دانشگاه صنعتی امیرکبیر
(پلی تکنیک تهران)
دانشکده مهندسی مکانیک

تحلیل و طراحی کنترل‌گر برای سیستم گوی-میله

ارائه شده برای درس کنترل اتوماتیک

نگارش:

علیرضا ذاکری مطلق

مصطفی کویری

استاد راهنما:

دکتر محسن بهرامی

خرداد ۱۴۰۰

چکیده

پروژه پیش رو جهت ارائه برای درس کنترل اتوماتیک انجام شده است. در این پروژه هدف کنترل سیستم گلوله و سطح شیب دار است که ابتدا مدل سازی با توجه به شرایط اولیه انجام شده و پس از خطی سازی، مدل مربوطه در فضای حالت پیاده سازی شده است؛ همچنین برای بررسی سیستم از مدل لاپلاس گیری انجام شده و تابع تبدیل حلقه باز و بسته استخراج شده‌اند. سپس برای بررسی پایداری سیستم، خروجی با توجه به چند ورودی کاربردی بررسی شده و طراحی جبران سازهای پسفاز-پیشفاز برای دو حالت مختلف مطلوب انجام شده و تمام نمودارهای مربوط به سیستم مربوطه اعم از بد، مکان هندسی ریشه، نایکوئیست و خروجی ها بعد و قبل از طراحی جبرانساز مورد نیاز در پروژه آمده است. همینطور تمام کدهای مربوطه به همراه فایل اصلی پروژه آمده است.

فهرست مطالب

چکیده .... ب
فهرست مطالب .... ب
فهرست شکل‌ها .... ت
فهرست جدول‌ها .... ث
۱- فصل اول: مقدمه ۱
۲- فصل دوم: مدل سازی ۴
۲-۱- استخراج معادلات حاکم بر سیستم ۵
۲-۲- خطی سازی معادلات و استخراج تابع تبدیل ۶
۲-۳- نگارش معادلات به فرم فضای حالت ۷
۲-۴- بررسی خروجی سیستم با چند حالت مختلف ورودی ۸
۳- فصل سوم: تحلیل مدل دینامیکی ۱۱
۳-۱- پایداری بر اساس موقعیت قطب‌ها ۱۲
۳-۲- پایداری بر اساس معیار راث ۱۳
۳-۳- مکان هندسی ریشه ۱۳
۳-۴- نمودار بود و تحلیل فرکانسی ۱۵
۳-۵- نمودار نایکوییست و تحلیل پایداری ۱۶
۴- فصل چهارم: طراحی کنترلر و تحلیل سامانهٔ کنترل شده ۱۷
۴-۱- طراحی جبرانساز اول ۱۸

۴-۲-طراحی جبرانساز دوم ۱۹

فهرست شکل‌ها

شکل ۱-۱- سیستم گوی-میله ۲
شکل ۲-۱- نمودار آزاد سیستم گوی-میله ۵
شکل ۲-۲- خروجی سیستم گوی-میله در پاسخ به ورودی ضربه ۸
شکل ۲-۳- خروجی سیستم گوی-میله در پاسخ به ورودی پله واحد ۹
شکل ۲-۴- خروجی سیستم گوی-میله در پاسخ به ورودی سینوسی ۱۰
شکل ۳-۱- سیستم کنترلی ابتدایی با پسخور واحد ۱۴
شکل ۳-۲- نمودار مکان هندسی ریشه برای سیستم گوی-میله ۱۴
شکل ۳-۳- نمودار بود برای سیستم گوی-میله ۱۵
شکل ۳-۴- نمودار نایکوییست برای سیستم گوی-میله ۱۶
شکل ۴-۱ مکان هندسی ریشه بعد از طراحی جبرانساز ۱۹
شکل ۴-۲ نمودار خروجی بعد و قبل از طراحی جبرانساز ۱۹
شکل ۴-۳ نمودار بد بعد از طراحی جبرانساز ۲۰
شکل ۴-۴ نمودار نایکوئیست بعد از طراحی جبرانساز ۲۰
شکل ۴-۵ نمودار پاسخ به ورودی سینوسی بعد و قبل از طراحی جبرانساز ۲۱

شکل ۴-۶ نمودار مکان هندسی ریشه بعد از طراحی جبرانساز ۲۲
شکل ۴-۷ نموادر بد بعد از طراحی جبرانساز ۲۳
شکل ۴-۸ نمودار نایکوئیست بعد از طراحی جبرانساز ۲۴
شکل ۴-۹ پاسخ به ورودی پله واحد قبل و بعد از طراحی جبرانساز ۲۴
شکل ۴-۱۰ پاسخ به ورودی سینوسی بعد و قبل از طراحی جبرانساز ۲۵

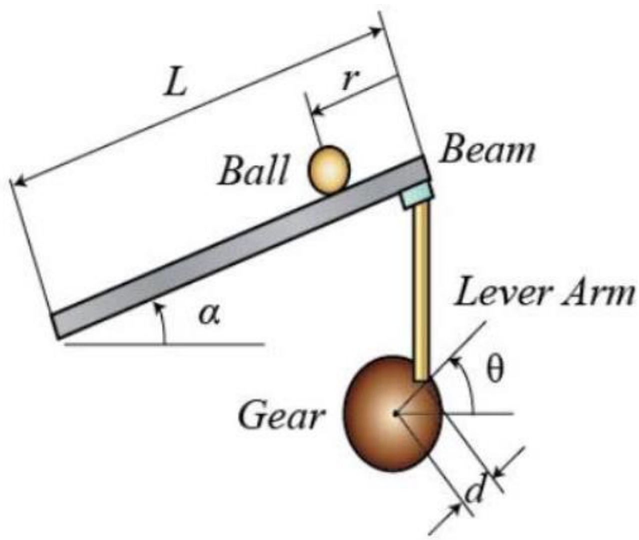
فهرست جدول‌ها

جدول ۱-۱- داده‌های سیستم گوی-میله ۳

۱- فصل اول:

مقدمه

هدف از انجام این پروژه کنترل مکان گوی روی سیتم گوی-میله نشان داده شده در شکل ۱-۱ با کنترل کردن زاویه چرخدنده θ می‌باشد. همانطور که مشخص است سیستم داری دو درجه آزادی (زاویه‌ی چرخدنده و مکان گوی) می‌باشد که مکان گوی با اعمال زاویه و سرعت زاویه مناسب به چرخدنده و متعاقبا کنترل زاویه α و در نتیجه کنترل مشخصات دینامیکی گوی امکان‌پذیر است.



شکل ۱-۱- سیستم گوی-میله

فرضیات مسئله:

۱. سیستم تک ورودی و تک خروجی می‌باشد.(SISO or Single Input Single Output)
۲. ضرایب و مشخصات ذاتی سیستم در طول زمان ثابت بوده و تغییر نخواهند کرد همچنین سیستم خطی می‌باشد.(LTI or Linear Time-Invariant)
۳. رابطه زوایه آلفا با تتا خطی سازی شده و به شکل مقابل است: $\alpha = \frac{d}{L}\theta$
٤. مقادیر اولیه تمام مشتقات خروجی سیستم صفر می‌باشد.(At rest)
٥. سیستم دارای غلتش خالص است؛ یعنی در نقطه تماس گوی و سطح شیبدار یا همان مرکز آنی، اصطکاک ایستایی داریم.

