



**دانشگاه صنعتی امیرکبیر**  
(پلی تکنیک تهران)

**عنوان پروژه: تحلیل سینماتیکی و دینامیکی ربات 6 درجه آزادی FANUC CR-35Ia**

**نام اعضای گروه**

**فرزام جهانی - مصطفی کویری - امیرحافظ یاس**

**استاد درس: دکتر زارعی نژاد**

**تدریس یاران محترم: مهندس صادقی - مهندس احمدجو**

## فهرست مطالب

3	مقدمه
5	بررسی درجات آزادی
7	جرم و ممان اینرسی لینک ها
11	الصاق دستگاه مختصات
12	جدول دنویت-هارتنبرگ
14	موقعیت مجری نهایی و وضعیت دورانی آن بر حسب زوایای مفصلی
16	زوایای ثابت، زوایای اوایلر، محور - زاویه ی معادل و چهارگانه یکه
18	فضای کاری ربات
21	انیمشن ربات
26	سینماتیک معکوس ربات
29	ماتریس ژاکوبین
37	وضعیت تکینگی ربات
39	دینامیک ربات به روش نیوتن-اوایلر
62	دینامیک ربات به روش لاگرانژ
85	صحه گذاری و مقایسه گشتاور های بدست آمده از روش نیوتن-اوایلر و لاگرانژ
86	پاسخ موقعیت و جهتگیری مجری نهایی را در فضای کارترین
87	تعیین موتور ربات
92	طراحی کنترل کننده PD و PD+Gravity
96	کنترل کننده دینامیک معکوس برای تعقیب مسیر مطلوب
99	کنترل گشتاور موتور به کمک کنترل جریان

## مقدمه

اهمیت دانش رباتیک در دنیای امروز به طور واضح نمایان است. ربات ها امروزه بسیاری از فعالیت های مهم و حیاتی را در زمینه های مختلف صنعتی، پزشکی، خدماتی و غیره انجام میدهند.

در پروژه پیش رو هدف بررسی و تحلیل سینماتیکی و دینامیکی بازو های مکانیکی به طور خاص در این پروژه، ربات 6 درجه آزادی FANUC CR-35Ia می باشد.

به طور خلاصه با استفاده از اطلاعات موجود در کاتالوگ و دانش رباتیک به تحلیل فضای کاری ربات، سینماتیک ربات، سینماتیک معکوس، دینامیک ربات و کنترل آن پرداخته میشود.

نوع ربات مورد تحقیق : robot fanuc 35ia



## بررسی درجات آزادی

درجات آزادی یک ربات با توجه به آنکه در سه بعد کار کند یا دو بعد ، وابسته به تعداد مفصل ها و لینک ها و همچنین نوع مفصل ها است. به کمک فرمول گروبلر می توان به تعداد درجه آزادی ربات دست پیدا کرد.

### Grubler's Formula

$$DOF=m(N-1-J)+ \sum f_i$$

$m=6$  for spatial bodies,  $3$  for planer

$J$ =number of joints

$N$ =number of bodies, including ground

$f_i$ =degree of freedoms for joint number  $i$

$i=1,...,J$

$J_1$ =Twisting joint ;  $J_2$ =Revolute joint ;  $J_3$ =Revolute joint

$J_4$ =Twisting joint ;  $J_5$ =Revolute joint ;  $J_6$ =Twisting joint

Twisting joint :

-Freedoms 1

-constrains 5

Revolute joint :

-Freedoms 1

-constrains 5

با توجه به رابطه و تعاریف فوق ، خواهیم داشت :

$$DOF=m(N-1-J)+ \sum f_i$$

$$m=6$$

$$N=7$$

$$J=6$$

$$i=1,2,...,6$$

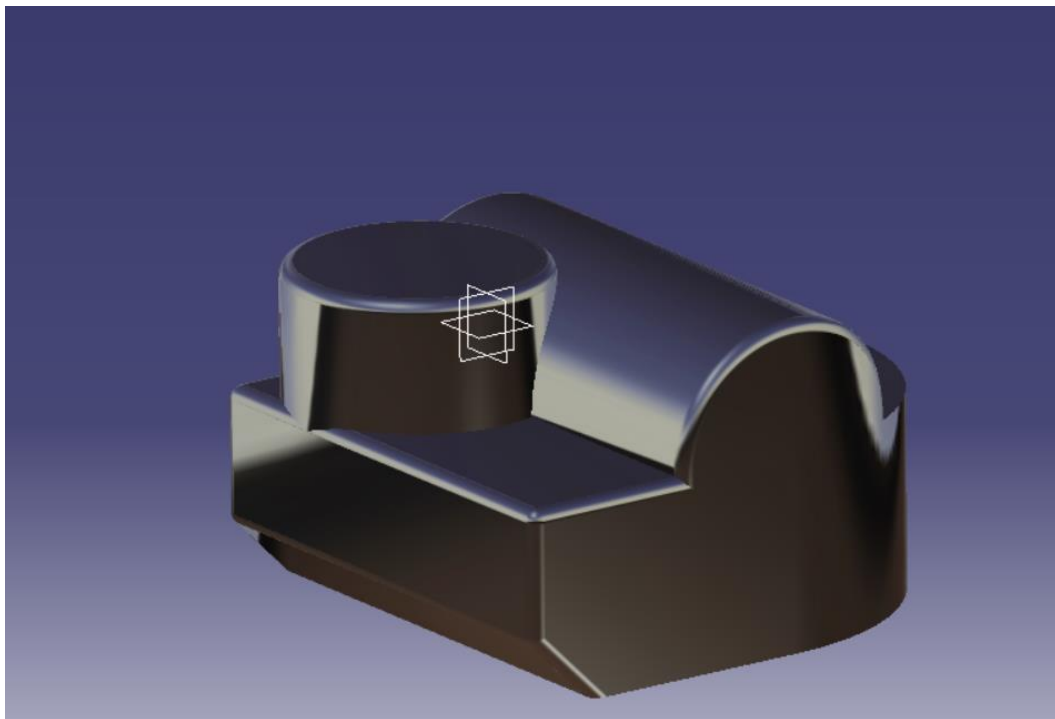
$$DOF=6(7-1-6)+ (1+1+1+1+1+1)$$

$$DOF=6$$

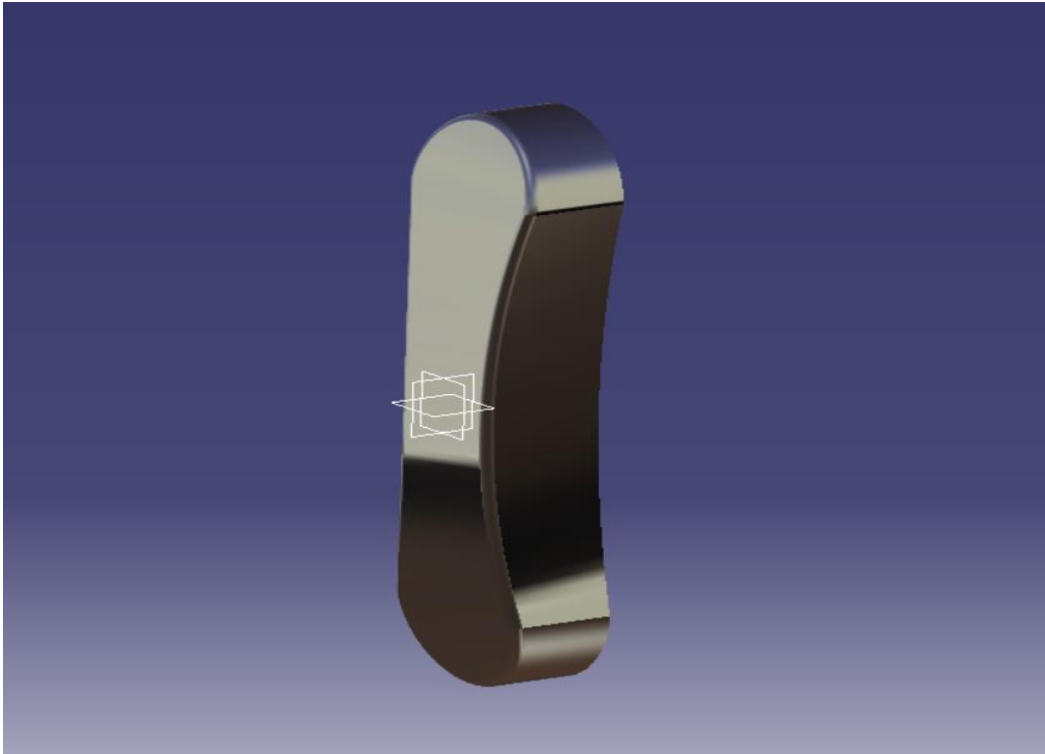
بدین ترتیب به دست می آید که درجه آزادی ربات مورد تحقیق 6 می باشد.

## جرم و ممان اینرسی لینک ها

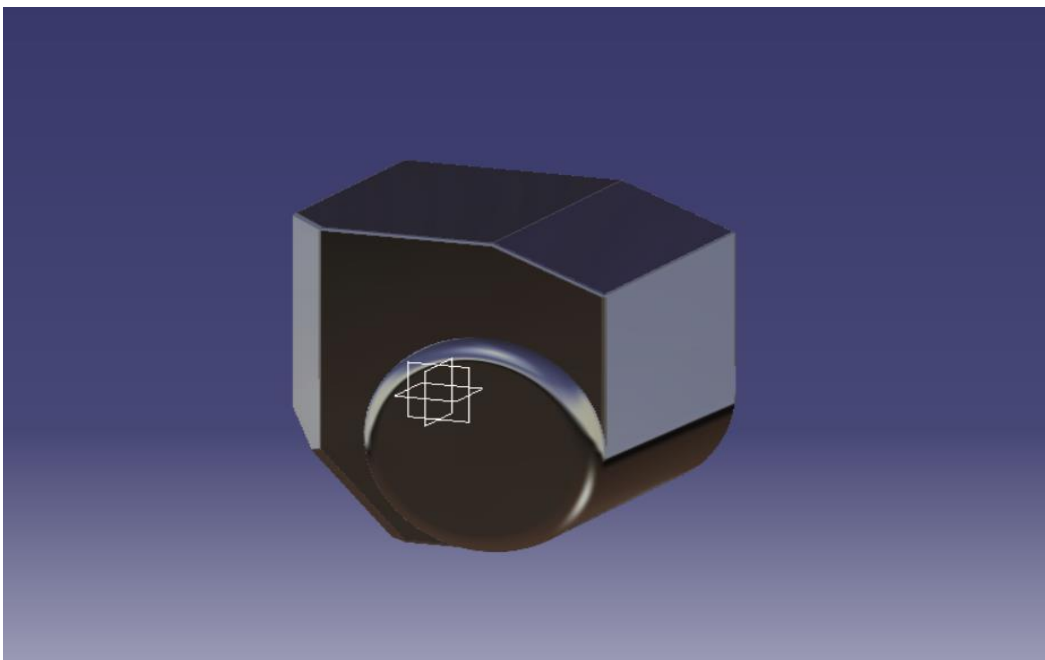
برای بدست آوردن جرم و ممان اینرسی لینک ها به علت نبودن اطلاعاتشان در کاتالوگ، از نرم افزار کتیا استفاده شد. در نرم افزار کتیا جنس لینک ها آلومینیم فرض شد و ابعادشان نیز به صورت حدودی و با کمک شماتیک موجود در کاتالوگ و تقریب زدن اندازه ها بدست آمد.



لینک اول

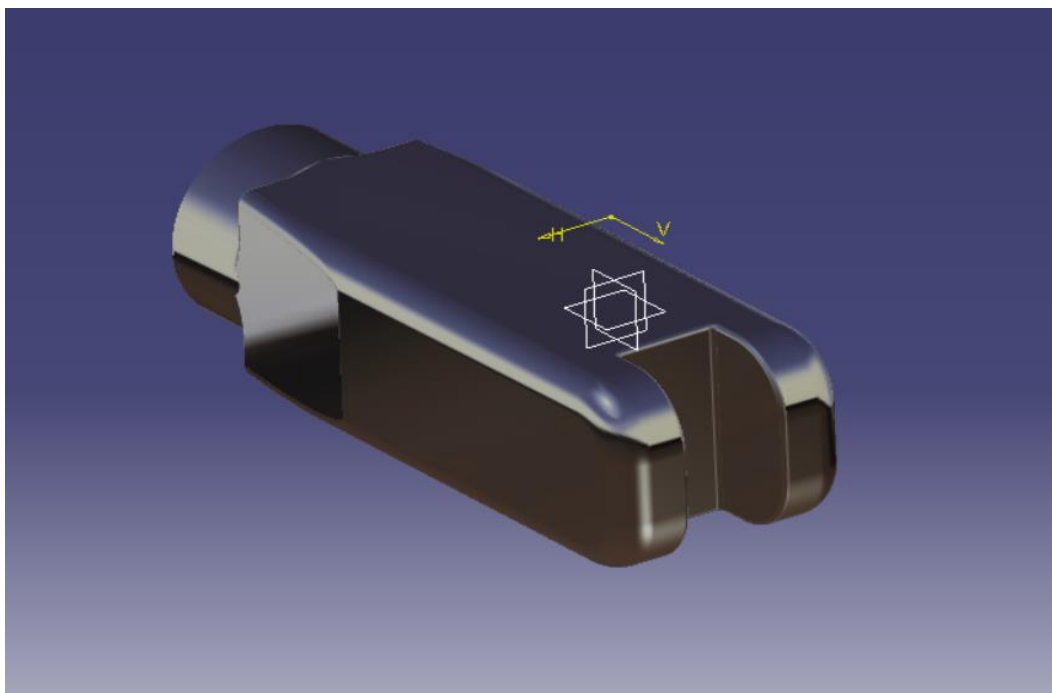


لینک دوم

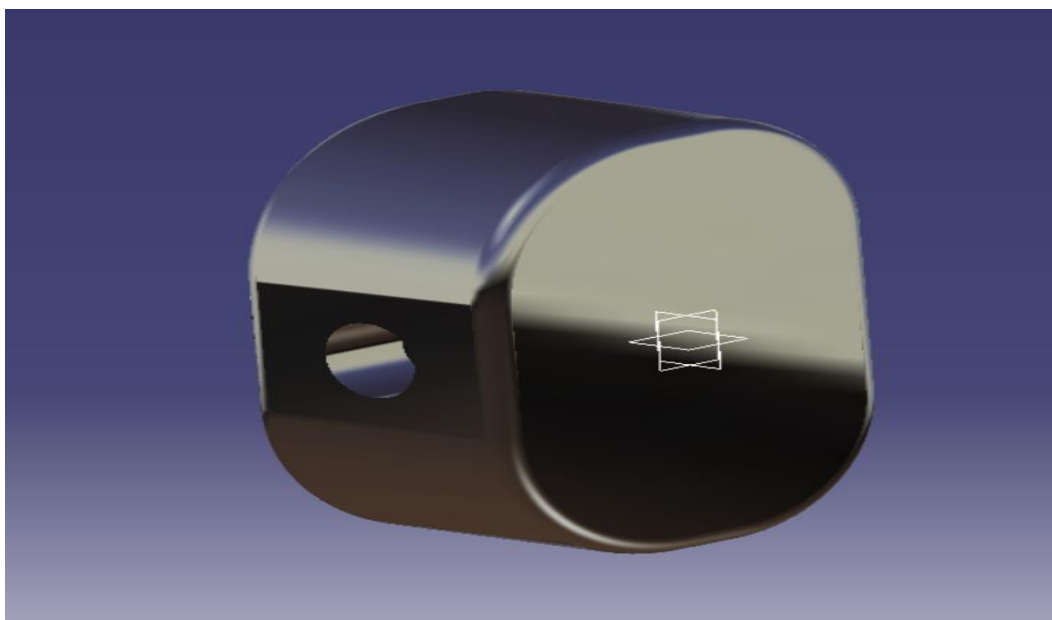


لینک سوم





لینک چهارم



لینک پنجم

پس از رسم شدن لینک ها در کتیا و مشخص شدن جنس،اطلاعات مورد نظر قابل دریافت است.

اطلاعات به دست آمده به شرح زیر می باشد:

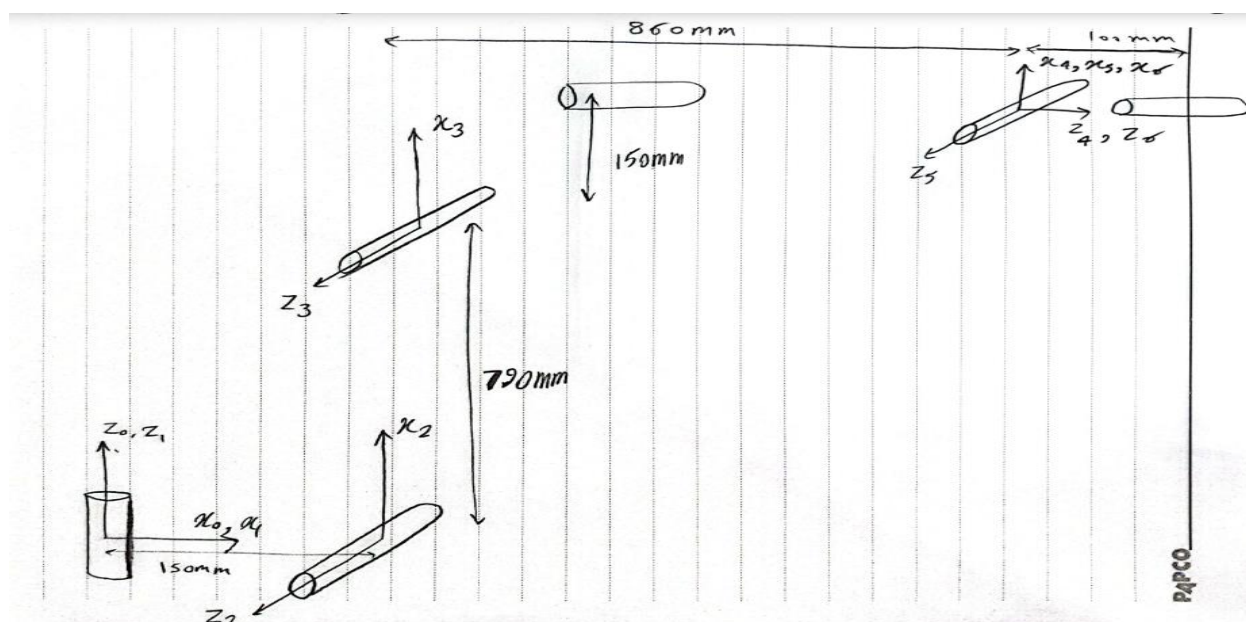
جدول 1-اطلاعات جرم و اینرسی لینک ها

	Mass(kg)	Inertia(kgm <sup>2</sup> )
N1	77.42	1.087
N2	125.823	0.992
N3	168.077	3.936
N4	75.908	0.569
N5	6.939	0.017

## الصاق دستگاه مختصات

برای محاسبه مقادیر جدول دنویت-هارتنبرگ و در ادامه محاسبه ماتریس ها انتقال، نیاز داریم تا در ابتدا دستگاه های مختصات را به مفصل های ربات متصل نماییم.

دستگاه های مختصات به صورت زیر متصل شده اند:



شکل 1-الصاق دستگاه مختصات

## جدول دنویت-هارتنبرگ

برای نوشتن جدول دنویت-هارتنبرگ باید از تعریف بیان شده در ادامه استفاده کرد:

$\alpha_{i-1}$  فاصله  $Z_{i-1}$  و  $Z_i$  در راستای  $X_{i-1}$

$a_{i-1}$  زاویه  $Z_{i-1}$  و  $Z_i$  حول  $X_{i-1}$

$d_i$  فاصله  $X_{i-1}$  و  $X_i$  در راستای  $Z_i$

$\theta_i$  زاویه  $X_{i-1}$  و  $X_i$  حول  $Z_i$

با استفاده از این بیان و با کمک شماتیک رسم شده برای فریم های متصل شده به مفصل ها، جدول به صورت زیر به دست خواهد آمد:

جدول 2-دنویت-هارتنبرگ

$i$	$\alpha_{i-1}$	$a_{i-1}$	$d_i$	$\theta_i$
1	0	0	0	$\theta_1 + 0$
2	+90	0.15	0	$\theta_2 + 90$
3	0	0.79	0	$\theta_3 + 0$
4	+90	0.15	0.86	$\theta_4 + 0$
5	-90	0	0	$\theta_5 + 0$
6	+90	0	0	$\theta_6 + 0$

\* لازم به ذکر است که در پیتز کورک باید جدول دنویت-هارتنبرگ کلاسیک به عنوان داده اولیه وارد شود.

