گزارش CA3 آمار

نام : مصطفی کرمانی نیا

شماره دانشجویی : 810101575

<u>Q1</u>

Part1)

در این بخش هیستوگرام تعداد ورود metro یا BTR را کشیدیم (یعنی محورx همان تعداد ورود بوده و محور y هم فراوانی آن عدد بعنوان تعداد ورود است) که در فایل کد ها و نمودار ها مشخص اند

Part2)

توزیعی که X و Y دارند پواسون است، زیرا طبق تعریف پواسون میدانیم که پیشامدهای نادری که در یک بازه زمانی یا مکانی خاص رخ میدهند دارای توزیع پواسون است تعداد رخ دادنشان در نتیجه اگر بازه ی زمان را بسیار کوچک کنیم مشخصا تعداد گذرهای BRT و مترو خیلی نادر میشود در نتیجه این مسئله ماهیتش توزیع پواسون دارد.حالا میدانیم که در توزیع پواسون میانگین و واریانس توزیع پواسون با پارامتر λ ، همان λ است. در نتیجه جهت یافتن پارامتر این توزیع کافیست یا با مشاهده ی نمودار بطور چشمی میانگین را حساب کرده و یا با توابع موجود در پایتون همانطور که در کد های من می بینیم، پارامتر این توزیع را حساب کنیم.(نکته اینجاست که اتفاقا در کدی که نوشتم واریانس و میانگین برابر شدند حدودا که باز هم تاییدی بر پواسون بودن این توزیع ها است) و نهایتا به این نتایج رسیدیم:

metro passages is a poisson distribution with lambda ~= 3.57

BRT passages is a poisson distribution with lambda ~= 2.07

Part3)

برای این بخش کار خاصی لازم نبود بکنیم چون تابع hist یک پارامتر density دارد و کافی بود با true کردن آن، دستور دهیم که نمودارهای قبلی ،scale شده و به ما احتمال وقوع هر مقداری برای X یا Y را بدهند.

Part4)

کد این بخش در کد ها قابل مشاهده است و با کشیدن نمودار های گفته شده به روی نمودار های قبلی و فیت شدن بسیار خوب هر دو جفت نمودار روی همدیگر ، فهمیدیم که تقریب درستی زده بودیم(در این بخش و بخش قبلی، علاوه بر مترو، BRTرا هم نمودارهایش را کشیدم و چک کردم)

Part5)

بطور تئوری و با توجه به تاپیک های درس، میدانیم مجموع دو متغیر پواسون مستقل با λ_1 و λ_2 مساوی با یک متغیر دیگر با توزیع پواسون با پارامتر $\lambda_1 + \lambda_2$ است، حالا وقتی متغیر های X و Y را جمع زده و نمودار آنها را میکشیم، متوجه می شویم که بخوبی با نمودار متغیر پواسون با پارامتر $\lambda_X + \lambda_Y = 3.57 + 2.07$ فیت می شود که تاییدی بر این است که فرمول هایی که بطور تئوری یافته ایم ، در دنیای واقعی هم با داده های واقعی درست کار می کنند.

Part6)

محاسبات دستی بصورت زیر است:

در بخش 1 تا 4 فهمیدیم:

$$X = \text{تعداد گذرهای مترو} \longrightarrow X \sim Poi(\lambda_1 = 3.57) \quad , \quad Y \perp X$$

$$Y = \text{تعداد گذرهای BRT} \longrightarrow Y \sim Poi(\lambda_2 = 2.07)$$

در بخش 5 فهمیدیم:

$$Z = X + Y = \text{تعداد کل گذرها} \rightsquigarrow Z \sim Poi(\lambda_1 + \lambda_2 = 3.57 + 2.07 = 5.64)$$

