 Methode C – Faktor $K_v - C$

Grafische Methode für den unterkritischen Drehzahlbereich. Für die Berechnung müssen die Zähnezahlen der Kegelräder, die Umfangsgeschwindigkeit  $v_{mt}$ , die Linienbelastung und die Verzahnungsqualität nach Normen der Reihe DIN 3965 bekannt sein.

#### 4.4.1 Anwendungsbereich, Annahmen

Vergleiche auch Einleitung zu Abschnitt 4.

- Unterkritischer Drehzahlbereich, d. h. wenn  $v_{mt} \cdot z_1/100 \cdot \sqrt{u^2/(1+u^2)} \leq 10$  m/s, vergleiche Abschnitt 4.3.1.
- Zahnräder aus Stahl mit schwerem Radkörper, entsprechend Bild 4.1. Bei leichtem Radkörper rechnet man nach dieser Methode auf der sicheren Seite. (Betrifft Radmasse und Zahnfedersteifigkeit.)
- Eingriffswinkel  $\alpha_n = 20^\circ$ . (Betrifft Zahnfedersteifigkeit.)
- Radpaare mit relativ kleiner Zähnezahl,  $z_1 < 50$ .
- Mittlere Werte für die Zahnfedersteifigkeiten:  $c' = 14$  N/(mm ·  $\mu$ m),  $c_y = 20$  N/(mm ·  $\mu$ m).
- Profil-Formabweichung  $f_t$  gleich Teilungs-Einzelabweichung  $f_p$  gesetzt (wie bei Methode B).
- Profilkorrekturen (Kopfrücknahme, Höhenballigkeit) werden nicht berücksichtigt,  $C_a = 0$ .
- Jeder Qualität wird eine Teilungs-Einzelabweichung zugeordnet, die hinsichtlich des Anwendungsbereiches auf der sicheren Seite liegt.
- Gesamtüberdeckung bei Schräg- und Bogenverzahnung:  $\varepsilon_{vy} \approx 2,3$ .

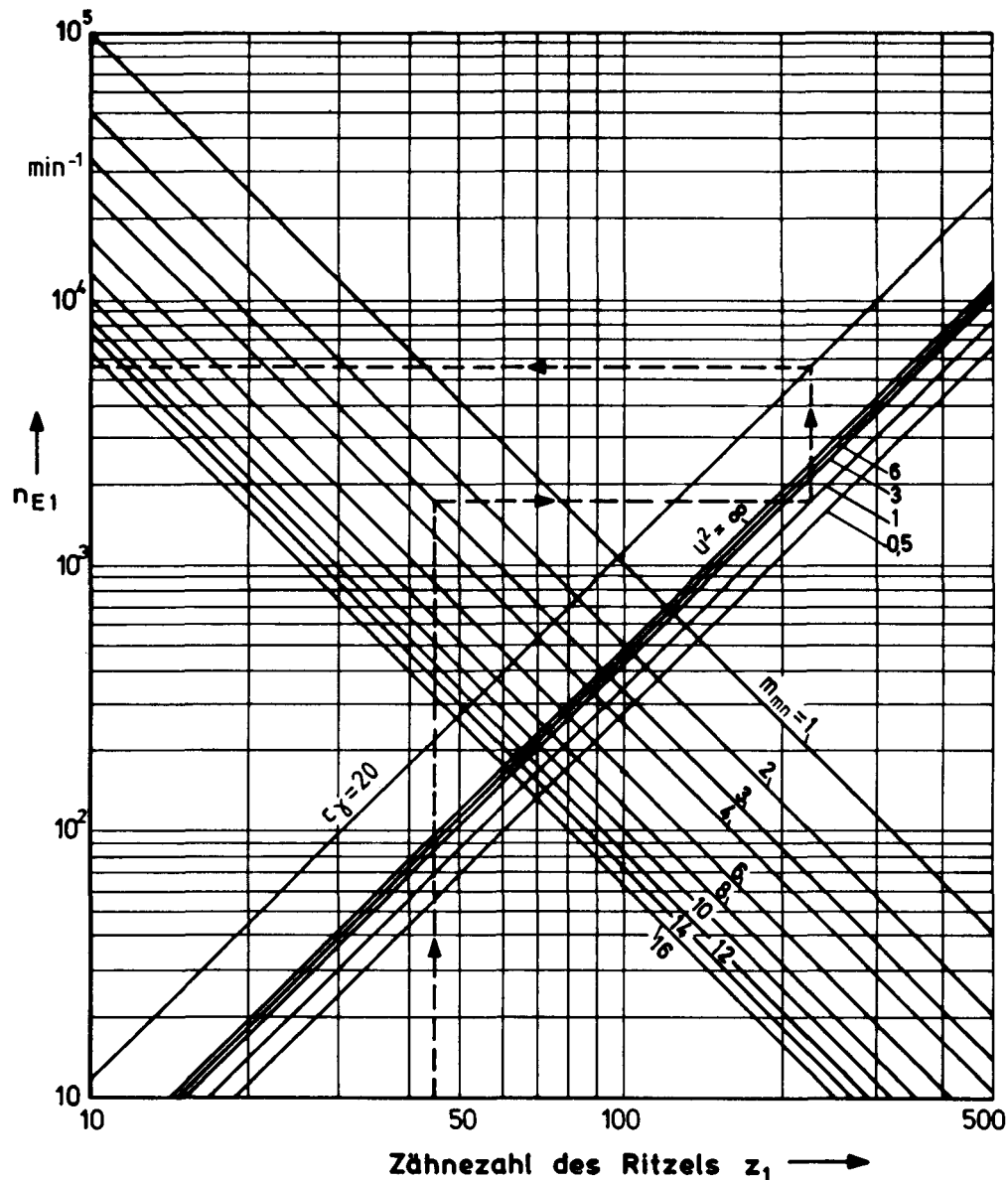
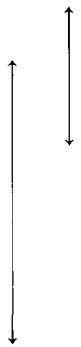


Bild 4.2. Diagramm für die Bestimmung der Resonanzdrehzahl  $n_{E1}$  für die Paarung Vollritzel-Vollrad

Tabelle 4.1. **Einflußfaktoren  $C_{v1} - C_{v7}$  in den Gleichungen (4.09) bis (4.11) <sup>8)</sup>**

Gesamtüberdeckung $\varepsilon_{vY}$		$C_{v12}$ <sup>7)</sup>	$C_{v3}$ <sup>6)</sup>	$C_{v56}$ <sup>7)</sup>	$C_{v7}$	$C_{v4}$ <sup>6)</sup>
Geradverzahnung  Schrägverzahnung	$\leq 1,6$	0,66	0,23	0,94	0,75	0,90
	1,8				0,80	
	2,0				0,87	
	2,2	0,64	0,15	0,73	0,95	0,61
	2,5	0,60	0,10	0,63	1,0	0,42
	3,0	0,55	0,07	0,57		0,27
	4,5	0,48	0,03	0,51		0,11

<sup>6)</sup> Bei Verzahnungsqualität 6 nach Normen der Reihe DIN 3965 oder feiner und Profilkorrektur für Vollast ist  $C_{v3} = C_{v4}$  zu setzen, bei Profilkorrektur für  $\frac{2}{3}$  Vollast  $C_{v3}/3$  statt  $C_{v3}$  und  $C_{v4}/3$  statt  $C_{v4}$  einzusetzen. Bei Verzahnungsqualität 7 und gröber sind  $C_{v3}$  und  $C_{v4}$  stets voll zu berücksichtigen.

<sup>7)</sup>  $C_v$  Faktoren nach DIN 3990 Teil 1, wobei hier  $C_{v12} = C_{v1} + C_{v2}$  und  $C_{v56} = C_{v5} + C_{v6}$ .

<sup>8)</sup> Der Einfluß der Kopfrücknahme wird hier nicht getrennt berücksichtigt. Für die meist höhenballigen Kegelräder liegt die Berechnung damit auf der sicheren Seite.

Tabelle 4.2. **Berechnungsgleichungen für  $C_{v1} - C_{v7}$  <sup>8)</sup>**

	$1 < \varepsilon_{vY} \leq 2$	$\varepsilon_{vY} > 2$	
$C_{v1}$	0,32	0,32	$\left. \begin{array}{l} C_{v12} = C_{v1} + C_{v2} \end{array} \right\}$ <sup>7)</sup>
$C_{v2}$ <sup>6)</sup>	0,34	$\frac{0,57}{\varepsilon_{vY} - 0,3}$	
$C_{v3}$	0,23	$\frac{0,096}{\varepsilon_{vY} - 1,56}$	
$C_{v4}$ <sup>6)</sup>	0,90	$\frac{0,57 - 0,05 \varepsilon_{vY}}{\varepsilon_{vY} - 1,44}$	
$C_{v5}$	0,47	0,47	$\left. \begin{array}{l} C_{v56} = C_{v5} + C_{v6} \end{array} \right\}$ <sup>7)</sup>
$C_{v6}$	0,47	$\frac{0,12}{\varepsilon_{vY} - 1,74}$	
	$1 < \varepsilon_{vY} \leq 1,5$	$1,5 < \varepsilon_{vY} \leq 2,5$	$\varepsilon_{vY} > 2,5$
$C_{v7}$	0,75	$0,125 \sin [\pi (\varepsilon_{vY} - 2)] + 0,875$	1,0

<sup>6)</sup>, <sup>7)</sup> und <sup>8)</sup> siehe Tabelle 4.1

**4.4.2  $K_v$  für schräg- und bogenverzahnte Kegelräder mit Sprungüberdeckung  $\varepsilon_{v\beta} \geq 1$** 

$$K_v = f_F \cdot K_{350} \cdot N + 1 \quad (4.13)$$

$K_{350} \cdot N$  kann Bild 4.3 entnommen werden.

$f_F$  berücksichtigt den Einfluß der Belastung auf den Dynamikfaktor, siehe Tabelle 4.3.

