



Show all results >

Tasks:

Pengu Survivors

Die Pingu-Studenten der PUM haben gelernt, dass es hilfreich sein könnte, Teams aus prokrastinierenden und übereifrigen Studenten zu bilden. Um möglichste viele Paare bilden zu können, möchtest du eine Simulation entwickeln, um ein optimales Matching zu finden.

Max Flow

Ein Flow Network ist ein Graph, den du dir wie eine Kanalisation vorstellen kannst. Kanten haben dabei eine Kapazität (c), die den maximalen Durchfluss in diesem "Rohr" beschreibt und einen Wert f, der beschreibt, wie viel aktuell durch dieses Rohr fließt. Für solch ein Netzwerk können wir eine Quelle (source s) und ein Ziel (sink/target t) festlegen und bestimmen, wie viele Einheiten an "Flüssigkeit" maximal von s nach t gepumpt werden kann. Das nennt man das max-flow value. Um diesen Wert zu bestimmen, müssen wir einen maximalen Flow berechnen (durch welches Rohr soll wie viel fließen?). Im Folgenden werden wir einen der vielen Algorithmen dafür Schritt für Schritt selbst implementieren.

Aufgaben

Limitierungen/Einschränkungen

Du kannst davon ausgehen, dass ...

- 1. ein s-t-Flow mit einem Wert, der größer ist als 0, berechnet werden kann.
- 2. Quelle und Ziel richtig gesetzt sind (also nicht null und Knoten des entsprechenden FlowGraphs sind).
- 3. der FlowGraph nur eine Zusammenhangskomponente enthält.
- 4. der FlowGraph keine Knotenpaare mit Hin- und Rückkante enthält (es existiert entweder eine Kante von a nach b oder von b nach a oder keine von beiden, jedoch nie beide zugleich).
- 5. Alle Kapazitäten des Input-Graphen positiv sind (Achtung: der von dir erstellte Residual-Graph wird Kanten mit c=0 enthalten).

Einführung in das Template

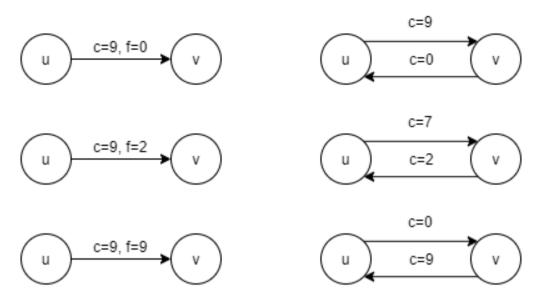
Im Template ist bereits eine Klasse zur Modellierung des Graphen gegeben: FlowGraph. Dieser speichert seine Knoten (Vertex) in einem Set. Jeder Vertex speichert das eigentliche Netzwerk (Modell) in einer Map neighbours, deren Keys die benachbarten Knoten sind und die zugehörigen Values Edge-Objekte, die das Speichern von f (Flow) und c (Kapazität) erlauben. Für unsere Berechnung benötigen wir einen Residual Graphen. Dieser wird in der Map residual des Knoten gespeichert. Da im Residual Netzwerk lediglich die Kapazitäten der Kanten relevant sind, ist bei diesen Kanten der Eintrag für fimmer Ø.

Residual Graph

Ein Residual Graph hilft uns dabei, den maximalen Fluss eines Netzwerkes zu bestimmen. Auch wenn man diesen eigentlich aus dem ursprünglichen Netzwerk herauslesen kann, ist es dennoch einfacher, diesen separat zu modellieren. Daher entscheiden wir uns für diesen etwas intuitiveren Ansatz. Die Idee des Residual Graphen ist es, eine Repräsentation von allen möglichen Flüssen zu haben, die auf den aktuellen Fluss "addiert" werden könnten. Nehmen wir an es existiert eine Kante von u nach v mit Kapazität c(u,v), durch die aktuell f(u,v) Einheiten fließen. Ist die Kante noch nicht vollständig saturiert (f(u,v) < c(u,v)), könnten wir f(u,v) noch um die Differenz erhöhen. Der Residual Graph würde daher eine Kante von (u,v) mit Residualkapazität $c_f(u,v) = c(u,v) - f(u,v)$ enthalten. Andererseits könnte es auch schlau sein, den Fluss entlang einer Kante zu verringern. Daher enthält der Residual Graph zu jeder Kante auch eine Rückkante. Bei unserem Beispiel von zuvor hätte diese Kante nun die Residualkapazität $c_f(v,u) = f(u,v)$, da der Fluss maximal um f(u,v) verringert werden könnte. Für ein Beispiel einer einzelnen Kante kannst du dir gerne folgendes Beispiel ansehen (Am Ende der Angabe findest du noch einmal ein Beispiel, dass den gesamten Algorithmus inklusive aller Zwischenschritte darstellt und erläutert):

Ursprünglicher Graph

Residual Graph



1. generateResidualGraph 1 of 1 tests passing

Implementiere die Methode FlowGraph.generateResidualGraph(). Die Methode soll den Residual Graphen initialisieren. Halte dich dabei an die Beschreibung von oben. Zusätlich kann das Beispiel (unterhalb der Angabe) beim Verständnis helfen.