حالا پرسش این است که متغیر تصادفی زیر از چه توزیعی پیروی می کند:

$$W \equiv X \mid X+Y$$

کافیست pmf آنرا بیابیم تا توزیع آن آشکار شود:

$$P_{X|X+Y}(X=k \mid X+Y=n) = \frac{P_{(X=k,\, X+Y=n)}}{P_{(X+Y=n)}} = \frac{P_{(X=k,\, Y=n-k)}}{P_{(Z=n)}} \overset{X\perp Y}{=\!=} \frac{P_{X(k)} P_{Y(n-k)}}{P_{Z(n)}}$$

$$\overset{X,Y,Z\sim Poi}{=\!=} \frac{\frac{e^{-\lambda_1}\lambda_1^k}{k!} \times \frac{e^{-\lambda_2}\lambda_2^{n-k}}{(n-k)!}}{\frac{e^{-(\lambda_1+\lambda_2)}(\lambda_1+\lambda_2)^n}{n!}} = \frac{n!}{k!(n-k)!} \times \frac{\lambda_1^k \lambda_2^{n-k}}{(\lambda_1+\lambda_2)^n} = \underbrace{\binom{n}{k}\left(\frac{\lambda_1}{\lambda_1+\lambda_2}\right)^k\left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1+\lambda_2}\right)^{n-k}}$$

این عبارت دقیقاً به فرمت pmf یک متغیر دوجمله ای است زیرا داریم:

$$\text{if } S \sim Bin(n,p) \rightsquigarrow P_{S(k)} = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$$

$$\Rightarrow P_{(X=k \mid X+Y=n)} = P_{W(X=k)} = \binom{n}{k}\left(\frac{\lambda_1}{\lambda_1+\lambda_2}\right)^k\left(1 - \frac{\lambda_1}{\lambda_1+\lambda_2}\right)^{n-k} \Rightarrow$$

$$W = X \mid X+Y \sim Bin\left(n, \frac{\lambda_1}{\lambda_1+\lambda_2}\right)$$

(Part7

با توجه به نتیجه ای که در محاسبات دستی گرفتیم، اکنون باید $w \sim \mathrm{Bin}(n, \frac{\lambda_1}{\lambda_1+\lambda_2}) = \mathrm{Bin}(8, \frac{3.57}{3.57+2.07}) = \mathrm{Bin}(8, 0.63)$ را رسم کنیم که رسم کردم. که همانطور که در دوجمله ای انتظار داریم دارای یک پیک در نزدیکی np=5.06 بود.

(Part8

همانطور که انتظار میرفت، نموداری که با محاسبات تئوری و بصورت دوجمله ای کشیده بودیم، با نموداری که حاصل از محاسبه ی دستی و عملی روی داده ها بود، به خوبی فیت شدند(محاسبه ی دستی روی داده ها هم به این صورت بود که ابتدا سطرهایی از دیتافریم را که مجموع مترو و BRTهایشات 8 میشد را جدا کرده و سپس تعداد مترو های آنها را خوانده و بین آنها هیستوگرام را رسم کردم که در کد نیز مشخص است)

نکته: در تمام بخش های سوال، در جاهایی که باید نمودار محاسبات عملی و تئوری روی هم فیت میشدند، در نواحی ای که مقدار نمودار ها به پیک نزدیک تر میشدند مقدار خطا بیشتر بود که طبیعی هم هست زیرا در کل درصد خطا ثابت است و وقتی مقدار احتمال و طول میله ی هیستوگرام زیادتر میشود طبیعی است که اندازه ی خطا هم بیشتر به چشم بیاید مگرنه درصد کمی از خطا داشتیم در کل.