$K_v$  kann auch nach folgender Gleichung bestimmt werden.

$$K_v = \left( \frac{K_1 K_2}{F_{mt}/b_{eH} \cdot K_A} + K_3 \right) \cdot \frac{z_1 \cdot v_{mt}}{100} \cdot \sqrt{\frac{u^2}{u^2 + 1}} + 1 \quad (4.14)$$

Werte für  $K_1$ ,  $K_2$  und  $K_3$  können Tabelle 4.5 entnommen werden.

Ist  $F_{mt}/b_{eH} \cdot K_A < 100 \text{ N/mm}$ , so ist dieser Wert gleich  $100 \text{ N/mm}$  zu setzen.

**4.4.3  $K_v$  für geradverzahnte Kegelräder**

$K_v$  wird nach Gleichung (4.13) mit  $K_{350} \cdot N$  nach Bild 4.4 und  $f_F$  nach Tabelle 4.4 bestimmt oder mit Gleichung (4.14) und  $K_1$ ,  $K_2$  und  $K_3$  nach Tabelle 4.5 errechnet.

**4.4.4  $K_v$  für schräg- und bogenverzahnte Kegelräder mit Sprungüberdeckung  $\varepsilon_{v\beta} < 1$** 

$K_v$  wird durch lineare Interpolation der Werte nach Abschnitt 4.4.2 und Abschnitt 4.4.3 bestimmt.

$$K_v = K_{v\alpha} - \varepsilon_{v\beta} (K_{v\alpha} - K_{v\beta}) \quad (4.15)$$

Hierin bedeuten:

$K_{v\alpha}$  Wert für  $K_v$  nach Abschnitt 4.4.3.

$K_{v\beta}$  Wert für  $K_v$  nach Abschnitt 4.4.2.



#### 4.5 Methode D – Faktor $K_V - D$

Grafische Methode nach Methode C, jedoch unter Vernachlässigung des Lasteinflusses.

##### 4.5.1 Anwendungsbereich, Annahmen

Vergleiche auch Einleitung zu Abschnitt 4.

a) bis i) nach Abschnitt 4.4.1.

Linienbelastung  $F_{mt}/b_{eH} \cdot K_A \geq 350 \text{ N/mm}$ . Man vernachlässigt dabei einen Faktor  $f_F < 1$ , rechnet also auf der sicheren Seite.

##### 4.5.2 Bestimmung des Dynamikfaktors $K_V - D$

$$K_V = K_{350} \cdot N + 1$$

(4.16)

mit  $K_{350} \cdot N$  nach Bild 4.3 bzw. Bild 4.4

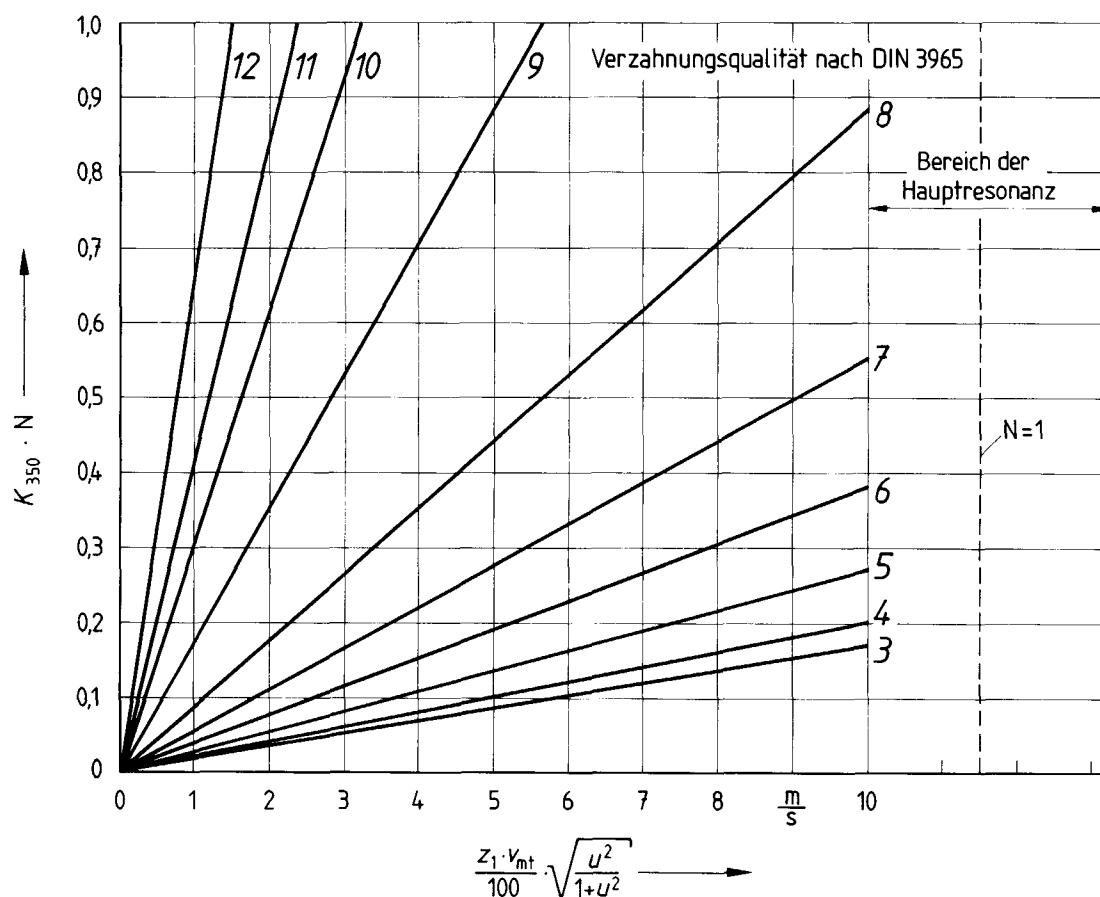


Bild 4.3. Wert  $K_{350} \cdot N$  für schräg- und bogenverzahnte Kegelräder mit  $\varepsilon_{v\beta} \geq 1$

Tabelle 4.3. Lastkorrekturfaktor  $f_F$  für schräg- und bogenverzahnte Kegelräder mit  $\varepsilon_{v\beta} \geq 1$

Verzahnungsqualität nach Normen der Reihe DIN 3965	Linienbelastung $F_{mt}/b_{eH} \cdot K_A$ N/mm							
	$\leq 100$	200	350	500	800	1200	1500	2000
3	1,96	1,29	1	0,89	0,79	0,73	0,71	0,69
4	2,20	1,36	1	0,85	0,73	0,66	0,63	0,60
5	2,52	1,46	1	0,82	0,66	0,57	0,53	0,50
6	2,82	1,55	1	0,78	0,59	0,49	0,44	0,40
7	3,03	1,61	1	0,76	0,54	0,42	0,38	0,33
8	3,21	1,66	1	0,73	0,50	0,37	0,32	0,27
9	3,36	1,71	1	0,72	0,47	0,33	0,28	0,22
10	3,42	1,73	1	0,71	0,46	0,31	0,26	0,20
11	3,44	1,73	1	0,71	0,45	0,31	0,25	0,19
12	3,46	1,74	1	0,70	0,45	0,30	0,25	0,19

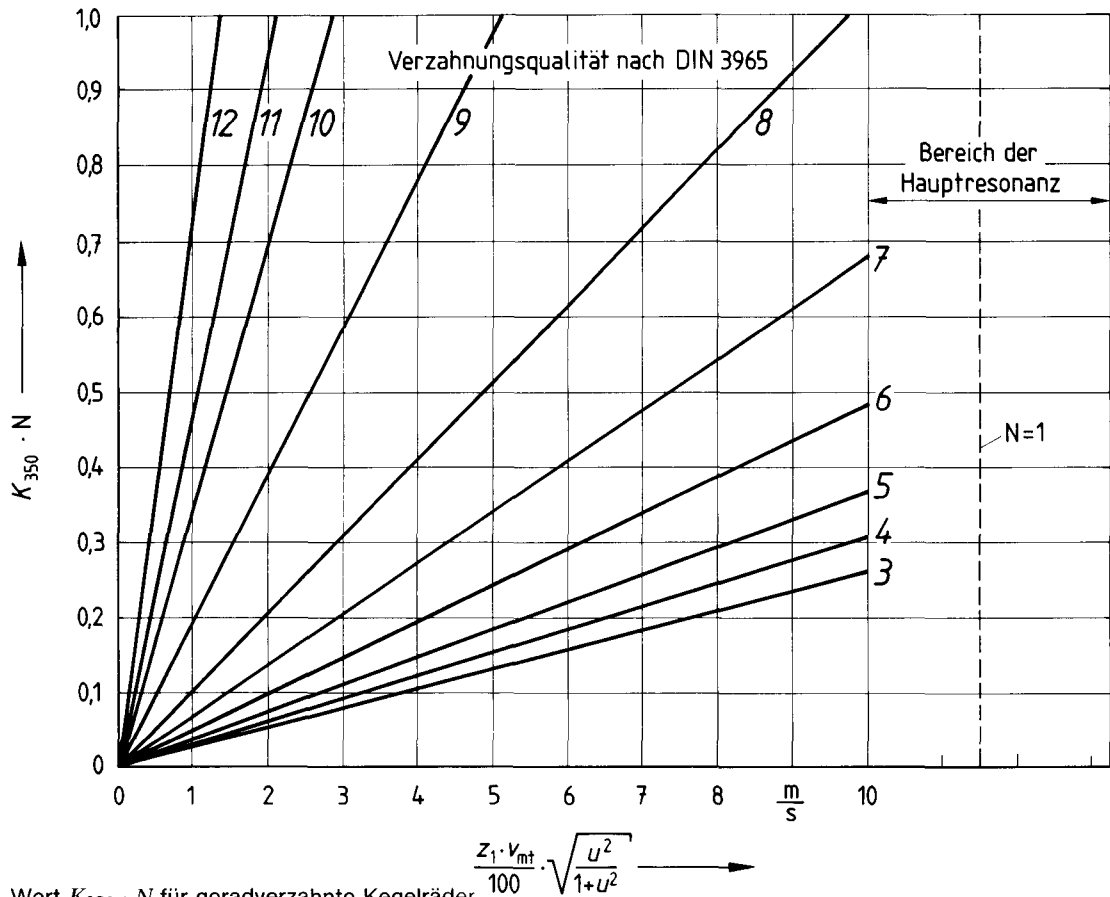


Bild 4.4. Wert  $K_{350} \cdot N$  für geradverzahnte Kegelräder

Tabelle 4.4. Lastkorrekturfaktor  $f_F$  für geradverzahnte Kegelräder

Verzahnungsqualität nach Normen der Reihe DIN 3965	Linienbelastung $F_{mt}/b_{eH} \cdot K_A$ N/mm							
	≤ 100	200	350	500	800	1200	1500	2000
3	1,64	1,19	1	0,92	0,85	0,82	0,80	0,79
4	1,85	1,25	1	0,89	0,81	0,76	0,74	0,72
5	2,15	1,34	1	0,86	0,74	0,67	0,64	0,62
6	2,51	1,46	1	0,82	0,67	0,58	0,54	0,51
7	2,75	1,52	1	0,78	0,60	0,50	0,45	0,41
8	3,02	1,60	1	0,76	0,54	0,43	0,38	0,33
9	3,25	1,68	1	0,73	0,49	0,36	0,31	0,26
10	3,36	1,71	1	0,72	0,47	0,33	0,28	0,22
11	3,40	1,72	1	0,71	0,46	0,32	0,27	0,21
12	3,43	1,73	1	0,71	0,46	0,31	0,25	0,20

