

Proseminar Sicherheit in Computersystemen

# Zero Knowledge Proofs

28.05.2019

Max Ostermann

# Inhalt

- Einführung
- Grundlagen
- Protokolle
- Simulierbarkeit
- Nicht-interaktive Zero Knowledge Proofs
- Moderne Anwendung
- Angriffsvektoren

# Einführung

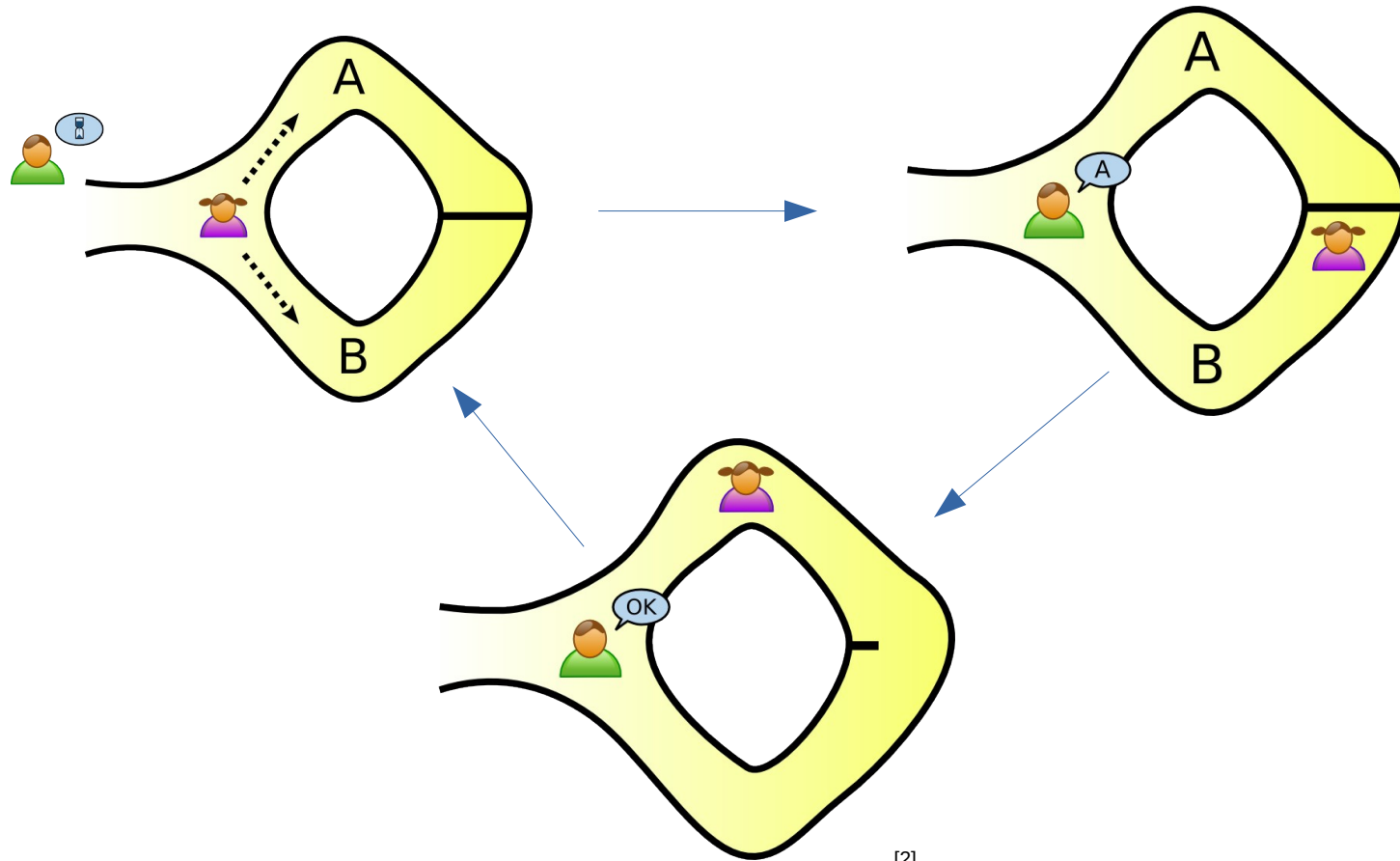
- Historisch

Niccolo Tartaglia fand 1535 eine Formel zum Lösen von Polynomen dritten Grades



[1]

# Alibabas Höhle



[2]

# Grundlegende Definitionen

- Korrektheit/Soundness

Wahrscheinlichkeit eine Aussage ohne Kenntnis des Geheimnisses zu beweisen ist vernachlässigbar gering

Wahrscheinlichkeit:  $1 / 2^n$

- Vollständigkeit/Completeness

Protokoll führt mit überwältigender Wahrscheinlichkeit zum Erfolg

Wahrscheinlichkeit:  $1 - (1/2^n)$

- Genereller Ablauf:

Schritt 1:  $P \rightarrow V$  Commitment a

Schritt 2:  $P \leftarrow V$  Challenge c

Schritt 3:  $P \rightarrow V$  Reponse z

# Protokollübersicht

- Graphisomorphismus
- Hamiltonsche Graphen
- Diskrete Logarithmen
- Quadratische Reste

# Protokoll: Quadratische Reste

## Schlüsselgenerierung

Sei  $n = p \cdot q$  das Produkt zweier zufälliger, verschiedener Primzahlen.

Der Beweiser  $\mathcal{P}$  wählt  $w \in_R \mathbb{Z}_n^*$  und berechnet  $x = w^2 \bmod n$ . Die Werte  $(n, x)$  werden als öffentlicher Schlüssel veröffentlicht,  $w$  bildet das Geheimnis von  $\mathcal{P}$ .