در نتیجه جدول دنویت-هارتنبرگ در پیتز کورک به صورت زیر خواهد شد:

جدول 3-دنویت-هارتنبرگ کلاسیک

Rob =

noname:: 6 axis, RRRRRR, stdDH, slowRNE

j	theta	d	a	alpha	offset
1	q1	0	0.15	1.5708	0
2	q2	0	0.79	0	0
3	q3	0	0.15	1.5708	0
4	q4	0.86	0	-1.5708	0
5	q5	0	0	1.5708	0
6	q6	0	0	0	0

## موقعیت مجری نهایی و وضعیت دورانی آن بر حسب زوایای مفصلی

برای  
به  
دست  
آوردن

$${}^{i-1}T_R = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C\alpha_{i-1} & -S\alpha_{i-1} & 0 \\ 0 & S\alpha_{i-1} & C\alpha_{i-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^R T_Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a_{i-1} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^P T_i = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

موقعیت مجری نهایی باید ابتدا ماتریس تبدیل هر فریم به فریم بعدی خود را پیدا کرد و سپس مقادیر محاسبه شده در جدول دنویت-هارتنبرگ را در آن جایگذاری کرد.

$${}^Q T_P = \begin{bmatrix} C\theta_i & -S\theta_i & 0 & 0 \\ S\theta_i & C\theta_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^{i-1}T_i = {}^{i-1}T_R {}^R T_Q {}^Q T_P {}^P T_i = \begin{bmatrix} C\theta_i & -S\theta_i & 0 & a_{i-1} \\ S\theta_i C\alpha_{i-1} & C\theta_i C\alpha_{i-1} & -S\alpha_{i-1} & -S\alpha_{i-1}d_i \\ S\theta_i S\alpha_{i-1} & C\theta_i S\alpha_{i-1} & C\alpha_{i-1} & C\alpha_{i-1}d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

با جایگذاری مقادیر جدول دنویت-هارتنبرگ در ماتریس فوق می توان ماتریس تبدیل از هر فریم به فریم بعدی را بدست آورد. برای محاسبه ماتریس تبدیل نسبت به فریم صفر نیز باید به شیوه زیر عمل کرد:

$${}^0T_2 = {}^0T_1 {}^1T_2$$

$${}^0T_3 = {}^0T_1 {}^1T_2 {}^2T_3$$

$${}^0T_4 = {}^0T_1 {}^1T_2 {}^2T_3 {}^3T_4$$

$${}^0T_5 = {}^0T_1 {}^1T_2 {}^2T_3 {}^3T_4 {}^4T_5$$

$${}^0T_6 = {}^0T_1 {}^1T_2 {}^2T_3 {}^3T_4 {}^4T_5 {}^5T_6$$

کد ماتریس های انتقال در متلب:

```
syms Theta1 Theta2 Theta3 Theta4 Theta5 Theta6

T01 = [cos(Theta1), -sin(Theta1), 0, 0; sin(Theta1), cos(Theta1), 0, 0; 0, 0, 1, 0; 0, 0, 0, 1];
T12 = [cos(Theta2), -sin(Theta2), 0, 0.15; 0, 0, -1, 0; sin(Theta2), cos(Theta2), 0, 0; 0, 0, 0, 1];
T23 = [cos(Theta3), -sin(Theta3), 0, 0.79; sin(Theta3), cos(Theta3), 0, 0; 0, 1, 0; 0, 0, 0, 1];
T34 = [cos(Theta4), -sin(Theta4), 0, 0.15; 0, 0, -1, -0.86; sin(Theta4), cos(Theta4), 0, 0; 0, 0, 0, 1];
T45 = [cos(Theta5), -sin(Theta5), 0, 0; 0, 0, 1, 0; -sin(Theta5), -cos(Theta5), 0, 0; 0, 0, 0, 1];
T56 = [cos(Theta6), -sin(Theta6), 0, 0; 0, 0, -1, 0; sin(Theta6), cos(Theta6), 0, 0; 0, 0, 0, 1];

T02 = T01 * T12 ;
T03 = T01 * T12 * T23 ;
T04 = T01 * T12 * T23 * T34 ;
T05=  T01 * T12 * T23 * T34 * T45 ;
T06=  T01 * T12 * T23 * T34 * T45 * T56 ;
```

صحت سنجی ماتریس  ${}^0T_6$

مقادیر تتا یک تا شش را برابر 0.1 رادیان قرار میدهیم و ماتریس های بدست آمده از متلب و پیترو کورک را با هم مقایسه میکنیم:

به کمک متلب:

0.9511	-0.0934	0.2946	1.2477
-0.1037	-0.9944	0.0195	0.1252
0.2911	-0.0491	-0.9554	-0.7342
0	0	0	1.0000

به کمک پیتروگورک:

T =	0.9511	-0.0934	0.2946	1.248
	-0.1037	-0.9944	0.0195	0.1252
	0.2911	-0.0491	-0.9554	-0.7342
	0	0	0	1

## زوایای ثابت، زوایای اوایلر، محور - زاویه ی معادل و چهارگانه یکه

با پیاده سازی روابط موجود در نرم افزار متلب:

```

r11=T06(1,1);
r12=T06(1,2);
r13=T06(1,3);
r14=T06(1,4);
r21=T06(2,1);
r22=T06(2,2);
r23=T06(2,3);
r24=T06(2,4);
r31=T06(3,1);
r32=T06(3,2);
r33=T06(3,3);
r34=T06(3,4);
r41=T06(4,1);
r42=T06(4,2);
r43=T06(4,3);
r44=T06(4,4);

%% Z-Y-Z euler angles
beta=atan2(sqrt(r31^2+r32^2),r33)
alpha=atan2(r23/sin(beta),r13/sin(beta))
gamma=atan2(r32/sin(beta),-r31/sin(beta))

%% X-Y-Z fixed angles
beta_fixed=beta;
alpha_fixed=alpha;
gamma_fixed=gamma;

% equivalent Angle-Axis

```



```
theta_equivalent_angle=acos((r11+r22+r33-1)/2);
k_equivalent_axis=(1/(2*sin(theta_equivalent_angle)))*[r32-r23 ;
r13-r31 ; r21-r12];
```

```
% Euler parameters
```

```
epsilon4=0.5*sqrt(1+r11+r22+r33);
```

```
epsilon1=(r32-r23)/(4*epsilon4);
```

```
epsilon2=(r13-r31)/(4*epsilon4);
```

```
T =
    0.9511    -0.0934     0.2946     1.248
   -0.1037   -0.9944     0.0195     0.1252
    0.2911   -0.0491    -0.9554    -0.7342
         0         0         0         1
```

```
TI =
    0.1000    0.1000    0.1000    1.0000
    0.1000    0.1000    0.1000    1.0000
    0.1000    0.1000    0.1000    1.0000
         0         0         0    1.0000
```

```
euler_angle =
    0.0662    2.8419   -2.9744
```

```
epsilon3=(r21-
r12)/(4*epsilon4);
```

```
210 %% Z-Y-Z euler angles
211 - beta=atan2(sqrt(r31^2+r32^2),r33)
212 - alpha=atan2(r23/sin(beta),r13/sin(beta))
213 - gamma=atan2(r32/sin(beta),-r31/sin(beta))
214 - eval(alpha)
215 - eval(beta)
216 - eval(gamma)
```

Command Window

```
ans =
    0.0662
```

```
ans =
    2.8419
```

```
ans =
   -2.9744
```

صحت سنجی زوایای اوپلر بدست آمده از متلب با پیتر کورک:

تحت زاویه تتا یک تا شش برابر با 0.1 رادیان مقادیر بدست آمده خواهد شد:

پیتر-کورک

متلب

همانطور که مشخص است مقادیر یکسان است و کد متلب به درستی نوشته شده است.

## فضای کاری ربات

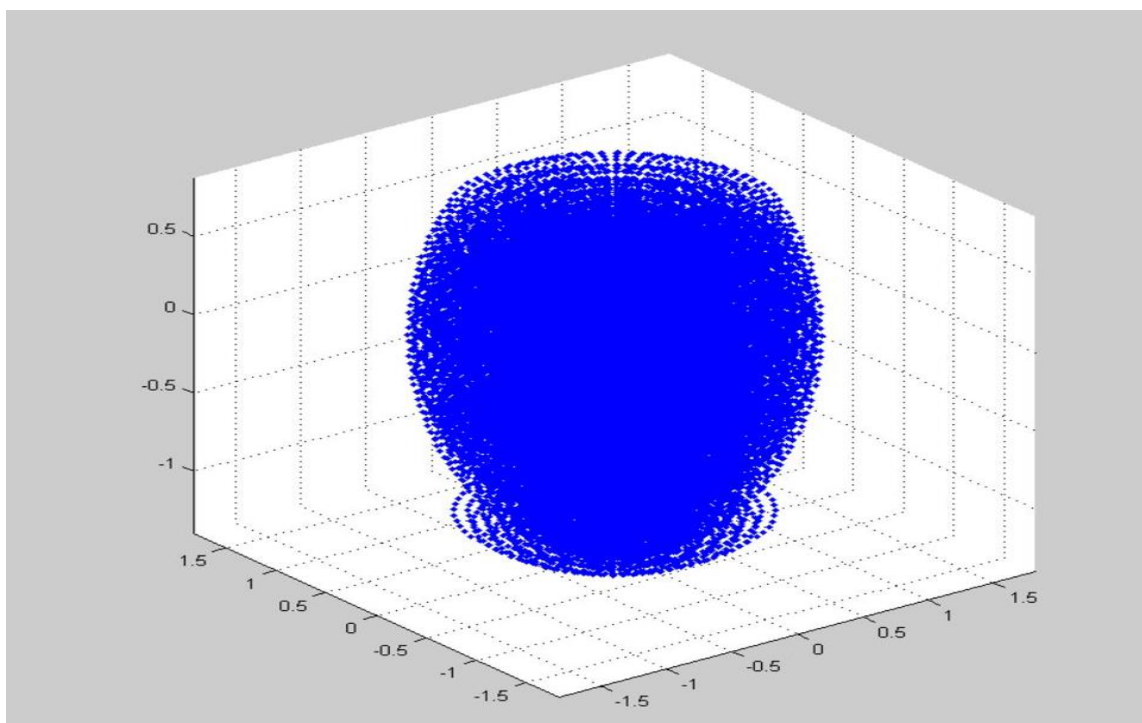
برای محاسبه فضای کاری در سه بعد و دو بعد از کد بیان شده در ادامه استفاده شده است:

```
wrist_position=T04(1:3,4)

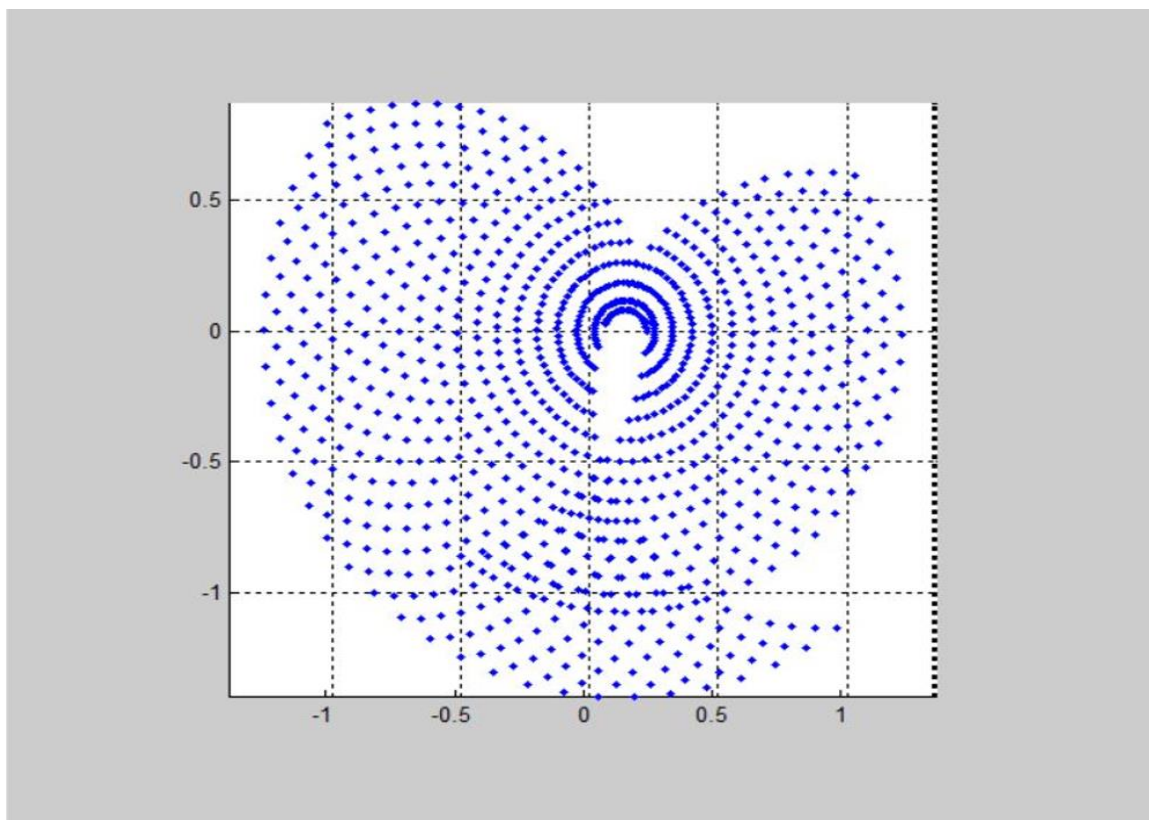
i=1 ;

for Theta1=-pi:0.1:pi ;
    for Theta2=-pi:0.1:-0.261 ;
        for Theta3=-pi:0.1:0.35 ;
            %           Theta1=0;
            evaluated_wrist_position=eval(wrist_position)

            plot3(evaluated_wrist_position(1),evaluated_wrist_position(2),evaluated_wrist_position(3),'.')
            hold on
            grid on
        end
    end
end
```



شکل 2- فضای کاری 3 بعدی ربات



شکل 3- فضای کاری 2 بعدی ربات

## انیمیشن ربات

برای بدست آوردن انیمیشن ربات در ابتدا از کد نوشته شده به کمک متلب استفاده شده است. سپس برای صحت سنجی آن از پیتر کورک و نرم افزار آدامز استفاده شده است.

کد متلب:

```
% animation

clc
clear

syms Theta1 Theta2 Theta3 Theta4 Theta5 Theta6

T01 = [cos(Theta1), -sin(Theta1), 0, 0; sin(Theta1), cos(Theta1), 0, 0; 0, 0, 1, 0; 0, 0, 0, 1];
T12 = [cos(Theta2), -sin(Theta2), 0, 0.15; 0, 0, -1, 0; sin(Theta2), cos(Theta2), 0, 0; 0, 0, 0, 1];
T23 = [cos(Theta3), -sin(Theta3), 0, 0.79; sin(Theta3), cos(Theta3), 0, 0; 0, 0, 1, 0; 0, 0, 0, 1];
T34 = [cos(Theta4), -sin(Theta4), 0, 0.15; 0, 0, -1, -0.86; sin(Theta4), cos(Theta4), 0, 0; 0, 0, 0, 1];
T45 = [cos(Theta5), -sin(Theta5), 0, 0; 0, 0, 1, 0; -sin(Theta5), -cos(Theta5), 0, 0; 0, 0, 0, 1];
T56 = [cos(Theta6), -sin(Theta6), 0, 0; 0, 0, -1, 0; sin(Theta6), cos(Theta6), 0, 0; 0, 0, 0, 1];

T02 = T01 * T12 ;

T03 = T01 * T12 * T23 ;

T04 = T01 * T12 * T23 * T34 ;

T05= T01 * T12 * T23 * T34 * T45 ;

T06= T01 * T12 * T23 * T34 * T45 * T56 ;

% mkan A

Ax = T01(1,4)
Ay = T01(2,4)
Az = T01(3,4)

% mkan B
```

```

Bx = T02(1,4)
By = T02(2,4)
Bz = T02(3,4)

%make C

Cx = T03(1,4)
Cy = T03(2,4)
Cz = T03(3,4)

%make D

Dx = T04(1,4)
Dy = T04(2,4)
Dz = T04(3,4)

%make E

Ex = T05(1,4)
Ey = T05(2,4)
Ez = T05(3,4)

Theta1=0;
Theta4=0;
Theta5=0;
Theta6=0;

% for Theta1 = -pi : .5 : pi
  for Theta2 = pi/2 : -.1 : -1.31
    for Theta3 = -pi/2 : .1 : 2.93

      AX=eval(Ax)
      AY=eval(Ay)
      AZ=eval(Az)

      A=[AX,AY,AZ]

      BX=eval(Bx)
      BY=eval(By)
      BZ=eval(Bz)

      B=[BX,BY,BZ]

      CX=eval(Cx)
      CY=eval(Cy)
      CZ=eval(Cz)

```

```

C=[CX,CY,CZ]

DX=eval (Dx)
DY=eval (Dy)
DZ=eval (Dz)

D=[DX,DY,DZ]

EX=eval (Ex)
EY=eval (Ey)
EZ=eval (Ez)

E=[EX,EY,EZ]

%           plot3(EX,EY,EZ, ' .')
hold off

animation(A,B,C,D,E)

end
end
% end

```

: animation کد عملگر

```

function a = animation( link1,link2,link3,link4,link5 )
a = 0;

    plot([link1(1) , link2(1)] , [link1(3)
link2(3)],[link2(1) , link3(1)] , [link2(3) link3(3)],[link3(1)
, link4(1)] , [link3(3) link4(3)],[link4(1) , link5(1)] ,
[link4(3) link5(3)])

    hold on
    xlim ([-2, 2]);
    ylim ([-2, 2]);

    circle(link1(1),link1(3), .01)

    circle(link2(1),link2(3), .01)

    circle(link3(1),link3(3), .01)

    circle(link4(1),link4(3), .01)

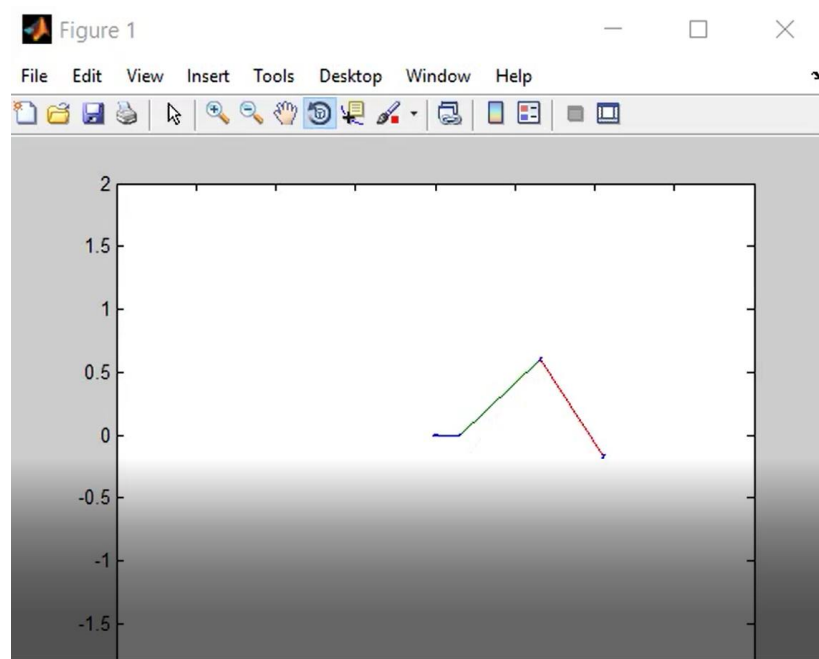
```

```
circle(link5(1),link5(3), .01)
```

```
pause(0.0000001)
```

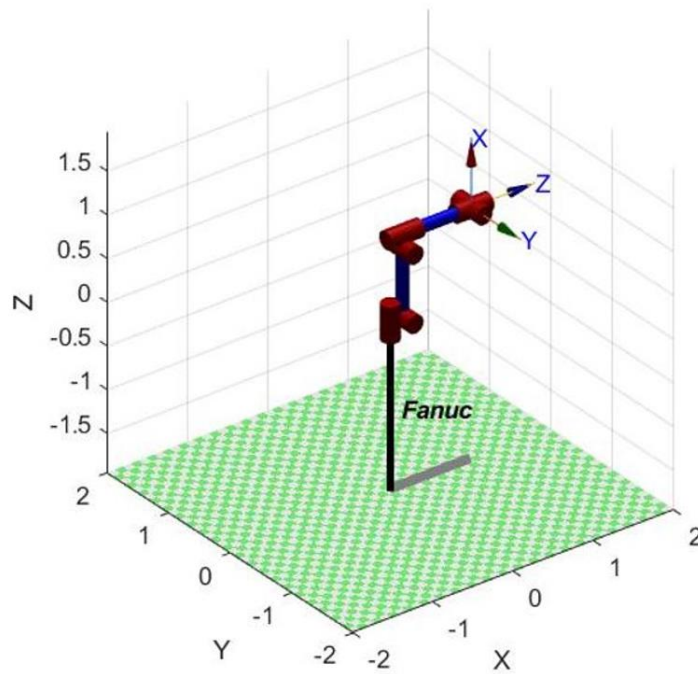
```
end
```

تصاویر بدست آمده از روش های مختلف:

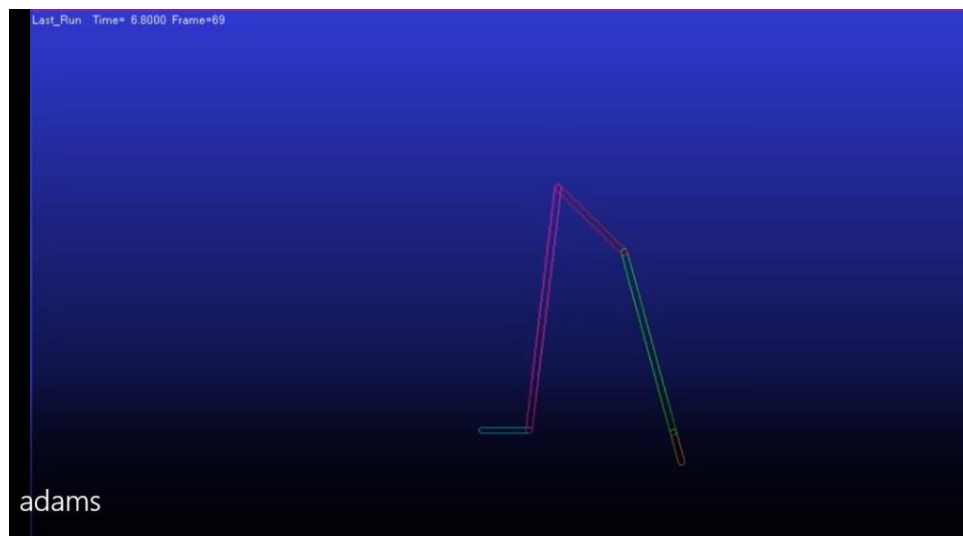


شکل 4- نرم افزار متلب





شکل 5- نرم افزار پیتز-کورک

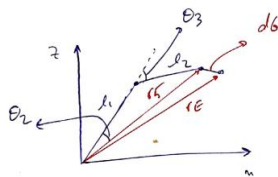


شکل 6- نرم افزار آدامز

## سینماتیک معکوس ربات

برای انجام سینماتیک معکوس به دو روش هندسی و محاسبات پایپر خواهیم داشت:

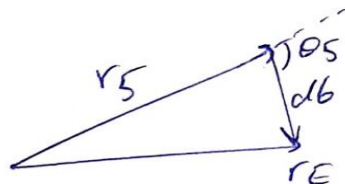
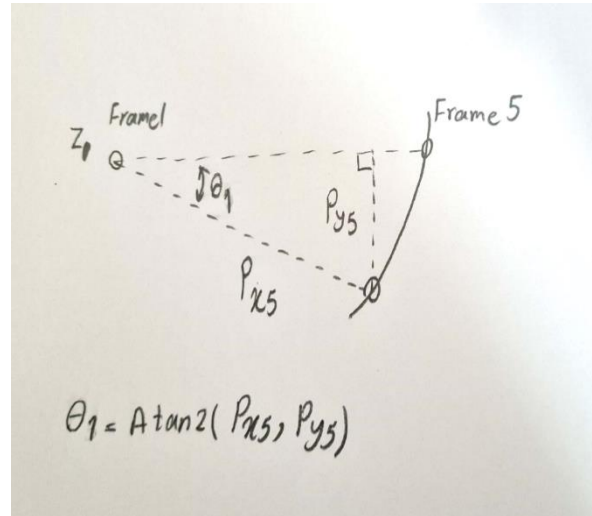
دید هندسی مسئله