Tabelle 4.5. Werte der Faktoren  $K_1$ ,  $K_2$  und  $K_3$  für Gleichung (4.14)

Faktoren	$K_1$										$K_2$	$K_3$
Verzahnungsqualität nach Normen der Reihe DIN 3965	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	3 bis 12	3 bis 12
Geradverzahnung	2,19	3,18	5,48	9,50	15,34	27,02	58,43	106,64	146,08	219,12	1,0645	0,0193
Schräg- und Bogenverzahnung											1,0000	0,0100

## 5 Breitenfaktoren $K_{H\beta}$ , $K_{F\beta}$ , $K_{B\beta}$

Der Breitenfaktor berücksichtigt die Auswirkungen ungleichmäßiger Kraftverteilung über die Zahnbreite auf Grübchen- ( $K_{H\beta}$ ), Zahnfuß- ( $K_{F\beta}$ ) und Freßbeanspruchung ( $K_{B\beta}$ ) infolge eines etwa elliptischen Tragbildes bei breitenballig ausgeführten und zweckmäßig eingestellten Kegelrädern <sup>9)</sup>.

Haupteinflüsse siehe DIN 3990 Teil 1

### 5.1 Methoden zur Bestimmung des Breitenfaktors

Um die Kraftverteilung über die Zahnbreite entsprechend einer Methode A zutreffend zu ermitteln, ist eine umfassende Analyse aller Einflußgrößen erforderlich (z. B. Messung der Zahnfußbeanspruchung während des Betriebes oder umfassende Berechnung mit Hilfe der Finite-Elemente-Methode unter Berücksichtigung aller Einflußfaktoren). In diesem Fall müssen die Genauigkeit des Verfahrens nachgewiesen und die Voraussetzungen klar dargelegt werden (vergleiche Abschnitt 1.3).

Wegen des hohen versuchstechnischen Aufwandes oder Rechenaufwandes sind derartige Untersuchungen jedoch auf Einzelfälle beschränkt.

Vereinfachte Verfahren, die in ihrer Treffsicherheit den Methoden B und C der Stirnradberechnung (siehe Normen der Reihe DIN 3990) entsprechen, verlangen als Berechnungsgrundlage eine hinreichend genaue Abschätzung der maßgeblichen Herstell-Flankenlinienabweichungen, Einlaufbeträge, Zahnfedersteifigkeit und Wellenverformungen. Beim derzeitigen Stand der Technik können hier noch keine durch praktische Erfahrungen ausreichend abgesicherte Berechnungsverfahren angegeben werden. Es sollen deshalb weitere Forschungsergebnisse und Betriebserfahrungen abgewartet werden, bevor ein Rechenverfahren ähnlich Methode B und C nach Normen der Reihe DIN 3990 in diese Norm aufgenommen wird.

### 5.2 Methode D – Faktoren $K_{H\beta-D}$ , $K_{F\beta-D}$ , $K_{B\beta-D}$

#### 5.2.1 Breitenfaktor $K_{H\beta-D}$

Die Breitenkraftverteilung wird bei Kegelrädern wesentlich beeinflusst durch die breitenballige Ausführung der Verzahnungen und die sich während des Betriebes einstellenden Verformungen und Abdrängungen.

Die Erhöhung der Flankenpressung bei breitenballigen Verzahnungen (Punktberührung) wird durch den Faktor  $K_{H\beta-C} = 1,5$  berücksichtigt. Die Rechteckdruckfläche der Linienberührung wird dabei näherungsweise durch eine eingeschriebene Ellipse ersetzt. Voraussetzung hierfür ist, daß unter Vollast ein Tragbild vorhanden ist, das beide Zahnenden freiläßt; durch Überprüfung der zu erwartenden Verformungen oder durch Kontrolle des Tragbildes nach Lauf unter Vollast muß sichergestellt werden, daß diese Voraussetzung zutrifft.

Unter üblichen Bedingungen setzt man die effektive Zahnbreite  $b_{eH} = 0,85 b$ , wobei  $b$  der kleinere Wert von Ritzel oder

Rad ist und zwar die Breite im Fußkegel ohne Berücksichtigung sinnvoll ausgeführter Stirnkantenbrüche oder Stirnkantenabrundungen. Diese Regel gilt auch für randschichtgehärtete Zahnräder mit ungehärteten Bereichen an den Zahnenden.

Man geht also von einem Vollast-Tragbild aus, das 85 % der Zahnbreite überdeckt, sofern keine anderen Angaben gemacht werden. Wird bei unterschiedlicher Empfindlichkeit gegen Verlagerungen ein kleineres oder größeres Tragbild, z. B. 0,6  $b$ , ausgeführt, muß ein entsprechender Wert für  $b_{eH}$  in die Berechnung eingeführt werden (siehe DIN 3991 Teil 2 und DIN 3991 Teil 3, Ausgaben September 1988, Abschnitte 2) <sup>10)</sup>.

In vielen Fällen ist es nicht möglich, das Tragbild im Betriebszustand genau vorherzusagen. Der Einfluß der Verformungen und damit der Lageranordnung kann dann durch den Ansatz einer kleineren effektiven Zahnbreite  $b_{eH}$  oder durch den Lagerungsfaktor  $K_{H\beta be}$  nach Tabelle 5.1 berücksichtigt werden.

Im Ansatz dieses Faktors wird berücksichtigt, daß je nach Anwendungsgebiet unterschiedliche Anstrengungen zur Berücksichtigung von Herstellproblemen (z. B. Härteverzug) und Verformungen unter Belastung (Tragbildkontrolle unter Last) üblich oder möglich sind.

Der maßgebende Breitenfaktor  $K_{H\beta-D}$  ist demnach:

$$K_{H\beta-D} = K_{H\beta-C} \cdot K_{H\beta be} = 1,5 \cdot K_{H\beta be} \quad (5.01)$$

#### 5.2.2 Breitenfaktor $K_{F\beta-D}$

$K_{F\beta}$  berücksichtigt den Einfluß der Kraftverteilung über die Zahnbreite auf die Spannung am Zahnfuß.

$$K_{F\beta} = K_{H\beta} = 1,5 \cdot K_{H\beta be} \quad (5.02)$$

$K_{F\beta}$  trägt der erhöhten Belastung im mittleren Bereich des Tragbildes Rechnung. Eine Stützwirkung der unbelasteten Zahnenden wirkt sich hier kaum aus. Das heißt, die effektive Zahnbreite wird ebenfalls  $b_{eF} = b_{eH} = 0,85 b$  gesetzt, wobei die zusätzlichen Hinweise zum Ansatz von  $b_{eH}$  in Abschnitt 5.2.1 zu beachten sind.

#### 5.2.3 Breitenfaktor $K_{B\beta-D}$

$K_{B\beta}$  berücksichtigt den Einfluß der Kraftverteilung über die Zahnbreite auf die Freßbeanspruchung. Man setzt wie bei Stirnrädern  $K_{B\beta} = K_{H\beta}$ .

<sup>9)</sup> Vergleiche auch Schrifttumsangaben [1] bis [5]

<sup>10)</sup> Bei der Nachrechnung ausgeführter Kegelräder, bei denen das Tragbildzentrum bei Vollast nicht in Mitte Zahnbreite, sondern zur Zehe oder Ferse hin verschoben ist, ist für die Ermittlung der Ersatz-Stirnradverzahnung und der Umfangskraft nicht die mittlere Kegellänge einzusetzen, sondern eine zur tatsächlichen Tragbildmitte reichende Kegellänge. Die maßgebende Zahnbreite  $b_{eH}$  wird gleich der Tragbildbreite gesetzt.

Tabelle 5.1. Lagerungsfaktor  $K_{H\beta be}$

Anwendung	Lagerung von Ritzel und Tellerrad		
	beide beidseitig	eines beidseitig eines fliegend	beide fliegend
Flugzeug*)	1,00	1,10	1,25
Kraftfahrzeug*)	1,00	1,10	1,25
Industrie, Schiff	1,10	1,25	1,50

\*) Voraussetzung: Optimales Tragbild unter Betriebsbedingungen, nachgewiesen durch Tragbildabnahme in den Originalgehäusen und Lagern.

## 6 Stirnfaktoren $K_{H\alpha}$ , $K_{F\alpha}$ , $K_{B\alpha}$

Die Aufteilung der Gesamt-Umfangkraft auf mehrere gleichzeitig im Eingriff befindliche Zahnpaare hängt bei gegebenen Verzahnungsmaßen und Werkstoffen von der Verzahnungsgenauigkeit und der Höhe der Gesamt-Umfangkraft ab.