Q2

(Part1

کد جوابی که داده ام موجود است اما روند کلی حل اینگونه بود:ابتدا یک دیکشنری با n عضو میسازم که کلید هایش اعداد 0 تا n-1 هستند که نشانگر نوع هر کوپن هستند، و value ها نیز بولین هستند که اگر False باشند یعنی آن کوپن دیده نشده و اگر True باشند دیده شده است، حالا هر بار یک نوع کوپن رندوم را برداشته و مقدار آنرا ،true میکنیم و این کار را تا جایی تکرار میکنیم که تمامی کوپن ها در دیکشنری مقدارشان true شود و سپس تعداد تکرار هایمان برای اینکار را گزارش میکنیم. و در تابعی دیگر این روند را k بار تکرار کرده و میانگین میگیریم.

(Part2

با چند بار خروجی گرفتن حدودا متوجه شدم به عدد 29.2 جواب ها میل میکنند(البته با بزرگتر کردن k همانطور که در کد های کامنت شده موجود است متوجه شدم 29.3 تقریب بهتری است اما با K هایی که خود سوال گفته بود، حدود 29 تا 29.2 تقریبی بود که بنظرم آمد)

(Hand calculate

در اینجا بطور تئوری و بدون استفاده از مولد گشتاور یکبار مسئله را حل کردم و توضیحات دقیقتری راجع به فرضیاتمان از متغیر های تصادفی دادم:

X = تعداد مشاهده لازم، برای دیدن تمام کوپن ها

X_i = تعداد مشاهده‌ی لازم برای دیدن کوپن i ام پس از دیدن $(i-1)$ کوپن مختلف اول.

$$X = \sum_{i=1}^{n} X_i \quad \Leftarrow$$

درکل n نوع کوپن داریم، پس احتمال دیدن کوپنی خاص، $\frac{1}{n}$ است اما احتمال دیدن کوپن جدید بعد از دیدن $i-1$ کوپن مختلف، برابر است با $\frac{n-(i-1)}{n}$ (صورت: تعداد انواع دیده نشده، مخرج: تعداد کل انواع)

$\to P_i = \frac{n-(i-1)}{n} \to$ برای X_i عملاً باید آنقدر آزمایش برنولی با احتمال موفقیت P_i انجام دهیم تا به یک کوپن جدید برسیم درنتیجه X_i توزیع هندسی با پارامتر P_i دارد

$$\to X_i \sim Geo(P_i) = Geo\left(\frac{n-(i-1)}{n}\right) \Rightarrow E[X_i] = \frac{1}{P_i} = \frac{n}{n-i+1}$$

حالا با توجه به خواص امید ریاضی:

$$E[X] = E\left[\sum_{i=1}^{n} X_i\right] = \sum_{i=1}^{n} E[X_i] = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{P_i} = \sum_{i=1}^{n} \frac{n}{n-i+1} = \frac{n}{n} + \frac{n}{n-1} + \dots = \frac{n}{1}$$

$$\to E[X] = n\left(\frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{n}\right) \xrightarrow[n \to \infty]{} \approx n\ln(n)$$

$$\xrightarrow{\text{if } n=10} E(X) = 10\left(\frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{10}\right) = 29.2896825\,4\dots$$

پس دیدیم که Xiها توزیع هندسی دارند اما پارامتر این توزیع های هندسی با هم متفاوت است سوالی که در متن پرسیده شده بود هم کمی ابهام داشت، اگر منظور این است که موقع جستجو برای کوپن جدید، احتمال دیدن هر کدام از کوپن های دیده نشده با هم برابر است، بله همینطور است، اما اگر منظور این است که مثلا وقتی هیچ کوپنی ندیده ایم احتمال دیدن کوپن جدید با وقتی که مثلا 5 تا کوپن دیده ایم برابر است، باید گفت که خیر، اینطور نیست و همانطور که در محاسبات دستی من مشخص است، احتمال دیدن کوپن جدید از عدد 1/1 تا عدد 1/n متغیر است.