داده‌های لازم برای شبیه سازی در جدول ۱-۱ موجود است:

جدول ۱-۱- داده‌های سیستم گوی-میله

پارامتر	مقدار	پارامتر	مقدار
M	۰٫۱ kg	J	۴×۱۰^{-۶} $Kg.m^۲$
R	۰٫۰۱ m	L	۱ m
d	۰٫۰۲۵ m	G	۱۰ $\frac{m}{s^2}$

پروژه پیش رو در سه فاز زیر برنامه‌ریزی و بررسی شده‌است:

۱. مدل سازی
۲. تحلیل مدل دینامیکی
۳. طراحی کنترلر و تحلیل سامانه کنترل شده

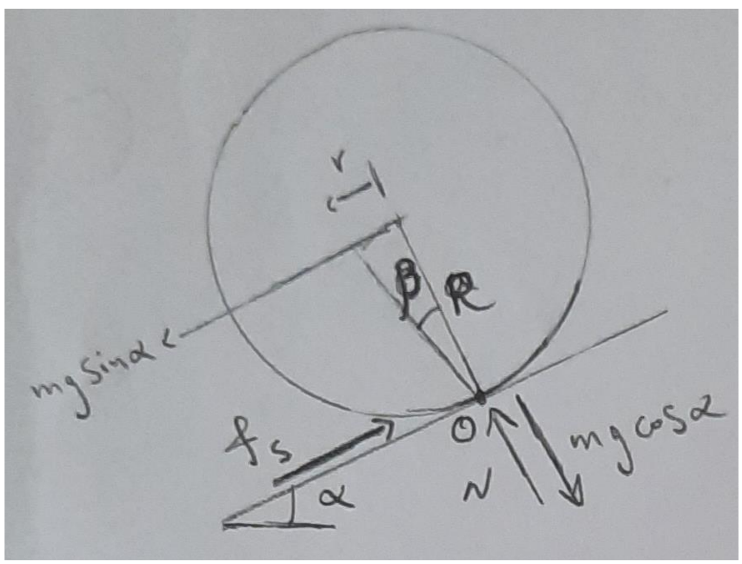
۲- فصل دوم:

مدل سازی

در این فصل ابتدا معادلات دیفرانسیل حاکم بر سیستم استخراج شده، سپس با استفاده از بسط تیلور خطی شده‌است؛ در مرحله بعد ورودی و خروجی سیستم مشخص شده و با استفاده از نتایج بدست آمده تابع تبدیل سیستم استخراج می‌شود. در ادامه معادلات را در فضای حالت می‌نویسیم و برای صحه گذاری بر عملیات، مجددا با این روش تابع تبدیل را استخراج می‌کنیم.

۲-۱- استخراج معادلات حاکم بر سیستم

در ادامه معادلات سیستم با توجه به شکل ۲-۱ تدوین می‌شود.



شکل ۲-۱- نمودار آزاد[1] سیستم گوی-میله

معادله گشتاور حول مرکز آنی سیستم (نقطه O):

$$\sum M_o = I_o \times \ddot{\beta}$$

از قضیه محورهای موازی:

[1] Free Body Diagram

$$I_o = I + mR^2$$

$$\rightarrow I_o = 4\times10^{-6} + (0.1)\times(0.09)^2 = 1.4\times10^{-5}\, kg.m^2$$

از طرفی داریم:

$$R\ddot{\beta} = \ddot{r} \rightarrow \ddot{\beta} = 100\times\ddot{r}$$

بازنویسی رابطه گشتاور:

$$(mg\sin(\alpha))(R) = I_o\times(100\times\ddot{r}) \rightarrow \ddot{r} = \frac{R^2}{I_o}\times\sin(\alpha) = 7.143\times\sin(\alpha)$$

۲-۲- خطی سازی معادلات و استخراج تابع تبدیل

در این بخش با استفاده از بسط تیلور و با توجه به فرض مسئله خطی سازی را برای روابط انجام می‌دهیم؛ سپس با مشخص کردن ورودی و خروجی‌ها تابع تبدیل را استخراج می‌کنیم.

از بسط تیلور برای $|\alpha| \ll 1$:

$$\sin(\alpha) \simeq \alpha$$

در مبدا زمان سیستم در استراحت می‌باشد؛ با توجه به این مورد و همچنین استفاده از بسط تیلور ذکر شده، برای نقطه تعادل داریم:

$$\ddot{r} = 0 \rightarrow 7.143\times\alpha = 0 \rightarrow \alpha = 0$$

با مرتب سازی معادلات بدست آمده شتاب مرکز جرم سیستم برحسب زاویه ورودی یعنی تتا بدست می‌آید:

$$\ddot{r} = 7.143\times\alpha \xrightarrow{\text{third assumption}} \ddot{r} = 7.143\times\frac{d}{L}\theta \rightarrow \ddot{r} = \frac{R^2\times d}{I_o L}\theta = 0.179\theta$$

تابع تبدیل سیستم با لاپلاس گرفتن از طرفین رابطه فوق به همراه فرض ۴ استخراج می‌شود:

$$s^2 \times R(s) = 0.179 \times \theta(s)$$

$$\rightarrow T(s) = \frac{R(s)}{\theta(s)} = \frac{0.179}{S^2}$$

۲-۳- نگارش معادلات به فرم فضای حالت

$$x_1 = r, x_2 = \dot{r} \rightarrow \begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0.179 \end{pmatrix} \times \theta$$

$$\dot{X}(t) = A \times X(t) + B \times \theta(t)$$
$$Y(t) = C \times X(t) + D \times \theta(t)$$

که در آن:

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}, D = 0$$

برای صحت سنجی معادلات فوق تابع تبدیل را مجددا محاسبه می‌کنیم:

$$T(s) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} (SI - A)^{-1} \times B + D$$

$$(SI - A)^{-1} = \begin{bmatrix} S & -1 \\ 0 & S \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{S^2} \begin{bmatrix} S & 1 \\ 0 & S \end{bmatrix}$$

$$T(s) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{S}{S^2} & \frac{1}{S^2} \\ 0 & \frac{S}{S^2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0.179 \end{bmatrix} = \frac{0.179}{S^2}$$

در نتیجه فرآیند انتقال معادلات سیستم به فضای حالت به درستی صورت گرفته است.