Der Faktor  $K_{H\alpha}$  berücksichtigt die Auswirkung der Kraftaufteilung auf die Flankenpressung, der Faktor  $K_{F\alpha}$  die Auswirkung auf die Zahnfußbeanspruchung, der Faktor  $K_{B\alpha}$  die Auswirkung auf die Freßbeanspruchung.

Haupteinflüsse siehe DIN 3990 Teil 1.

### 6.1 Methoden zur Bestimmung des Stirnfaktors

Die Genauigkeit der nachstehend beschriebenen Methoden zur Bestimmung des Stirnfaktors nimmt von Methode A (z. B.  $K_{H\alpha-A}$ ) bis Methode C (z. B.  $K_{H\alpha-C}$ ) ab.

Methode A erfordert eine genaue Untersuchung, wobei die während des Eingriffs wechselnde Zahnfedersteifigkeit und die über den Radumfang, die Zahnhöhe und die Zahnbreite veränderlichen Herstellabweichungen zu berücksichtigen sind. — In den meisten Fällen ist eine derartige umfassende Analyse nicht durchführbar, da die notwendigen Daten nicht zur Verfügung stehen. — Weitere Hinweise siehe Abschnitt 6.2.

Für Methode B benötigt man nur die Hauptabmessungen und die Verzahnungsdaten des Radpaares, den Werkstoff und die Genauigkeit des Getriebes. Diese Methode kann für alle Getriebearten angewendet werden. — Beschreibung siehe Abschnitt 6.3.

Methode C ist ein vereinfachtes, von Methode B abgeleitetes Verfahren. Sie ist für viele Arten von Industriegetrieben und Übersichtsrechnungen ausreichend genau. Zur Bestimmung der Stirnfaktoren benötigt man nur die Verzahnungsqualität und die Verzahnungsart (Gerad- oder Schrägverzahnung); Belastung und Einlaufverhalten werden grob überschlägig erfaßt. — Beschreibung siehe Abschnitt 6.4.

### 6.2 Methode A – Faktor $K_{H\alpha-A}$

Die Kraftaufteilung, die der Tragfähigkeitsberechnung zugrunde liegt, kann durch Messung oder durch eine umfassende rechnerische Analyse unter Berücksichtigung aller Einflußgrößen ermittelt werden. In diesem Fall müssen die Genauigkeit und Zuverlässigkeit der Methode nachgewiesen und die Voraussetzungen klar dargelegt werden (vergleiche Abschnitt 1.3).

Im allgemeinen sind die nachstehend beschriebenen Näherungsverfahren (Methoden B und C) ausreichend genau.

### 6.3 Methode B – Faktoren $K_{H\alpha-B}$ , $K_{F\alpha-B}$ , $K_{B\alpha-B}$

Bei dieser Methode wird eine übliche Verteilung der Verzahnungsabweichungen über den Umfang von Ritzel und Rad angenommen, wobei die ungünstigsten Kombinationen nur selten auftreten; teilweise gleichen sich die Abweichungen von Ritzel und Rad auch aus. — Die Teilungs-Einzelabweichung berücksichtigt näherungsweise die Gesamtwirkung aller Verzahnungsabweichungen, die den Stirnfaktor beeinflussen. (Vergleiche entsprechende Hinweise zu  $K_v$  in Abschnitt 4.3.) Gegenüber DIN 3990 Teil 1 wird die Teilungs-Einzelabweichung  $f_p$  statt der Eingriffsteilungs-Abweichung  $f_{pe}$  eingeführt, da  $f_{pe}$  in den Normen der Reihe DIN 3965 nicht enthalten ist. Ein Einfluß der Kopfrücknahme entsprechend DIN 3990 Teil 1 wird nicht gesondert berücksichtigt, da übliche Höhenballigkeiten zugrunde gelegt werden.

#### 6.3.1 Ersatz-Stirnradverzahnungen mit Gesamtüberdeckung $\varepsilon_{v\gamma} \leq 2$

$$K_{H\alpha} = K_{F\alpha} = K_{B\alpha} = \frac{\varepsilon_{v\gamma}}{2} \left( 0,9 + 0,4 \frac{c_{\gamma} (f_p - y_{\alpha})}{F_{mtH}/b_{eH}} \right) \quad (6.01)$$

Hierin bedeuten:

- $c_{\gamma}$  Eingriffsfedersteifigkeit, näherungsweise  $c_{\gamma} = 20 \text{ N/(mm } \mu\text{m)}$ , siehe auch Fußnote 5.
- $f_p$  Teilungs-Einzelabweichung, Größtwert von Ritzel oder Rad. Für Entwurfsberechnungen oder wenn keine Meßergebnisse vorliegen, wird die entsprechende Toleranz nach Normen der Reihe DIN 3965 eingesetzt.
- $y_{\alpha}$  Einlaufbetrag nach Abschnitt 6.5.
- $F_{mtH}$  Maßgebende Umfangskraft am Teilkegel in Mitte Zahnbreite,  $F_{mtH} = F_{mt} \cdot K_A \cdot K_v \cdot K_{H\beta}$ .

#### 6.3.2 Ersatz-Stirnradverzahnungen mit Gesamtüberdeckung $\varepsilon_{v\gamma} > 2$

$$K_{H\alpha} = K_{F\alpha} = K_{B\alpha} = 0,9 + 0,4 \sqrt{\frac{2 (\varepsilon_{v\gamma} - 1)}{\varepsilon_{v\gamma}}} \cdot \frac{c_{\gamma} (f_p - y_{\alpha})}{F_{mtH}/b_{eH}} \quad (6.02)$$

Bedeutung der Zeichen siehe Abschnitt 6.3.1.

$K_{H\alpha}$ ,  $K_{F\alpha}$ ,  $K_{B\alpha}$  können auch Bild 6.1 entnommen werden. Das Diagramm zeigt die grafische Darstellung der Gleichungen (6.01) und (6.02). Die Grenzbedingungen nach Abschnitt 6.3.3 sind zu beachten.

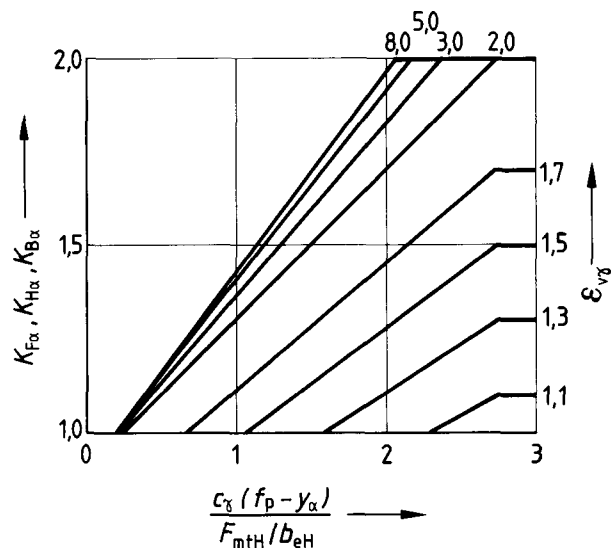


Bild 6.1. Stirnfaktoren  $K_{H\alpha}$ ,  $K_{B\alpha}$  und  $K_{F\alpha}$ , Methode B

#### 6.3.3 Grenzbedingungen für $K_{H\alpha}$ , $K_{F\alpha}$ und $K_{B\alpha}$

Wird  $K_{H\alpha}$ ,  $K_{F\alpha}$  oder  $K_{B\alpha} < 1$ , so ist  $K_{H\alpha}$ ,  $K_{F\alpha}$  oder  $K_{B\alpha} = 1$  zu setzen.

Wird nach Gleichung (6.01) bzw. Gleichung (6.02)

$$K_{H\alpha} = K_{B\alpha} > \frac{\varepsilon_{v\gamma}}{\varepsilon_{v\alpha} \cdot Z_e^2}, \text{ so ist für } K_{H\alpha} = K_{B\alpha} = \frac{\varepsilon_{v\gamma}}{\varepsilon_{v\alpha} \cdot Z_e^2} \text{ zu setzen.}$$

$Z_e$  siehe DIN 3991 Teil 2.

$$\text{Wird } K_{F\alpha} > \varepsilon_{v\gamma}, \text{ so ist } K_{F\alpha} = \frac{\varepsilon_{v\gamma}}{\varepsilon_{v\alpha} \cdot Y_e} \text{ zu setzen.}$$

$Y_e$  siehe DIN 3991 Teil 3.

Mit diesen Grenzbedingungen wird die ungünstigste Kraftaufteilung angenommen, d. h. man geht davon aus, daß nur ein Zahnpaar die gesamte Umfangskraft überträgt und rechnet somit auf der sicheren Seite. Es wird jedoch empfohlen, für Schräg- und Bogenverzahnungen die Genauigkeit so zu wählen, daß  $K_{H\alpha}$  und  $K_{B\alpha}$  nicht größer als  $\varepsilon_{v\alpha}$  und  $K_{F\alpha}$  nicht größer als  $1/Y_e$  werden.

#### 6.4 Methode C – Faktoren $K_{H\alpha-C}$ , $K_{F\alpha-C}$ , $K_{B\alpha-C}$

Methode C (Tabellenwerte) wurde mit den nachstehenden vereinfachenden Annahmen aus Methode B abgeleitet.