بین فریم‌ها  
نسبت‌ها

$$d6 = R6 \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{aligned} |r5|^2 &= l_1^2 + l_2^2 + 2l_1l_2\cos\theta_3 \quad \rightarrow r5 = rE - d6 \\ \rightarrow \cos\theta_3 \quad \rightarrow s\theta_3 &= \sqrt{1 - c^2\theta_3} \quad \rightarrow r5 \checkmark \\ \rightarrow s\theta_3 \quad \rightarrow \theta_3 &= \text{Atan2}(c\theta_3, s\theta_3) \rightarrow \theta_3 \checkmark \\ \frac{s\theta_3}{|r5|} &= \frac{s\theta_2}{l_2} \rightarrow s\theta_1 \quad \rightarrow c\theta_2 = \sqrt{1 - s^2\theta_2} \rightarrow s\theta_1 \checkmark \\ \rightarrow \theta_2 &= \text{Atan2}(c\theta_2, s\theta_2) \rightarrow \theta_2 \checkmark \end{aligned}$$



$$\rightarrow \cos\theta_5 = - \frac{\vec{r5} \cdot \vec{d6}}{|r5| |d6|}$$

$$\rightarrow \cos\theta_5 \checkmark \rightarrow s\theta_5 = \sqrt{1 - \cos^2\theta_5}$$

$$\rightarrow s\theta_5 \checkmark \rightarrow \theta_5 = \text{Atan2}(c\theta_5, s\theta_5)$$

$$\rightarrow \theta_5 \checkmark$$

شکل 7-روش هندسی

روش پایپر :

$$\begin{aligned} \frac{3}{20} C_{23} + \frac{43}{50} S_{23} + \frac{79}{100} C_2 + \frac{3}{20} &= P_x C_1 + P_y S_1 & (1) \\ 0 &= P_y C_1 - P_x S_1 & (2) \\ \frac{3}{20} S_{23} - \frac{43}{50} C_{23} + \frac{79}{100} S_2 &= P_z & (3) \end{aligned}$$

حل معادله (2)

$$0 = P_y C_1 - P_x S_1 \Rightarrow 0 = P_y - P_x \frac{S_1}{C_1}$$

$$\frac{S_1}{C_1} = \frac{P_y}{P_x} \Rightarrow \begin{cases} \theta_1 = \text{Atan2}(P_y, P_x) \\ \theta_1 = \theta_1 + \pi \end{cases}$$

شکل 8-معادلات پایپر

کد متلب برای روش پایپر :

```
U_D = [r11 , r12 , r13 , Px; r21 , r22 , r23 , Py; r31 , r32 , r33 , Pz ; 0 , 0 , 0 , 1 ]
```

```
T10(1:3,1:3) = transpose( T01(1:3,1:3) ) ;
```

```
T10(1:3,4) = - transpose( T01(1:3,1:3) ) * T01(1:3,4);
```

```
T10(4,1:4) = [0,0,0,1];
```

```
L = [0,0,0,1]
```

```
ANS1=simplify( T10*U_D*transpose(L) )
```

```
T14_m = simplify( T14 * transpose(L) )
```

```
% T16_m = simplify( T16 * transpose(L) )
```

```
Eq1 =simplify( T14_m(1) )
```

```
Eq2 =simplify( T14_m(2) )  
Eq3 =simplify( T14_m(3) )
```

```
Eq4 =simplify( ANS1(1) )  
Eq5 =simplify( ANS1(2) )  
Eq6 =simplify( ANS1(3) )
```

```
fsolve(Eq2==Eq5,Eq3==Eq6,Theta2,Theta3)
```

## ماتریس ژاکوبین

برای محاسبه ماتریس ژاکوبین، از دو روش آلترنیتیو و انتشار سرعت استفاده شده است.

کد متلب روش آلترنیتیو :

```
%% Jacobian ALTERNATIV
```

```
syms Theta1 Theta2 Theta3 Theta4 Theta5 Theta6
```

```
T01=simplify( [cos(Theta1), -sin(Theta1), 0, 0;  
sin(Theta1),cos(Theta1), 0, 0; 0, 0, 1, 0;0, 0, 0, 1]) ;  
T12=simplify( [cos(Theta2), -sin(Theta2), 0, 0.15; 0,0, -1, 0;  
sin(Theta2), cos(Theta2), 0, 0; 0, 0, 0, 1]) ;  
T23=simplify( [cos(Theta3), -sin(Theta3), 0, 0.79;  
sin(Theta3),cos(Theta3), 0, 0; 0, 0, 1, 0; 0, 0, 0, 1]) ;  
T34=simplify( [cos(Theta4), -sin(Theta4), 0, 0.15; 0,0, -1, -  
0.86; sin(Theta4), cos(Theta4), 0, 0; 0, 0, 0, 1]) ;  
T45=simplify( [cos(Theta5), -sin(Theta5), 0, 0; 0,0, 1, 0; -  
sin(Theta5), -cos(Theta5), 0, 0; 0, 0, 0, 1]) ;  
T56=simplify( [cos(Theta6), -sin(Theta6), 0, 0; 0,0, -1, 0;  
sin(Theta6), cos(Theta6), 0, 0; 0, 0, 0, 1]) ;
```

```
T02=simplify( T01 * T12) ;
```

```
T03=simplify( T01 * T12 * T23) ;
```

```
T04=simplify( T01 * T12 * T23 * T34) ;
```

```
T05=simplify( T01 * T12 * T23 * T34 * T45) ;
```

```
T06=simplify( T01 * T12 * T23 * T34 * T45 * T56) ;
```

```
Z1=T01(1:3,3);
```

```
Z2=T02(1:3,3);
```

```
Z3=T03(1:3,3);
```

```
Z4=T04(1:3,3);
```

```
Z5=T05(1:3,3);
```

```
Z6=T06(1:3,3);
```

```
O1=T01(1:3,4);
```

```

O2=T02(1:3,4);
O3=T03(1:3,4);
O4=T04(1:3,4);
O5=T05(1:3,4);
O6=T06(1:3,4);

J1=simplify([cross(Z1,(O6-O1));Z1]);
J2=simplify([cross(Z2,(O6-O2));Z2]);
J3=simplify([cross(Z3,(O6-O3));Z3]);
J4=simplify([cross(Z4,(O6-O4));Z4]);
J5=simplify([cross(Z5,(O6-O5));Z5]);
J6=simplify([cross(Z6,(O6-O6));Z6]);

JALTER=[simplify(J1) simplify(J2) simplify(J3) simplify(J4)
simplify(J5) simplify(J6)]

```

کد متلب روش انتشار سرعت :

```
%% velocity propagation
```

```

syms Theta1 Theta2 Theta3 Theta4 Theta5 Theta6

T01 =simplify( [cos(Theta1), -sin(Theta1), 0, 0;
sin(Theta1),cos(Theta1), 0, 0; 0, 0, 1, 0;0, 0, 0, 1]) ;
T12 =simplify( [cos(Theta2), -sin(Theta2), 0, 0.15; 0,0, -1, 0;
sin(Theta2), cos(Theta2), 0, 0; 0, 0, 0, 1]);
T23 =simplify( [cos(Theta3), -sin(Theta3), 0, 0.79;
sin(Theta3),cos(Theta3), 0, 0; 0, 0, 1, 0; 0, 0, 0, 1]);
T34 =simplify( [cos(Theta4), -sin(Theta4), 0, 0.15; 0,0, -1, -
0.86; sin(Theta4), cos(Theta4), 0, 0; 0, 0, 0, 1]);
T45 =simplify( [cos(Theta5), -sin(Theta5), 0, 0; 0,0, 1, 0; -
sin(Theta5), -cos(Theta5), 0, 0; 0, 0, 0, 1]);

```

```

T56=simplify( [cos(Theta6), -sin(Theta6), 0, 0; 0,0, -1, 0;
sin(Theta6), cos(Theta6), 0, 0; 0, 0, 0, 1]);

P01=T01(1:3,4);

P12=T12(1:3,4);

P23=T23(1:3,4);

P34=T34(1:3,4);

P45=T45(1:3,4);

P56=T56(1:3,4);

R01=T01(1:3,1:3);

R12=T12(1:3,1:3);

R23=T23(1:3,1:3);

R34=T34(1:3,1:3);

R45=T45(1:3,1:3);

R56=T56(1:3,1:3);

R10=transpose(R01);

R21=transpose(R12);

R32=transpose(R23);

R43=transpose(R34);

R54=transpose(R45);

R65=transpose(R56);

%rotational velocity

syms Thetad1 Thetad2 Thetad3 Thetad4 Thetad5 Thetad6

w00=[0;0;0];

w11=R10*w00+[0;0;Thetad1];

```

```

w22=R21*w11+[0;0;Thetad2];
w33=R32*w22+[0;0;Thetad3];
w44=R43*w33+[0;0;Thetad4];
w55=R54*w44+[0;0;Thetad5];
w66=simplify(R65*w55+[0;0;Thetad6]);

```

```

%liniar velocity

```

```

v00=[0;0;0];
v11=R10*(v00+cross(w00,P01));
v22=R21*(v11+cross(w11,P12));
v33=R32*(v22+cross(w22,P23));
v44=R43*(v33+cross(w33,P34));
v55=R54*(v44+cross(w44,P45));
v66=R65*(v55+cross(w55,P56));

R06=R01 * R12 * R23 * R34 * R45 * R56 ;

v06=simplify( R06 * v66) ;

w06=simplify(R06 * w66) ;

v06(1,1);
v06(2,1);
v06(3,1);

w06(1,1);
w06(2,1);
w06(3,1);

```

```

v1(Theta1,Theta2 ,Theta3, Theta4, Theta5, Theta6, Thetad1,
Thetad2, Thetad3, Thetad4, Thetad5, Thetad6)=v06(1,1);

```



```

v2(Theta1,Theta2 ,Theta3, Theta4, Theta5, Theta6, Thetad1,
Thetad2, Thetad3, Thetad4, Thetad5, Thetad6)=v06(2,1);
v3(Theta1,Theta2 ,Theta3, Theta4, Theta5, Theta6, Thetad1,
Thetad2, Thetad3, Thetad4, Thetad5, Thetad6)=v06(3,1);

Jv(1,1)=simplify(v1(Theta1,Theta2 ,Theta3, Theta4, Theta5,
Theta6, 1, 0, 0, 0, 0, 0));
Jv(2,1)=simplify(v2(Theta1,Theta2 ,Theta3, Theta4, Theta5,
Theta6, 1, 0, 0, 0, 0, 0));
Jv(3,1)=simplify(v3(Theta1,Theta2 ,Theta3, Theta4, Theta5,
Theta6, 1, 0, 0, 0, 0, 0));

Jv(1,2)=simplify(v1(Theta1,Theta2 ,Theta3, Theta4, Theta5,
Theta6, 0, 1, 0, 0, 0, 0));
Jv(2,2)=simplify(v2(Theta1,Theta2 ,Theta3, Theta4, Theta5,
Theta6, 0, 1, 0, 0, 0, 0));
Jv(3,2)=simplify(v3(Theta1,Theta2 ,Theta3, Theta4, Theta5,
Theta6, 0, 1, 0, 0, 0, 0));

Jv(1,3)=simplify(v1(Theta1,Theta2 ,Theta3, Theta4, Theta5,
Theta6, 0, 0, 1, 0, 0, 0));
Jv(2,3)=simplify(v2(Theta1,Theta2 ,Theta3, Theta4, Theta5,
Theta6, 0, 0, 1, 0, 0, 0));
Jv(3,3)=simplify(v3(Theta1,Theta2 ,Theta3, Theta4, Theta5,
Theta6, 0, 0, 1, 0, 0, 0));

Jv(1,4)=simplify(v1(Theta1,Theta2 ,Theta3, Theta4, Theta5,
Theta6, 0, 0, 0, 1, 0, 0));
Jv(2,4)=simplify(v2(Theta1,Theta2 ,Theta3, Theta4, Theta5,
Theta6, 0, 0, 0, 1, 0, 0));
Jv(3,4)=simplify(v3(Theta1,Theta2 ,Theta3, Theta4, Theta5,
Theta6, 0, 0, 0, 1, 0, 0));

Jv(1,5)=simplify(v1(Theta1,Theta2 ,Theta3, Theta4, Theta5,
Theta6, 0, 0, 0, 0, 1, 0));
Jv(2,5)=simplify(v2(Theta1,Theta2 ,Theta3, Theta4, Theta5,
Theta6, 0, 0, 0, 0, 1, 0));
Jv(3,5)=simplify(v3(Theta1,Theta2 ,Theta3, Theta4, Theta5,
Theta6, 0, 0, 0, 0, 1, 0));

Jv(1,6)=simplify(v1(Theta1,Theta2 ,Theta3, Theta4, Theta5,
Theta6, 0, 0, 0, 0, 0, 1));
Jv(2,6)=simplify(v2(Theta1,Theta2 ,Theta3, Theta4, Theta5,
Theta6, 0, 0, 0, 0, 0, 1));
Jv(3,6)=simplify(v3(Theta1,Theta2 ,Theta3, Theta4, Theta5,
Theta6, 0, 0, 0, 0, 0, 1));

```

```

w1(Theta1,Theta2 ,Theta3, Theta4, Theta5, Theta6, Thetad1,
Thetad2, Thetad3, Thetad4, Thetad5, Thetad6)=w06(1,1);
w2(Theta1,Theta2 ,Theta3, Theta4, Theta5, Theta6, Thetad1,
Thetad2, Thetad3, Thetad4, Thetad5, Thetad6)=w06(2,1);
w3(Theta1,Theta2 ,Theta3, Theta4, Theta5, Theta6, Thetad1,
Thetad2, Thetad3, Thetad4, Thetad5, Thetad6)=w06(3,1);

```

```

Jw(1,1)=simplify(w1(Theta1,Theta2 ,Theta3, Theta4, Theta5,
Theta6, 1, 0, 0, 0, 0, 0));
Jw(2,1)=simplify(w2(Theta1,Theta2 ,Theta3, Theta4, Theta5,
Theta6, 1, 0, 0, 0, 0, 0));
Jw(3,1)=simplify(w3(Theta1,Theta2 ,Theta3, Theta4, Theta5,
Theta6, 1, 0, 0, 0, 0, 0));

```

```

Jw(1,2)=simplify(w1(Theta1,Theta2 ,Theta3, Theta4, Theta5,
Theta6, 0, 1, 0, 0, 0, 0));
Jw(2,2)=simplify(w2(Theta1,Theta2 ,Theta3, Theta4, Theta5,
Theta6, 0, 1, 0, 0, 0, 0));
Jw(3,2)=simplify(w3(Theta1,Theta2 ,Theta3, Theta4, Theta5,
Theta6, 0, 1, 0, 0, 0, 0));

```

```

Jw(1,3)=simplify(w1(Theta1,Theta2 ,Theta3, Theta4, Theta5,
Theta6, 0, 0, 1, 0, 0, 0));
Jw(2,3)=simplify(w2(Theta1,Theta2 ,Theta3, Theta4, Theta5,
Theta6, 0, 0, 1, 0, 0, 0));
Jw(3,3)=simplify(w3(Theta1,Theta2 ,Theta3, Theta4, Theta5,
Theta6, 0, 0, 1, 0, 0, 0));

```

```

Jw(1,4)=simplify(w1(Theta1,Theta2 ,Theta3, Theta4, Theta5,
Theta6, 0, 0, 0, 1, 0, 0));
Jw(2,4)=simplify(w2(Theta1,Theta2 ,Theta3, Theta4, Theta5,
Theta6, 0, 0, 0, 1, 0, 0));
Jw(3,4)=simplify(w3(Theta1,Theta2 ,Theta3, Theta4, Theta5,
Theta6, 0, 0, 0, 1, 0, 0));

```

```

Jw(1,5)=simplify(w1(Theta1,Theta2 ,Theta3, Theta4, Theta5,
Theta6, 0, 0, 0, 0, 1, 0));
Jw(2,5)=simplify(w2(Theta1,Theta2 ,Theta3, Theta4, Theta5,
Theta6, 0, 0, 0, 0, 1, 0));
Jw(3,5)=simplify(w3(Theta1,Theta2 ,Theta3, Theta4, Theta5,
Theta6, 0, 0, 0, 0, 1, 0));

```

```

Jw(1,6)=simplify(w1(Theta1,Theta2 ,Theta3, Theta4, Theta5,
Theta6, 0, 0, 0, 0, 0, 1));

```

```
Jw(2,6)=simplify(w2(Theta1,Theta2 ,Theta3, Theta4, Theta5,
Theta6, 0, 0, 0, 0, 0, 1));
Jw(3,6)=simplify(w3(Theta1,Theta2 ,Theta3, Theta4, Theta5,
Theta6, 0, 0, 0, 0, 0, 1));
```

```
JVELO=[Jv;Jw]
```

برای مقایسه ماتریس ژاکوبین بدست آمده از دو روش، یکبار تنها یک تا شش را برابر 0.1 رادیان قرار داده و مقدار بدست آمده را از هم کم میکنیم:

```
% compair
Theta1 = 0.1;
Theta2 = 0.1;
Theta3 = 0.1;
Theta4 = 0.1;
Theta5 = 0.1;
Theta6 = 0.1;

ALter=eval(JALTER)

Velo=eval(JVELO)

eval(JALTER) - eval(JVELO)
```

مقدار عددی ژاکوبین ها و تفاضل آن ها خواهد شد:

-0.1252	0.7305	0.8090	0	0	0
1.2477	0.0733	0.0812	0	0	0
0	1.1039	0.3179	0	0	0
0	0.0998	0.0998	0.1977	0.0020	0.2946
0	-0.9950	-0.9950	0.0198	-0.9998	0.0195
1.0000	0	0	-0.9801	-0.0198	-0.9554

شکل 9- مقدار عددی ماتریس ژاکوبین به روش آلترنیتیو

-0.1252	0.7305	0.8090	0	0	0
1.2477	0.0733	0.0812	0	0	0
0	1.1039	0.3179	0	0	0
0	0.0998	0.0998	0.1977	0.0020	0.2946
0	-0.9950	-0.9950	0.0198	-0.9998	0.0195
1.0000	0	0	-0.9801	-0.0198	-0.9554

شکل 10- مقدار عددی ماتریس ژاکوبین به روش انتشار سرعت

1.0e-15 \*

0	0	0	0	0	0
0	0.0139	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0.0035	0
0	0	0	0	0	0.0035
0	0	0	0	0	-0.2220

شکل 11- مقدار عددی تفاضل ماتریس ژاکوبین با روش انتشار سرعت و آلترنیتیو

همانطور که در شکل 11 مشخص است، تفاضل در حد ده به توان منفی پانزده است که می توان آن را برابر با صفر در نظر گرفت.

همچنین برای صحت سنجی نیز از پیتر کورک کمک گرفته شده است و با جا گذاری مقادیر تتا، مقدار عددی ماتریس ژاکوبین به کمک پیتر کورک نیز بدست خواهد آمد:

Jacobian =

-0.1252	0.7305	0.8090	0	0	0
1.2477	0.0733	0.0812	0	0	0
-0.0000	1.1039	0.3179	0	0	0
0.0000	0.0998	0.0998	0.1977	0.0020	0.2946
0.0000	-0.9950	-0.9950	0.0198	-0.9998	0.0195
1.0000	0.0000	0.0000	-0.9801	-0.0198	-0.9554

شکل 12- مقدار عددی ماتریس ژاکوبین به کمک پیتر کورک

## وضعیت تکینگی ربات

برای بدست آوردن حالت های تکینگی ابتدا دترمینان ماتریس ژاکوبین باید محاسبه شود.

دترمینان ژاکوبین آلترنیتیو خواهد شد:

$$\begin{aligned} & 2 \\ & -(\sin(\text{Theta}5) (1290 \cos(\text{Theta}3) - 1290 \cos(\text{Theta}2) + 225 \sin(\text{Theta}2) - 225 \sin(\text{Theta}3) + 2580 \cos(\text{Theta}2) \cos(\text{Theta}3) \\ & 2 \\ & + 7171 \cos(\text{Theta}3) \sin(\text{Theta}2) + 6794 \cos(\text{Theta}2) \cos(\text{Theta}3) - 1185 \cos(\text{Theta}2) \sin(\text{Theta}3) + 7171 \\ & \cos(\text{Theta}2) \cos(\text{Theta}3) \sin(\text{Theta}3) - 2580 \cos(\text{Theta}3) \sin(\text{Theta}2) \sin(\text{Theta}3)) 79)/1000000 \end{aligned}$$

شکل 13- دترمینان ماتریس ژاکوبین آلترنیتیو

برای بدست آوردن نقاط تکینگی باید دترمینان برابر با صفر قرار داده شود. با توجه به عبارت بدست آمده، عبارت  $\sin(\text{Theta}5)$  قابلیت فاکتور گرفته شدن را دارد. در نتیجه در وضعیت تکینگی باید زاویه تتا 5 برابر با 0 یا 180 درجه باشد تا  $\sin(\text{Theta}5)$  برابر صفر شود و در نتیجه کل دترمینان صفر شود. حالت دیگر آن است که کل عبارت داخل پرانتز که تابعی از تتا دو و تتا سه است صفر شود. با توجه به سخت بودن حل این معادله، از یک کد در متلب استفاده شده است که به کمک حلقه، مقادیر مختلفی به تتا دو و سه داده میشود و هر گاه مقدار دترمینان به صفر نزدیک شده باشد، آن مقدار تتا دو و سه که باعث نزدیکی مقدار دترمینان به صفر شده اند در یک فایل تکست ذخیره میشوند:

```
clear;clc;close all;
syms Theta2 Theta3
j = 1;
for Theta2=-pi:0.1:-0.261
    for Theta3=-pi:0.1:1.35
        x=(15*sin(Theta3) - 15*sin(Theta2) +
15*cos(Theta3)^2*sin(Theta2) + 79*cos(Theta2)*sin(Theta3) +
15*cos(Theta2)*cos(Theta3)*sin(Theta3));

        if (x<=0.0001)
            s_data(j,1) = Theta2;
```

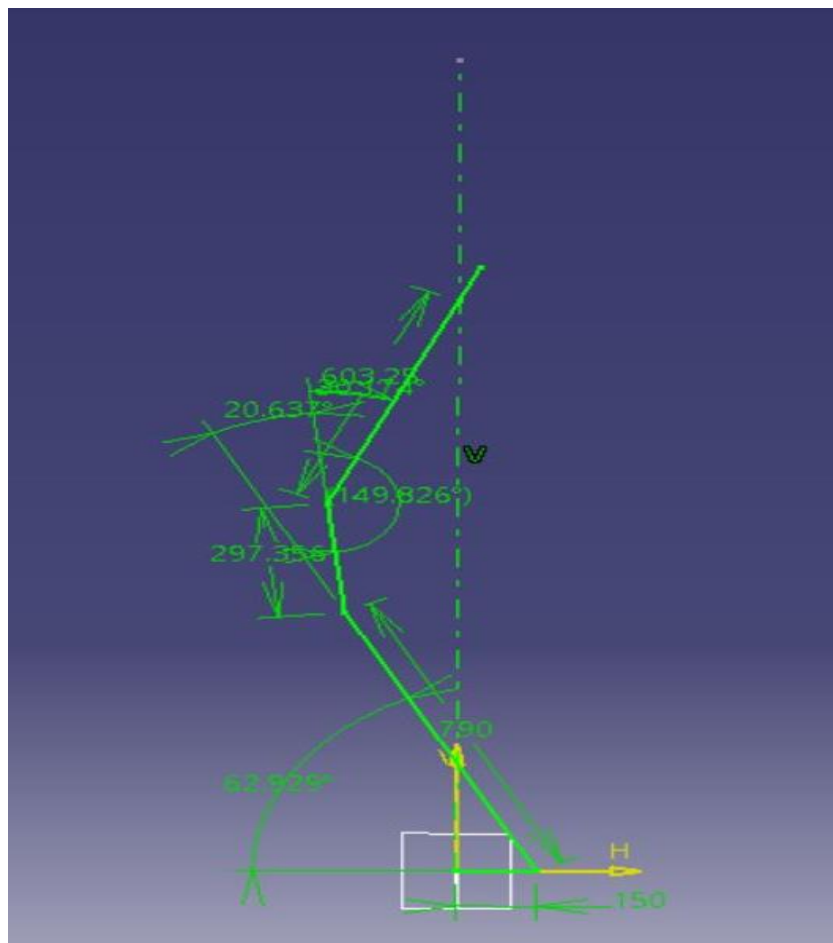
```

s_data(j,2) = Theta3;
j = j+1;

end
end
end
writematrix(s_data,'s_data_tab.txt','Delimiter','tab')

```

در فایل تکست مقادیر بسیار زیادی از جفت های تتا دو و سه ذخیره می شود که شاید باعث شود درک کافی پیدا نکنیم. در نتیجه یکی از حالت های بدست آمده در نرم افزار کتیا رسم شده است تا دید کافی از اینکه ربات در آن زاویه در حالت تکینگی قرار میگیرد بدست آید.



