



شبیه سازی کامپیوتری

نیم سال اول ۹۹-۰۰

مدرس: دکتر فرهادی

دانشکده مهندسی کامپیوتر

زمان تحویل: ۱۲ آذرماه

اعداد تصادفی و توزیع های احتمال

تمرین سری دوم

لطفا توجه فرمایید که:

- مهلت ارسال پاسخ تا ساعت ۲۳:۵۵ روز ۲۹ آذر می باشد.
- لطفا تمرین های تئوری و عملی را در قالب یک فایل فشرده با نام HW2_StudentID آپلود کنید.
- لطفا تمرین ها را از یکدیگر کپی نکنید. در صورت وقوع همچنین مواردی، مطابق سیاست های درس برخورد خواهد شد.
- در صورت وجود ابهام، سوالات خود را با مسئول تمرین (علی میرزائی) از طریق ایمیل mehrdad7008@gmail.com مطرح کنید.

سوالات نظری (۸۵ نمره)

مسئله ۱. نرم افزارهای شبیه سازی (۹ نمره)

- الف) برای انتخاب و ارزیابی نرم افزار مناسب برای شبیه سازی چه مواردی را باید لحاظ کرد؟ (۳ مورد)
- ب) متدهای مولد اعداد شبه تصادفی چه ویژگی هایی باید داشته باشند؟ (۳ مورد)

مسئله ۲. کاربردهای توزیع های احتمال (۱۲ نمره)

به ازای سه مورد دلخواه از توزیع های احتمال زیر، یک مقاله یا پایان نامه پیدا کنید که در آن از توزیع مورد نظر برای شبیه سازی استفاده شده باشد. کمیت مدل سازی شده با توزیع احتمال مورد نظر و پارامترهای استفاده شده برای مدل سازی را مشخص کنید.

- Negative Binomial
- Poisson
- Log-Normal
- Beta
- Erlang

مسئله ۳. مکعب (۱۰ نمره)

۱۰۰ مکعب با شماره‌های ۱ تا ۱۰۰ درون یک جعبه هستند. در هر مرحله یک مکعب خارج می‌شود، عدد آن یادداشت شده و مجدداً به جعبه بازگردانده می‌شود. امید ریاضی حداقل تعداد مراحل که لازم است تا تمامی اعداد ۱ تا ۱۰۰ نوشته شده باشند را بیابید.

مسئله ۴. چراغ مطالعه (۱۲ نمره)

زمان شکست یک چراغ مطالعه از توزیع Weibull با پارامترهای $\alpha = \frac{1}{3} \times 10^3$ hours و $\beta = \frac{1}{3}$ پیروی می‌کند.

- انتظار می‌رود چه کسری از چراغ‌ها بیشتر از متوسط طول عمر، کار کنند؟
- میانه‌ی طول عمر را برای این چراغ بدست آورید.

مسئله ۵. نانوایی (۱۲ نمره)

برای یک نانوایی که فقط صبح‌ها از ساعت ۶ تا ۹ کار می‌کند، با فرض اینکه $t = 0$ مربوط به ساعت ۶ باشد، نرخ ورود (بر ساعت) مشتری‌ها مطابق تابع زیر باشد.

$$\lambda(t) = \begin{cases} 30, & 0 \leq t < 1 \\ 20, & 1 \leq t < 2 \\ 45, & 2 \leq t < 3 \end{cases}$$

- امید ریاضی تعداد مشتریان مراجعه‌کننده بین ساعت ۶:۳۰ تا ۸:۳۰ را حساب کنید.
- احتمال اینکه بین ساعت ۶:۳۰ تا ۸:۳۰، کمتر از ۶۰ مشتری مراجعه کنند، را حساب کنید.

مسئله ۶. روش سریع تولید اعداد تصادفی (۱۳ نمره)

همانطور که احتمالاً خودتان توجه کرده‌اید، در روش Linear congruential generator انتخاب برخی از پارامترها می‌تواند محاسبات را سریع‌تر و راحت‌تر کند.

- برای یک مولد خاص با $c = 0$ نشان دهید که $X_{i+n} = (a^n X_i) \bmod m$.
- سپس نشان دهید که $(a^n X_i) \bmod m = (a^n \bmod m) X_i \bmod m$.

مسئله ۷. مولد واریته تصادفی پیوسته (۸ نمره)

مولد واریته تصادفی متناظر با متغیر تصادفی X با تابع توزیع احتمال زیر را بدست آورید.

$$f(x) = \begin{cases} e^{2x}, & -\infty \leq x \leq 0 \\ e^{-2x}, & 0 \leq x \leq \infty \end{cases}$$

مسئله ۸. مولد واریته تصادفی گسسته (۹ نمره)

تابع توزیع تجمعی زیر برای متغیر تصادفی X تعریف شده است.

$$F(x) = \frac{S(x)}{S(n)}, \quad x = 1, 2, \dots, n$$

با فرض $S(t) = t(t+1)(2t+1)$ و $n = 4$ ، واریته تصادفی متناظر با اعداد تصادفی زیر تولید کنید.

$$R_1 = 0.83, R_2 = 0.24 \text{ و } R_3 = 0.57$$

سوالات عملی (۲۵ نمره)

مسئله ۹. مولد اعداد شبه تصادفی (۲۵ نمره)

الف) با روش Combined Linear Congruential و مقادیر زیر، دویست عدد تصادفی تولید کنید.

$$m_1 = 100, c_1 = 59, a_1 = 36 \text{ و } X_{1.} = 19$$

$$m_2 = 99, c_2 = 41, a_2 = 29 \text{ و } X_{2.} = 91$$

ب) یکنواختی اعداد تولیدشده را با استفاده از تست Kolmogorov-Smirnov و مقادیر زیر بررسی کنید.

$$N = 30, \alpha = 0.05$$

پ) یکنواختی اعداد تولیدشده را با استفاده از تست Chi-square و مقادیر زیر بررسی کنید.

$$n = 20, \alpha = 0.1$$

ت) میزان همبستگی اعداد تولیدشده را با استفاده از مقادیر زیر بررسی کنید.

$$m = 5, i = 3$$

$$m = 6, i = 2$$

"موفق باشید"