

اعداد تصادفی و توزیعهای احتمال

تمرين دوم

## سؤال ۱. نرمافزارهای شبیهسازی

- الف) ویژگیهای متعددی را هنگام انتخاب نرمافزار شبیهسازی باید در نظر بگیریم که در موارد زیر به برخی از آنها اشاره میکنیم:
- روی یک مسئله ی خاص (مثل راحتی در استفاده کردن نرمافزار) نباید تمرکز کنیم. باید دقت مدل، سطح قابل دستیابی، راحتی در یادگیری، پشتیبانی فروش و کاربردها و موارد استفاده ی نرمافزار را در نظر بگیریم.
- ۲. سرعت اجرا مهم است. نباید انجام آزمایشها بسیار طولانی شود؛ زیرا سرعت روی زمان ایجاد و توسعه اثرگذار است. هنگام رفع اشکال یک تحلیلگر ممکن است که منتظر این باشد که نرمافزار به نقطهای برسد اما در زمان شبیهسازی ممکن است خطاهای خیلی زیادی قبل از این که خطا شناسایی شود، اتفاق بیفتد.
- ۳. باید مراقب ادعاهای تبلیغات باشیم. بسیاری از آنها فقط نکات مثبت نرمافزار را ذکر میکنند. همینطور نشان داده میشود که روی مسئلههای آزمایشی بسیار خوب عمل میکنند؛ در حالی که ممکن است روی مسئلهی ما عمل کرد ضعیفی داشته باشند.
  - ۴. از فروشنده بخواهیم تا یک نسخه و بخش کوچکی از مسئلهی ما را حل کند.
- ۵. چکلیستی از «بله» و «خیر»ها به عنوان ورودی داشته باشیم. برای مثال خیلی از بستهها مدعی هستند که باید موجودیت conveyor را داشته باشند. این در حالی است که پیادهسازی باید تنوع و سطوح زیادی و قابل توجهی از fidelity را داشته باشند. پیادهسازی و قابلیتها چیزهایی هستند که بسیار مهم هستند. یک مثال دیگر: ممکن است خیلی از بستهها یک license هنگام اجرا بخواهند که قیمت و ویژگیهای آن ممکن است تفاوت داشته باشد.
- ۶. کاربران شبیه سازی درخواست میکنند که آیا مدلهای شبیه سازی را می توان به کد یا routineهای زبانهای خارجی مثل Java ،C وصل کرد یا خیر. این ویژگی بسیار خوبی است؛ مخصوصا وقتی که روتین خارجی وجود دارد و رای هدف در در دسترس است.
- ۷. یک trade-off سنگینی بین محیطهای ساختن مدل گرافیکی و آنهایی که بر اساس زبان شبیهسازی هستند وجود دارد. ساخت مدل گرافیکی دیگر مدت زمان یادگیری زبان برنامهنویسی را برای یادگیری از syntex از بین می برد اما نیاز به رویهی منطق را در بسیاری از مدلهای واقعی از بین نمی برد؛ بنابراین باید نسبت به عبارتهای مانند «بدون نیاز به برنامهنویسی» باشیم، مگر این که برای مدل ما به طور نسبتا کاملی مناسب باشد.

• ب

1. متدها باید سریع باشند. محاسبه ی تکبهتک هر کدام از اعداد شبهتصادفی بسیار کمهزینه هستند. اما باید به این نکته توجه کنیم که شبیهسازی ممکن است به میلیونها عدد تصادفی نیاز داشته باشد. هزینه ی کل

- محاسبات می تواند با انتخاب یک متد کارا (از لحاظ محاسبات) برای تولید اعداد تصادفی مدیریت و کنترل شود.
- ۲. متد باید قابل حمل باشد. یعنی بتوان در کامپیوترهای دیگر از آن استفاده کرد و باید توجه کرد که هر جاکه برنامه اجرا شود (در هر کامپیوتری)، نتایج مشابهی را تولید کند.
  - ٣. اعداد تصادفي بايد قابل تكرار باشند؛
- ۴. مهمترین نکته این است که اعداد تولید شده باید بهطور تقریبی بسیار نزدیک به ویژگیهای ایدهآل آماری به لحاظ استقلال و uniformity باشند.

سؤال ٢.

سؤال ٣.

## سؤال ۴. چراغ مطالعه

$$E(X) = 1.8 + \frac{1}{3}\Gamma(2+1) = 1.8 + \frac{2}{3} = 2.47 \times 10^3 \ hours$$

$$F(2.47) = 1 - e^{\sqrt{-\frac{2.47 - 1.80}{0.33}}} = 1 - e^{-\sqrt{2}} = 0.76$$

$$P(X > 2.47) = 1 - 0.76 = 0.24$$

## • اگر x را میانه فرض کنیم داریم:

$$0.5 = 1 - e^{-\sqrt{\frac{x - 1.8}{0.33}}} \implies ln(0.5) = -\sqrt{\frac{x - 1.8}{0.33}} \implies x = 1.96 \times 10^3 \ hours$$

سؤال ۵.

ابتدا باید تابع  $\Lambda(t)$  را حساب کنیم:

$$\Lambda(t) = \begin{cases} \int_0^t 30 du = 30t & 0 \leqslant t \leqslant 1\\ \int_0^1 30 du + \int_1^t 20 du = 20t + 10 & 1 \leqslant t \leqslant 2\\ \int_0^1 30 du + \int_1^2 20 du + \int_2^t 45 du = 45t - 40 & 2 \leqslant t \leqslant 3 \end{cases}$$

• برای محاسبه ی امید ریاضی تعداد مشتریان مراجعه کننده بین ساعت 9:۳۰ تا  $\Lambda(0.5)$  باید مقدار  $\Lambda(0.5)$  و  $\Lambda(0.5)$  و را حساب کنیم:

$$\Lambda(2.5) - \Lambda(0.5) = (45(2.5) - 40) - (30(0.5)) = 57.5$$

$$P(N(2.5) - N(0.5) = k) = \frac{e^{-(\Lambda(2.5) - \Lambda(0.5))}(\Lambda(2.5) - \Lambda(0.5))^k}{k!}$$

با توجه به نتیجهی بالا داریم:

$$P(k < 60) = \sum_{k=0}^{59} \frac{e^{-57.5}(57.5)^k}{k!}$$

سؤال ۶.

سؤال ٧.

سؤال ٨.