Tabelle 6.1. **Stirnfaktoren  $K_{H\alpha}$ ,  $K_{F\alpha}$  nach Methode C**

Linienbelastung $F_{mt}/b_{eH} \cdot K_A$			$\geq 100 \text{ N/mm}$						$< 100 \text{ N/mm}$	
Verzahnungsqualität nach Normen der Reihe DIN 3965			5 und feiner	6	7	8	9	10	11 und gröber	sämtliche Qualitäten
Gehärtet	Geradverzahnung	$K_{H\alpha}$	1,0		1,1	1,2	$1/Z_c^2 \geq 1,2$			
		$K_{F\alpha}$					$1/Y_c \geq 1,2$			
	Bogen- und Schrägverzahnung	$K_{H\alpha}$	1,0	1,1	1,2	1,4	$\varepsilon_{van} \geq 1,4$			
		$K_{F\alpha}$								
Ungehärtet	Geradverzahnung	$K_{H\alpha}$	1,0			1,1	1,2	$1/Z_c^2 \geq 1,2$		
		$K_{F\alpha}$						$1/Y_c \geq 1,2$		
	Bogen- und Schrägverzahnung	$K_{H\alpha}$	1,0	1,1	1,2	1,4	$\varepsilon_{van} \geq 1,4$			
		$K_{F\alpha}$								

**6.4.1 Anwendungsbereich, Annahmen**

- Für Bogen- und Schrägverzahnung wird  $\epsilon_{vy} = 2,5$  angenommen, für Geradverzahnung  $\epsilon_{vy} = \epsilon_{va} = 1,6$  (betrifft Methode B nach Abschnitt 6.3).
- Profilüberdeckung  $1,2 < \epsilon_{va} < 1,9$  (betrifft Zahnfedersteifigkeit, vergleiche DIN 3990 Teil 1).
- Nach Abschnitt 4.3.2 Zahnfedersteifigkeiten für Gerad-, Schräg- und Bogenverzahnung:  $c' = 14 \text{ N/(mm } \mu\text{m)}$ ,  $c_y = 20 \text{ N/(mm } \mu\text{m)}$ .
- Statt der Eingriffsteilungs-Abweichung  $f_{pe}$  wird – wie bei Methode B – die Teilungs-Einzelabweichung  $f_p$  der repräsentativen Verzahnungsabweichung zugrunde gelegt.
- Jeder Verzahnungsqualität ist eine Teilungs-Einzelabweichung zugeordnet. Bei höheren Abweichungen, die bei größeren Moduln zulässig sind, treten im allgemeinen auch höhere Linienbelastungen auf als für die Berechnung angenommen wurde (vergleiche Unterabschnitt f)).
- Die Stirnfaktoren wurden für die Linienbelastung  $F_{mtH}/b_{eH} = 350 \text{ N/mm}$  ermittelt. Für höhere Linienbelastungen ergeben sich also Werte, die auf der sicheren Seite liegen. Für Linienbelastungen unter  $100 \text{ N/mm}$  wurden die in Abschnitt 6.3.3 empfohlenen Grenzwerte eingesetzt.

**6.4.2 Bestimmung der Stirnfaktoren nach Methode C**

Die Stirnfaktoren  $K_{H\alpha-C}$  und  $K_{F\alpha-C}$  können Tabelle 6.1 entnommen werden. Man setzt  $K_{B\alpha-C} = K_{H\alpha-C}$ .

**6.5 Einlaufbetrag  $y_\alpha$** 

$y_\alpha$  ist der Betrag, um den die Eingriffsteilungs-Abweichung durch Einlaufen ab Betriebsbeginn vermindert wird. Fehlen unmittelbare Versuchs- oder Erfahrungswerte, kann  $y_\alpha$  Bild 6.2 oder Bild 6.3 entnommen werden. Haupteinflößen siehe DIN 3990 Teil 1 sinngemäß.

Für die Berechnung kann man folgende Gleichungen benutzen, die den Verlauf der Linien in Bild 6.2 und Bild 6.3 darstellen:

Für Bau- und Vergütungsstahl sowie Kugelgraphitguß – perlitisch; bainitisch (St, V, GGG – perl.; bai.)

$$y_\alpha = \frac{160}{\sigma_{H \text{ lim}}} \cdot f_p \quad (6.03)$$

für $v_{mt} \leq 5 \text{ m/s}$	ohne Einschränkung
für $5 \text{ m/s} < v_{mt} \leq 10 \text{ m/s}$	$y_\alpha \leq 12\,800/\sigma_{H \text{ lim}}$
für $v_{mt} > 10 \text{ m/s}$	$y_\alpha \leq 6\,400/\sigma_{H \text{ lim}}$

Für Grauguß und Kugelgraphitguß – ferritisch (GG, GGG – ferr.)

$$y_\alpha = 0,275 \cdot f_p \quad (6.04)$$

für $v_{mt} \leq 5 \text{ m/s}$	ohne Einschränkung
für $5 \text{ m/s} < v_{mt} \leq 10 \text{ m/s}$	$y_\alpha \leq 22 \mu\text{m}$
für $v_{mt} > 10 \text{ m/s}$	$y_\alpha \leq 11 \mu\text{m}$

Für einsatzgehärteten, randschichtgehärteten, nitrierten oder nitrokarburierten Stahl (EH, IF, NV, NT)

$$y_\alpha = 0,075 \cdot f_p \quad (6.05)$$

für alle Geschwindigkeiten mit der Einschränkung  $y_\alpha \leq 3 \mu\text{m}$ .

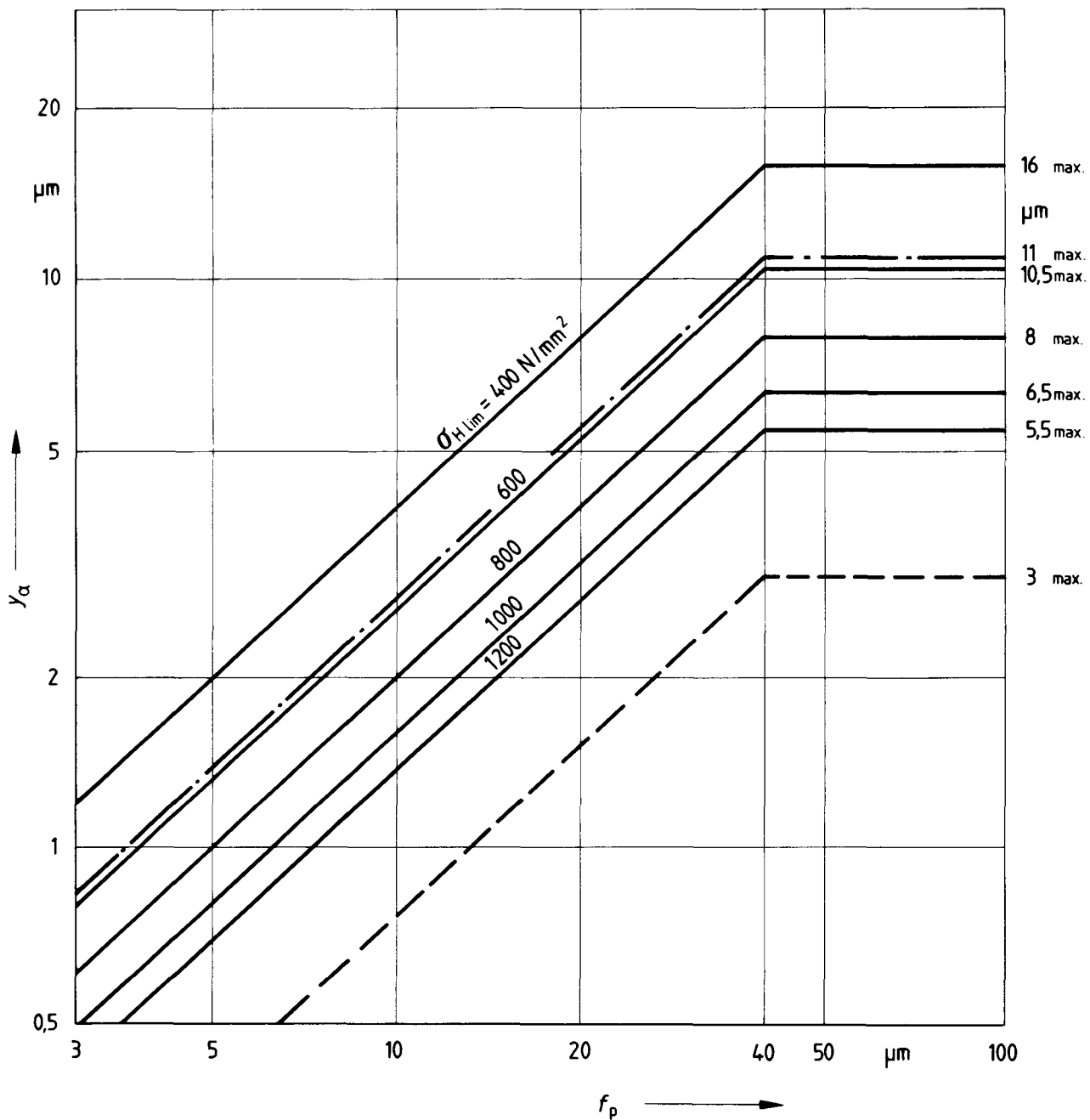
Für  $f_p$  gilt die Festlegung in Abschnitt 6.3.1. Dabei ist für Ritzel und Tellerrad der gleiche Wert einzusetzen.

Wenn Ritzel und Tellerrad aus unterschiedlichen Werkstoffen bestehen, ist zu setzen:

$$y_\alpha = \frac{y_{\alpha 1} + y_{\alpha 2}}{2}, \quad (6.06)$$

wobei  $y_{\alpha 1}$  für den Ritzelwerkstoff und  $y_{\alpha 2}$  für den Werkstoff des Tellerrades zu bestimmen sind.