شکل 14- یکی از حالت های تکینگی ربات

همانطور که در شکل مشخص است، یک درجه آزادی از دست رفته و هر مقدار تتا یک تغییر کند، پوزیشن ربات تغییر نمی کند.

## دینامیک ربات به روش نیوتن-اوایلر

برای محاسبه دینامیک ربات به روش نیوتن-اوایلر، باید از روابط موجود استفاده شود. با پیاده سازی روابط موجود در متلب، به دینامیک ربات به روش نیوتن-اوایلر دست پیدا خواهیم کرد:

```
clc
clear
```

```
syms Theta1 Theta2 Theta3 Theta4 Theta5 Theta6
```

```
T01=simplify( [cos(Theta1), -sin(Theta1), 0, 0;
sin(Theta1),cos(Theta1), 0, 0; 0, 0, 1, 0;0, 0, 0, 1]) ;
T12=simplify( [cos(Theta2), -sin(Theta2), 0, 0.15; 0,0, -1, 0;
sin(Theta2), cos(Theta2), 0, 0; 0, 0, 0, 1]);
T23=simplify( [cos(Theta3), -sin(Theta3), 0, 0.79;
sin(Theta3),cos(Theta3), 0, 0; 0, 0, 1, 0; 0, 0, 0, 1]) ;
T34=simplify( [cos(Theta4), -sin(Theta4), 0, 0.15; 0,0, -1, -
0.86; sin(Theta4), cos(Theta4), 0, 0; 0, 0, 0, 1]) ;
T45=simplify( [cos(Theta5), -sin(Theta5), 0, 0; 0,0, 1, 0; -
sin(Theta5), -cos(Theta5), 0, 0; 0, 0, 0, 1]) ;
T56=simplify( [cos(Theta6), -sin(Theta6), 0, 0; 0,0, -1, 0;
sin(Theta6), cos(Theta6), 0, 0; 0, 0, 0, 1]);
```

```
T02=simplify( T01 * T12) ;
```

```
T03=simplify( T01 * T12 * T23) ;
```

```
T04=simplify( T01 * T12 * T23 * T34) ;
```

```
T05=simplify( T01 * T12 * T23 * T34 * T45) ;
```

```
T06=simplify( T01 * T12 * T23 * T34 * T45 * T56) ;
```

```
%velocity propagation
```

```
syms Theta1 Theta2 Theta3 Theta4 Theta5 Theta6
```

```
T01=simplify( [cos(Theta1), -sin(Theta1), 0, 0;
sin(Theta1),cos(Theta1), 0, 0; 0, 0, 1, 0;0, 0, 0, 1]) ;
T12=simplify( [cos(Theta2), -sin(Theta2), 0, 0.15; 0,0, -1, 0;
sin(Theta2), cos(Theta2), 0, 0; 0, 0, 0, 1]);
```

```

T23 =simplify( [cos(Theta3), -sin(Theta3), 0, 0.79;
sin(Theta3),cos(Theta3), 0, 0; 0, 0, 1, 0; 0, 0, 0, 1]);
T34 =simplify( [cos(Theta4), -sin(Theta4), 0, 0.15; 0,0, -1, -
0.86; sin(Theta4), cos(Theta4), 0, 0; 0, 0, 0, 1]);
T45 =simplify( [cos(Theta5), -sin(Theta5), 0, 0; 0,0, 1, 0; -
sin(Theta5), -cos(Theta5), 0, 0; 0, 0, 0, 1]);
T56 =simplify( [cos(Theta6), -sin(Theta6), 0, 0; 0,0, -1, 0;
sin(Theta6), cos(Theta6), 0, 0; 0, 0, 0, 1]);

P01=T01(1:3,4);

P12=T12(1:3,4);

P23=T23(1:3,4);

P34=T34(1:3,4);

P45=T45(1:3,4);

P56=T56(1:3,4);

R01=T01(1:3,1:3);

R12=T12(1:3,1:3);

R23=T23(1:3,1:3);

R34=T34(1:3,1:3);

R45=T45(1:3,1:3);

R56=T56(1:3,1:3);

R10=transpose(R01);

R21=transpose(R12);

R32=transpose(R23);

R43=transpose(R34);

R54=transpose(R45);

R65=transpose(R56);

%rotational velocity

```



```

syms Thetad1 Thetad2 Thetad3 Thetad4 Thetad5 Thetad6 Thetadd1
Thetadd2 Thetadd3 Thetadd4 Thetadd5 Thetadd6

w00=[0;0;0];

w11=R10*w00+[0;0;Thetad1];

w22=R21*w11+[0;0;Thetad2];

w33=R32*w22+[0;0;Thetad3];

w44=R43*w33+[0;0;Thetad4];

w55=R54*w44+[0;0;Thetad5];

w66=simplify(R65*w55+[0;0;Thetad6]);

%linear velocity

v00=[0;0;0];

v11=R10*(v00+cross(w00,P01));

v22=R21*(v11+cross(w11,P12));

v33=R32*(v22+cross(w22,P23));

v44=R43*(v33+cross(w33,P34));

v55=R54*(v44+cross(w44,P45));

v66=R65*(v55+cross(w55,P56));

R06=R01 * R12 * R23 * R34 * R45 * R56 ;

v06=simplify( R06 * v66) ;
w06=simplify(R06 * w66) ;
% w dot

w11_d =
simplify(R10*[0;0;0]+R10*(cross([0;0;0],[0;0;Thetad1]))+[0;0;Thetadd1]);
w22_d =
simplify(R21*w11+R21*(cross(w11,[0;0;Thetad2]))+[0;0;Thetadd2]);
w33_d =
simplify(R32*w22+R32*(cross(w22,[0;0;Thetad3]))+[0;0;Thetadd3]);

```

```

w44_d =
simplify(R43*w33+R43*(cross(w33,[0;0;Thetad4]))+[0;0;Thetadd4]);
w55_d =
simplify(R54*w44+R54*(cross(w44,[0;0;Thetad5]))+[0;0;Thetadd5]);
w66_d =
simplify(R65*w55+R65*(cross(w55,[0;0;Thetad6]))+[0;0;Thetadd6]);

% v dot

v11_d=R10*(cross([0;0;0],P01)+cross([0;0;0],cross([0;0;0],P01))+
[0;0;9.81]);
v22_d=R21*(cross(w11_d,P12)+cross(w11,cross(w11,P12))+v11_d);
v33_d=R32*(cross(w22_d,P23)+cross(w22,cross(w22,P23))+v22_d);
v44_d=R43*(cross(w33_d,P34)+cross(w33,cross(w33,P34))+v33_d);
v55_d=R54*(cross(w44_d,P45)+cross(w44,cross(w44,P45))+v44_d);
v66_d=R65*(cross(w55_d,P56)+cross(w55,cross(w55,P56))+v55_d);

v1c1_d=cross(w11_d,[0.075;0;0])+cross(w11,cross(w11,[0.075;0;0])
)+v11_d;
v2c2_d=cross(w11_d,[0.395;0;0])+cross(w11,cross(w11,[0.395;0;0])
)+v22_d;
v3c3_d=cross(w22_d,[0.075;-
0.125;0])+cross(w22,cross(w22,[0.075;-0.125;0]))+v33_d;
v4c4_d=cross(w33_d,[0;0;0.557])+cross(w33,cross(w33,[0;0;0.557])
)+v44_d;
v5c5_d=cross(w44_d,[0;-0.05;0])+cross(w44,cross(w44,[0;-
0.05;0]))+v55_d;
v6c6_d=cross(w55_d,[0;0;0])+cross(w55,cross(w55,[0;0;0]))+v66_d;

m1 = 77.42;
m2 = 125.823;
m3 = 168.077;
m4 = 75.908;
m5 = 6.939;
m6 = 0;
F11 = v1c1_d * m1;
F22 = v2c2_d * m2;
F33 = v3c3_d * m3;
F44 = v4c4_d * m4;
F55 = v5c5_d * m5;
F66 = v6c6_d * m6;

I11 =
[(m1/12)*((20/1000)^2+(20/1000)^2),0,0,0,(m1/12)*((150/1000)^2+(
20/1000)^2),0;0,0,(m1/12)*((150/1000)^2+(20/1000)^2)];

```

```

I22 =
[ (m2/12)*((20/1000)^2+(20/1000)^2),0,0;0, (m2/12)*((790/1000)^2+(
20/1000)^2),0;0,0, (m2/12)*((790/1000)^2+(20/1000)^2)];
I33 =
[ (m3/12)*((20/1000)^2+(20/1000)^2),0,0;0, (m3/12)*((297.36/1000)^
2+(20/1000)^2),0;0,0, (m3/12)*((297.36/1000)^2+(20/1000)^2)];
I44 =
[ (m4/12)*((603.25/1000)^2+(20/1000)^2),0,0;0, (m4/12)*((603.25/10
00)^2+(20/1000)^2),0;0,0, (m4/12)*((20/1000)^2+(20/1000)^2)];
I55 =
[ (m5/12)*((100/1000)^2+(20/1000)^2),0,0;0, (m5/12)*((20/1000)^2+(
20/1000)^2),0;0,0, (m5/12)*((100/1000)^2+(20/1000)^2)];
I66 = [0,0,0;0,0,0;0,0,0];

N11 = I11 * w11_d + cross(w11,I11*w11);
N22 = I22 * w22_d + cross(w22,I22*w22);
N33 = I33 * w33_d + cross(w33,I33*w33);
N44 = I44 * w44_d + cross(w44,I44*w44);
N55 = I55 * w55_d + cross(w55,I55*w55);
N66 = I66 * w66_d + cross(w66,I66*w66);

f66=0+F66;
f55=R56*f66+F55;
f44=R45*f55+F44;
f33=R34*f44+F33;
f22=R23*f33+F22;
f11=R12*f22+F11;

n66=N66;
n55=N55+R56*n66+cross([0;-0.05;0],F55)+cross([0;-
0.1;0],R56*f66);
n44=N44+R45*n55+cross([0;0;.558],F44)+cross([0;0;0.859],R45*f55)
;
n33=N33+R34*n44+cross([0.075;-0.128;0],F33)+cross([0.15;-
0.256;0],R34*f44);
n22=N22+R23*n33+cross([0.395;0;0],F22)+cross([0.79;0;0],R23*f33)
;
n11=N11+R12*n22+cross([0.075;0;0],F11)+cross([0.15;0;0],R12*f22)
;

taw6=transpose(n66)*[0;0;1];
taw5=transpose(n55)*[0;0;1];
taw4=transpose(n44)*[0;0;1];
taw3=transpose(n33)*[0;0;1];
taw2=transpose(n22)*[0;0;1];
taw1=transpose(n11)*[0;0;1];

```

```
% taw matrix
```

```
tawOYLER=[simplify(taw1) ;simplify(taw2) ;simplify(taw3)  
;simplify(taw4) ;simplify(taw5) ;simplify(taw6)]
```

محاسبه  $M, C, G$  نیوتن اویلر:

G

```
Thetadd1=0;  
Thetadd2=0;  
Thetadd3=0;  
Thetadd4=0;  
Thetadd5=0;  
Thetadd6=0;
```

```
Thetad1=0;  
Thetad2=0;  
Thetad3=0;  
Thetad4=0;  
Thetad5=0;  
Thetad6=0;
```

```
g(1)=eval(taw1);  
g(2)=eval(taw2);  
g(3)=eval(taw3);  
g(4)=eval(taw4);  
g(5)=eval(taw5);  
g(6)=eval(taw6);
```

```
G=transpose(g)
```

```
%% M
```

```
%satr1
```

```
Thetadd1=1;  
Thetadd2=0;  
Thetadd3=0;  
Thetadd4=0;  
Thetadd5=0;  
Thetadd6=0;
```

```
Thetad1=0;  
Thetad2=0;
```

```
Thetad3=0;  
Thetad4=0;  
Thetad5=0;  
Thetad6=0;
```

```
M(1,1)=eval(taw1)-G(1)
```

```
Thetadd1=0;  
Thetadd2=1;  
Thetadd3=0;  
Thetadd4=0;  
Thetadd5=0;  
Thetadd6=0;
```

```
M(1,2)=eval(taw1)-G(1)
```

```
Thetadd1=0;  
Thetadd2=0;  
Thetadd3=1;  
Thetadd4=0;  
Thetadd5=0;  
Thetadd6=0;
```

```
M(1,3)=eval(taw1)-G(1)
```

```
Thetadd1=0;  
Thetadd2=0;  
Thetadd3=0;  
Thetadd4=1;  
Thetadd5=0;  
Thetadd6=0;
```

```
M(1,4)=eval(taw1)-G(1)
```

```
Thetadd1=0;  
Thetadd2=0;  
Thetadd3=0;  
Thetadd4=0;  
Thetadd5=1;  
Thetadd6=0;
```

```
M(1,5)=eval(taw1)-G(1)
```

```
Thetadd1=0;  
Thetadd2=0;  
Thetadd3=0;  
Thetadd4=0;
```

```
Thetadd5=0;  
Thetadd6=1;
```

```
M(1,6)=eval(taw1)-G(1)
```

```
%satr2
```

```
Thetadd1=1;  
Thetadd2=0;  
Thetadd3=0;  
Thetadd4=0;  
Thetadd5=0;  
Thetadd6=0;
```

```
Thetad1=0;  
Thetad2=0;  
Thetad3=0;  
Thetad4=0;  
Thetad5=0;  
Thetad6=0;
```

```
M(2,1)=eval(taw2)-G(2)
```

```
Thetadd1=0;  
Thetadd2=1;  
Thetadd3=0;  
Thetadd4=0;  
Thetadd5=0;  
Thetadd6=0;
```

```
M(2,2)=eval(taw2)-G(2)
```

```
Thetadd1=0;  
Thetadd2=0;  
Thetadd3=1;  
Thetadd4=0;  
Thetadd5=0;  
Thetadd6=0;
```

```
M(2,3)=eval(taw2)-G(2)
```

```
Thetadd1=0;  
Thetadd2=0;  
Thetadd3=0;  
Thetadd4=1;  
Thetadd5=0;  
Thetadd6=0;
```

```
M(2,4)=eval(taw2)-G(2)
```

```
Thetadd1=0;  
Thetadd2=0;  
Thetadd3=0;  
Thetadd4=0;  
Thetadd5=1;  
Thetadd6=0;
```

```
M(2,5)=eval(taw2)-G(2)
```

```
Thetadd1=0;  
Thetadd2=0;  
Thetadd3=0;  
Thetadd4=0;  
Thetadd5=0;  
Thetadd6=1;
```

```
M(2,6)=eval(taw2)-G(2)
```

```
%satr3
```

```
Thetadd1=1;  
Thetadd2=0;  
Thetadd3=0;  
Thetadd4=0;  
Thetadd5=0;  
Thetadd6=0;
```

```
Thetad1=0;  
Thetad2=0;  
Thetad3=0;  
Thetad4=0;  
Thetad5=0;  
Thetad6=0;
```

```
M(3,1)=eval(taw3)-G(3)
```

```
Thetadd1=0;  
Thetadd2=1;  
Thetadd3=0;  
Thetadd4=0;  
Thetadd5=0;  
Thetadd6=0;
```

```
M(3,2)=eval(taw3)-G(3)
```

```
Thetadd1=0;  
Thetadd2=0;  
Thetadd3=1;  
Thetadd4=0;  
Thetadd5=0;  
Thetadd6=0;
```

```
M(3,3)=eval(taw3)-G(3)
```

```
Thetadd1=0;  
Thetadd2=0;  
Thetadd3=0;  
Thetadd4=1;  
Thetadd5=0;  
Thetadd6=0;
```

```
M(3,4)=eval(taw3)-G(3)
```

```
Thetadd1=0;  
Thetadd2=0;  
Thetadd3=0;  
Thetadd4=0;  
Thetadd5=1;  
Thetadd6=0;
```

```
M(3,5)=eval(taw3)-G(3)
```

```
Thetadd1=0;  
Thetadd2=0;  
Thetadd3=0;  
Thetadd4=0;  
Thetadd5=0;  
Thetadd6=1;
```

```
M(3,6)=eval(taw3)-G(3)
```

```
%satr4
```

```
Thetadd1=1;  
Thetadd2=0;  
Thetadd3=0;  
Thetadd4=0;  
Thetadd5=0;  
Thetadd6=0;
```



```
Thetad1=0;  
Thetad2=0;  
Thetad3=0;  
Thetad4=0;  
Thetad5=0;  
Thetad6=0;
```

```
M(4,1)=eval(taw4)-G(4)
```

```
Thetadd1=0;  
Thetadd2=1;  
Thetadd3=0;  
Thetadd4=0;  
Thetadd5=0;  
Thetadd6=0;
```

```
M(4,2)=eval(taw4)-G(4)
```

```
Thetadd1=0;  
Thetadd2=0;  
Thetadd3=1;  
Thetadd4=0;  
Thetadd5=0;  
Thetadd6=0;
```

```
M(4,3)=eval(taw4)-G(4)
```

```
Thetadd1=0;  
Thetadd2=0;  
Thetadd3=0;  
Thetadd4=1;  
Thetadd5=0;  
Thetadd6=0;
```

```
M(4,4)=eval(taw4)-G(4)
```

```
Thetadd1=0;  
Thetadd2=0;  
Thetadd3=0;  
Thetadd4=0;  
Thetadd5=1;  
Thetadd6=0;
```

```
M(4,5)=eval(taw4)-G(4)
```

```
Thetadd1=0;  
Thetadd2=0;
```

```
Thetadd3=0;  
Thetadd4=0;  
Thetadd5=0;  
Thetadd6=1;
```

```
M(4,6)=eval(taw4)-G(4)
```

```
%satr5
```

```
Thetadd1=1;  
Thetadd2=0;  
Thetadd3=0;  
Thetadd4=0;  
Thetadd5=0;  
Thetadd6=0;
```

```
Thetad1=0;  
Thetad2=0;  
Thetad3=0;  
Thetad4=0;  
Thetad5=0;  
Thetad6=0;
```

```
M(5,1)=eval(taw5)-G(5)
```

```
Thetadd1=0;  
Thetadd2=1;  
Thetadd3=0;  
Thetadd4=0;  
Thetadd5=0;  
Thetadd6=0;
```

```
M(5,2)=eval(taw5)-G(5)
```

```
Thetadd1=0;  
Thetadd2=0;  
Thetadd3=1;  
Thetadd4=0;  
Thetadd5=0;  
Thetadd6=0;
```

```
M(5,3)=eval(taw5)-G(5)
```

```
Thetadd1=0;  
Thetadd2=0;  
Thetadd3=0;
```

```
Thetadd4=1;  
Thetadd5=0;  
Thetadd6=0;
```

```
M(5,4)=eval(taw5)-G(5)
```

```
Thetadd1=0;  
Thetadd2=0;  
Thetadd3=0;  
Thetadd4=0;  
Thetadd5=1;  
Thetadd6=0;
```

```
M(5,5)=eval(taw5)-G(5)
```

```
Thetadd1=0;  
Thetadd2=0;  
Thetadd3=0;  
Thetadd4=0;  
Thetadd5=0;  
Thetadd6=1;
```

```
M(5,6)=eval(taw5)-G(5)
```

```
%satr6
```

```
Thetadd1=1;  
Thetadd2=0;  
Thetadd3=0;  
Thetadd4=0;  
Thetadd5=0;  
Thetadd6=0;
```

```
Thetad1=0;  
Thetad2=0;  
Thetad3=0;  
Thetad4=0;  
Thetad5=0;  
Thetad6=0;
```

```
M(6,1)=eval(taw6)-G(6)
```

```
Thetadd1=0;  
Thetadd2=1;  
Thetadd3=0;  
Thetadd4=0;
```

```
Thetadd5=0;  
Thetadd6=0;
```

```
M(6,2)=eval(taw6)-G(6)
```

```
Thetadd1=0;  
Thetadd2=0;  
Thetadd3=1;  
Thetadd4=0;  
Thetadd5=0;  
Thetadd6=0;
```

```
M(6,3)=eval(taw6)-G(6)
```

```
Thetadd1=0;  
Thetadd2=0;  
Thetadd3=0;  
Thetadd4=1;  
Thetadd5=0;  
Thetadd6=0;
```

```
M(6,4)=eval(taw6)-G(6)
```

```
Thetadd1=0;  
Thetadd2=0;  
Thetadd3=0;  
Thetadd4=0;  
Thetadd5=1;  
Thetadd6=0;
```

```
M(6,5)=eval(taw6)-G(6)
```

```
Thetadd1=0;  
Thetadd2=0;  
Thetadd3=0;  
Thetadd4=0;  
Thetadd5=0;  
Thetadd6=1;
```

```
M(6,6)=eval(taw6)-G(6)
```

```
%% C  
%sattr1
```

```
Thetadd1=0;  
Thetadd2=0;
```

```
Thetadd3=0;  
Thetadd4=0;  
Thetadd5=0;  
Thetadd6=0;
```

```
Thetad1=1;  
Thetad2=0;  
Thetad3=0;  
Thetad4=0;  
Thetad5=0;  
Thetad6=0;
```

```
C(1,1)=eval(taw1)-G(1)
```

```
Thetad1=0;  
Thetad2=1;  
Thetad3=0;  
Thetad4=0;  
Thetad5=0;  
Thetad6=0;
```

```
C(1,2)=eval(taw1)-G(1)
```

```
Thetad1=0;  
Thetad2=0;  
Thetad3=1;  
Thetad4=0;  
Thetad5=0;  
Thetad6=0;
```

```
C(1,3)=eval(taw1)-G(1)
```

```
Thetad1=0;  
Thetad2=0;  
Thetad3=0;  
Thetad4=1;  
Thetad5=0;  
Thetad6=0;
```

```
C(1,4)=eval(taw1)-G(1)
```

```
Thetad1=0;  
Thetad2=0;  
Thetad3=0;  
Thetad4=0;  
Thetad5=1;  
Thetad6=0;
```

```
C(1,5)=eval(taw1)-G(1)
```

```
Thetad1=0;  
Thetad2=0;  
Thetad3=0;  
Thetad4=0;  
Thetad5=0;  
Thetad6=1;
```

```
C(1,6)=eval(taw1)-G(1)
```

```
%satr2
```

```
Thetadd1=0;  
Thetadd2=0;  
Thetadd3=0;  
Thetadd4=0;  
Thetadd5=0;  
Thetadd6=0;
```

```
Thetad1=1;  
Thetad2=0;  
Thetad3=0;  
Thetad4=0;  
Thetad5=0;  
Thetad6=0;
```

```
C(2,1)=eval(taw2)-G(2)
```

```
Thetad1=0;  
Thetad2=1;  
Thetad3=0;  
Thetad4=0;  
Thetad5=0;  
Thetad6=0;
```

```
C(2,2)=eval(taw2)-G(2)
```

```
Thetad1=0;  
Thetad2=0;  
Thetad3=1;  
Thetad4=0;  
Thetad5=0;  
Thetad6=0;
```

```
C(2,3)=eval(taw2)-G(2)
```

```
Thetad1=0;  
Thetad2=0;  
Thetad3=0;  
Thetad4=1;  
Thetad5=0;  
Thetad6=0;
```

```
C(2,4)=eval(taw2)-G(2)
```

```
Thetad1=0;  
Thetad2=0;  
Thetad3=0;  
Thetad4=0;  
Thetad5=1;  
Thetad6=0;
```

```
C(2,5)=eval(taw2)-G(2)
```

```
Thetad1=0;  
Thetad2=0;  
Thetad3=0;  
Thetad4=0;  
Thetad5=0;  
Thetad6=1;
```

```
C(2,6)=eval(taw2)-G(2)
```

```
%satr3
```

```
Thetadd1=0;  
Thetadd2=0;  
Thetadd3=0;  
Thetadd4=0;  
Thetadd5=0;  
Thetadd6=0;
```

```
Thetad1=1;  
Thetad2=0;  
Thetad3=0;  
Thetad4=0;  
Thetad5=0;  
Thetad6=0;
```

```
C(3,1)=eval(taw3)-G(3)
```

```
Thetad1=0;
```

```
Thetad2=1;  
Thetad3=0;  
Thetad4=0;  
Thetad5=0;  
Thetad6=0;
```

```
C(3,2)=eval(taw3)-G(3)
```

```
Thetad1=0;  
Thetad2=0;  
Thetad3=1;  
Thetad4=0;  
Thetad5=0;  
Thetad6=0;
```

```
C(3,3)=eval(taw3)-G(3)
```

```
Thetad1=0;  
Thetad2=0;  
Thetad3=0;  
Thetad4=1;  
Thetad5=0;  
Thetad6=0;
```

```
C(3,4)=eval(taw3)-G(3)
```

```
Thetad1=0;  
Thetad2=0;  
Thetad3=0;  
Thetad4=0;  
Thetad5=1;  
Thetad6=0;
```

```
C(3,5)=eval(taw3)-G(3)
```

```
Thetad1=0;  
Thetad2=0;  
Thetad3=0;  
Thetad4=0;  
Thetad5=0;  
Thetad6=1;
```

```
C(3,6)=eval(taw3)-G(3)
```

```
%satr4
```

```
Thetadd1=0;
```



```
Thetadd2=0;  
Thetadd3=0;  
Thetadd4=0;  
Thetadd5=0;  
Thetadd6=0;
```

```
Thetad1=1;  
Thetad2=0;  
Thetad3=0;  
Thetad4=0;  
Thetad5=0;  
Thetad6=0;
```

```
C(4,1)=eval(taw4)-G(4)
```

```
Thetad1=0;  
Thetad2=1;  
Thetad3=0;  
Thetad4=0;  
Thetad5=0;  
Thetad6=0;
```

```
C(4,2)=eval(taw4)-G(4)
```

```
Thetad1=0;  
Thetad2=0;  
Thetad3=1;  
Thetad4=0;  
Thetad5=0;  
Thetad6=0;
```

```
C(4,3)=eval(taw4)-G(4)
```

```
Thetad1=0;  
Thetad2=0;  
Thetad3=0;  
Thetad4=1;  
Thetad5=0;  
Thetad6=0;
```

```
C(4,4)=eval(taw4)-G(4)
```

```
Thetad1=0;  
Thetad2=0;  
Thetad3=0;  
Thetad4=0;  
Thetad5=1;
```

```

Thetad6=0;

C(4,5)=eval(taw4)-G(4)

Thetad1=0;
Thetad2=0;
Thetad3=0;
Thetad4=0;
Thetad5=0;
Thetad6=1;

C(4,6)=eval(taw4)-G(4)

%satr5

Thetadd1=0;
Thetadd2=0;
Thetadd3=0;
Thetadd4=0;
Thetadd5=0;
Thetadd6=0;

Thetad1=1;
Thetad2=0;
Thetad3=0;
Thetad4=0;
Thetad5=0;
Thetad6=0;

C(5,1)=eval(taw5)-G(5)

Thetad1=0;
Thetad2=1;
Thetad3=0;
Thetad4=0;
Thetad5=0;
Thetad6=0;

C(5,2)=eval(taw5)-G(5)

Thetad1=0;
Thetad2=0;
Thetad3=1;
Thetad4=0;
Thetad5=0;
Thetad6=0;