Augmentierende Pfade

2. findPathInResidual 1 of 1 tests passing

Implementiere die Methode FlowGraph.findPathInResidual(). Die Methode soll einen Pfad von s nach t im Residual Graph finden. Achte dabei darauf, dass der Pfad keine Kreise enthalten darf und nur über Kanten mit positiver Kapazität laufen soll. Existiert solch ein Pfad, soll dieser als List<Vertex> zurückgegeben werden. Der erste Knoten soll dabei s und der letzte Knoten t sein. Lässt sich kein solcher Pfad finden, wird der Rückgabewert null erwartet. (Hinweis: Existieren mehrere mögliche Pfade, ist es irrelevant, welcher Pfad von der Methode gefunden wird.)

Nun sind wir dazu in der Lage, einen Pfad zu finden, der den aktuellen Fluss augmentieren (vergrößern) kann. Jetzt benötigen wir eine Methode, um herauszufinden, um wie viel unser Fluss vergrößert wird.

3. CalcAugmentingFlow 1 of 1 tests passing

Implementiere die Methode FlowGraph.calcAugmentingFlow(List<Vertex> path). Die Methode soll berechnen, wie viele Einheiten zusätzlich entlang des Pfades fließen können. Traversiere dazu den Pfad im Residual Graph. Du kannst davon ausgehen, dass der Methode nur Pfade, die nicht null sind und echte s-t-Pfade übergeben werden. (In anderen Worten: Du musst dir keine Gedanken über Sonderfälle machen.)

Augmentieren eines Flows

Wir sind nun dazu in der Lage, einen augementierenden Pfad und dessen Wert zu bestimmen. Nun möchten wir diesen in unser bestehendes Modell übernehmen, also den aktuellen Fluss um den augmentierenden Pfad erweitern.

4. **updateNetwork** 1 of 1 tests passing

Implementiere die Methode FlowGraph.updateNetwork(List<Vertex> path, int f). Die Methode bekommt einen augmentierenden Pfad und den entsprechenden Flusswert übergeben. Mit diesen Informationen soll das aktuelle Modell geupdatet werden (sowohl die Kanten des ursprünglicher Modells als auch des Residual Graphs). Traversiere dazu den gegebenen Pfad und passe f (ursprüngliches Modell) und c (Residual Graph) der Kanten entsprechend an. Achte dabei darauf, dass ein augmentierender Pfad auch gegen die Flussrichtung einer Kante entlang laufen kann. Stell dir vor der augmentierende Pfad schreibt einen augmentierenden Fluss von from nach to vor, im Graph des Modells gibt es jedoch nur eine Kante von to nach from. In diesem Fall möchte der augmentierende Pfad den Fluss von to nach from reduzieren.

Berechnen eines Max-Flows und seinem Wert

Mit unserem aktuellen Programm können wir augmentierende Pfade suchen und unseren aktuellen Durchfluss dadurch Schritt für Schritt ein wenig verbessern. Sieh dir die Methode FlowGraph.computeMaxFlow() an. Diese sollte einfach zu verstehen sein. Solange wir einen Pfad finden, um den aktuellen Durchfluss zu verbessern, updaten wir unseren Flow bis kein solcher Pfad mehr gefunden werden kann. Dann wissen wir: Wir haben eine optimale Lösung für das Max-Flow-Problem gefunden. Jetzt möchten wir noch wissen, wie groß der Wert des Flows ist.

5. computeMaxFlowValue 1 of 1 tests passing

Implementiere die Methode FlowGraph.computeMaxFlowValue(), die den Wert des Flows berechnen soll. Benutze dazu zunächst die Methode computeMaxFlow(), um einen maximalen Durchfluss des Netzwerks zu bestimmen (korrekte Zuweisungen der Attribute Edge.f). Du kannst davon ausgehen, dass der Algorithmus korrekt arbeitet (unabhängig von deiner Implementierung). Jetzt musst du nur noch bestimmen, wie groß der Wert des maximalen Durchflusses ist. *Tipp*: Dazu bieten sich vor allem die (ein/ausgehenden) Kanten der Knoten s und t an.