(Part3

$$\phi_{X(s)} = E_{(e^{sX})} = \sum_i e^{su_i} P_{X(u_i)}$$

$$\longrightarrow \phi_{X_i(s)} = E_{(e^{sX_i})} = \sum_K e^{sK} P_{X_i(K)}$$

$$X_i \sim Geo\left(\frac{n-(i-1)}{n}\right) \Rightarrow P_{X_i(K)} = P_{(X_i=K)} = \left(\frac{n-(i-1)}{n}\right)\left(1-\frac{n-(i-1)}{n}\right)^{K-1}$$

$$\Rightarrow P_{X_i(K)} = \left(\frac{n-i+1}{n}\right)\left(\frac{n-n+i-1}{n}\right)^{K-1} = \left(\frac{n-i+1}{n}\right)\left(\frac{i-1}{n}\right)^{K-1}$$

$$\Rightarrow \phi_{X_i(s)} = \sum_K e^{sK}\left(\frac{n-i+1}{n}\right)\left(\frac{i-1}{n}\right)^{K-1} = \frac{n-i+1}{n}\sum_{K=1}^{\infty} e^{sK}\left(\frac{i-1}{n}\right)^{K-1}$$

$$= \frac{n-i+1}{i-1}\sum_{K=1}^{\infty}\left(\frac{(i-1)e^s}{n}\right)^K \xrightarrow{n=10} \frac{11-i}{i-1}\sum_{K=1}^{\infty}\left(\frac{(i-1)e^s}{10}\right)^K$$

میتوانم سیگما ها را دستی حساب کرده و فقط برای گرفتن نتیجه ی نهایی از sympy استفاده کنم اما ترجیح دادم تمام کارهارا به خودش بسپرم پس در نهایت این عبارت را بعنوان مولد گشتاور هر کدام از متغیر ها در لیست گشتاور ها قرار میگیرد بطور پارامتری وارد کردم و لیستی از گشتاور ها ساختم:

$$\phi_{X_i(s)} = \sum_K e^{sK}\left(\frac{n-i+1}{n}\right)\left(\frac{i-1}{n}\right)^{K-1}$$

در اینجا یک مشکل وجود دارد، به ازای $i = 1$ مولد گشتاور درستی دریافت نمیکنیم چون اولین بار که یک نوع جدید کارت میخواهیم به احتمال 1 قرار است کارتی که برمیداریم جدید باشد اما ما این متغیر تصادفی را به چشم یک متغیر تصادفی هندسی بهش نگاه کرده ایم در نتیجه در محاسبه ی احتمال $K = 1$ به عبارت صفر به توان صفر میخوریم، در نتیجه ترجیح دادم محاسبات مربوط به مولد گشتاور متغیر تصادفی $x1$ را بطور دستی محاسبه کرده و نهایتا آنرا وارد لیست مولد گشتاورها بکنم:

$$P_{x_i}(k) = \begin{cases} 1 & k=1 \\ 0 & k\neq 1 \end{cases}$$

$$\phi_{x_i}(s) = \sum_{k} P_{x_i}(k)\, e^{sk} = 1\times e^{s} = e^{s}$$

$$\Rightarrow \text{لیست نهایی} = \left[\phi_{x_1}(s), \phi_{x_2}(s), \dots, \phi_{x_{10}}(s)\right]$$

$$= \left[e^{s}, \sum_{k=1}^{\infty} \frac{n-1}{n}\left(\frac{1}{n}\right)^{k-1} e^{sk}, \sum_{k=1}^{\infty} \frac{n-2}{n}\left(\frac{2}{n}\right)^{k-1} e^{sk}, \dots, \sum_{k=1}^{\infty} \frac{n-9}{n}\left(\frac{9}{n}\right)^{k-1} e^{sk}\right]$$

$$\overset{n=10}{=\!=} \left[e^{s}, \sum_{k=1}^{\infty} \frac{9}{10}\left(\frac{1}{10}\right)^{k-1} e^{sk}, \sum_{k=1}^{\infty} \frac{8}{10}\left(\frac{2}{10}\right)^{k-1} e^{sk}, \dots, \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{10}\left(\frac{9}{10}\right)^{k-1} e^{sk}\right]$$