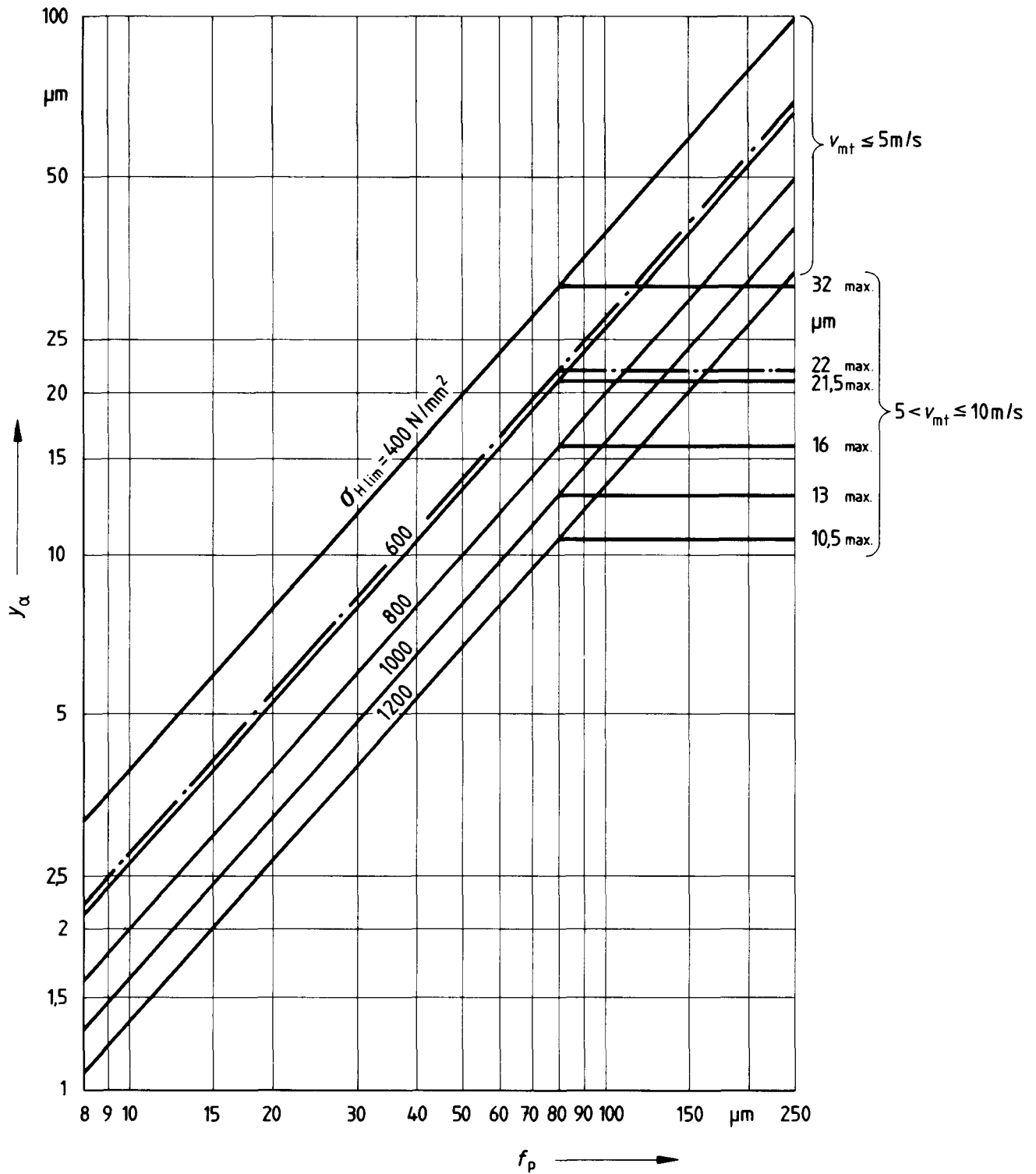




- Baustahl, Vergütungsstahl und Kugelgraphitguß — perl., bain. } Umfangsgeschwindigkeit  $v_{\text{mt}} > 10 \text{ m/s}$   
 - - - - - Grauguß und Kugelgraphitguß — ferr.  
 - - - - - Stahl, einsatzgehärtet, randschichtgehärtet, nitriert oder nitrokarburiert (alle Umfangsgeschwindigkeiten)

$y_\alpha$  bei unterschiedlichen Werkstoffen für Ritzel und Rad nach Gleichung (6.06)

Bild 6.2. Einlaufbetrag  $y_\alpha$  eines Zahnradpaares



— Baustahl, Vergütungsstahl und Kugelgraphitguß – perl., bain. } Umfangsgeschwindigkeit  $v_{mt} \leq 10 \text{ m/s}$   
 - - - Grauguß und Kugelgraphitguß – ferr.

$y_\alpha$  bei unterschiedlichen Werkstoffen für Ritzel und Rad nach Gleichung (6.06)

Bild 6.3. Einlaufbetrag  $y_\alpha$  eines Zahnradpaares

## 7 Schrägungsfaktor (Fressen) $K_{B\gamma}$

$K_{B\gamma}$  berücksichtigt die mit steigender Gesamtüberdeckung  $\varepsilon_{v\gamma}$  verstärkte Neigung der Zahnräder zum Fressen. Ein durch Versuche ermittelter Erfahrungswert [6] für  $K_{B\gamma}$  kann Bild 7.1 entnommen werden <sup>11)</sup>.

Für die Berechnung kann man die Kurve in Bild 7.1 durch folgende Gleichungen annähern:

$$\left. \begin{aligned} K_{B\gamma} &= 1 && \text{für } \varepsilon_{v\gamma} \leq 2 \\ K_{B\gamma} &= 1 + 0,2 \cdot \sqrt{(\varepsilon_{v\gamma} - 2) \cdot (5 - \varepsilon_{v\gamma})} && \text{für } 2 < \varepsilon_{v\gamma} < 3,5 \\ K_{B\gamma} &= 1,30 && \text{für } \varepsilon_{v\gamma} \geq 3,5 \end{aligned} \right\} \quad (7.01)$$

$\varepsilon_{v\gamma}$  siehe Anhang A, Abschnitt A.2.12.

$K_{B\gamma}$  wird in Gleichung (2.03) von DIN 3991 Teil 4/09.88 eingeführt.

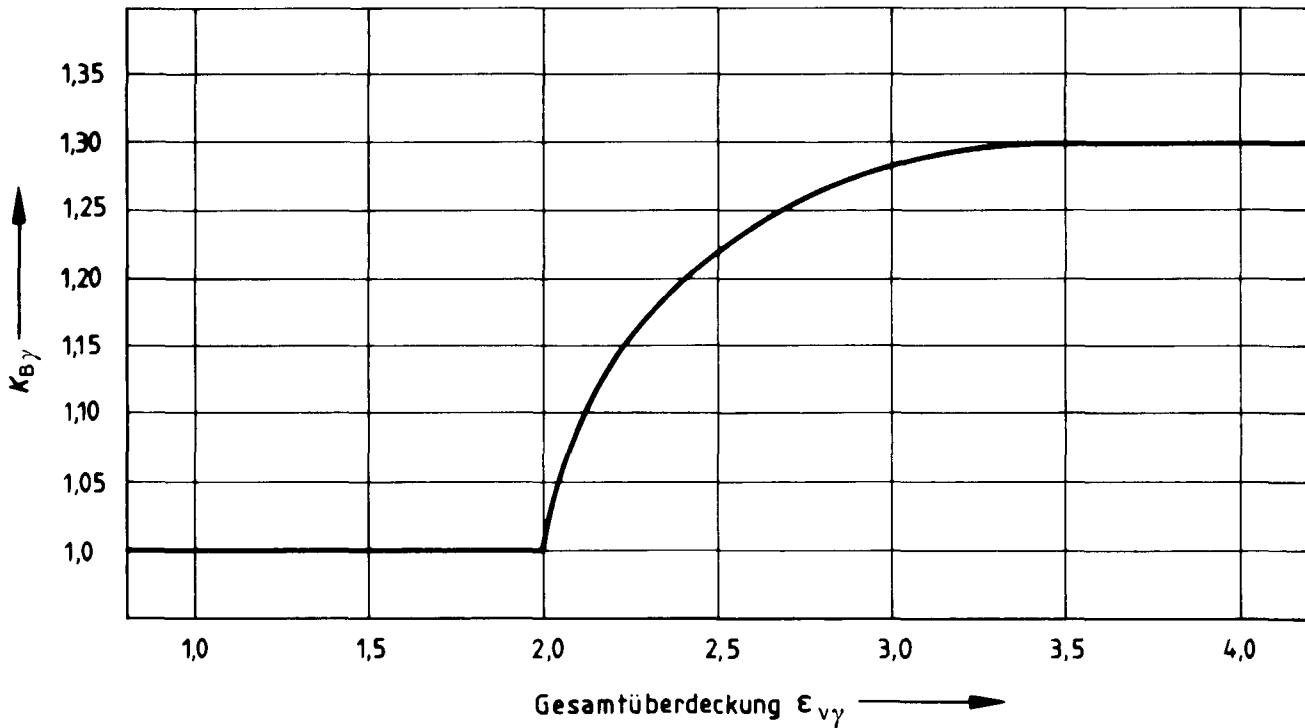


Bild 7.1. Schrägungsfaktor  $K_{B\gamma}$

<sup>11)</sup> Aus der Verzahnungsgeometrie ergäbe sich ein theoretischer Wert  $K_{B\gamma th} = 2/(1 + \varepsilon_{v\alpha})$ , der jedoch durch die Versuche nicht bestätigt wurde.

## Anhang A

### Berechnung der Ersatz-Stirnradverzahnung für Kegelräder

Die Angaben dieses Anhanges enthalten geometrische Zusammenhänge, die keiner Normung bedürfen. Die Formeln sind in diesem Anhang zusammengestellt, um die Tragfähigkeitsberechnung der Kegelräder zu erleichtern, siehe hierzu auch DIN 3971.

#### A.1 Allgemeine Erläuterungen

Wird ein Ergänzungskegel mit seiner Verzahnung, die sich durch den Schnitt mit dem Kegel ergibt, in eine Ebene abgewickelt, dann entsteht ein virtuelles Ersatzstirnrad. Gemäß dieser Definition gehören zu den Kegelrädern Ersatzstirnräder mit Evolventenverzahnung, Tredgoldsche Näherung (siehe Bild A.1). Die Tragfähigkeitsberechnung nach dieser Norm bezieht sich auf diese Ersatzverzahnung, wobei im allgemeinen die Verhältnisse in Mitte Zahnbreite der Kegelräder zugrundegelegt werden (siehe auch Fußnote 10).