```

```
C(5,3)=eval(taw5)-G(5)
```

```
Thetad1=0;  
Thetad2=0;  
Thetad3=0;  
Thetad4=1;  
Thetad5=0;  
Thetad6=0;
```

```
C(5,4)=eval(taw1)-G(5)
```

```
Thetad1=0;  
Thetad2=0;  
Thetad3=0;  
Thetad4=0;  
Thetad5=1;  
Thetad6=0;
```

```
C(5,5)=eval(taw5)-G(5)
```

```
Thetad1=0;  
Thetad2=0;  
Thetad3=0;  
Thetad4=0;  
Thetad5=0;  
Thetad6=1;
```

```
C(5,6)=eval(taw5)-G(5)
```

```
%satr6
```

```
Thetadd1=0;  
Thetadd2=0;  
Thetadd3=0;  
Thetadd4=0;  
Thetadd5=0;  
Thetadd6=0;
```

```
Thetad1=1;  
Thetad2=0;  
Thetad3=0;  
Thetad4=0;  
Thetad5=0;  
Thetad6=0;
```

```
C(6,1)=eval(taw6)-G(6)
```

```
Thetad1=0;
```

```
Thetad2=1;
Thetad3=0;
Thetad4=0;
Thetad5=0;
Thetad6=0;
```

```
C(6,2)=eval(taw6)-G(6)
```

```
Thetad1=0;
Thetad2=0;
Thetad3=1;
Thetad4=0;
Thetad5=0;
Thetad6=0;
```

```
C(6,3)=eval(taw6)-G(6)
```

```
Thetad1=0;
Thetad2=0;
Thetad3=0;
Thetad4=1;
Thetad5=0;
Thetad6=0;
```

```
C(6,4)=eval(taw6)-G(6)
```

```
Thetad1=0;
Thetad2=0;
Thetad3=0;
Thetad4=0;
Thetad5=1;
Thetad6=0;
```

```
C(6,5)=eval(taw6)-G(6)
```

```
Thetad1=0;
Thetad2=0;
Thetad3=0;
Thetad4=0;
Thetad5=0;
Thetad6=1;
```

```
C(6,6)=eval(taw6)-G(6)
```

```
clear Thetad1 Theatad2 Thetad3 Thetad4 Thetad5 Thetad6
```

```
syms Thetad1 Theatad2 Thetad3 Thetad4 Thetad5 Thetad6
```

$C=C^*[\text{Thetad1};\text{Thetad2};\text{Thetad3};\text{Thetad4};\text{Thetad5};\text{Thetad6}]$

## دینامیک ربات به روش لاگرانژ

برای محاسبه دینامیک ربات به روش لاگرانژ، باید از روابط موجود استفاده شود. با پیاده سازی روابط موجود در متلب، به دینامیک ربات به روش لاگرانژ دست پیدا خواهیم کرد. همچنین لازم به ذکر است در این روش در طی مراحل مقادیر  $M, C, G$  محاسبه می شود و نیازی به محاسبه جداگانه آن ها در انتها نمی باشد:

```
%% lagrangian

clc
clear

syms Theta1 Theta2 Theta3 Theta4 Theta5 Theta6

T01 =simplify( [cos(Theta1), -sin(Theta1), 0, 0;
sin(Theta1),cos(Theta1), 0, 0; 0, 0, 1, 0;0, 0, 0, 1])
T12 =simplify( [cos(Theta2), -sin(Theta2), 0, 0.15; 0,0, -1, 0;
sin(Theta2), cos(Theta2), 0, 0; 0, 0, 0, 1])
T23 =simplify( [cos(Theta3), -sin(Theta3), 0, 0.79;
sin(Theta3),cos(Theta3), 0, 0; 0, 0, 1, 0; 0, 0, 0, 1])
T34 =simplify( [cos(Theta4), -sin(Theta4), 0, 0.15; 0,0, -1, -
0.86; sin(Theta4), cos(Theta4), 0, 0; 0, 0, 0, 1])
T45 =simplify( [cos(Theta5), -sin(Theta5), 0, 0; 0,0, 1, 0; -
sin(Theta5), -cos(Theta5), 0, 0; 0, 0, 0, 1])
T56 =simplify( [cos(Theta6), -sin(Theta6), 0, 0; 0,0, -1, 0;
sin(Theta6), cos(Theta6), 0, 0; 0, 0, 0, 1])
Tc55=[1 0 0 0;0 1 0 -0.05;0 0 1 0;0 0 0 1];

Tc44=[1 0 0 0;0 1 0 0;0 0 1 0.55835;0 0 0 1];

Tc33=[1 0 0 0.075;0 1 0 -0.128;0 0 1 0;0 0 0 1];

Tc22=[1 0 0 0.395;0 1 0 0;0 0 1 0;0 0 0 1];

Tc11=[1 0 0 0.075;0 1 0 0;0 0 1 0;0 0 0 1];

T0C1=simplify(T01*Tc11);

T02 =simplify( T01 * T12);

T0C2=simplify(T02*Tc22);

T03 =simplify( T01 * T12 * T23);
```

```

T0C3=simplify(T03*Tc33);
T04 =simplify( T01 * T12 * T23 * T34);
T0C4=simplify(T04*Tc44);
T05=simplify( T01 * T12 * T23 * T34 * T45);
T0C5=simplify(T05*Tc55);
T06=simplify( T01 * T12 * T23 * T34 * T45 * T56);
T0C6=T06;
Z1=T01(1:3,3);
Z2=T02(1:3,3);
Z3=T03(1:3,3);
Z4=T04(1:3,3);
Z5=T05(1:3,3);
Z6=T06(1:3,3);
O1=T01(1:3,4);
Oc1=T0C1(1:3,4);
O2=T02(1:3,4);
Oc2=T0C2(1:3,4);
O3=T03(1:3,4);
Oc3=T0C3(1:3,4);
O4=T04(1:3,4);
Oc4=T0C4(1:3,4);
O5=T05(1:3,4);
Oc5=T0C5(1:3,4);

```

```

O6=T06(1:3,4);

Oc6=O6
% coulumn of jacobians of ee.

J1=[cross(Z1,(O6-O1));Z1];
J2=[cross(Z2,(O6-O2));Z2];
J3=[cross(Z3,(O6-O3));Z3];
J4=[cross(Z4,(O6-O4));Z4];
J5=[cross(Z5,(O6-O5));Z5];
J6=[cross(Z6,(O6-O6));Z6];

J=[J1 J2 J3 J4 J5 J6];

% Jc

zero=[0;0;0;0;0;0];

Jc6=J;

Jv6=Jc6(1:3,:);

Jw6=Jc6(4:6,:)

Jc51=[cross(Z1,(Oc5-O1));Z1];
Jc52=[cross(Z2,(Oc5-O2));Z2];
Jc53=[cross(Z3,(Oc5-O3));Z3];
Jc54=[cross(Z4,(Oc5-O4));Z4];
Jc55=[cross(Z5,(Oc5-O5));Z5];

Jc5=[Jc51 Jc52 Jc53 Jc54 Jc55 zero];

Jv5=Jc5(1:3,:);

Jw5=Jc5(4:6,:);

Jc41=[cross(Z1,(Oc4-O1));Z1];

```



```

Jc42=[cross (Z2, (Oc4-O2)) ;Z2];
Jc43=[cross (Z3, (Oc4-O3)) ;Z3];
Jc44=[cross (Z4, (Oc4-O4)) ;Z4];
Jc4=[Jc41 Jc42 Jc43 Jc44 zero zero];
Jv4=Jc4 (1:3, :);
Jw4=Jc4 (4:6, :);
Jc31=[cross (Z1, (Oc3-O1)) ;Z1];
Jc32=[cross (Z2, (Oc3-O2)) ;Z2];
Jc33=[cross (Z3, (Oc3-O3)) ;Z3];
Jc3=[Jc31 Jc32 Jc33 zero zero zero];
Jv3=Jc3 (1:3, :);
Jw3=Jc3 (4:6, :);
Jc21=[cross (Z1, (Oc2-O1)) ;Z1];
Jc22=[cross (Z2, (Oc2-O2)) ;Z2];
Jc2=[Jc21 Jc22 zero zero zero zero];
Jv2=Jc2 (1:3, :);
Jw2=Jc2 (4:6, :);
Jc11=[cross (Z1, (Oc1-O1)) ;Z1];
Jc1=[Jc11 zero zero zero zero zero];
Jv1=Jc1 (1:3, :);
Jw1=Jc1 (4:6, :);
% M
syms m1 m2 m3 m4 m5 m6 I1 I2 I3 I4 I5 I6
R01=T01 (1:3, 1:3);

```

```

R02=T02(1:3,1:3);

R03=T03(1:3,1:3);

R04=T04(1:3,1:3);

R05=T05(1:3,1:3);

R06=T06(1:3,1:3);

M_theta1=
m1*transpose(Jv1)*Jv1+transpose(Jw1)*R01*I1*transpose(R01)*Jw1

M_theta2=
m2*transpose(Jv2)*Jv2+transpose(Jw2)*R02*I2*transpose(R02)*Jw2

M_theta3=
m3*transpose(Jv3)*Jv3+transpose(Jw3)*R03*I3*transpose(R03)*Jw3

M_theta4=
m4*transpose(Jv4)*Jv4+transpose(Jw4)*R04*I4*transpose(R04)*Jw4

M_theta5=
m5*transpose(Jv5)*Jv5+transpose(Jw5)*R05*I5*transpose(R05)*Jw5

M_theta6=
m6*transpose(Jv6)*Jv6+transpose(Jw6)*R06*I6*transpose(R06)*Jw6

M_theta=M_theta1+M_theta2+M_theta3+M_theta4+M_theta5+M_theta6

M_x=(1/transpose(J))*M_theta*inv(J)
% C

% k=1 n1

C_111=0.5*(((diff(M_theta(1,1),Theta1)))+(diff(M_theta(1,1),Theta1))-(diff(M_theta(1,1),Theta1)))

C_121=0.5*(((diff(M_theta(1,2),Theta1)))+(diff(M_theta(1,1),Theta2))-(diff(M_theta(1,2),Theta1)))

C_211=C_121

C_131=0.5*(((diff(M_theta(1,3),Theta1)))+(diff(M_theta(1,1),Theta3))-(diff(M_theta(1,3),Theta1)))

C_311=C_131

```

```
C_141=0.5*((diff(M_theta(1,4),Theta1)))+(diff(M_theta(1,1),Theta1))-
(diff(M_theta(1,4),Theta1))
```

```
C_411=C_141
```

```
C_151=0.5*((diff(M_theta(1,5),Theta1)))+(diff(M_theta(1,1),Theta1))-
(diff(M_theta(1,5),Theta1))
```

```
C_511=C_151
```

```
C_161=0.5*((diff(M_theta(1,6),Theta1)))+(diff(M_theta(1,1),Theta1))-
(diff(M_theta(1,6),Theta1))
```

```
C_611=C_161
```

```
% k=1 n2
```

```
C_221=0.5*((diff(M_theta(1,2),Theta2)))+(diff(M_theta(1,2),Theta2))-
(diff(M_theta(2,2),Theta1))
```

```
C_231=0.5*((diff(M_theta(1,3),Theta2)))+(diff(M_theta(1,2),Theta2))-
(diff(M_theta(2,3),Theta1))
```

```
C_321=C_231
```

```
C_241=0.5*((diff(M_theta(1,4),Theta2)))+(diff(M_theta(1,2),Theta2))-
(diff(M_theta(2,4),Theta1))
```

```
C_421=C_241
```

```
C_251=0.5*((diff(M_theta(1,5),Theta2)))+(diff(M_theta(1,2),Theta2))-
(diff(M_theta(2,5),Theta1))
```

```
C_521=C_251
```

```
C_261=0.5*((diff(M_theta(1,6),Theta2)))+(diff(M_theta(1,2),Theta2))-
(diff(M_theta(2,6),Theta1))
```

```
C_621=C_261
```

```
% k=1 n3
```

```
C_331=0.5*((diff(M_theta(1,3),Theta3)))+(diff(M_theta(1,3),Theta3))-
(diff(M_theta(3,3),Theta1))
```

```
C_341=0.5*((diff(M_theta(1,4),Theta3)))+(diff(M_theta(1,3),Theta4))-(diff(M_theta(3,4),Theta1)))
```

```
C_431=C_341
```

```
C_351=0.5*((diff(M_theta(1,5),Theta3)))+(diff(M_theta(1,3),Theta5))-(diff(M_theta(3,5),Theta1)))
```

```
C_531=C_351
```

```
C_361=0.5*((diff(M_theta(1,6),Theta3)))+(diff(M_theta(1,3),Theta6))-(diff(M_theta(3,6),Theta1)))
```

```
C_631=C_361
```

```
% k=1 n4
```

```
C_441=0.5*((diff(M_theta(1,4),Theta4)))+(diff(M_theta(1,4),Theta4))-(diff(M_theta(4,4),Theta1)))
```

```
C_451=0.5*((diff(M_theta(1,5),Theta4)))+(diff(M_theta(1,4),Theta5))-(diff(M_theta(4,5),Theta1)))
```

```
C_541=C_451
```

```
C_461=0.5*((diff(M_theta(1,6),Theta4)))+(diff(M_theta(1,4),Theta6))-(diff(M_theta(4,6),Theta1)))
```

```
C_641=C_461
```

```
% k=1 n5
```

```
C_551=0.5*((diff(M_theta(1,5),Theta5)))+(diff(M_theta(1,5),Theta5))-(diff(M_theta(5,5),Theta1)))
```

```
C_561=0.5*((diff(M_theta(1,6),Theta5)))+(diff(M_theta(1,5),Theta6))-(diff(M_theta(5,6),Theta1)))
```

```
C_651=C_561
```

```
% k=1 n6
```

```
C_661=0.5*((diff(M_theta(1,6),Theta6)))+(diff(M_theta(1,6),Theta6))-(diff(M_theta(6,6),Theta1)))
```

```
% k=2 n1
```

```

C_112=0.5*((diff(M_theta(2,1),Theta1)))+(diff(M_theta(2,1),Theta1))-(diff(M_theta(1,1),Theta2)))

C_122=0.5*((diff(M_theta(2,2),Theta1)))+(diff(M_theta(2,1),Theta2))-(diff(M_theta(1,2),Theta2)))

C_212=C_122

C_132=0.5*((diff(M_theta(2,3),Theta1)))+(diff(M_theta(2,1),Theta3))-(diff(M_theta(1,3),Theta2)))

C_312=C_132

C_142=0.5*((diff(M_theta(2,4),Theta1)))+(diff(M_theta(2,1),Theta4))-(diff(M_theta(1,4),Theta2)))

C_412=C_142

C_152=0.5*((diff(M_theta(2,5),Theta1)))+(diff(M_theta(2,1),Theta5))-(diff(M_theta(1,5),Theta2)))

C_512=C_152

C_162=0.5*((diff(M_theta(2,6),Theta1)))+(diff(M_theta(2,1),Theta6))-(diff(M_theta(1,6),Theta2)))

C_612=C_162
% k=2 n2

C_222=0.5*((diff(M_theta(2,2),Theta2)))+(diff(M_theta(2,2),Theta2))-(diff(M_theta(2,2),Theta2)))

C_232=0.5*((diff(M_theta(2,3),Theta2)))+(diff(M_theta(2,2),Theta3))-(diff(M_theta(2,3),Theta2)))

C_322=C_232

C_242=0.5*((diff(M_theta(2,4),Theta2)))+(diff(M_theta(2,2),Theta4))-(diff(M_theta(2,4),Theta2)))

C_422=C_242

C_252=0.5*((diff(M_theta(2,5),Theta2)))+(diff(M_theta(2,2),Theta5))-(diff(M_theta(2,5),Theta2)))

C_522=C_252