(Part4

همانطور که در درس دیده ایم، مولد گشتاور مجموع دو یا چند متغیر مستقل، برابر حاصلضرب مولد های آنها است، اینجا نیز Xiها از هم مستقل اند زیرا مثلا اینکه برای یافتن کوپن سوم، 2 تلاش نا موفق کرده باشیم یا 15 تلاش ناموفق کرده باشیم، فرقی به حال کوپن چهارم نمیکند و باز هم برای یافتن کوپن چهارم همان فرمول های قبلی برقرار است در نتیجه دانستن هر کدام ازین Xiها هیچ اثری روی بقیه ندارد در نتیجه همگی آنها از همدیگر مستقل اند.

$X_1, X_2, \ldots, X_n$ are independent because
for every sublist of X_i we have this:

$$P_{(X_{i_1}=u_1, X_{i_2}=u_2, \ldots, X_{i_r}=u_r)} = \prod_{k=1}^{r} P_{(X_{i_k}=u_k)}$$

زیرا دانستن هیچ دسته‌ای از X_iها، هیچ دیتایی راجع به X_i دیگری نمی‌دهد.

پس فقط کافی بود مولد ها را در هم ضرب کنیم که بدون زدن حلقه با استفاده از تابعی در نامپای هندل شد

(Part5

نهایتا با توجه به فرمول زیر

$$m_n = E(X^n) = \Phi^{(n)}(0)$$

کافیست یکبار مشتق گرفته و مقدار s را صفر بگذاریم تا به امید ریاضی یا میانگین برسیم که پاسخ نهایی ای که گرفتیم این بود:

29.2896825396825

که بسیار نزدیک به پاسخ عملی(حدود 29.3) بوده و نشان می دهد نتایج تئوری و عملی با هم تطابق خوبی دارند.

Q3

(Part1

کد این بخش و نتیجه در کدها موجود است

(Part2

برای اینکار ابتدا یک کپی از ستون label گرفتن سپس تمامی اعداد را تبدیل کردم سپس ستون label را به مقدار اولیه اش برگرداندم.

(Part3

ستون label را جدا کردم و reshape کرده و با تابع گفته شده نمایش دادم که در کد ها موجود است.

(Part4

برای نوشتن pny اولین راهی که به ذهنم رسید این است

```
pny = (p**n) * (1-p)**(1-n)
```

اما در مواقعی که p = 0 , 1 میشود از لحاظ ریاضی ممکن است به مشکل بخوریم، پس با if و else عادی نوشتم آنرا که باز هم درست است میشد یک خطی و به این صورت بنویسم:

```
pny = p if n else 1-p
```

اما ترجیح دادم بطور گسترده بنویسم تا انواع مقادیر ممکن برای n هم بیان شوند.

برای integral هم بطور کامل مسئله و کدی که برایش نوشته شده بود را بررسی کردم و نتیجه این شد:

$Y =$ احتمال روشن بودن 404 (به شرط label=1)

$N =$ روشن بودن یا نبودن 404 (به شرط label=1)

→ نهایتاً با اینیشیم Y به چه شکلی میل می‌کند و همان، چیزی است که به عنوان احتمال روشن بودن 404 بیان می‌کنیم.

$$f_{Y|N}(y|n) = \frac{P_{(N=n|Y=y)} f_{Y}(y)}{P_{(N=n)}} = \frac{P_{(N=n|Y=y)} f_{Y}(y)}{\int_0^1 P_{(N=n|Y=y)} f_{Y}(y)\, dy}$$