۲-۴- بررسی خروجی سیستم با چند حالت مختلف ورودی

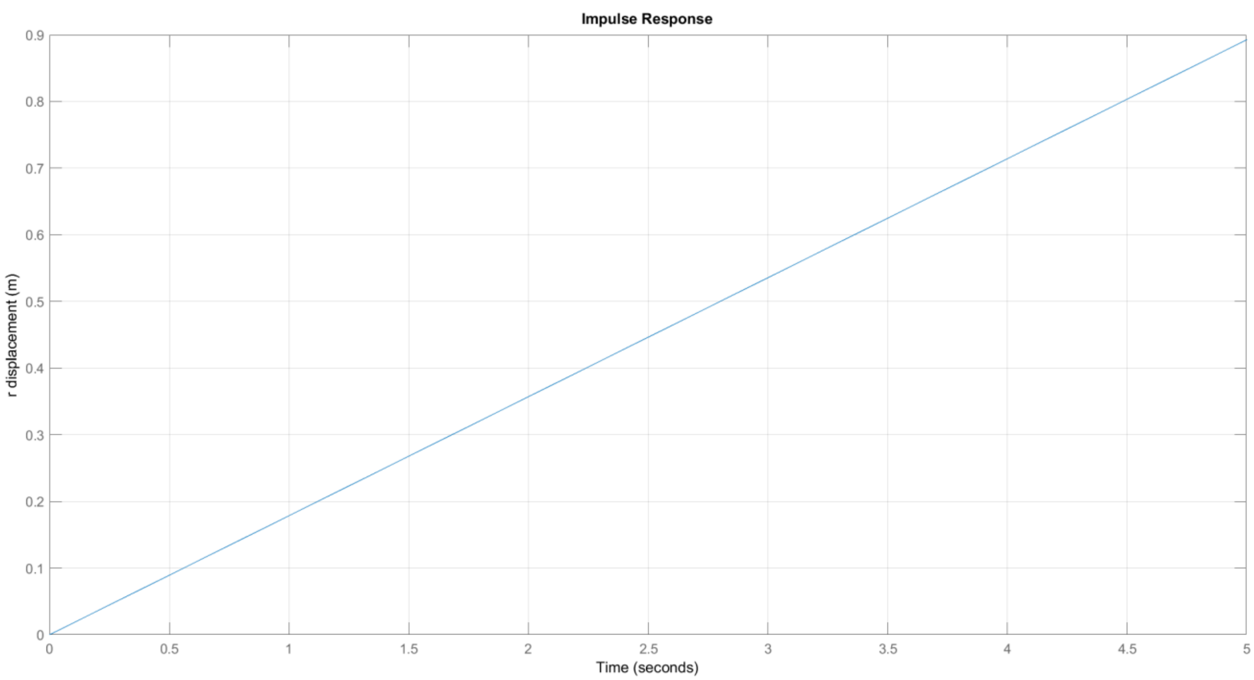
۱. ورودی ضربه:

$$\theta(t) = \delta(t) \to \theta(s) = L\{\theta(t)\} = 1$$

$$\to R(s) = \frac{0.179}{S^2} \times 1 \to 0.179t = r(t) \to r(2) \simeq 0.36m$$

نقطه t=۲s به عنوان مثال و به صورت دستی محاسبه شده است.

در نهایت خروجی به شکل زیر خواهد بود:



شکل ۲-۲- خروجی سیستم گوی-میله در پاسخ به ورودی ضربه

مشاهده می‌شود که جابه‌جایی در t=۲s با مقدار محاسبه شده به صورت دستی همخوانی دارد.

کد مربوط به این قسمت با دو رویکرد تابع تبدیل و فضای حالت در پیوست همراه گزارش ارسال شده‌است.
در صورت اجرا کردن برنامه مشاهده می‌شود که در هردو حالت نتیجه‌ی یکسانی حاصل می‌شود.

۲. ورودی پله واحد:

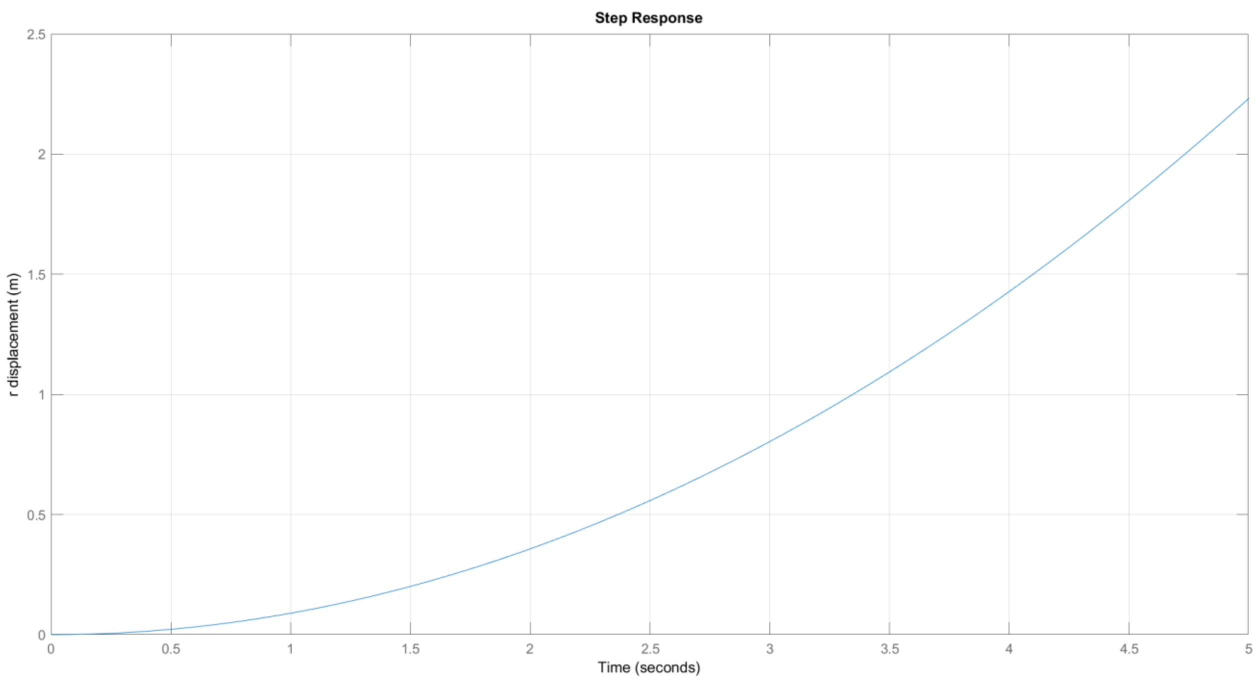
$$\theta(t) = 1rad, t > 0$$

$$\theta(s) = L\{\theta(t)\} = \frac{1}{S} \rightarrow R(s) = \frac{0.179}{S^2}.\frac{1}{S} = \frac{0.179}{S^3} \rightarrow r(t) = \frac{0.179}{2} \times t^2$$

$$\rightarrow r(2) \simeq 0.36m$$

نقطه t=۲s به عنوان مثال و به صورت دستی محاسبه شده است.

در نهایت خروجی به شکل زیر خواهد بود:



شکل ۲-۳- خروجی سیستم گوی-میله در پاسخ به ورودی پله واحد

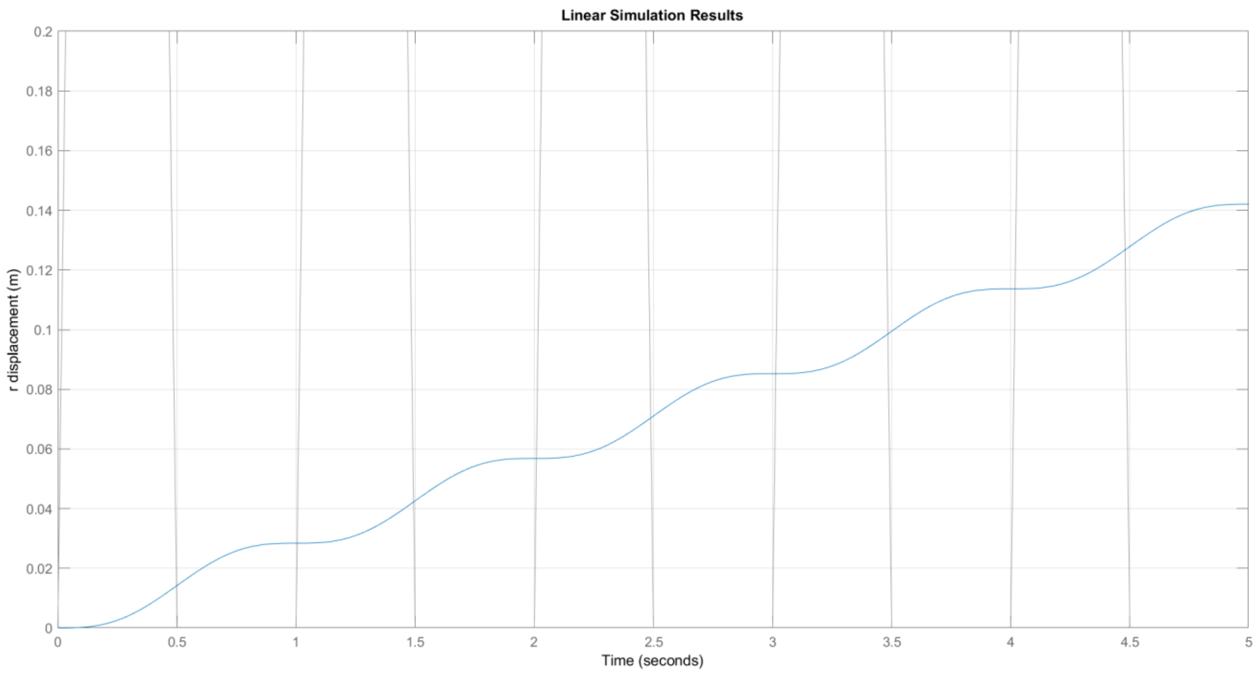
مشاهده می‌شود که جابه‌جایی در t=۲s با مقدار محاسبه شده به صورت دستی همخوانی دارد.