```

```
C_262=0.5*((diff(M_theta(2,6),Theta2)))+(diff(M_theta(2,2),Theta2))-
(diff(M_theta(2,6),Theta2)))
```

```
C_622=C_262
```

```
% k=2 n3
```

```
C_332=0.5*((diff(M_theta(2,3),Theta3)))+(diff(M_theta(2,3),Theta3))-
(diff(M_theta(3,3),Theta2)))
```

```
C_342=0.5*((diff(M_theta(2,4),Theta3)))+(diff(M_theta(2,3),Theta3))-
(diff(M_theta(3,4),Theta2)))
```

```
C_432=C_342
```

```
C_352=0.5*((diff(M_theta(2,5),Theta3)))+(diff(M_theta(2,3),Theta3))-
(diff(M_theta(3,5),Theta2)))
```

```
C_532=C_352
```

```
C_362=0.5*((diff(M_theta(2,6),Theta3)))+(diff(M_theta(2,3),Theta3))-
(diff(M_theta(3,6),Theta2)))
```

```
C_632=C_362
```

```
% k=2 n4
```

```
C_442=0.5*((diff(M_theta(2,4),Theta4)))+(diff(M_theta(2,4),Theta4))-
(diff(M_theta(4,4),Theta2)))
```

```
C_452=0.5*((diff(M_theta(2,5),Theta4)))+(diff(M_theta(2,4),Theta4))-
(diff(M_theta(4,5),Theta2)))
```

```
C_542=C_452
```

```
C_462=0.5*((diff(M_theta(2,6),Theta4)))+(diff(M_theta(2,4),Theta4))-
(diff(M_theta(4,6),Theta2)))
```

```
C_642=C_462
```

```
% k=2 n5
```

```
C_552=0.5*((diff(M_theta(2,5),Theta5)))+(diff(M_theta(2,5),Theta5))-
(diff(M_theta(5,5),Theta2)))
```

```
C_562=0.5*((diff(M_theta(2,6),Theta5)))+(diff(M_theta(2,5),Theta5))-
(diff(M_theta(5,6),Theta2)))
```

```

C_652=C_562
% k=2 n6

C_662=0.5*((diff(M_theta(2,6),Theta6)))+(diff(M_theta(2,6),Theta6))-(diff(M_theta(6,6),Theta2)))

% k=3 n1

C_113=0.5*((diff(M_theta(3,1),Theta1)))+(diff(M_theta(3,1),Theta1))-(diff(M_theta(1,1),Theta3)))

C_123=0.5*((diff(M_theta(3,2),Theta1)))+(diff(M_theta(3,1),Theta2))-(diff(M_theta(1,2),Theta3)))

C_213=C_123

C_133=0.5*((diff(M_theta(3,3),Theta1)))+(diff(M_theta(3,1),Theta3))-(diff(M_theta(1,3),Theta3)))

C_313=C_133

C_143=0.5*((diff(M_theta(3,4),Theta1)))+(diff(M_theta(3,1),Theta4))-(diff(M_theta(1,4),Theta3)))

C_413=C_143

C_153=0.5*((diff(M_theta(3,5),Theta1)))+(diff(M_theta(3,1),Theta5))-(diff(M_theta(1,5),Theta3)))

C_513=C_153

C_163=0.5*((diff(M_theta(3,6),Theta1)))+(diff(M_theta(3,1),Theta6))-(diff(M_theta(1,6),Theta3)))

C_613=C_163
% k=3 n2

C_223=0.5*((diff(M_theta(3,2),Theta2)))+(diff(M_theta(3,2),Theta2))-(diff(M_theta(2,2),Theta3)))

C_233=0.5*((diff(M_theta(3,3),Theta2)))+(diff(M_theta(3,2),Theta3))-(diff(M_theta(2,3),Theta3)))

C_323=C_233

C_243=0.5*((diff(M_theta(3,4),Theta2)))+(diff(M_theta(3,2),Theta4))-(diff(M_theta(2,4),Theta3)))

```

```
C_423=C_243
```

```
C_253=0.5*((diff(M_theta(3,5),Theta2)))+(diff(M_theta(3,2),Theta5))-  
(diff(M_theta(2,5),Theta3)))
```

```
C_523=C_253
```

```
C_263=0.5*((diff(M_theta(3,6),Theta2)))+(diff(M_theta(3,2),Theta6))-  
(diff(M_theta(2,6),Theta3)))
```

```
C_623=C_263
```

```
% k=3 n3
```

```
C_333=0.5*((diff(M_theta(3,3),Theta3)))+(diff(M_theta(3,3),Theta3))-  
(diff(M_theta(3,3),Theta3)))
```

```
C_343=0.5*((diff(M_theta(3,4),Theta3)))+(diff(M_theta(3,3),Theta4))-  
(diff(M_theta(3,4),Theta3)))
```

```
C_433=C_343
```

```
C_353=0.5*((diff(M_theta(3,5),Theta3)))+(diff(M_theta(3,3),Theta5))-  
(diff(M_theta(3,5),Theta3)))
```

```
C_533=C_353
```

```
C_363=0.5*((diff(M_theta(3,6),Theta3)))+(diff(M_theta(3,3),Theta6))-  
(diff(M_theta(3,6),Theta3)))
```

```
C_633=C_363
```

```
% k=3 n4
```

```
C_443=0.5*((diff(M_theta(3,4),Theta4)))+(diff(M_theta(3,4),Theta4))-  
(diff(M_theta(4,4),Theta3)))
```

```
C_453=0.5*((diff(M_theta(3,5),Theta4)))+(diff(M_theta(3,4),Theta5))-  
(diff(M_theta(4,5),Theta3)))
```

```
C_543=C_453
```

```
C_463=0.5*((diff(M_theta(3,6),Theta4)))+(diff(M_theta(3,4),Theta6))-  
(diff(M_theta(4,6),Theta3)))
```

```
C_643=C_463
```



```

% k=3 n5

C_553=0.5*((diff(M_theta(3,5),Theta5)))+(diff(M_theta(3,5),Theta5))-(diff(M_theta(5,5),Theta3))

C_563=0.5*((diff(M_theta(3,6),Theta5)))+(diff(M_theta(3,5),Theta6))-(diff(M_theta(5,6),Theta3))

C_653=C_563
% k=3 n6

C_663=0.5*((diff(M_theta(3,6),Theta6)))+(diff(M_theta(3,6),Theta6))-(diff(M_theta(6,6),Theta3))

% k=4 n1

C_114=0.5*((diff(M_theta(4,1),Theta1)))+(diff(M_theta(4,1),Theta1))-(diff(M_theta(1,1),Theta4))

C_124=0.5*((diff(M_theta(4,2),Theta1)))+(diff(M_theta(4,1),Theta2))-(diff(M_theta(1,2),Theta4))

C_214=C_124

C_134=0.5*((diff(M_theta(4,3),Theta1)))+(diff(M_theta(4,1),Theta3))-(diff(M_theta(1,3),Theta4))

C_314=C_134

C_144=0.5*((diff(M_theta(4,4),Theta1)))+(diff(M_theta(4,1),Theta4))-(diff(M_theta(1,4),Theta4))

C_414=C_144

C_154=0.5*((diff(M_theta(4,5),Theta1)))+(diff(M_theta(4,1),Theta5))-(diff(M_theta(1,5),Theta4))

C_514=C_154

C_164=0.5*((diff(M_theta(4,6),Theta1)))+(diff(M_theta(4,1),Theta6))-(diff(M_theta(1,6),Theta4))

C_614=C_164
% k=4 n2

C_224=0.5*((diff(M_theta(4,2),Theta2)))+(diff(M_theta(4,2),Theta2))-(diff(M_theta(2,2),Theta4))

```

```
C_234=0.5*((diff(M_theta(4,3),Theta2)))+(diff(M_theta(4,2),Theta3))-(diff(M_theta(2,3),Theta4)))
```

```
C_324=C_234
```

```
C_244=0.5*((diff(M_theta(4,4),Theta2)))+(diff(M_theta(4,2),Theta4))-(diff(M_theta(2,4),Theta4)))
```

```
C_424=C_244
```

```
C_254=0.5*((diff(M_theta(4,5),Theta2)))+(diff(M_theta(4,2),Theta5))-(diff(M_theta(2,5),Theta4)))
```

```
C_524=C_254
```

```
C_264=0.5*((diff(M_theta(4,6),Theta2)))+(diff(M_theta(4,2),Theta6))-(diff(M_theta(2,6),Theta4)))
```

```
C_624=C_264
```

```
% k=4 n3
```

```
C_334=0.5*((diff(M_theta(4,3),Theta3)))+(diff(M_theta(4,3),Theta3))-(diff(M_theta(3,3),Theta4)))
```

```
C_344=0.5*((diff(M_theta(4,4),Theta3)))+(diff(M_theta(4,3),Theta4))-(diff(M_theta(3,4),Theta4)))
```

```
C_434=C_344
```

```
C_354=0.5*((diff(M_theta(4,5),Theta3)))+(diff(M_theta(4,3),Theta5))-(diff(M_theta(3,5),Theta4)))
```

```
C_534=C_354
```

```
C_364=0.5*((diff(M_theta(4,6),Theta3)))+(diff(M_theta(4,3),Theta6))-(diff(M_theta(3,6),Theta4)))
```

```
C_634=C_364
```

```
% k=4 n4
```

```
C_444=0.5*((diff(M_theta(4,4),Theta4)))+(diff(M_theta(4,4),Theta4))-(diff(M_theta(4,4),Theta4)))
```

```
C_454=0.5*((diff(M_theta(4,5),Theta4)))+(diff(M_theta(4,4),Theta5))-(diff(M_theta(4,5),Theta4)))
```

```
C_544=C_454
```

```
C_464=0.5*((diff(M_theta(4,6),Theta4)))+(diff(M_theta(4,4),Theta4))-  
(diff(M_theta(4,6),Theta4)))
```

```
C_644=C_464
```

```
% k=4 n5
```

```
C_554=0.5*((diff(M_theta(4,5),Theta5)))+(diff(M_theta(4,5),Theta5))-  
(diff(M_theta(5,5),Theta4)))
```

```
C_564=0.5*((diff(M_theta(4,6),Theta5)))+(diff(M_theta(4,5),Theta5))-  
(diff(M_theta(5,6),Theta4)))
```

```
C_654=C_564
```

```
% k=4 n6
```

```
C_664=0.5*((diff(M_theta(4,6),Theta6)))+(diff(M_theta(4,6),Theta6))-  
(diff(M_theta(6,6),Theta4)))
```

```
% k=5 n1
```

```
C_115=0.5*((diff(M_theta(5,1),Theta1)))+(diff(M_theta(5,1),Theta1))-  
(diff(M_theta(1,1),Theta5)))
```

```
C_125=0.5*((diff(M_theta(5,2),Theta1)))+(diff(M_theta(5,1),Theta1))-  
(diff(M_theta(1,2),Theta5)))
```

```
C_215=C_125
```

```
C_135=0.5*((diff(M_theta(5,3),Theta1)))+(diff(M_theta(5,1),Theta1))-  
(diff(M_theta(1,3),Theta5)))
```

```
C_315=C_135
```

```
C_145=0.5*((diff(M_theta(5,4),Theta1)))+(diff(M_theta(5,1),Theta1))-  
(diff(M_theta(1,4),Theta5)))
```

```
C_415=C_145
```

```
C_155=0.5*((diff(M_theta(5,5),Theta1)))+(diff(M_theta(5,1),Theta1))-  
(diff(M_theta(1,5),Theta5)))
```

```
C_515=C_155
```

```
C_165=0.5*((diff(M_theta(5,6),Theta1)))+(diff(M_theta(5,1),Theta6))-(diff(M_theta(1,6),Theta5)))
```

```
C_615=C_165
```

```
% k=5 n2
```

```
C_225=0.5*((diff(M_theta(5,2),Theta2)))+(diff(M_theta(5,2),Theta2))-(diff(M_theta(2,2),Theta5)))
```

```
C_235=0.5*((diff(M_theta(5,3),Theta2)))+(diff(M_theta(5,2),Theta3))-(diff(M_theta(2,3),Theta5)))
```

```
C_325=C_235
```

```
C_245=0.5*((diff(M_theta(5,4),Theta2)))+(diff(M_theta(5,2),Theta4))-(diff(M_theta(2,4),Theta5)))
```

```
C_425=C_245
```

```
C_255=0.5*((diff(M_theta(5,5),Theta2)))+(diff(M_theta(5,2),Theta5))-(diff(M_theta(2,5),Theta5)))
```

```
C_525=C_255
```

```
C_265=0.5*((diff(M_theta(5,6),Theta2)))+(diff(M_theta(5,2),Theta6))-(diff(M_theta(2,6),Theta5)))
```

```
C_625=C_265
```

```
% k=5 n3
```

```
C_335=0.5*((diff(M_theta(5,3),Theta3)))+(diff(M_theta(5,3),Theta3))-(diff(M_theta(3,3),Theta5)))
```

```
C_345=0.5*((diff(M_theta(5,4),Theta3)))+(diff(M_theta(5,3),Theta4))-(diff(M_theta(3,4),Theta5)))
```

```
C_435=C_345
```

```
C_355=0.5*((diff(M_theta(5,5),Theta3)))+(diff(M_theta(5,3),Theta5))-(diff(M_theta(3,5),Theta5)))
```

```
C_535=C_355
```

```
C_365=0.5*((diff(M_theta(5,6),Theta3)))+(diff(M_theta(5,3),Theta6))-(diff(M_theta(3,6),Theta5)))
```

```
C_635=C_365
```

```

% k=5 n4

C_445=0.5*((diff(M_theta(5,4),Theta4)))+(diff(M_theta(5,4),Theta4))-(diff(M_theta(4,4),Theta5))

C_455=0.5*((diff(M_theta(5,5),Theta4)))+(diff(M_theta(5,4),Theta5))-(diff(M_theta(4,5),Theta5))

C_545=C_455

C_465=0.5*((diff(M_theta(5,6),Theta4)))+(diff(M_theta(5,4),Theta6))-(diff(M_theta(4,6),Theta5))

C_645=C_465

% k=5 n5

C_555=0.5*((diff(M_theta(5,5),Theta5)))+(diff(M_theta(5,5),Theta5))-(diff(M_theta(5,5),Theta5))

C_565=0.5*((diff(M_theta(5,6),Theta5)))+(diff(M_theta(5,5),Theta6))-(diff(M_theta(5,6),Theta5))

C_655=C_565

% k=5 n6

C_665=0.5*((diff(M_theta(5,6),Theta6)))+(diff(M_theta(5,6),Theta6))-(diff(M_theta(6,6),Theta5))

% k=6 n1

C_116=0.5*((diff(M_theta(6,1),Theta1)))+(diff(M_theta(6,1),Theta1))-(diff(M_theta(1,1),Theta6))

C_126=0.5*((diff(M_theta(6,2),Theta1)))+(diff(M_theta(6,1),Theta2))-(diff(M_theta(1,2),Theta6))

C_216=C_126

C_136=0.5*((diff(M_theta(6,3),Theta1)))+(diff(M_theta(6,1),Theta3))-(diff(M_theta(1,3),Theta6))

C_316=C_136

C_146=0.5*((diff(M_theta(6,4),Theta1)))+(diff(M_theta(6,1),Theta4))-(diff(M_theta(1,4),Theta6))

```

```
C_416=C_146
```

```
C_156=0.5*((diff(M_theta(6,5),Theta1)))+(diff(M_theta(6,1),Theta5))-  
(diff(M_theta(1,5),Theta6)))
```

```
C_516=C_156
```

```
C_166=0.5*((diff(M_theta(6,6),Theta1)))+(diff(M_theta(6,1),Theta6))-  
(diff(M_theta(1,6),Theta6)))
```

```
C_616=C_166
```

```
% k=6 n2
```

```
C_226=0.5*((diff(M_theta(6,2),Theta2)))+(diff(M_theta(6,2),Theta2))-  
(diff(M_theta(2,2),Theta6)))
```

```
C_236=0.5*((diff(M_theta(6,3),Theta2)))+(diff(M_theta(6,2),Theta3))-  
(diff(M_theta(2,3),Theta6)))
```

```
C_326=C_236
```

```
C_246=0.5*((diff(M_theta(6,4),Theta2)))+(diff(M_theta(6,2),Theta4))-  
(diff(M_theta(2,4),Theta6)))
```

```
C_426=C_246
```

```
C_256=0.5*((diff(M_theta(6,5),Theta2)))+(diff(M_theta(6,2),Theta5))-  
(diff(M_theta(2,5),Theta6)))
```

```
C_526=C_256
```

```
C_266=0.5*((diff(M_theta(6,6),Theta2)))+(diff(M_theta(6,2),Theta6))-  
(diff(M_theta(2,6),Theta6)))
```

```
C_626=C_266
```

```
% k=6 n3
```

```
C_336=0.5*((diff(M_theta(6,3),Theta3)))+(diff(M_theta(6,3),Theta3))-  
(diff(M_theta(3,3),Theta6)))
```

```
C_346=0.5*((diff(M_theta(6,4),Theta3)))+(diff(M_theta(6,3),Theta4))-  
(diff(M_theta(3,4),Theta6)))
```

```
C_436=C_346
```

```
C_356=0.5*((diff(M_theta(6,5),Theta3))+diff(M_theta(6,3),Theta5))-diff(M_theta(3,5),Theta6))
```

```
C_536=C_356
```

```
C_366=0.5*((diff(M_theta(6,6),Theta3))+diff(M_theta(6,3),Theta6))-diff(M_theta(3,6),Theta6))
```

```
C_636=C_366
```

```
% k=6 n4
```

```
C_446=0.5*((diff(M_theta(6,4),Theta4))+diff(M_theta(6,4),Theta4))-diff(M_theta(4,4),Theta6))
```

```
C_456=0.5*((diff(M_theta(6,5),Theta4))+diff(M_theta(6,4),Theta5))-diff(M_theta(4,5),Theta6))
```

```
C_546=C_456
```

```
C_466=0.5*((diff(M_theta(6,6),Theta4))+diff(M_theta(6,4),Theta6))-diff(M_theta(4,6),Theta6))
```

```
C_646=C_466
```

```
% k=6 n5
```

```
C_556=0.5*((diff(M_theta(6,5),Theta5))+diff(M_theta(6,5),Theta5))-diff(M_theta(5,5),Theta6))
```

```
C_566=0.5*((diff(M_theta(6,6),Theta5))+diff(M_theta(6,5),Theta6))-diff(M_theta(5,6),Theta6))
```

```
C_656=C_566
```

```
% k=6 n6
```

```
C_666=0.5*((diff(M_theta(6,6),Theta6))+diff(M_theta(6,6),Theta6))-diff(M_theta(6,6),Theta6))
```

```
% C final
```

```
C(1)=C_111+C_121+C_131+C_141+C_151+C_161+C_211+C_221+C_231+C_241+C_251+C_261+C_311+C_321+C_331+C_341+C_351+C_361+C_411+C_421+C_431+C_441+C_451+C_461+C_511+C_521+C_531+C_541+C_551+C_561+C_611+C_621+C_631+C_641+C_651+C_661;
```

```
C(2)=C_112+C_122+C_132+C_142+C_152+C_162+C_212+C_222+C_232+C_242+C_252+C_262+C_312+C_322+C_332+C_342+C_352+C_362+C_412+C_422+C_432+C_442+C_452+C_462+C_512+C_522+C_532+C_542+C_552+C_562+C_612+C_622+C_632+C_642+C_652+C_662;
```

```

32+C_442+C_452+C_462+C_512+C_522+C_532+C_542+C_552+C_562+C_612+C
_622+C_632+C_642+C_652+C_662;
C(3)=C_113+C_123+C_133+C_143+C_153+C_163+C_213+C_223+C_233+C_243
+C_253+C_263+C_313+C_323+C_333+C_343+C_353+C_363+C_413+C_423+C_4
33+C_443+C_453+C_463+C_513+C_523+C_533+C_543+C_553+C_563+C_613+C
_623+C_633+C_643+C_653+C_663;
c(4)=C_114+C_124+C_134+C_144+C_154+C_164+C_214+C_224+C_234+C_244
+C_254+C_264+C_314+C_324+C_334+C_344+C_354+C_364+C_414+C_424+C_4
34+C_444+C_454+C_464+C_514+C_524+C_534+C_544+C_554+C_564+C_614+C
_624+C_634+C_644+C_654+C_664;
c(5)=C_115+C_125+C_135+C_145+C_155+C_165+C_215+C_225+C_235+C_245
+C_255+C_265+C_315+C_325+C_335+C_345+C_355+C_365+C_415+C_425+C_4
35+C_445+C_455+C_465+C_515+C_525+C_535+C_545+C_555+C_565+C_615+C
_625+C_635+C_645+C_655+C_665;
c(6)=C_116+C_126+C_136+C_146+C_156+C_166+C_216+C_226+C_236+C_246
+C_256+C_266+C_316+C_326+C_336+C_346+C_356+C_366+C_416+C_426+C_4
36+C_446+C_456+C_466+C_516+C_526+C_536+C_546+C_556+C_566+C_616+C
_626+C_636+C_646+C_656+C_666;

```

```
% G
```

```
% Pref = [0,0,0]
```

```
syms gr
```

```
rc1=T0C1(1:3,4)
```

```
rc2=T0C2(1:3,4)
```

```
rc3=T0C3(1:3,4)
```

```
rc4=T0C4(1:3,4)
```

```
rc5=T0C5(1:3,4)
```

```
rc6=T0C6(1:3,4)
```

```
G=[0;0;-9.81]
```

```
m1 = 77.42;
```

```
m2 = 125.823;
```

```
m3 = 168.077;
```

```
m4 = 75.908;
```



```

m5 = 6.939;

m6 = 0 ;

I1 =
[(m1/12)*((20/1000)^2+(20/1000)^2),0,0;0,(m1/12)*((150/1000)^2+(
20/1000)^2),0;0,0,(m1/12)*((150/1000)^2+(20/1000)^2)];
I2 =
[(m2/12)*((20/1000)^2+(20/1000)^2),0,0;0,(m2/12)*((790/1000)^2+(
20/1000)^2),0;0,0,(m2/12)*((790/1000)^2+(20/1000)^2)];
I3 =
[(m3/12)*((20/1000)^2+(20/1000)^2),0,0;0,(m3/12)*((297.36/1000)^
2+(20/1000)^2),0;0,0,(m3/12)*((297.36/1000)^2+(20/1000)^2)];
I4 =
[(m4/12)*((603.25/1000)^2+(20/1000)^2),0,0;0,(m4/12)*((603.25/10
00)^2+(20/1000)^2),0;0,0,(m4/12)*((20/1000)^2+(20/1000)^2)];
I5 =
[(m5/12)*((100/1000)^2+(20/1000)^2),0,0;0,(m5/12)*((20/1000)^2+(
20/1000)^2),0;0,0,(m5/12)*((100/1000)^2+(20/1000)^2)];
I6 = [0,0,0;0,0,0;0,0,0];

transpose(G)

P1=-m1*transpose(G)*rc1

P2=-m2*transpose(G)*rc2

P3=-m3*transpose(G)*rc3

P4=-m4*transpose(G)*rc4

P5=-m5*transpose(G)*rc5

P6=-m6*transpose(G)*rc6

P = P1 + P2 + P3 + P4 + P5 + P6
% k=1

g1=diff(P,Theta1)

% k=2

g2=diff(P,Theta2)

% k=3

