Quiz -1

2. $A = \begin{bmatrix} 5 & -7 & 1 \\ -7 & 8 & 2 \\ 1 & 2 & -4 \end{bmatrix}$, $A^T = \begin{bmatrix} 5 & -7 & 1 \\ -7 & 8 & 2 \\ 1 & 2 & -4 \end{bmatrix}$

$tr(A^T) = 5 + 8 - 4 = 9$

$A^2 = \begin{bmatrix} 5 & -7 & 1 \\ -7 & 8 & 2 \\ 1 & 2 & -4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 & -7 & 1 \\ -7 & 8 & 2 \\ 1 & 2 & -4 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 25+49+1 & -35-56+2 & 5-14-4 \\ -35-49+2 & & \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 25+49+1 & -35-56+2 & 5-14-4 \\ -35-56+2 & 49+64+4 & -7+16-8 \\ 5-14-4 & -7+16-8 & 1+4+16 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 75 & -89 & -13 \\ -89 & 117 & 1 \\ -13 & 1 & 21 \end{bmatrix}$

$$A^2 + 2A + \text{tr}(A^T) = \begin{bmatrix} 75 & -89 & -13 \\ -89 & 117 & 1 \\ -13 & 1 & 21 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 10 & -14 & 2 \\ -14 & 16 & 4 \\ 2 & 4 & -8 \end{bmatrix}$$

$$+ \begin{bmatrix} 45 & -63 & 9 \\ -63 & 72 & 18 \\ 9 & 18 & -36 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 75+10+45 & -89-14-63 & -13+2+9 \\ -89-14-63 & 117+16+72 & 1+4+18 \\ -13+2+9 & 1+4+18 & 21-8-36 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 130 & -166 & -2 \\ -166 & 205 & 23 \\ -2 & 23 & -23 \end{bmatrix} \quad (Ans)$$

1. $x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 4x_4 = 2$

$2x_1 + 5x_2 - 2x_3 + x_4 = 1$

$5x_1 + 12x_2 - 7x_3 + 6x_4 = 3$

Augmented matrix : $\begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 & 4 & 2 \\ 2 & 5 & -2 & 1 & 1 \\ 5 & 12 & -7 & 6 & 3 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 & 4 & 2 \\ 0 & 1 & 4 & -7 & -3 \\ 5 & 12 & -7 & 6 & 3 \end{bmatrix} [R_2' = R_2 - 2R_1]$

$= \begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 & 4 & 2 \\ 0 & 1 & 4 & -7 & -3 \\ 0 & 2 & 8 & -19 & -7 \end{bmatrix} [R_3' = R_3 - 5R_1]$

$= \begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 & 4 & 2 \\ 0 & 1 & 4 & -7 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} [R_3' = R_3 - 2R_2]$

$\therefore x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 4x_4 = 2,$

$x_2 + 4x_3 - 7x_4 = -3, \quad 0 = -1$

Since, $0 \neq -1$, the given system has no solutions. (Ans)