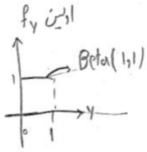
$$N|Y \sim \text{Benouli}(Y) \Rightarrow P_{N|Y}(n|y) = P^n(1-P)^{1-n} = \begin{cases} P & n=1 \\ 1-P & n=0 \end{cases}$$

$$\int_0^1 P_{N|Y} f_Y \, dy \simeq \frac{1-0}{N} \sum_{i=0}^{N} (P_{N|Y} f_Y)_{(y=\frac{i}{N})} = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N} (P_{N|Y} f_Y)_{(y=\frac{i}{N})}$$

$$\frac{1}{t} \sum_{i=0}^{t} (P_{N|Y} f_Y)_{(y=\frac{i}{t})}$$

داخل کد $t=1000$ است

f_Y اولیه



$$\rightarrow \quad P = (\overbrace{0, 0.001, 0.002, \dots, 1}^{\text{y های مختلف}})$$

$$f_Y = (1, 1, 1, \dots, 1)$$

اولیه

$Pny = P_{(N=n|Y=y)} =$ توزیع احتمال روشن بودن 404 به شرطی که احتمال روشن بودن آنرا P گرفته‌ایم

$$\Rightarrow Pny = \begin{cases} P & n=1 \\ 1-P & n=0 \end{cases} = \begin{cases} (0, 0.001, 0.002, \dots, 1) & n=1 \\ \underbrace{(1, 0.999, 0.998, \dots, 0)}_{\text{y های مختلف}} & n=0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{N} \sum_i (P_{N|Y} f_Y)_{y=\frac{i}{N}} \equiv \frac{1}{N}\, Pny \cdot f_Y$$

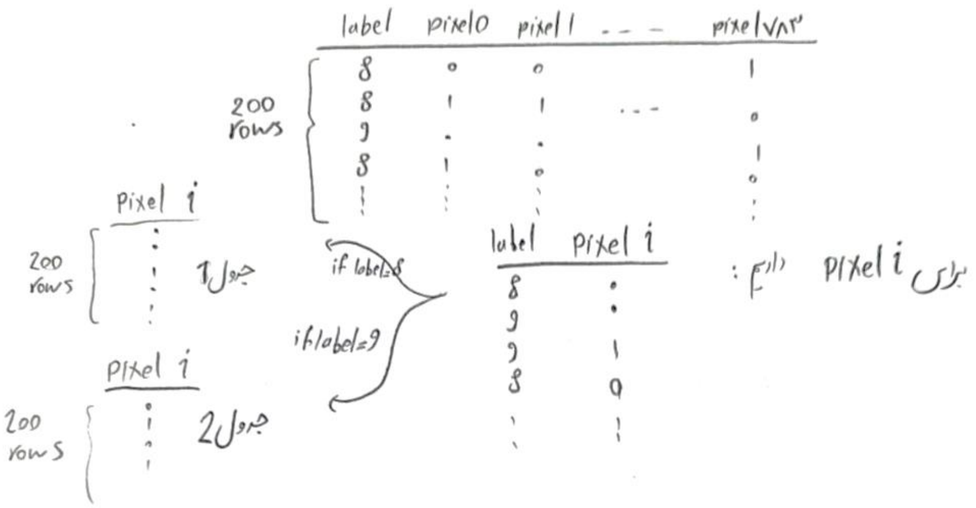
ضرب داخلی دو آرایه

پس همانطور که کدش را نوشتم نیاز است ضرب داخلی بردار های pny و fy را بگیریم که در نامپای به راحتی انجام می شود. یعنی ما بطور تقریبی توزیع پیوسته را گسسته کردیم و برای 1000 تا y مختلف مقدار fy و pny را یافتیم و حالا هم برای تمام آن y مقدار postرا می یابیم که یعنی بطور حدودی تابع Y|N را یافته ایم

برای post هم دیگر کاری نمیماند و لازم است تقسیم کنیم.