کد مربوط به این قسمت با دو رویکرد تابع تبدیل و فضای حالت در پیوست همراه گزارش ارسال شده‌است. در صورت اجرا کردن برنامه مشاهده می‌شود که در هردو حالت نتیجه‌ی یکسانی حاصل می‌شود.

۳. ورودی سینوسی با فرکانس و دامنه ۱:

$$\theta(t)=\sin(2\pi t)\rightarrow\theta(s)=L\{\theta(t)\}=\frac{2\pi}{S^2+4\pi^2}$$

در نهایت خروجی به شکل زیر خواهد بود:



شکل ۲-۴- خروجی سیستم گوی-میله در پاسخ به ورودی سینوسی

خطوط خاکستری مربوط به ورودی سیستم می‌باشند.

کد مربوط به این قسمت با دو رویکرد تابع تبدیل و فضای حالت در پیوست همراه گزارش ارسال شده‌است. در صورت اجرا کردن برنامه مشاهده می‌شود که در هردو حالت نتیجه‌ی یکسانی حاصل می‌شود.

۳- فصل سوم:

تحلیل مدل دینامیکی

در این فصل ابتدا به بررسی پایداری سیستم با معیارهای مختلف پرداخته و سپس به سراغ نمودارهای مشخصه سیستم و تحلیل آنها می‌رویم. مطالب بیان شده در این فصل مقدمات طراحی کنترلرهای فصل بعد را فراهم می‌کند.

۳-۱- پایداری بر اساس موقعیت قطب‌ها

تابع تبدیل حلقه بسته سیستم گوی-میله در بخش ۲-۲ به کمک تبدیل لاپلاس استخراج شد:

$$T(s) = \frac{R(s)}{\theta(s)} = \frac{0.179}{S^2}$$

این تابع صفر[1] ندارد و یک قطب[2] مضاعف در s=۰ دارد. جاگیری قطب مضاعف روی محور موهومی در صفحه‌ی ریشه‌ها[3] بیانگر ناپایداری سیستم است.

در بخش ۲-۳ تابع تبدیل را به کمک فضای حالت استخراج کردیم که با یکسان شدن نتایج، بیانگر صحت استخراج تابع تبدیل از رویکرد تبدیل لاپلاس است؛ بنابراین فرم تابع تبدیل همانند آنچه ذکر شد بوده و سیستم ناپایدار است.

پایداری سامانه با تغییر شرایط اولیه، دستخوش تغییر نخواهد شد؛ شرایط اولیه تنها بر روی پاسخ گذاری سیستم اثرگذار خواهند بود در حالی که پایداری، مشخصه مربوطه به پاسخ ماندگار سیستم است.

همچنین در بخش ۲-۴ و در شکل‌های ۲-۲ تا ۲-۴ مشاهده کردیم که در نمودار جابه‌جایی بر حسب زمان، مقدار جابه‌جایی به صورت مداوم افزایش می‌یابد و به ازای هیچکدام از ورودی‌ها، به مقدار مشخصی میل نمی‌کند، بنابراین قابل درک است که سیستم ناپایدار است.

---

[1] Zero
[2] Pole
[3] S-plane

۳-۲- پایداری بر اساس معیار راث

یکی از شرایط اولیه پایداری طبق معیار راث، موجود بودن تمام مرتبه‌های s در مخرج تابع تبدیل یا همان معادله مشخصه است؛ بنابراین واضح است سیستم گوی-میله از پایداری طبق معیار راث برخوردار نیست:

$$T(s)=\frac{R(s)}{\theta(s)}=\frac{0.179}{S^{2}}$$

مشاهده می‌شود جملات s^{1} و s^{0} در مخرج تابع تبدیل که بیانگر معادله مشخصه است، موجود نیستند.

۳-۳-مکان هندسی ریشه

تابع تبدیل G(s) بیانگر تابع تبدیل حلقه‌ی بسته‌ی سیستم گوی-میله است؛ برای حصول نمودار مکان هندسی به تابع تبدیل حلقه باز سیستم در حضور پسخور[۱] واحد (منفی) احتیاج داریم، لذا تابع تبدیل حلقه باز سیستم از رابطه زیر استخراج می‌شود:

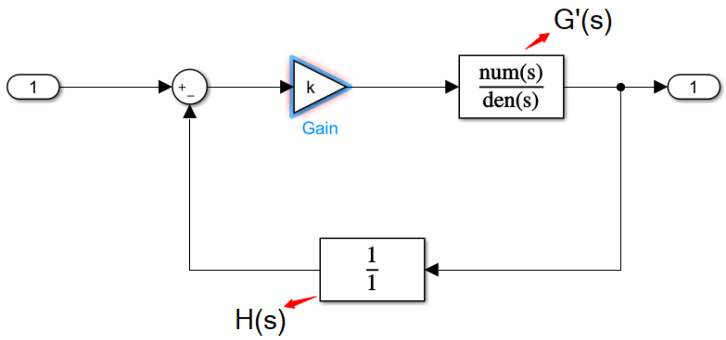
$$T(s)=\frac{G(s)}{1+G(s)H(s)}$$

که در آن H(s)=۱ و $G(s)=۰٫۱۷۹\ s^{-۲}$ ؛ پس برای G’ داریم:

$$G(s)=\frac{0.179}{s^{2}-0.179}$$

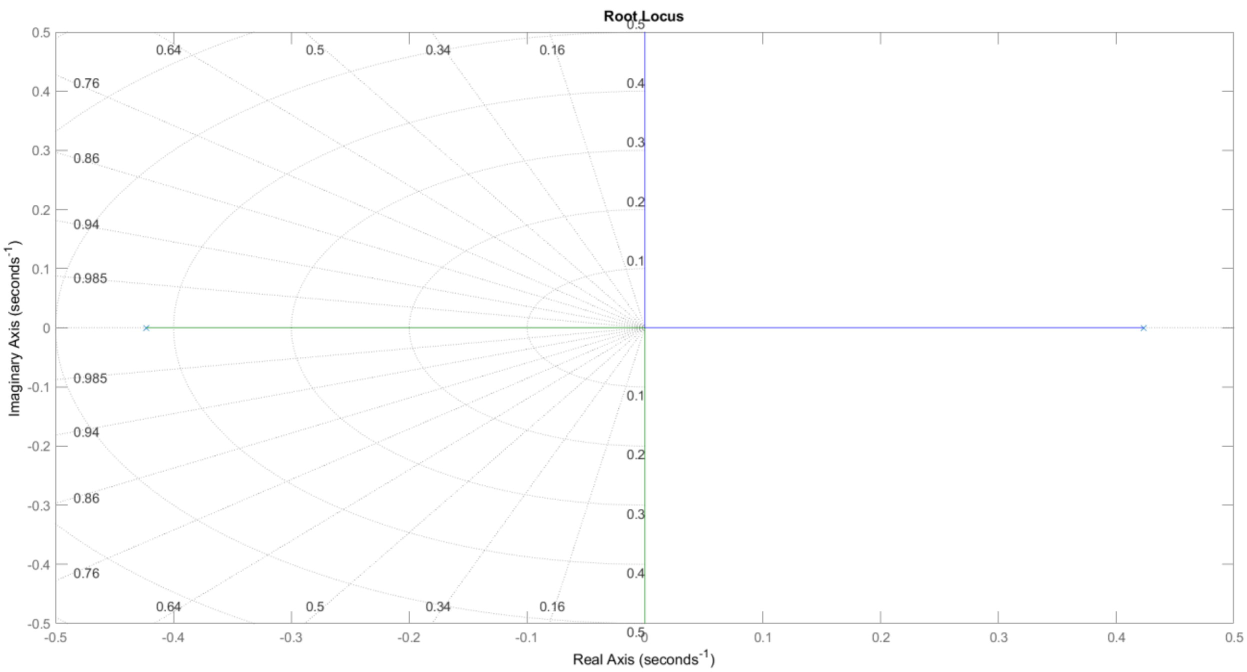
با توجه به واحد و منفی بودن پسخور، این تابع، تابع تبدیل حلقه باز می‌باشد؛ شکل ۳-۱ بیانگر سیستم کنترلی فرض شده‌ای است که تابع G(s) را به عنوان تابع تبدیل نهایی برای حلقه بسته خود، منتج می‌شود.

[۱] Feedback



شکل ۳-۱ - سیستم کنترلی ابتدایی با پسخور واحد

در نهایت نمودار مکان هندسی ریشه سیستم گوی-میله به شکل زیر در می‌آید:



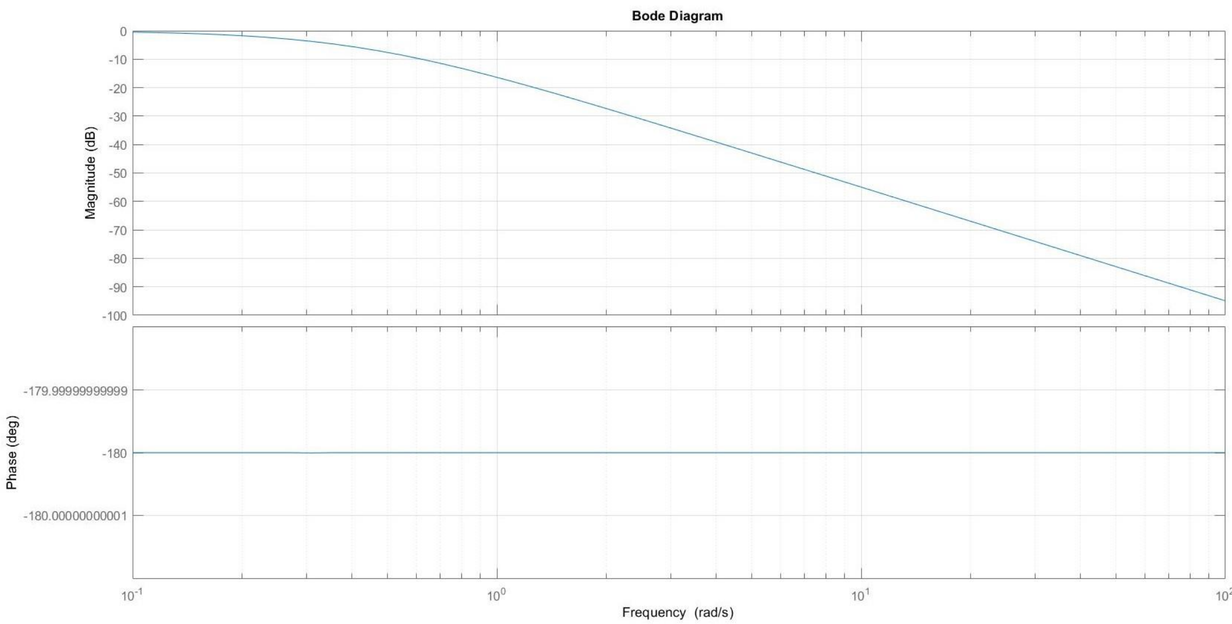
شکل ۳-۲- نمودار مکان هندسی ریشه برای سیستم گوی-میله

کد مربوط به این قسمت در پیوست الف به همراه گزارش ارسال شده‌است.

مشاهده می‌شود که مکان هندسی به سمت راست محور موهومی تجاوز کرده است، لذا سیستم گوی-میله ناپایدار است.

۳-۴-نمودار بود[۱] و تحلیل فرکانسی

نمودارهای بود را معمولاً برای تابع تبدیل حلقه‌باز رسم می‌کنیم. شکل ۳-۳ نمودار بود را برای تابع تبدیل حلقهٔ باز $G(s)$ نمایش می‌دهد:



شکل ۳-۳- نمودار بود برای سیستم گوی-میله

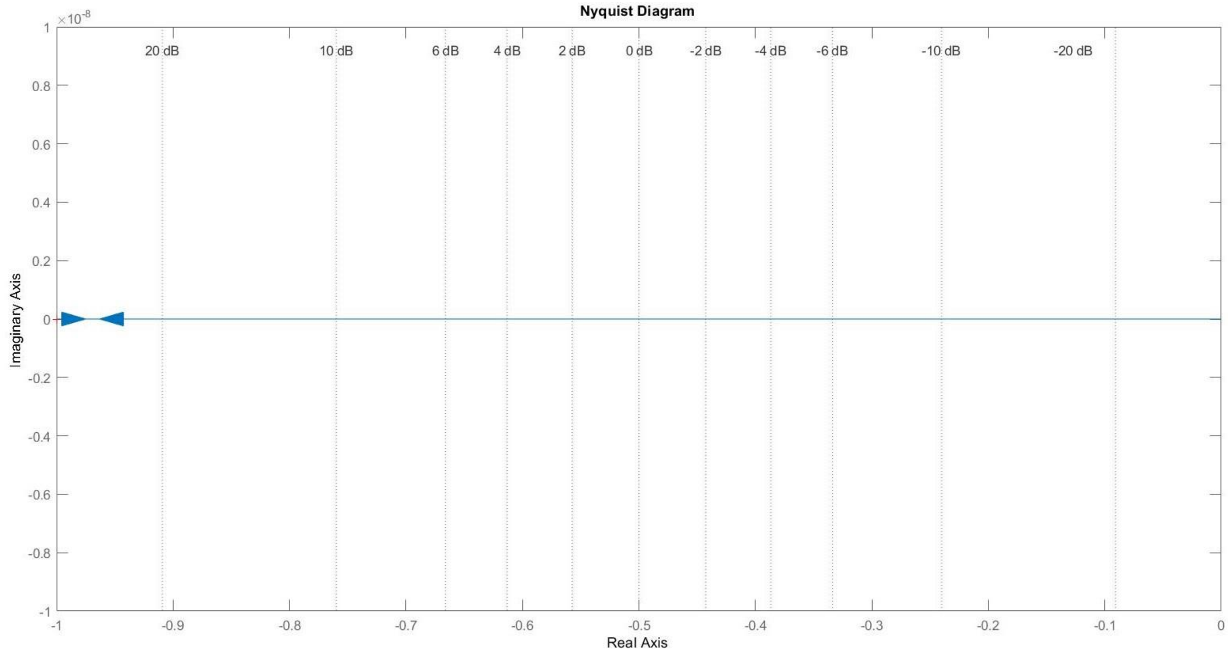
مبرهن است که سامانه، در فرکانس‌های پایین و بسته به ورودی، خروجی متناسبی خارج می‌کند؛ اما با افزایش فرکانس، نسبت دامنهٔ خروجی به ورودی، با شدت زیادی کاهش می‌یابد و حاصل $20\log|G(j\omega)|$ بسیار کم می‌شود؛ لذا این سامانه یک فیلتر پایین‌گذر است.