```

```

g3=diff(P,Theta3)

% k=4

g4=diff(P,Theta4)

% k=5

g5=diff(P,Theta5)

% k=6

g6=diff(P,Theta6)

% taw
syms Thetadd1 Thetadd2 Thetadd3 Thetadd4 Thetadd5 Thetadd6

syms Thetad1 Thetad2 Thetad3 Thetad4 Thetad5 Thetad6

taw1=(M_theta(1,1)*Thetadd1+M_theta(1,2)*Thetadd2+M_theta(1,3)*Thetadd3+M_theta(1,4)*Thetadd4+M_theta(1,5)*Thetadd5+M_theta(1,6)*Thetadd6)+(C_111*Thetad1*Thetad1+C_121*Thetad1*Thetad2+C_131*Thetad1*Thetad3+C_141*Thetad1*Thetad4+C_151*Thetad1*Thetad5+C_161*Thetad1*Thetad6+C_211*Thetad2*Thetad1+C_221*Thetad2*Thetad2+C_231*Thetad2*Thetad3+C_241*Thetad2*Thetad4+C_251*Thetad2*Thetad5+C_261*Thetad2*Thetad6+C_311*Thetad3*Thetad1+C_321*Thetad3*Thetad2+C_331*Thetad3*Thetad3+C_341*Thetad3*Thetad4+C_351*Thetad3*Thetad5+C_361*Thetad3*Thetad6+C_411*Thetad4*Thetad1+C_421*Thetad4*Thetad2+C_431*Thetad4*Thetad3+C_441*Thetad4*Thetad4+C_451*Thetad4*Thetad5+C_461*Thetad4*Thetad6+C_511*Thetad5*Thetad1+C_521*Thetad5*Thetad2+C_531*Thetad5*Thetad3+C_541*Thetad5*Thetad4+C_551*Thetad5*Thetad5+C_561*Thetad5*Thetad6+C_611*Thetad6*Thetad1+C_621*Thetad6*Thetad2+C_631*Thetad6*Thetad3+C_641*Thetad6*Thetad4+C_651*Thetad6*Thetad5+C_661*Thetad1*Thetad6)+g1

taw2=(M_theta(2,1)*Thetadd1+M_theta(2,2)*Thetadd2+M_theta(2,3)*Thetadd3+M_theta(2,4)*Thetadd4+M_theta(2,5)*Thetadd5+M_theta(2,6)*Thetadd6)+(C_112*Thetad1*Thetad1+C_122*Thetad1*Thetad2+C_132*Thetad1*Thetad3+C_142*Thetad1*Thetad4+C_152*Thetad1*Thetad5+C_162*Thetad1*Thetad6+C_212*Thetad2*Thetad1+C_222*Thetad2*Thetad2+C_232*Thetad2*Thetad3+C_242*Thetad2*Thetad4+C_252*Thetad2*Thetad5+C_262*Thetad2*Thetad6+C_312*Thetad3*Thetad1+C_322*Thetad3*Thetad2+C_332*Thetad3*Thetad3+C_342*Thetad3*Thetad4+C_352*Thetad3*Thetad5+C_362*Thetad3*Thetad6+C_412*Thetad4*Thetad1+C_422*Thetad4*Thetad2+C_432*Thetad4*Thetad3+C_442*Thetad4*Thetad4+C_452*Thetad4*Thetad5+C_462*Thetad4*Thetad6+C_512*Thetad5*Thetad1+C_522*Thetad5*Thetad2+C_532*Thetad5*Thetad3+C_542*Thetad5*Thetad4+C_552*Thetad

```

$$5*Thetad5+C\_562*Thetad5*Thetad6+C\_612*Thetad6*Thetad1+C\_622*Thetad6*Thetad2+C\_632*Thetad6*Thetad3+C\_642*Thetad6*Thetad4+C\_652*Thetad6*Thetad5+C\_662*Thetad1*Thetad6)+g2$$

$$\begin{aligned} \text{taw3} = & (M\_theta(3,1)*Thetadd1+M\_theta(3,2)*Thetadd2+M\_theta(3,3)*Thetadd3+M\_theta(3,4)*Thetadd4+M\_theta(3,5)*Thetadd5+M\_theta(3,6)*Thetadd6) \\ & + (C\_113*Thetad1*Thetad1+C\_123*Thetad1*Thetad2+C\_133*Thetad1*Thetad3+C\_143*Thetad1*Thetad4+C\_153*Thetad1*Thetad5+C\_163*Thetad1*Thetad6 \\ & +C\_213*Thetad2*Thetad1+C\_223*Thetad2*Thetad2+C\_233*Thetad2*Thetad3+C\_243*Thetad2*Thetad4+C\_253*Thetad2*Thetad5+C\_263*Thetad2*Thetad6 \\ & +C\_313*Thetad3*Thetad1+C\_323*Thetad3*Thetad2+C\_333*Thetad3*Thetad3+C\_343*Thetad3*Thetad4+C\_353*Thetad3*Thetad5 \\ & +C\_363*Thetad3*Thetad6+C\_413*Thetad4*Thetad1+C\_423*Thetad4*Thetad2+C\_433*Thetad4*Thetad3+C\_443*Thetad4*Thetad4+C\_453*Thetad4*Thetad5 \\ & +C\_463*Thetad4*Thetad6+C\_513*Thetad5*Thetad1+C\_523*Thetad5*Thetad2+C\_533*Thetad5*Thetad3+C\_543*Thetad5*Thetad4+C\_553*Thetad5*Thetad5 \\ & +C\_563*Thetad5*Thetad6+C\_613*Thetad6*Thetad1+C\_623*Thetad6*Thetad2+C\_633*Thetad6*Thetad3+C\_643*Thetad6*Thetad4+C\_653*Thetad6*Thetad5 \\ & +C\_663*Thetad1*Thetad6)+g3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{taw4} = & (M\_theta(4,1)*Thetadd1+M\_theta(4,2)*Thetadd2+M\_theta(4,3)*Thetadd3+M\_theta(4,4)*Thetadd4+M\_theta(4,5)*Thetadd5+M\_theta(4,6)*Thetadd6) \\ & + (C\_114*Thetad1*Thetad1+C\_124*Thetad1*Thetad2+C\_134*Thetad1*Thetad3+C\_144*Thetad1*Thetad4+C\_154*Thetad1*Thetad5+C\_164*Thetad1*Thetad6 \\ & +C\_214*Thetad2*Thetad1+C\_224*Thetad2*Thetad2+C\_234*Thetad2*Thetad3+C\_244*Thetad2*Thetad4+C\_254*Thetad2*Thetad5+C\_264*Thetad2*Thetad6 \\ & +C\_314*Thetad3*Thetad1+C\_324*Thetad3*Thetad2+C\_334*Thetad3*Thetad3+C\_344*Thetad3*Thetad4+C\_354*Thetad3*Thetad5+C\_364*Thetad3*Thetad6 \\ & +C\_414*Thetad4*Thetad1+C\_424*Thetad4*Thetad2+C\_434*Thetad4*Thetad3+C\_444*Thetad4*Thetad4+C\_454*Thetad4*Thetad5+C\_464*Thetad4*Thetad6 \\ & +C\_514*Thetad5*Thetad1+C\_524*Thetad5*Thetad2+C\_534*Thetad5*Thetad3+C\_544*Thetad5*Thetad4+C\_554*Thetad5*Thetad5+C\_564*Thetad5*Thetad6 \\ & +C\_614*Thetad6*Thetad1+C\_624*Thetad6*Thetad2+C\_634*Thetad6*Thetad3+C\_644*Thetad6*Thetad4+C\_654*Thetad6*Thetad5+C\_664*Thetad1*Thetad6)+g4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{taw5} = & (M\_theta(5,1)*Thetadd1+M\_theta(5,2)*Thetadd2+M\_theta(5,3)*Thetadd3+M\_theta(5,4)*Thetadd4+M\_theta(5,5)*Thetadd5+M\_theta(5,6)*Thetadd6) \\ & + (C\_115*Thetad1*Thetad1+C\_125*Thetad1*Thetad2+C\_135*Thetad1*Thetad3+C\_145*Thetad1*Thetad4+C\_155*Thetad1*Thetad5+C\_165*Thetad1*Thetad6 \\ & +C\_215*Thetad2*Thetad1+C\_225*Thetad2*Thetad2+C\_235*Thetad2*Thetad3+C\_245*Thetad2*Thetad4+C\_255*Thetad2*Thetad5+C\_265*Thetad2*Thetad6 \\ & +C\_315*Thetad3*Thetad1+C\_325*Thetad3*Thetad2+C\_335*Thetad3*Thetad3+C\_345*Thetad3*Thetad4+C\_355*Thetad3*Thetad5+C\_365*Thetad3*Thetad6 \\ & +C\_415*Thetad4*Thetad1+C\_425*Thetad4*Thetad2+C\_435*Thetad4*Thetad3+C\_445*Thetad4*Thetad4+C\_455*Thetad4*Thetad5+C\_465*Thetad4*Thetad6 \\ & +C\_515*Thetad5*Thetad1+C\_525*Thetad5*Thetad2+C\_535*Thetad5*Thetad3+C\_545*Thetad5*Thetad4+C\_555*Thetad5*Thetad5+C\_565*Thetad5*Thetad6 \\ & +C\_615*Thetad6*Thetad1+C\_625*Thetad6*Thetad2+C\_635*Thetad6*Thetad3+C\_645*Thetad6*Thetad4+C\_655*Thetad6*Thetad5+C\_665*Thetad1*Thetad6)+g5 \end{aligned}$$

Thetad2+C\_535\*Thetad5\*Thetad3+C\_545\*Thetad5\*Thetad4+C\_555\*Thetad5\*Thetad5+C\_565\*Thetad5\*Thetad6+C\_615\*Thetad6\*Thetad1+C\_625\*Thetad6\*Thetad2+C\_635\*Thetad6\*Thetad3+C\_645\*Thetad6\*Thetad4+C\_655\*Thetad6\*Thetad5+C\_665\*Thetad1\*Thetad6)+g5

taw6=(M\_theta(6,1)\*Thetadd1+M\_theta(6,2)\*Thetadd2+M\_theta(6,3)\*Thetadd3+M\_theta(6,4)\*Thetadd4+M\_theta(6,5)\*Thetadd5+M\_theta(6,6)\*Thetadd6)+(C\_116\*Thetad1\*Thetad1+C\_126\*Thetad1\*Thetad2+C\_136\*Thetad1\*Thetad3+C\_146\*Thetad1\*Thetad4+C\_156\*Thetad1\*Thetad5+C\_166\*Thetad1\*Thetad6+C\_216\*Thetad2\*Thetad1+C\_226\*Thetad2\*Thetad2+C\_236\*Thetad2\*Thetad3+C\_246\*Thetad2\*Thetad4+C\_256\*Thetad2\*Thetad5+C\_266\*Thetad2\*Thetad6+C\_316\*Thetad3\*Thetad1+C\_326\*Thetad3\*Thetad2+C\_336\*Thetad3\*Thetad3+C\_346\*Thetad3\*Thetad4+C\_356\*Thetad3\*Thetad5+C\_366\*Thetad3\*Thetad6+C\_416\*Thetad4\*Thetad1+C\_426\*Thetad4\*Thetad2+C\_436\*Thetad4\*Thetad3+C\_446\*Thetad4\*Thetad4+C\_456\*Thetad4\*Thetad5+C\_466\*Thetad4\*Thetad6+C\_516\*Thetad5\*Thetad1+C\_526\*Thetad5\*Thetad2+C\_536\*Thetad5\*Thetad3+C\_546\*Thetad5\*Thetad4+C\_556\*Thetad5\*Thetad5+C\_566\*Thetad5\*Thetad6+C\_616\*Thetad6\*Thetad1+C\_626\*Thetad6\*Thetad2+C\_636\*Thetad6\*Thetad3+C\_646\*Thetad6\*Thetad4+C\_656\*Thetad6\*Thetad5+C\_666\*Thetad1\*Thetad6)+g6

tawLAGRAJIAN=taw1 + taw2 + taw3 + taw4 +taw5 + taw6;

## صحه گذاري و مقايسه گشتاور هاي بدست آمده از روش نيوتن-اويلر و لاگرانژ

براي مقايسه، مقدار تتا يك تا شش و تتا دات يك تا شش و تتا دابل دات يك تا شش را برابر 0.1 در نظر گرفته و به مقايسه مي پردازيم:

```
tawOYLER =  
  
1.0e+03 *  
  
0.0352  
2.8829  
0.4371  
-0.0000  
0.0011  
0  
  
tawLAGRANGIAN =  
  
1.0e+03 *  
  
0.0353  
2.8904  
0.4382  
-0.0000  
0.0011  
0
```

شكل 15- مقدار عددي گشتاور هاي دو روش مختلف تحت ورودی يکسان

## پاسخ موقعیت و جهتگیری مجری نهایی را در فضای کارتزین

با توجه به روابط موجود که به صورت زیر بیان می شود می توان به نتیجه نهایی رسید:

$$\tau = M_X(\theta)\ddot{X} + V_X(\theta, \dot{\theta}) + G_X(\theta)$$

$$M_X(\theta) = M(\theta)J^{-1}(\theta)$$

$$V_X(\theta, \dot{\theta}) = V(\theta, \dot{\theta}) - M(\theta)J^{-1}(\theta)\dot{J}(\theta)\dot{\theta}$$

$$G_X(\theta) = G(\theta)$$

شکل 16- روابط تبدیل به فضای کارتزین

با توجه به روابط ماتریس  $G$  تغییری نخواهد داشت.

با وارد کردن روابط موجود در متلب خواهیم داشت:

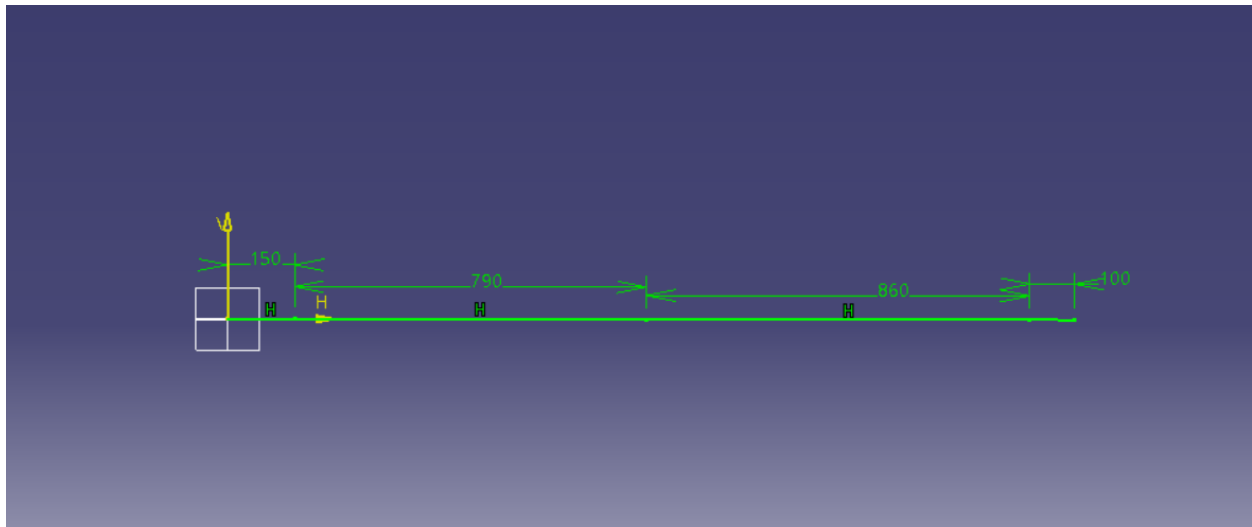
```
M_x=M_theta*inv(JALTER)
```

```
C_x=C-
```

```
M_theta*inv(JALTER)*diff(JALTER)*[Thetad1;Thetad2;Thetad3;Thetad  
4;Thetad5;Thetad6]
```

## تعیین موتور ربات

برای انتخاب موتور با فرض حرکت مفاصل با شتاب کم، گشتاور های استاتیکی وارده به مفاصل را حساب میکنیم.حالتی که به صورت استاتیک بیشترین گشتاور به مفاصل وارد می شود به صورت زیر است:



شکل 17-حالت کاملاً افقی ربات(تحت بیشترین نیرو استاتیکی)

(\*) برای آنکه موتور را بتوان با دقت بالاتری انتخاب کرد، باید یک عملیات برای ربات تعیین کرد و با داشتن ترجکتوری و وارد کردن ترجکتوری در معادله گشتاور بدست آمده از بخش های قبل و رسم نمودار و یافتن حداکثر ممان مورد نیاز، موتور را تعیین کرد. به علت آنکه این مباحث فراتر از مباحث درس می باشد، به همین مدل ساده و کلی اکتفا شده است. (\*)

نیرو و گشتاور های خارجی وارده به اندافکتور را بر اساس ماکزیمم نیروی قابل تحمل اندافکتور از کاتالوگ ربات وارد کردیم.

کد متلب بخش نیرو استاتیکی:

```
% static force( Motor sugesstion )

% Jacobian ALTERNATIV

syms Theta1 Theta2 Theta3 Theta4 Theta5 Theta6

T01=simplify( [cos(Theta1), -sin(Theta1), 0, 0;
sin(Theta1),cos(Theta1), 0, 0; 0, 0, 1, 0;0, 0, 0, 1]) ;
T12=simplify( [cos(Theta2), -sin(Theta2), 0, 0.15; 0,0, -1, 0;
sin(Theta2), cos(Theta2), 0, 0; 0, 0, 0, 1]) ;
T23=simplify( [cos(Theta3), -sin(Theta3), 0, 0.79;
sin(Theta3),cos(Theta3), 0, 0; 0, 0, 1, 0; 0, 0, 0, 1]) ;
T34=simplify( [cos(Theta4), -sin(Theta4), 0, 0.15; 0,0, -1, -
0.86; sin(Theta4), cos(Theta4), 0, 0; 0, 0, 0, 1]) ;
T45=simplify( [cos(Theta5), -sin(Theta5), 0, 0; 0,0, 1, 0; -
sin(Theta5), -cos(Theta5), 0, 0; 0, 0, 0, 1]) ;
T56=simplify( [cos(Theta6), -sin(Theta6), 0, 0; 0,0, -1, 0;
sin(Theta6), cos(Theta6), 0, 0; 0, 0, 0, 1]) ;

T02=simplify( T01 * T12) ;

T03=simplify( T01 * T12 * T23) ;

T04=simplify( T01 * T12 * T23 * T34) ;

T05=simplify( T01 * T12 * T23 * T34 * T45) ;

T06=simplify( T01 * T12 * T23 * T34 * T45 * T56) ;

Z1=T01(1:3,3);

Z2=T02(1:3,3);

Z3=T03(1:3,3);

Z4=T04(1:3,3);

Z5=T05(1:3,3);

Z6=T06(1:3,3);

O1=T01(1:3,4);

O2=T02(1:3,4);
```



```

O3=T03(1:3,4);
O4=T04(1:3,4);
O5=T05(1:3,4);
O6=T06(1:3,4);

J1=simplify([cross(Z1,(O6-O1));Z1]);
J2=simplify([cross(Z2,(O6-O2));Z2]);
J3=simplify([cross(Z3,(O6-O3));Z3]);
J4=simplify([cross(Z4,(O6-O4));Z4]);
J5=simplify([cross(Z5,(O6-O5));Z5]);
J6=simplify([cross(Z6,(O6-O6));Z6]);

JALTER=[simplify(J1) simplify(J2) simplify(J3) simplify(J4)
simplify(J5) simplify(J6)];

Theta1=0;
Theta2=0;
Theta3=0;
Theta4=0;
Theta5=0;
Theta6=0;

F = [20*9.81;20*9.81;20*9.81;110;110;60]

taw_static=transpose(eval(JALTER))*F

```

```

2435 - F = [20*9.81;20*9.81;20*9.81;110;110;60]
2436
2437 - taw_static=transpose(eval(JALTER))*F
2438
2439 %%
2440
Command Window

taw_static =

    273.8580
    243.1600
     88.1620
    -60.0000
   -110.0000
    -60.0000

```

شکل 18- کد متلب و نتیجه آن برای گشتاور مورد نیاز برای حداکثر نیرو استاتیکی بیان شده در کاتالوگ

طبق خروجی متلب، ماکزیمم نیروی وارده به مفصل، 273 نیوتن متر است که میدانیم تنش دینامیکی میتواند تا 2 برابر تنش استاتیکی باشد پس موتور باید حداکثر گشتاور 600 نیوتن متر را تامین کند.

برای انتخاب موتور از وب سایت مانا موتور استفاده شده است. همچنین توجه شده است تا شفت ربات به صورت موازی با لینک های ربات باشد تا اینرسی جدیدی اضافه نشود و همچنین شامل گیربکس نیز باشد.