Bei schräg- und bogenverzahnten Kegelrädern ergibt sich eine schrägverzahnte virtuelle Ersatz-Stirnradverzahnung. Bei der Tragfähigkeitsberechnung wird diese Verzahnung teils im Stirnschnitt und teils im Normalschnitt betrachtet. Im Folgenden sind dementsprechend die jeweiligen Beziehungen für die Verzahnungsdaten wiedergegeben; sie gelten ausschließlich für die überwiegend verwendeten V-Null-Verzahnungen.

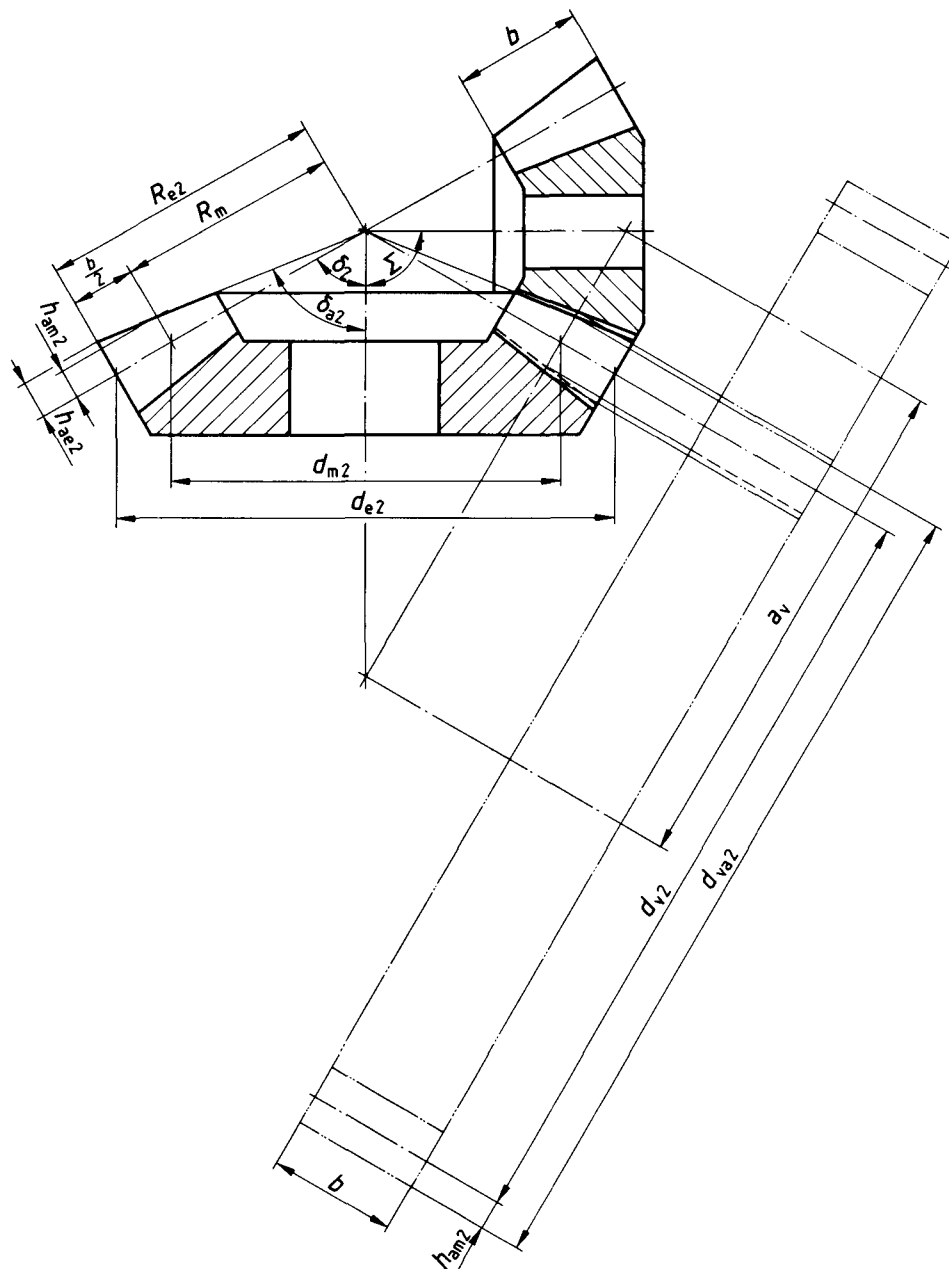


Bild A.1. Zur Berechnung der Ersatz-Stirnradverzahnung

**A.2 Daten der Ersatz-Stirnradsverzahnung im Stirnschnitt (Index v)<sup>12)</sup>****A.2.1 Zähnezahl  $z_v$** 

$$z_{v1,2} = z_{1,2} / \cos \delta_{1,2} \quad (\text{A.1})$$

Für  $\Sigma = 90^\circ$  gilt:

$$z_{v1} = z_1 \cdot \frac{\sqrt{u^2 + 1}}{u} \quad (\text{A.2})$$

$$z_{v2} = z_2 \cdot \sqrt{u^2 + 1} \quad (\text{A.3})$$

**A.2.2 Zähnezahlverhältnis  $u_v$** 

$$u_v = u \cdot \frac{\cos \delta_1}{\cos \delta_2} = \frac{z_{v2}}{z_{v1}} \quad (\text{A.4})$$

Für  $\Sigma = 90^\circ$  gilt:

$$u_v = \left( \frac{z_2}{z_1} \right)^2 = u^2 \quad (\text{A.5})$$

**A.2.3 Teilkreisdurchmesser  $d_v$** 

$$d_{v1,2} = \frac{d_{m1,2}}{\cos \delta_{1,2}} = \frac{d_{e1,2}}{\cos \delta_{1,2}} \cdot \frac{R_m}{R_e} \quad (\text{A.6})$$

Für  $\Sigma = \delta_1 + \delta_2 = 90^\circ$  gilt:

$$d_{v1} = d_{m1} \cdot \frac{\sqrt{u^2 + 1}}{u} \quad (\text{A.7})$$

mit  $d_m = d_e \cdot \frac{R_m}{R_e} \quad (\text{A.8})$

$$d_{v2} = u^2 \cdot d_{v1}$$

**A.2.4 Achsabstand  $a_v$** 

$$a_v = (d_{v1} + d_{v2})/2 \quad (\text{A.9})$$

**A.2.5 Kopfkreisdurchmesser  $d_{va}$** 

$$d_{va} = d_v + 2 h_{am} \quad (\text{A.10})$$

**A.2.6 Zahnkopfhöhe  $h_{am}$** 

Bei Kegelrädern mit konstanter Zahnhöhe gilt

$$h_{am} = m_{mn} (1 + x_{hm}) \quad (\text{A.11})$$

mit  $m_{mn} = m_{et} \cdot \cos \beta_m \cdot \frac{R_m}{R_e}$

Bei Kegelrädern mit veränderlicher Zahnhöhe ist meist die Zahnkopfhöhe am äußeren Zahnende  $h_{ae}$  angegeben. Die mittlere Zahnkopfhöhe  $h_{am}$  errechnet sich dann aus

$$h_{am1,2} = h_{ae1,2} - b/2 \cdot \tan(\delta_{a1,2} - \delta_{1,2}) \quad (\text{A.12})$$

**A.2.7 Profilverschiebungsfaktor  $x_{hm}$** 

Der Profilverschiebungsfaktor  $x_{hm}$  ist auf den Normalmodul in Mitte Zahnbreite  $m_{mn}$  bezogen.

$$x_{hm1,2} = (h_{am1,2} - h_{am2,1})/(2 m_{mn}) \quad (\text{A.13})$$

**A.2.8 Zahndickenänderungsfaktor  $x_{sm}$** 

Der Zahndickenänderungsfaktor  $x_{sm}$  ist auf den Normalmodul in Mitte Zahnbreite bezogen. Die Zahndickenänderung gegenüber dem Bezugsprofil nach DIN 867 beträgt  $2 x_{sm} \cdot m_{mn}$ .

Zum Teil wird der Zahndickenänderungsfaktor nicht explizit angegeben. Er kann dann wie folgt errechnet werden:

a) Aus der gesamten Zahndickenänderung (Zahndickenkorrektur)  $\Delta s \cdot m_{mn}$

$$x_{sm1} = \Delta s/2 \quad (\text{A.14})$$

$$x_{sm2} = -x_{sm1} \quad (\text{A.15})$$

b) Aus den vorgegebenen Zahndicken. Dabei ist zu beachten, daß die Zahndicken zum Teil für das äußere Zahnende (häufig bei Geradverzahnung) und zum Teil auf Mitte Zahnbreite angegeben werden.

Die Umrechnung erfolgt durch folgende Beziehung

$$s_{mt1,2} = s_{et1,2} \cdot \frac{m_{mt}}{m_{et}} = s_{et1,2} \cdot \frac{R_m}{R_e} \quad (\text{A.16})$$

Der Zahndickenänderungsfaktor  $x_{sm}$  errechnet sich dann aus:

$$j_{mt} = m_{mt} \cdot \pi - s_{mt1} - s_{mt2} \quad (\text{A.17})$$

mit  $m_{mt} = m_{et} \cdot \frac{R_m}{R_e}$

$$s'_{mt1,2} = s_{mt1,2} + j_{mt}/2 \quad (\text{A.18})$$

$$x_{sm1,2} = \frac{s'_{mt1,2} \cdot \cos \beta_m / (2 m_{mn}) - \pi/4 - x_{hm1,2} \cdot \tan \alpha_n}{\quad} \quad (\text{A.19})$$

**A.2.9 Grundkreisdurchmesser  $d_{vb}$** 

$$d_{vb1,2} = d_{v1,2} \cdot \cos \alpha_{vt} \quad (\text{A.20})$$

mit  $\alpha_{vt} = \arctan \left( \frac{\tan \alpha_n}{\cos \beta_m} \right) \quad (\text{A.21})$

**A.2.10 Profilüberdeckung  $\varepsilon_{v\alpha}$ <sup>13)</sup>**

$$\varepsilon_{v\alpha} = \frac{g_{v\alpha} \cdot \cos \beta_m}{m_{mn} \cdot \pi \cdot \cos \alpha_{vt}} \quad (\text{A.22})$$

Länge der Eingriffsstrecke<sup>14)</sup>

$$g_{v\alpha} = \frac{1}{2} \cdot (\sqrt{d_{va1}^2 - d_{vb1}^2} + \sqrt{d_{va2}^2 - d_{vb2}^2}) - a_v \cdot \sin \alpha_{vt} \quad (\text{A.23})$$

**A.2.11 Sprungüberdeckung  $\varepsilon_{v\beta}$ <sup>13)</sup>**

$$\varepsilon_{v\beta} = \frac{b \cdot \sin \beta_m}{m_{mn} \cdot \pi} \cdot \frac{b_{eH}}{b} \quad (\text{A.24})$$

Bei unterschiedlicher Zahnbreite von Ritzel und Rad ist der kleinere Wert für  $b$  in die Gleichung einzusetzen.