پاسخ این سامانه همواره ۱۸۰ درجه نسبت به ورودی آن تأخیر دارد. با توجه به این که زاویه‌ی فاز این سامانه ثابت و برابر با ۱۸۰- درجه است، حد بهره‌ی آن متغیر و حد فاز آن برابر صفر درجه است. این موضوع و همچنین عدم پایداری سیستم در کد ارسالی مربوط به این بخش در پیوست قابل مشاهده است.

[۱] Bode plot

۳-۵- نمودار نایکوییست[۱] و تحلیل پایداری

در شکل ۳-۴ نمودار نایکوییست را برای تابع تبدیل حلقه‌باز $G(s)$ رسم می‌کنیم:



شکل ۳-۴- نمودار نایکوییست برای سیستم گوی-میله

تابع تبدیل حلقه‌باز $G(s)$ دارای دو قطب به شکل $\pm\sqrt{۰.۱۷۹}$ است، پس یک قطب در سمت راست محور موهومی دارد ($P=۱$)؛ برای پایداری مطابق معیار نایکوییست، نمودار نایکوییست این تابع باید یک دور به شکل پادساعتگرد دور نقطه ۱- بزند ($N=-۱$) تا $P+N=۰$؛ اما همانطور که از شکل ۳-۴ برمی‌آید این شرط برقرار نیست و سامانه، مطابق معیار نایکوییست نیز ناپایدار است. نمودار نایکوییست این تابع دوبار از روی نقطه مرزی ۱- می‌گذرد لذا سیستم دارای دو قطب روی محور موهومی است و پایدار نیست. تحلیل فرکانسی عملکرد سامانه نیز مطابق بخش ۳-۴ صورت می‌گیرد.

[۱] Nyquist plot

٤- فصل چهارم:

طراحی کنترلر و تحلیل سامانه‌ی کنترل شده

۴-۱- طراحی جبرانساز اول

برای موارد خواسته شده جبرانسازی با روش مکان هندسی ریشه و حذف یک قطب طراحی می‌کنیم.

$$t_s < 3, M.O.P < 0.05 \rightarrow \omega_n = 2, \varsigma = 0.75$$

و میدانیم :

$$s^2 + 2\varsigma\omega_n + {\omega_n}^2 = 0$$

در نتیجه مکان هندسی ریشه بعد از جبرانسازی باید از نقاط زیر بگذرد:

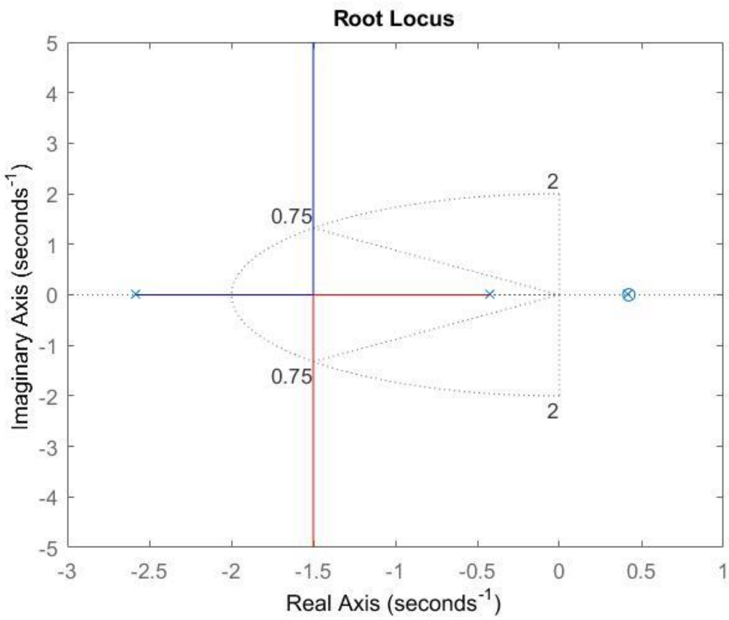
$$S = -1.5 \pm 1.32j$$

بعد از محاسبه زوایا و بدست آوردن زاویه مورد نیاز همینطور قرار دادن صفر جبرانساز روی قطب تابع تبدیل و حذف آن به جبرانساز زیر می‌رسیم:

$$G_c(s) = k\,\frac{s - \sqrt{0.179}}{s + 2.58}$$

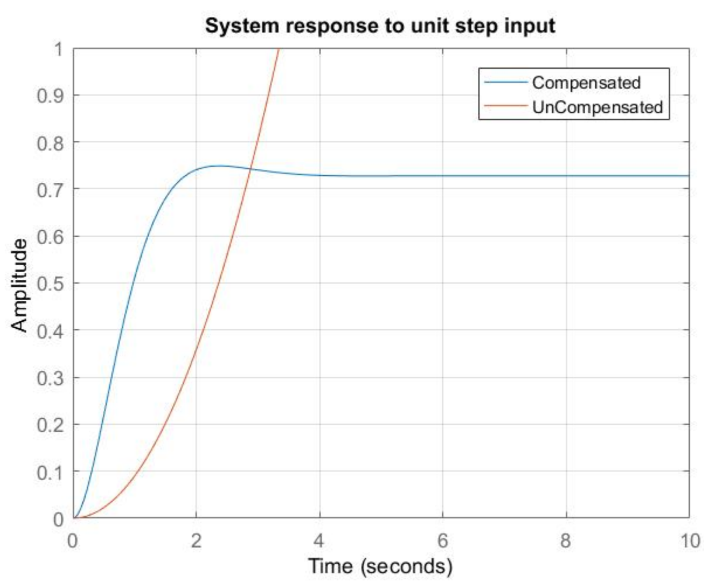
بعد از قرار دادن جبرانساز در سامانه و استفاده از شرط اندازه در نقطه مطلوب گذرنده به ثابت ۱۶.۳ برای جبرانساز بدست می‌آید که در شکل ۴-۱ مشخص است، در نتیجه داریم:

$$G_c(s) = 16.3 \times \frac{s - \sqrt{0.179}}{s + 2.58}$$



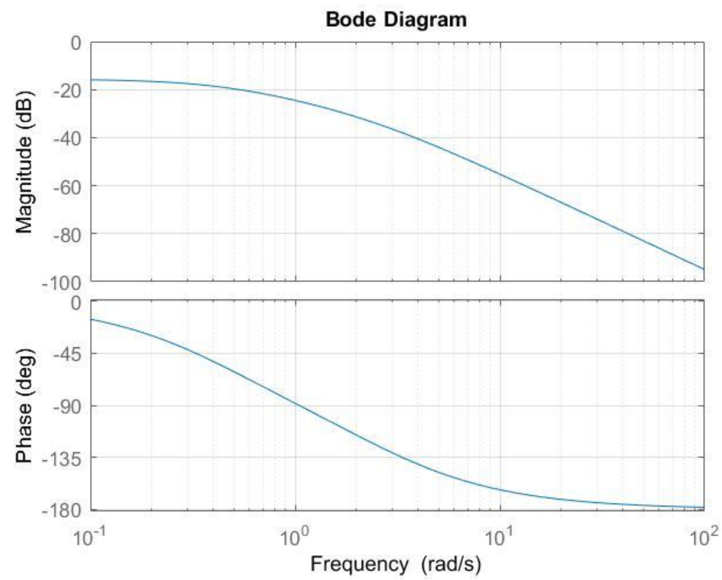
شکل ۴-۱ مکان هندسی ریشه بعد از طراحی جبرانساز

نمودار خروجی قبل از اضافه کردن جبرانساز و همینطور بعد از طراحی به پاسخ پله واحد در شکل ۴-۲ آمده است.