موتور انتخابی:

TAILI-5IK40GN-YF;5GN-50RH

موتور ایسی گیربکس دار، سه فاز ، 26 دور بر دقیقه، 141 کیلو گرم سانتیمتر



شکل 19-موتور انتخابی

## طراحی کنترل کننده PD و PD+Gravity

در مبحث طراحی کنترلر، رابطه دینامیک سیستم که به صورت زیر بیان می شود، رابطه اصلی است که باید همواره در نظر بگیریم:

دینامیک سیستم:

$$\tau = M_{(q)}\ddot{q} + C_{(q,\dot{q})}\dot{q} + G_{(q)}$$

برای طراحی کنترلر PD باید قانون کنترل

$$\tau = k_d \dot{e} + k_p e \quad ; \quad e = q_p - q$$

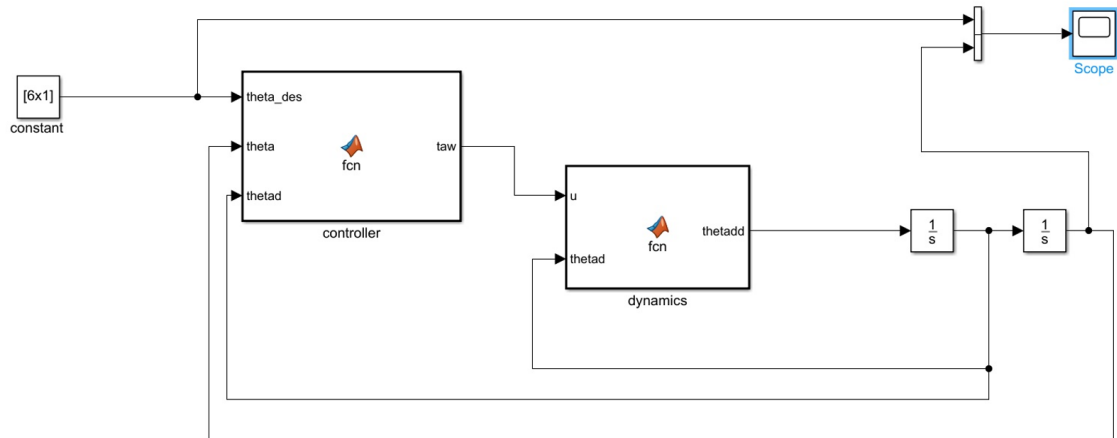
طراحی کنترلر PD در نرم افزار متلب و سیمولینک:

```

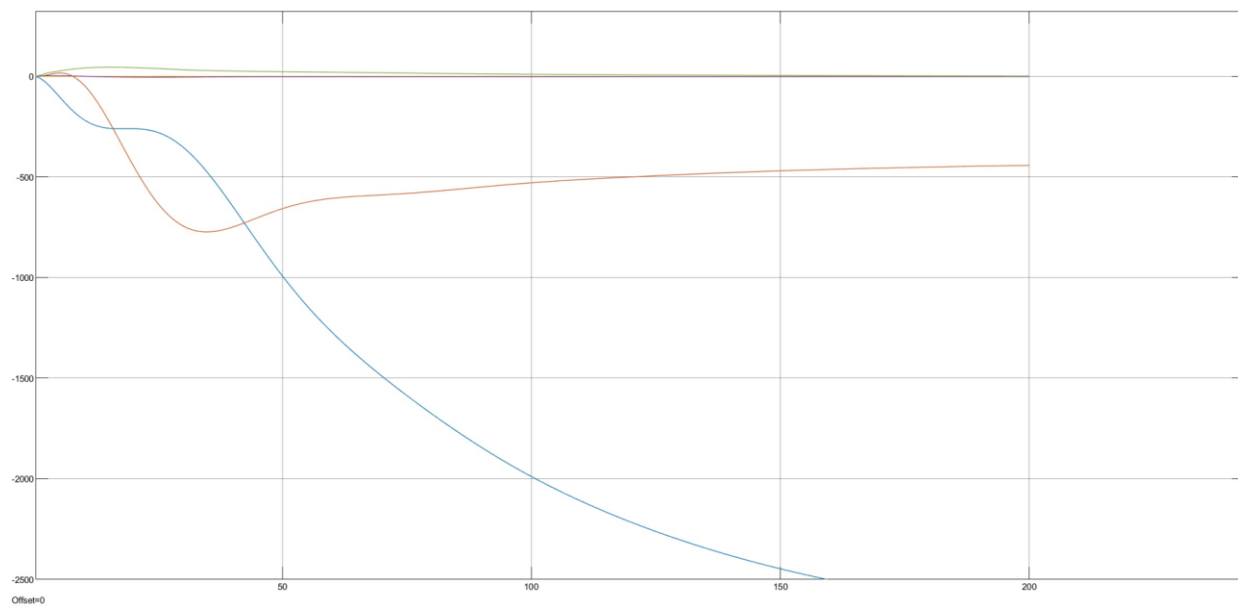
1 function taw = fcn(theta_des, theta, thetad)
2     G=[
3         125/576460752303423488;
4         6243369967885135/2199023255552;
5         1843278687284175/4398046511104;
6         -7769952016327311/1152921504606846976;
7         2257351121598699/2251799813685248;
8         1];
9     M=[ 52.4722    -0.0003    0.0028    -0.0503    -0.0001    0.0000;
10        104.8982   290.5285   163.8569   85.7264   85.2726   85.2667;
11        85.2667   115.8130   148.4693   85.6721   85.2726   85.2667;
12        -0.0119   -0.0070   -0.0097   -0.0017   -0.0067   -0.0067;
13        0.6575    0.7170    0.9633    0.6800    0.6687    0.6627;
14        1         1         1         1         1         1];
15     C=[261.8493    0         0    -0.0005    0         0;
16        -4.1701    76.1836   58.8031   0.3261   -0.0000   -0.0000;
17        -60.4552   -6.5177    2.5168    0.0520    0.0000    0.0000;
18        -0.0055    0         0    0.0005    0         0;
19        -0.4221   -0.0217   -0.0460   -0.3403    0         0;
20        1         1         1         1         1         1];
21     e=theta_des-theta
22     edot=thetad
23     Kp=[1 0 0 0 0 0;0 1 0 0 0 0;0 0 1 0 0 0;0 0 0 1 0 0;0 0 0 0 1 0;0 0 0 0 0 1]
24     Kd=[.1 0 0 0 0 0;0 .1 0 0 0 0;0 0 .1 0 0 0;0 0 0 .1 0 0;0 0 0 0 .1 0;0 0 0 0 0 .1]
25     taw=Kd*edot+Kp*e
26
27

```

شکل 20-طراحی کنترلر PD(متلب)



شکل 21- طراحی کنترلر PD (سیمولینک)



شکل 22- نمودار نتایج

:

دینامیک سیستم:

$$\tau = M_{(q)}\ddot{q} + C_{(q,\dot{q})}\dot{q} + G_{(q)}$$

برای طراحی کنترلر PD+Gravity باید قانون کنترل

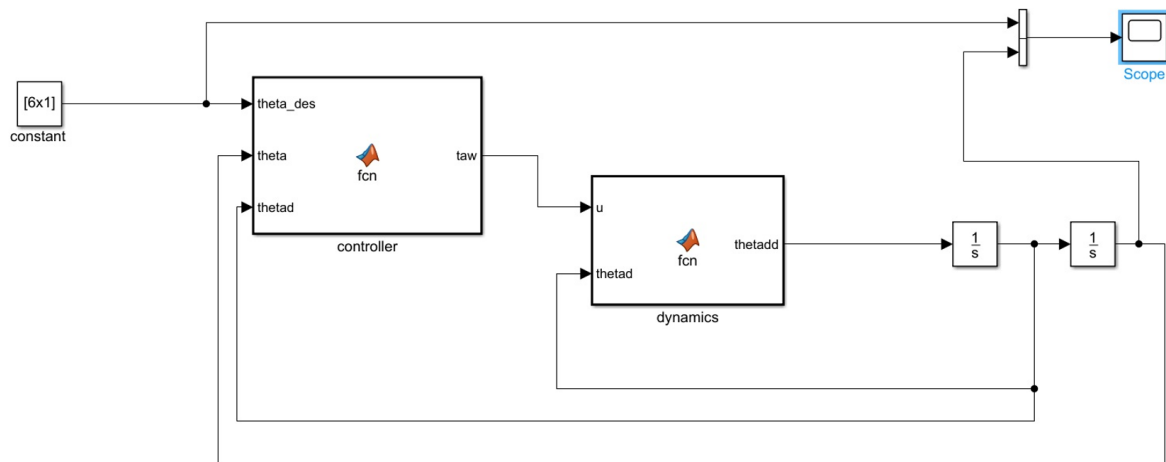
$$\tau = k_d \dot{e} + k_p e + G ; e = q_p - q$$

طراحی کنترلر PD+Gravity در نرم افزار متلب و سیمولینک:

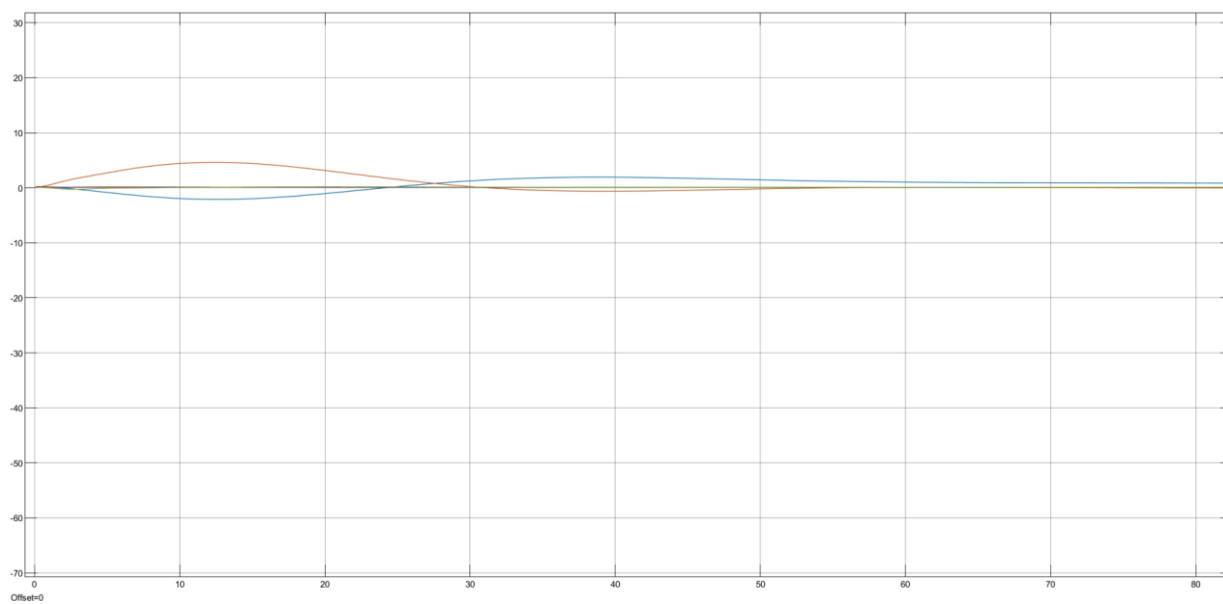
```
function tau = fcn(theta_des,theta,thetad)
G=[
    125/576460752303423488;
    6243369967885135/2199023255552;
    1843278687284175/4398046511104;
    -7769952016327311/1152921504606846976;
    2257351121598699/2251799813685248;
    1];
M=[ 52.4722    -0.0003    0.0028   -0.0503   -0.0001    0.0000;
    104.8982   290.5285   163.8569   85.7264   85.2726   85.2667;
     85.2667   115.8130   148.4693   85.6721   85.2726   85.2667;
    -0.0119   -0.0070   -0.0097   -0.0017   -0.0067   -0.0067;
     0.6575    0.7170    0.9633    0.6800    0.6687    0.6627;
     1         1         1         1         1         1];
C=[261.8493     0         0   -0.0005     0         0;
   -4.1701    76.1836    58.8031    0.3261   -0.0000   -0.0000;
  -60.4552   -6.5177     2.5168    0.0520    0.0000    0.0000;
   -0.0055     0         0    0.0005     0         0;
   -0.4221   -0.0217   -0.0460   -0.3403     0         0;
     1         1         1         1         1         1];

e=theta_des-theta
edot=-thetad
Kp=[1 0 0 0 0 0;0 1 0 0 0 0;0 0 1 0 0 0;0 0 0 1 0 0;0 0 0 0 1 0;0 0 0 0 0 1]
Kd=[.1 0 0 0 0 0;0 .1 0 0 0 0;0 0 .1 0 0 0;0 0 0 .1 0 0;0 0 0 0 .1 0;0 0 0 0 0 .1]
tau=Kd*edot+Kp*e+G
```

شکل 23-طراحی کنترلر PD+Gravity (متلب)



شکل 24- طراحی کنترلر PD+Gravity (سیمولینک)



شکل 25- نمودار نتایج

## کنترل کننده دینامیک معکوس برای تعقیب مسیر مطلوب

دینامیک سیستم:

$$\tau = M_{(q)}\ddot{q} + C_{(q,\dot{q})}\dot{q} + G_{(q)}$$

قانون کنترل برای دینامیک معکوس:

$$M_{(q)}(\ddot{q}_d + k_d\dot{e} + k_p e) + C\dot{q} + G$$

```

Editor - Block: untitled/controller
robotic_full.m dynamics controller +
1 function tau = fcn(thetadd_des,thetad_des,theta_des,theta,thetad)
2 G=[
3     125/576460752303423488;
4     6243369967885135/2199023255552;
5     1843278687284175/4398046511104;
6     -7769952016327311/1152921504606846976;
7     2257351121598699/2251799813685248;
8     0.1];
9 M=[ 52.4722 -0.0003 0.0028 -0.0503 -0.0001 0.0000;
10    104.8982 290.5285 163.8569 85.7264 85.2726 85.2667;
11    85.2667 115.8130 148.4693 85.6721 85.2726 85.2667;
12    -0.0119 -0.0070 -0.0097 -0.0017 -0.0067 -0.0067;
13    0.6575 0.7170 0.9633 0.6800 0.6687 0.6627;
14    0.1 0.1 0.1 0.1 0.1 0.1];
15 C=[261.8493 0 0 -0.0005 0 0;
16    -4.1701 76.1836 58.8031 0.3261 -0.0000 -0.0000;
17    -60.4552 -6.5177 2.5168 0.0520 0.0000 0.0000;
18    -0.0055 0 0 0.0005 0 0;
19    -0.4221 -0.0217 -0.0460 -0.3403 0 0;
20    0.1 0.1 0.1 0.1 0.1 0.1];
21 e=theta_des-theta
22 edot=-thetad
23 Kp=[10 0 0 0 0 0; 20 0 0 0 0 0; 30 0 0 0 0 0; 40 0 0 0 0 0; 50 0 0 0 0 0; 60]
24 Kd=[2 0 0 0 0 0; 4 0 0 0 0 0; 6 0 0 0 0 0; 8 0 0 0 0 0; 10 0 0 0 0 0; 12]
25 tau=M*(thetadd_des+Kd*edot+Kp*e)+C*thetad+G
26
27

```

شکل 26- دینامیک معکوس (متلب)

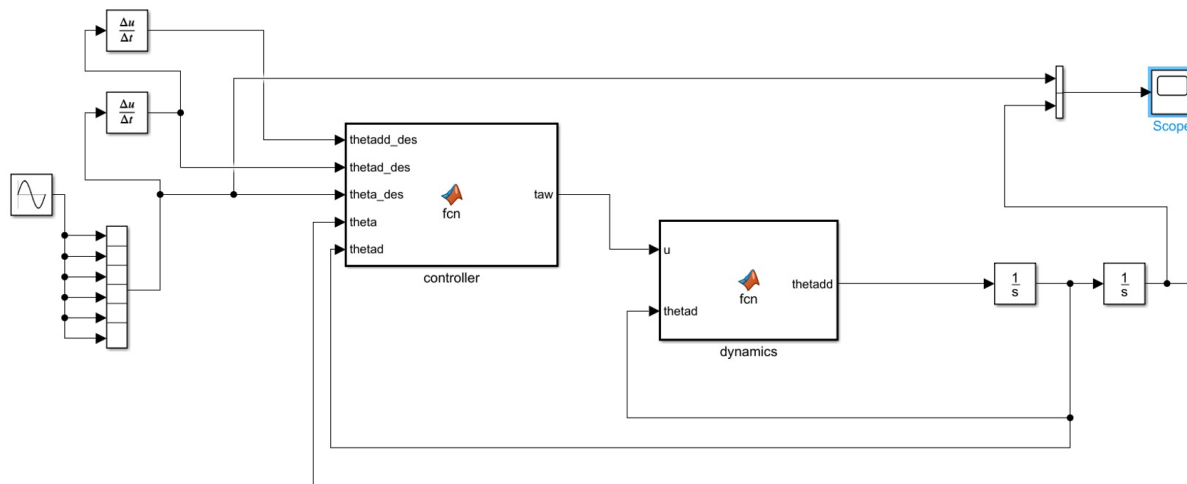


```

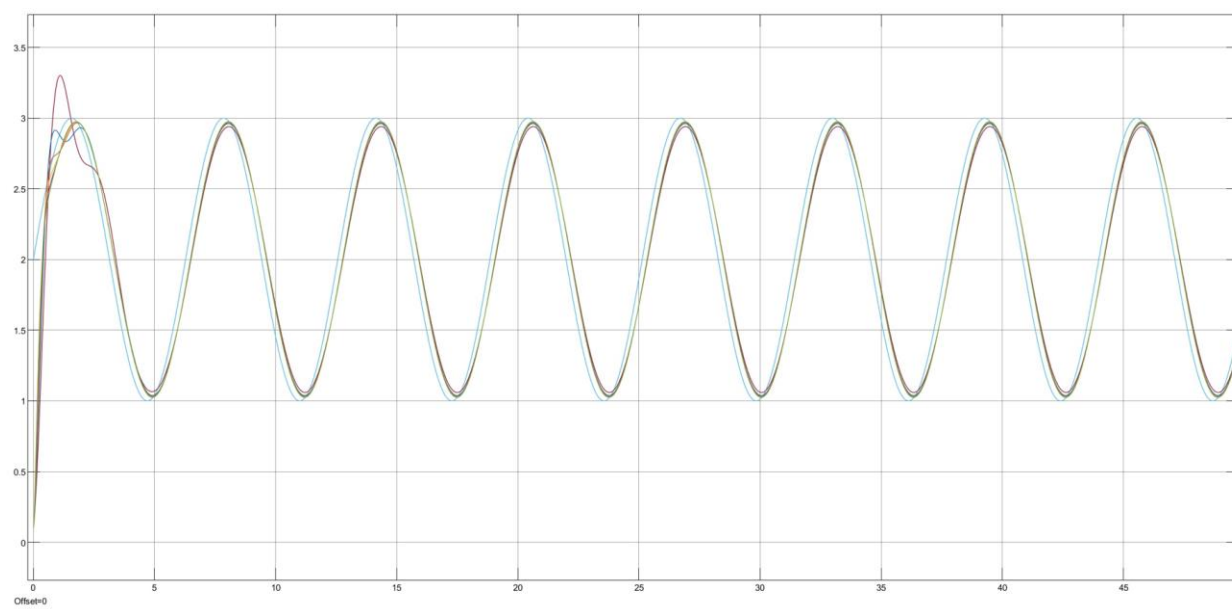
Editor - Block untitled/dynamics
robotic_full.m dynamics
1 function thetadd = fcn(u,thetad)
2 G=[ 125/576460752303423488;
3     6243369967885135/219902325552;
4     1843278687284175/4398046511104;
5     -7769952016327311/1152921504606846976;
6     2257351121598699/2251799813685248;
7     0.1];
8 M=[ 52.4722 -0.0003 0.0028 -0.0503 -0.0001 0.0000;
9     104.8982 290.5285 163.8569 85.7264 85.2726 85.2667;
10    85.2667 115.8130 148.4693 85.6721 85.2726 85.2667;
11    -0.0119 -0.0070 -0.0097 -0.0017 -0.0067 -0.0067;
12    0.6575 0.7170 0.9633 0.6800 0.6687 0.6627;
13    0.1 0.10 0.10 0.10 0.10 0.10];
14 C=[261.8493 0 0 -0.0005 0 0;
15     -4.1701 76.1836 58.8031 0.3261 -0.0000 -0.0000;
16     -60.4552 -6.5177 2.5168 0.0520 0.0000 0.0000;
17     -0.0055 0 0 0.0005 0 0;
18     -0.4221 -0.0217 -0.0460 -0.3403 0 0;
19     0.10 0.10 0.10 0.10 0.10 0.10];
20 thetadd=inv(M)*(u-C*thetad-G);
21
22

```

شکل 27- دینامیک معکوس (متلب)



شکل 28- دینامیک معکوس (سیمولینک)



شکل 29- نمودار نتایج

## کنترل گشتاور موتور به کمک کنترل جریان

با توجه به روابط و شماتیک شکل زیر می توان گشتاور موتور را با جریان ورودی کنترل کرد:

For armature circuit

$$L_a \frac{di_a}{dt} + R_a i_a + e_b = e_a = L_a \frac{di_a}{dt} + R_a i_a + K_3 \dot{\theta} = K_1 e_v$$

Torque equilibrium

$$J_0 \ddot{\theta} + b_0 \dot{\theta} = \tau = K_2 i_a$$

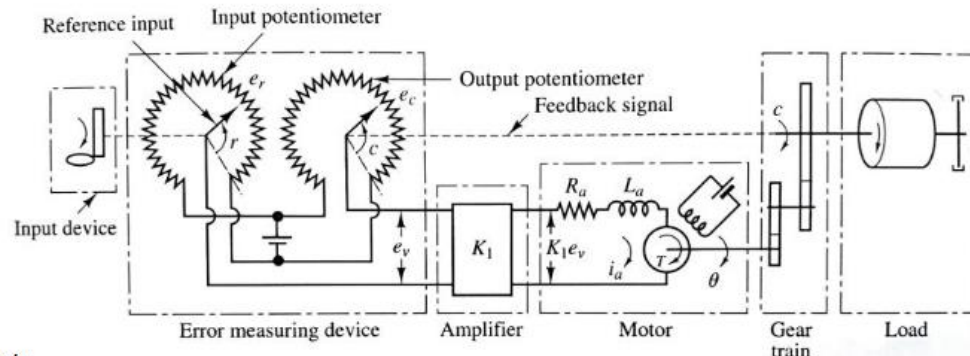
Take Laplace  
and insert  $i_a$

$$\frac{\theta(s)}{E_v(s)} = \frac{K_1 K_2}{s(L_a s + R_a)(J_0 s + b_0) + K_2 K_3 s}$$

$$E_v(s) = K_0 [R(s) - C(s)] = K_0 E(s)$$

$$C(s) = n\theta(s)$$

شکل 30-روابط مورد نیاز



$$r - c = \text{error angle}$$

$$e_r = K_0 r$$

$$e_c = K_0 c$$

$$e_v = e_r - e_c = K_0 (r - c) = K_0 e \text{ error voltage}$$

$$e_a = K_1 e_v \text{ armature voltage}$$

$$\tau = K_2 i_a$$

- Potentiometers
- Motor Driver
- Gear box
- Back emf  $e_b = K_3 \dot{\theta}$

شکل 31-شماتیک تبدیل جریان به عنوان ورودی به گشتاور به عنوان خروجی