**A.2.12 Gesamtüberdeckung  $\varepsilon_{v\gamma}$ <sup>13)</sup>**

$$\varepsilon_{v\gamma} = \varepsilon_{v\alpha} + \varepsilon_{v\beta} \quad (\text{A.25})$$

**A.2.13 Äquivalente Drehzahl des Ersatz-Stirnritzels**

$$n_{v1} = \frac{d_{m1}}{d_{v1}} \cdot n_1 \quad (\text{A.26})$$

<sup>12)</sup> Auf den ansonsten verwendeten Index „m“ zur Bezeichnung der Verhältnisse in Mitte Zahnbreite wird bei den Größen der Ersatz-Stirnradsverzahnung verzichtet.

<sup>13)</sup> Die in den Gleichungen (A.22) bis (A.25) sowie (A.34) errechneten Überdeckungen der Ersatz-Stirnradsverzahnung sind maßgebend für die Tragfähigkeitsberechnung nach dieser Norm; sie können abweichen von den aus den Hauptabmessungen der Kegelradverzahnung errechneten Überdeckungen.

<sup>14)</sup> Bei Kopfkürzung sind statt  $d_{va1,2}$  die maßgeblichen Kopf- und Nutzkreisdurchmesser  $d_{vNa1,2}$  einzusetzen.



**A.3 Daten der Ersatz-Stirradverzahnung im Normalschnitt (Index  $v_n$ )<sup>12)</sup>****A.3.1 Zähnezahlen  $z_{vn}$** 

$$z_{vn1} = \frac{z_{v1}}{\cos^2 \beta_{vb} \cdot \cos \beta_m} \quad (\text{A.27})$$

$$z_{vn2} = u_v \cdot z_{vn1} \quad (\text{A.28})$$

mit

$$\beta_{vb} = \arcsin(\sin \beta_m \cos \alpha_n) \quad (\text{A.29})$$

**A.3.2 Teilkreisdurchmesser  $d_{vn}$** 

$$d_{vn1} = \frac{d_{v1}}{\cos^2 \beta_{vb}} = z_{vn1} \cdot m_{mn} \quad (\text{A.30})$$

$$d_{vn2} = u_v \cdot d_{vn1} = z_{vn2} \cdot m_{mn} \quad (\text{A.31})$$

**A.3.3 Kopfkreisdurchmesser  $d_{van}$** 

$$\begin{aligned} d_{van} &= d_{vn} + d_{va} - d_v = d_{vn} + 2 \cdot h_{am} \\ &= m_{mn} \cdot z_{vn} + (d_{va} - d_v) \end{aligned} \quad (\text{A.32})$$

**A.3.4 Grundkreisdurchmesser  $d_{vbn}$** 

$$d_{vbn} = d_{vn} \cdot \cos \alpha_n = z_{vn} \cdot m_{mn} \cdot \cos \alpha_n \quad (\text{A.33})$$

**A.3.5 Profilüberdeckung  $\varepsilon_{v\alpha n}$ <sup>13)</sup>**

$$\varepsilon_{v\alpha n} = \varepsilon_{v\alpha} / \cos^2 \beta_{vb} \quad (\text{A.34})$$

**A.4 Daten des Bezugsprofils**

Bei Kegelrädern mit konstanter Zahnhöhe können  $q_{fp}$  und  $h_{fp}$  im allgemeinen den Herstellerangaben entnommen werden. Übliche Werte sind

$$\begin{aligned} q_{fp}/m_{mn} &= 0,2 \text{ bis } 0,4 \text{ und} \\ h_{fp}/m_{mn} &= 1,00 \text{ bis } 1,30. \end{aligned}$$

Für Kegelräder mit veränderlicher Zahnhöhe ist die Fußhöhe des Bezugsprofils häufig nicht angegeben. Sie kann dann errechnet werden aus:

$$h_{fp1,2} = h_{fm1,2} + x_{hm1,2} \cdot m_{mn} \quad (\text{A.35})$$

mit

$$h_{fm1,2} = h_{fe1,2} - b \cdot \tan(\delta_{a2,1} - \delta_{2,1}) \quad (\text{A.36})$$

<sup>12)</sup> Siehe Seite 18<sup>13)</sup> Siehe Seite 18

## Zitierte Normen und andere Unterlagen

DIN 867	Bezugsprofile für Evolventenverzahnungen an Stirnrädern (Zylinderrädern) für den allgemeinen Maschinenbau und den Schwermaschinenbau
DIN 3965 Teil 1	Toleranzen für Kegelradverzahnungen; Grundlagen
DIN 3965 Teil 2	Toleranzen für Kegelradverzahnungen; Toleranzen für Abweichungen einzelner Bestimmungsgrößen
DIN 3965 Teil 3	Toleranzen für Kegelradverzahnungen; Toleranzen für Wälzabweichungen
DIN 3965 Teil 4	Toleranzen für Kegelradverzahnungen; Toleranzen für Achsenwinkelabweichungen und Achsenschnittpunktabweichungen
DIN 3971	Begriffe und Bestimmungsgrößen für Kegelräder und Kegelradpaare
DIN 3979	Zahnschäden an Zahnradgetrieben; Bezeichnung, Merkmale, Ursachen
DIN 3990 Teil 1	Tragfähigkeitsberechnung von Stirnrädern; Einführung und allgemeine Einflußfaktoren
DIN 3990 Teil 2	Tragfähigkeitsberechnung von Stirnrädern; Berechnung der Grübchentragfähigkeit
DIN 3990 Teil 3	Tragfähigkeitsberechnung von Stirnrädern; Berechnung der Zahnfußtragfähigkeit
DIN 3990 Teil 4	Tragfähigkeitsberechnung von Stirnrädern; Berechnung der Freßtragfähigkeit
DIN 3990 Teil 5	Tragfähigkeitsberechnung von Stirnrädern; Dauerfestigkeitswerte und Werkstoffqualitäten
DIN 3990 Teil 11	Tragfähigkeitsberechnung von Stirnrädern; Anwendungsnorm für Industriegetriebe, Detail-Methode
DIN 3990 Teil 21	Tragfähigkeitsberechnung von Stirnrädern; Anwendungsnorm für Schnellaufgetriebe und Getriebe ähnlicher Anforderungen
DIN 3990 Teil 41	(z. Z. Entwurf) Tragfähigkeitsberechnung von Stirnrädern; Anwendungsnorm für Fahrzeuggetriebe
DIN 3991 Teil 2	Tragfähigkeitsberechnung von Kegelrädern ohne Achsversetzung; Berechnung der Grübchentragfähigkeit
DIN 3991 Teil 3	Tragfähigkeitsberechnung von Kegelrädern ohne Achsversetzung; Berechnung der Zahnfußtragfähigkeit
DIN 3991 Teil 4	Tragfähigkeitsberechnung von Kegelrädern ohne Achsversetzung; Berechnung der Freßtragfähigkeit

- [1] Coleman, W.: Improved Method for Estimating Fatigue Life of Bevel and Hypoid Gears. SAE Quaterly Transactions Vol. 6 (1952), No. 2
- [2] Henk, H.: Untersuchungen über den Einfluß von Montagefehlern bei geradverzahnten Kegelrädern auf die Genauigkeit der Bewegungsübertragung und das Tragbild. Dissertation TH Aachen, 1967.
- [3] Wiener, D.: Untersuchungen über die Flankentragfähigkeit von Kegelradgetrieben. Dissertation TH Aachen, 1970.
- [4] Bagh, P.: Über die Zahnfußtragfähigkeit spiralverzahnter Kegelräder. Dissertation TH Aachen, 1973.
- [5] Fresen, G.: Untersuchungen über die Tragfähigkeit von Hypoid- und Kegelradgetrieben. Dissertation TU München, 1981.
- [6] Lechner, G.: Die Freß-Grenzlast bei Stirnrädern aus Stahl. Dissertation TU München 1966.

## Erläuterungen

DIN 3991 umfaßt in Anlehnung an DIN 3990 die Teile 1 bis 4 und enthält eine vollständige Darstellung der Berechnungsverfahren einschließlich der für den Rechengang maßgebenden Hinweise und Erläuterungen. Auf die Beschreibung grundsätzlicher Zusammenhänge und allgemeiner Einflüsse auf die Tragfähigkeit wurde verzichtet und auf DIN 3990 Teil 1 bis Teil 4 verwiesen, sofern diese für Kegelräder in gleicher Weise oder sinngemäß gelten wie für Stirnräder.

Für die Tragfähigkeitsberechnung von achsversetzten Kegelrädern (Hypoidrädern) geben einige Hersteller der Verzahnungsmaschinen Verfahren an. Grundsätzlich kann man bei der Nachrechnung der Grübchen- und Zahnfußtragfähigkeit jedoch auch nach der vorliegenden Norm vorgehen, wenn man die Hypoidräder durch Ersatzkegelräder annähert. Die Berechnung der Freßtragfähigkeit nach dieser Norm ist wegen der besonderen Wälz-Gleitverhältnisse (Zahnlängsgleiten) für Hypoidräder nicht geeignet; weiterführende Erläuterungen siehe Niemann/Winter: Maschinenelemente III, Springer: 1983.

## Internationale Patentklassifikation

F 16 H 55/17