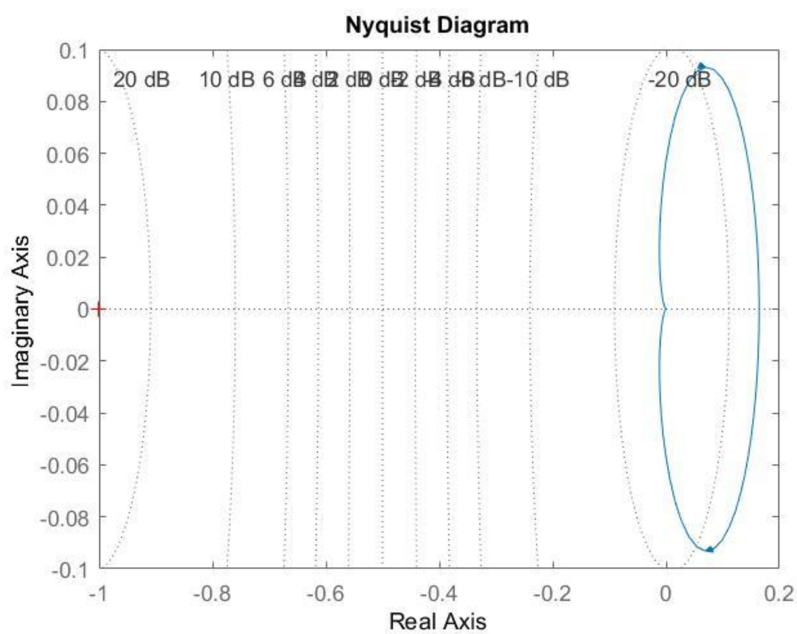


شکل ۴-۲ نمودار خروجی بعد و قبل از طراحی جبرانساز

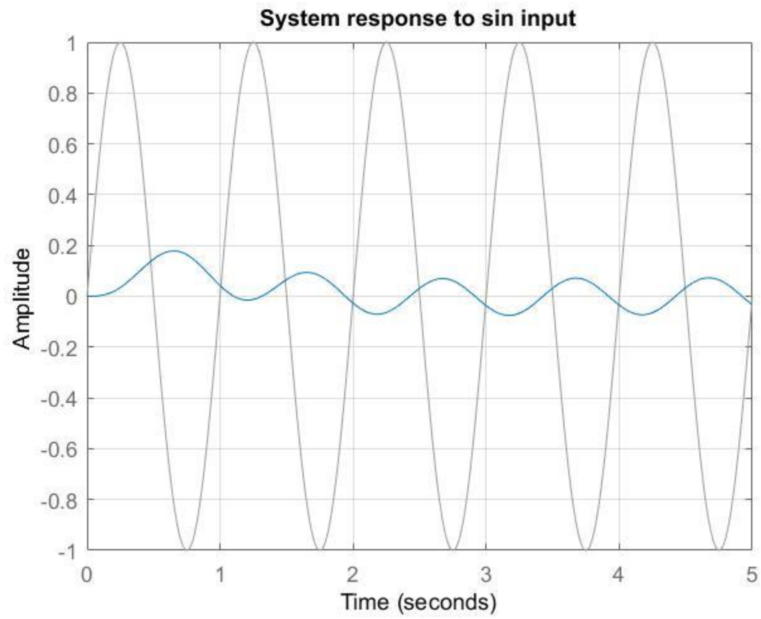
همینطور نمودارهای بد و نایکویست و پاسخ به ورودی سینوسی به ترتیب در شکل‌های ۴-۳ ، ۴-۴ و ۴-۵ آمده است.



شکل ۴-۳ نمودار بد بعد از طراحی جبرانساز



شکل ۴-۴ نمودار نایکوئیست بعد از طراحی جبرانساز



شکل ۴-۵ نمودار پاسخ به ورودی سینوسی بعد و قبل از طراحی جبرانساز

۲-۴- طراحی جبرانساز دوم

ابتدا طراحی را برای شرایط گذرا انجام داده و سپس با توجه شرایط پایا طراحی را ادامه خواهیم داد.

$$t_s < 4, M.O.P < 0.05 \rightarrow \omega_n = 1.5, \varsigma = 0.75$$

و میدانیم :

$$s^2 + 2\varsigma\omega_n + \omega_n{}^2 = 0$$

در نتیجه مکان هندسی ریشه بعد از جبرانسازی باید از نقاط زیر بگذرد:

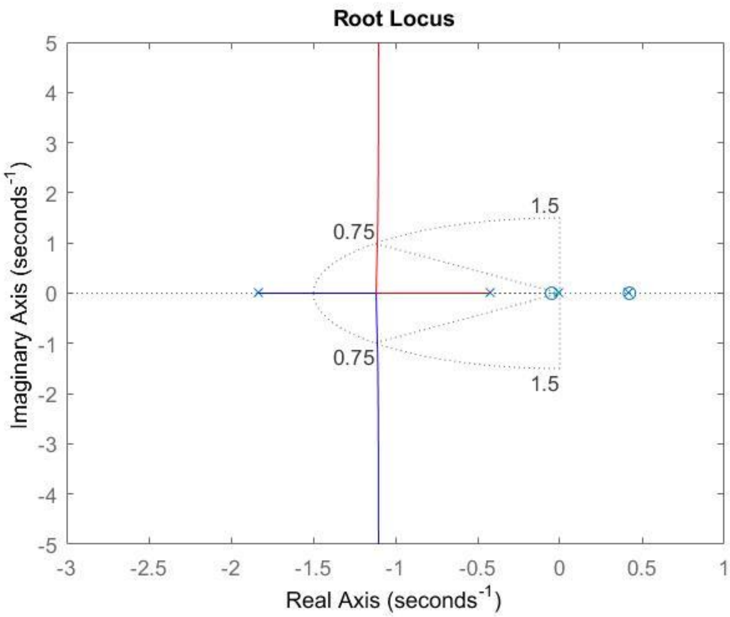
$$S = -1.13 \pm 0.99\,j$$

بعد از محاسبه زوایا و بدست آوردن زاویه مورد نیاز همینطور قرار دادن صفر جبرانساز روی قطب تابع تبدیل و حذف آن به جبرانساز زیر می‌رسیم:

$$G_c(s) = k\,\frac{s - \sqrt{0.179}}{s + 9.83}$$

بعد از قرار دادن جبرانساز در سامانه و استفاده از شرط اندازه در نقطه مطلوب گذرنده به ثابت ۸.۲۵ برای جبرانساز بدست می‌آید که در شکل ۴-۶ مشخص است، در نتیجه داریم:

$$G_c(s) = 8.25 \times \frac{s - \sqrt{0.179}}{s + 9.83}$$



شکل ۴-۶ نمودار مکان هندسی ریشه بعد از طراحی جبرانساز

حال به ادامه طراحی برای ارضاع شرایط پایا میپردازیم؛ ابتدا با کمک محاسبه k_p خطای پایا را محاسبه می‌کنیم:

$$k_p = \lim_{s\to 0} G_c(s)G(s) = 1.91$$

$$e_{ss} = \frac{1}{1+k_p} = \frac{1}{1+1.91} = 0.34$$

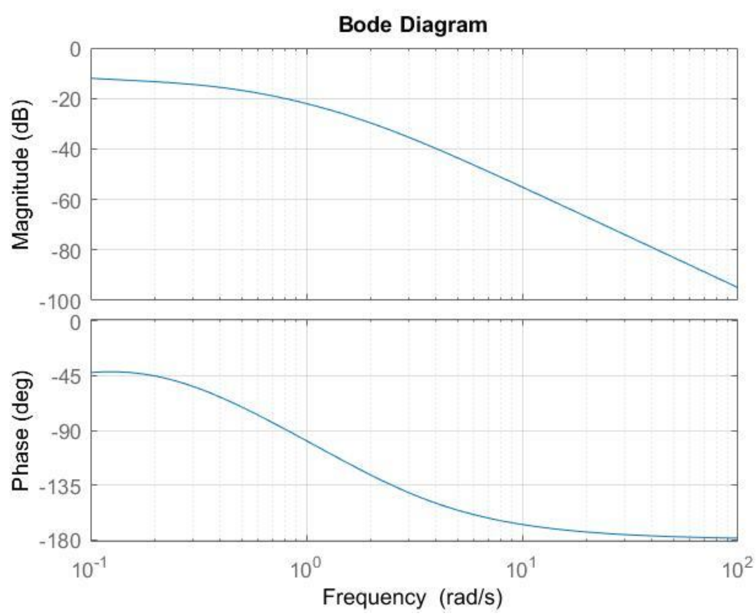
پس طبق رابطه بالا باید k_p را افزایش دهیم، در نتیجه مقدار k_p را با افزودن جبرانسازی که در صفر به عدد بزرگی مثلا ۵۰ میل می‌کند همینطور صفر این جبرانساز برای عدم تاثیر گذاری در شرایط گذرا باید به صفر نزدیک باشد.

$$G_{cs}(s) = k\,\frac{s+0.5}{s+0.01}$$

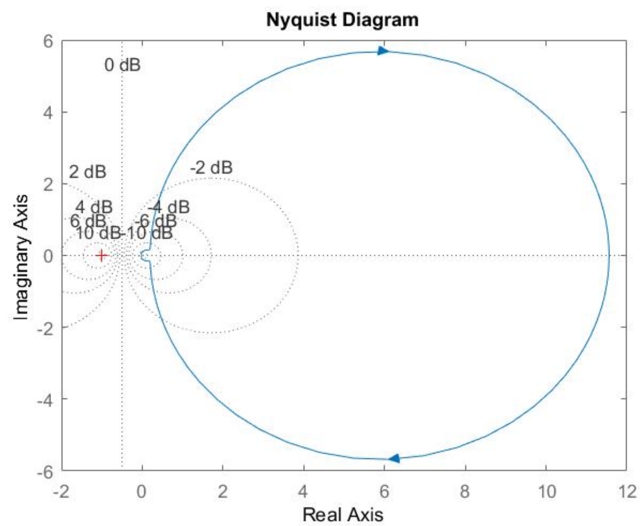
سپس با اعمال شرایط اندازه در نقطه مطلوب ثابت جبرانساز را محاسبه می‌کنیم و به عدد ۱.۰۳ می‌رسیم در نتیجه تابع تبدیل حلقه باز کلی برای این قسمت به صورت زیر است.

$$G(s) = 8.49 \times \frac{s+0.5}{s+0.01} \times \frac{s-\sqrt{0.179}}{s+1.83} \times \frac{0.179}{s^2-0.179}$$

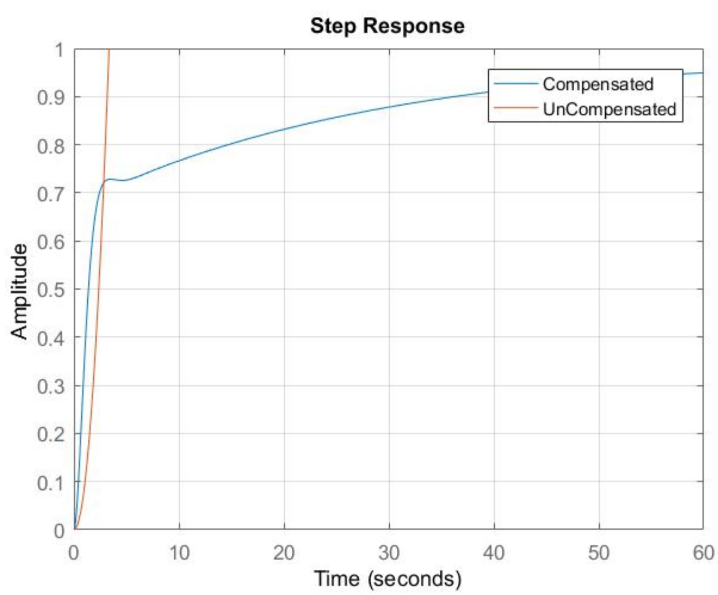
در ادامه نمودارهای بد و نایکوئیست را به همراه پاسخ سیستم به ورودی‌های پله واحد و سینوسی به ترتیب در شکل‌های ۴-۷، ۴-۸، ۴-۹و ۴-۱۰ خواهیم داشت.



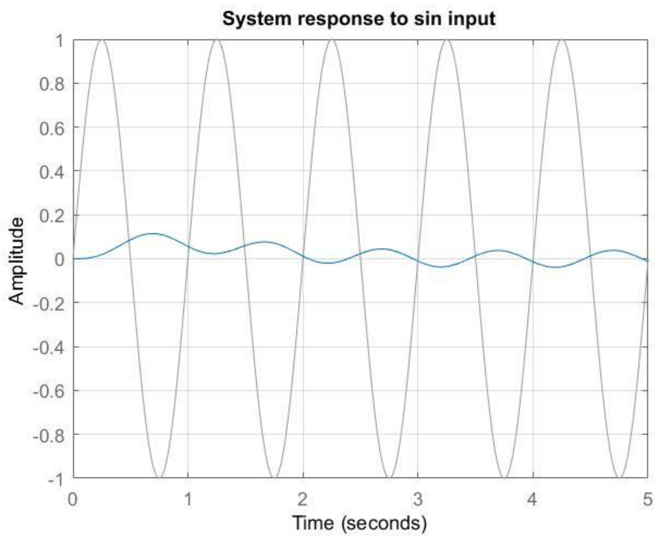
شکل ۴-۷ نمودار بد بعد از طراحی جبرانساز



شکل ۴-۸ نمودار نایکوئیست بعد از طراحی جبرانساز



شکل ۴-۹ پاسخ به ورودی پله واحد قبل و بعد از طراحی جبرانساز



شکل ۴-۱۰ پاسخ به ورودی سینوسی بعد و قبل از طراحی جبرانساز