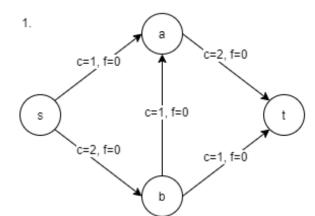
Bipartites Matching

6. **Sequential** generate Model 0 of 1 tests passing

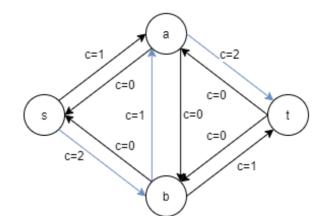
Implementiere die Methode PenguSurvivors.generateModel(int[], int[]], int[][]). Die Methode bekommt die beiden Arrays workaholics und procrastinators gegeben. Dabei handelt es sich um die Pinguine, die gematcht werden sollen. An Stelle i steht dabei der Workaholic/Prokrastinator mit Id i und symbolischen Namen workaholics[i] bzw. procrastinators[i]. (Die Namen sind für die Lösung irrelevant, können das Debuggen aber vereinfachen.) Das Array friendships enthält Arrays der Länge 2 wobei der erste Eintrag der Id eines workaholics entspricht und der zweite Eintrag der Id eines procrastinators. Zwei Pinguine dürfen nur gematcht werden, wenn die beiden Pinguine befreundet sind, also ein entsprechender Eintrag in friendships enthalten ist. Modelliere mit diesen Informationen ein Netzwerk (FlowGraph), dass das bipartite Matching von workaholics und procrastinators simuliert und gib dieses zurück. (Vergiss nicht, Quelle und Ziel zu definieren.) Du darfst dazu so viele Kanten und Knoten erstellen, wie du für notwendig hältst, versuche aber den Graph relativ klein zu halten, um den Test nicht unnötig lange rechnen zu lassen.

Beispiel

Modell



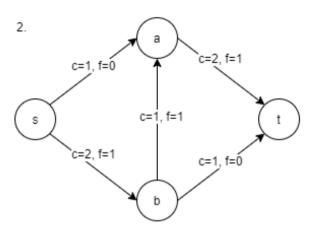
Residual Graph

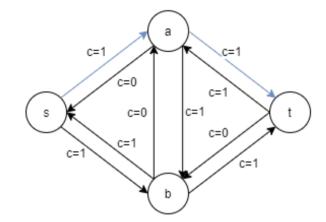


Erklärung

Start: Initialisieren des Residual Netzes

- Für jede Kante des Modells erstellen wir eine Hin- und Rückkante mit passender Kapazität.
- Es existiert ein Pfad von s nach t (blau), mit minimaler Residualkapazität = 1
- Wir updaten unser Netzwerk entsprechend.
- Sieh dir in der nächsten Grafik (2.) die Kanten unseres Pfades an. Im Modell wurde f jeder Kante um 1 erhöht. Im Residual Netzwerk wurden die Kanten in Richtung des Pfades um 1 verringert, die Gegenkanten um 1 erhöht.

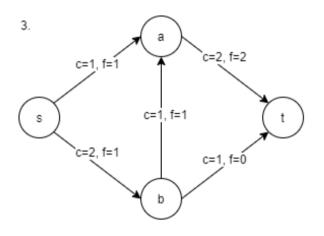


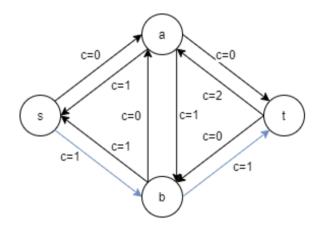


Nächste Iteration:

- Erneut finden wir einen s-t-Pfad.
- Hinweis: Ob wir nun den Pfad s-a-t oder s-b-t wählen spielt keine Rolle für die Korrektheit des Verfahrens.

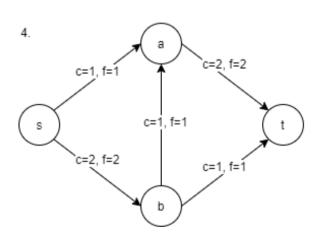
(Bereits in der ersten Iteration hätten wir diese Pfade wählen können. Die Struktur des Graphen spielt dabei keine Rolle.)

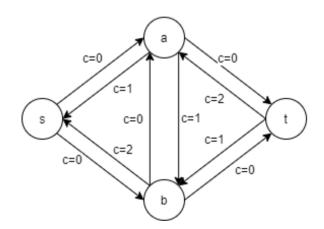




Nächste Iteration:

Erneut finden wir einen s-t-Pfad.





Ergebnis:

- Wir finden keinen Pfad mehr von s nach t mit positiver Kapazität. Das bedeutet wir haben einen maximalen Durchfluss konstruiert.
- Aus dem Modell können wir entnehmen, entlang welcher Kante wie viele Einheiten entlang fließen.
 Ebenso können wir den Wert des maximalen Flows bestimmen: 3.

Tests

Hier werden dir die Ergebnisse der automatischen Tests direkt angezeigt:

Signature Öffentliche Tests 5 of 6 tests passing

Testet deine Abgabe vor der Deadline.

▼ Versteckte Tests 19 of 22 tests passing

Testet deine Abgabe nach der Deadline. Die Tests sind deckungsgleich mit den öffentlichen Tests, geben aber Feedback.

Jan 12, 2023 18:30
Jan 12, 2023 18:30
Feb 5, 2023 18:00
Feb 12, 2023 18:00

Every student is allowed to complain once per exercise. In total 1000 complaints are possible in this course. You still have 998 complaints left. 1000 complaints are possible in this course.

About Request change Release notes Privacy Statement Imprint