حالا در تابعی که آماده شده بود برای ما، هر بار fy وارد تابع اپدیت شده و رسما pre جدید همنا post قبلی است و در نهایت در نمودارمان میبینیم که پیک نمودار مرحله به مرحله بطور واضح تری به یک مقدار نهایی اشاره می کند که همان مد نهایی توزیع بتای پسین بوده و احتمالی است که توسط تخمین بیزی به دست ما میرسد(توزیع پسین هم بتا است و بتا یک توزیع مزدوج برای توزیع بتا است) و پس از 100 بار انجام عملیات اپدیت، به مقدار حدودی 0.67 بعنوان احتمال روشن بودن پیکسل 404 میرسیم چون پیک نمودار است و یعنی به احتمال بسیار زیاد، احتمال روشن بودن 404 به شرط label = 8 مساوی 0.67 است.

(Part5



$$\Rightarrow \quad P_{(x_i=1\,|\,label=8)} = \frac{\text{تعداد 1 های جدول 1}}{\text{تعداد کل سطرهای جدول 1}}$$

$$P_{(x_i=1\,|\,label=9)} = \frac{\text{تعداد 1 های جدول 2}}{\text{تعداد کل سطرهای جدول 2}}$$

$$\rightarrow \quad P_{(X\,|\,label=8)} = \left(P_{x_0|8},\ P_{x_1|8},\ \ldots,\ P_{x_{783}|8} \right)$$

$$P_{(X\,|\,label=9)} = \left(P_{x_0|9},\ P_{x_1|9},\ \ldots,\ P_{x_{783}|9} \right)$$

(Part6

$$\rightarrow P_{(X|label=8)} = \left(P_{x_0|8}, P_{x_1|8}, \ldots, P_{x_{783}|8} \right)$$

$$P_{(X|label=9)} = \left(P_{x_0|9}, P_{x_1|9}, \ldots, P_{x_{783}|9} \right)$$

$$P(label|X) = \frac{P(X|label)\, P_{(label)}}{P(X|8) P_{(8)} + P(X|9) P_{(9)}}$$

$$P_{(label=8)} = P_{(label=9)} = \frac{1}{2} \rightarrow$$

از 200 سطر داده در دیتافریم، دقیقاً 100 سطر عدد 8 بود و دقیقاً 100 سطر عدد 9 بود.

$$\rightarrow P(label|X) = \frac{P(X|label)}{P_{(X|8)} + P_{(X|9)}}$$

ما یک ترکیب رنگی بنام X داریم: $(x_1, x_2, \ldots, x_{784})$

حالا احتمال 8 بودن آنرا میخواهیم:

$$P_{(label=8|X)} \propto P_{(X=(x_1 \ldots x_{784})|label=8)}$$

پس احتمال آن ترکیب رنگی به شرط 8 شدن لیبل را میخواهیم. پس در لیست احتمال های label8 رفته و به ازای هر x_i دیده شدن در لیست X، اگر $x_i=1$ بود که خود عدد موجود در لیست که احتمال 1 شدن است را ضرب می‌کنیم، و اگر $x_i=0$ بود $1-P$ که P عدد موجود در لیست احتمال است را ضرب می‌کنیم.

اما چون اعداد اولیه بین 0 و 255 بوده اند، یکبار thershold را اعمال می‌کنیم روی X خوانده شده

در نهایت به این نتیجه رسیدیم:

for 201th pic, probability of being 8 is about 0.9997406457898158

and probability of being 9 is about 0.00025935421018423725

so This picture is 8

for 202th pic, probability of being 8 is about 5.915116612170155e-19

and probability of being 9 is about 1.0

so This picture is 9

دلیل اینکه در 202امین عکس، احتمال 9 بودن را 1.0 گزارش کرده است این است که آن عدد انقدر نزدیک به 1 بوده است که پایتون توانایی بیان آنرا نداشته و تقریبا 1 در نظر گرفته است، مگرنه چون عکس هایی دقیقا مساوی با آنهاییکه داشتیم، جزو داده های train نبودند، پاسخگویی به احتمال 1 تقریبا غیرممکن است.