## Protokoll

### Beweiser

geg.:  $(n, x)w$

wählt  $s$  zufällig in  $\mathbb{Z}_n^*$

berechnet  $a = s^2 \bmod n$

berechnet  $z = s \cdot w^c \bmod n$

### Verifizierer

geg.:  $(n, x)$

wählt  $c \in_R \{0, 1\}$

überprüft ob  $z^2 \stackrel{?}{=} a \cdot x^c \bmod n$

$\xrightarrow{a}$

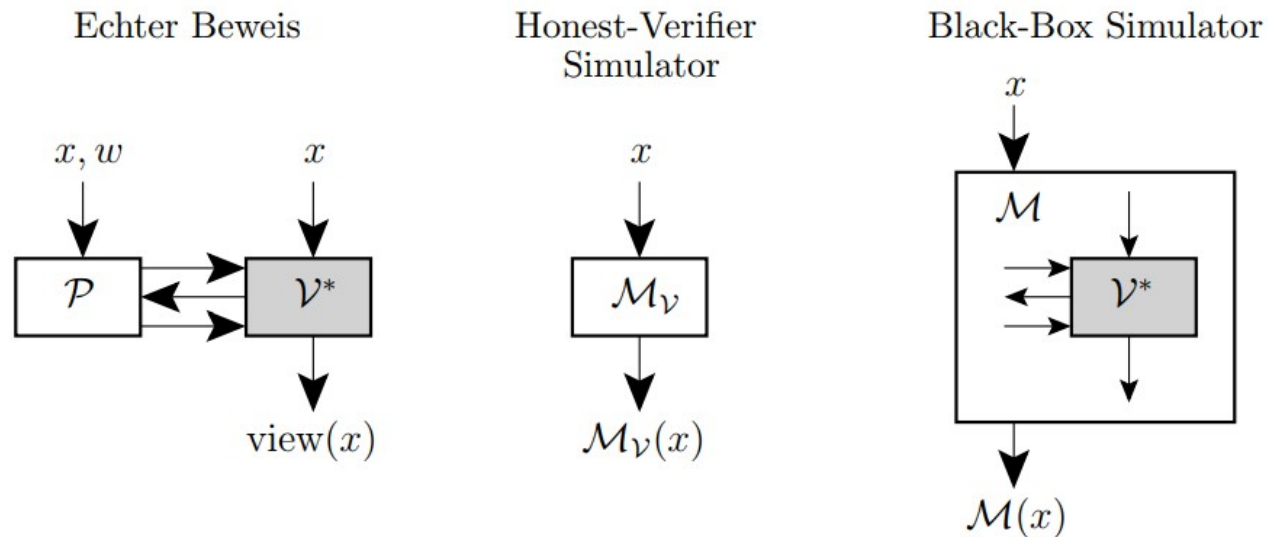
$\xleftarrow{c}$

$\xrightarrow{z}$

[3]

# Simulierbarkeit

- Simulation der Wahrscheinlichkeitsverteilung ohne Kenntnis des Geheimnisses
- Ununterscheidbarkeit simulierter und echter Abläufe



[3]



# Nicht-interaktive Zero Knowledge Proofs

- Zero Knowledge Proof in „einer Postkarte“
- Fiat-Shamir Heuristik
  - Challenges über Hashfunktion
  - Rundenzahl von  $>64$
- Beweis über das ‚Random Oracle Model‘
- Zero-Knowledge Eigenschaft nicht in der „realen“ Welt beweisbar

# Moderne Anwendung

- Authentifizierung
- Blockchain
- Signaturen
- Nachweis privater Angelegenheiten

# Angriffsvektoren

- Große, koordinierte Angreifernetzwerke
- Man in the middle



[4]

Danke für eure Aufmerksamkeit

Fragen?

# Quellen

- Bildquellen:

[1]: [https://de.wikipedia.org/wiki/Niccol%C3%B2\\_Tartaglia#/media/File:Niccol%C3%B2\\_Tartaglia.jpg](https://de.wikipedia.org/wiki/Niccol%C3%B2_Tartaglia#/media/File:Niccol%C3%B2_Tartaglia.jpg)

[2]: [https://en.wikipedia.org/wiki/Zero-knowledge\\_proof](https://en.wikipedia.org/wiki/Zero-knowledge_proof)

[3]: [https://tu-dresden.de/ing/informatik/sya/ps/ressourcen/dateien/studium/materialien/mat\\_kp\\_datensicherheit/v11\\_doku.pdf?lang=de](https://tu-dresden.de/ing/informatik/sya/ps/ressourcen/dateien/studium/materialien/mat_kp_datensicherheit/v11_doku.pdf?lang=de) Abbildung 9

[4]: [https://tu-dresden.de/ing/informatik/sya/ps/ressourcen/dateien/studium/materialien/mat\\_kp\\_datensicherheit/v11\\_doku.pdf?lang=de](https://tu-dresden.de/ing/informatik/sya/ps/ressourcen/dateien/studium/materialien/mat_kp_datensicherheit/v11_doku.pdf?lang=de) Abbildung 6

[5]: [https://tu-dresden.de/ing/informatik/sya/ps/ressourcen/dateien/studium/materialien/mat\\_kp\\_datensicherheit/v11\\_doku.pdf?lang=de](https://tu-dresden.de/ing/informatik/sya/ps/ressourcen/dateien/studium/materialien/mat_kp_datensicherheit/v11_doku.pdf?lang=de) Abbildung 12

- Hauptquellen

- [https://tu-dresden.de/ing/informatik/sya/ps/ressourcen/dateien/studium/materialien/mat\\_kp\\_datensicherheit/v11\\_doku.pdf?lang=de](https://tu-dresden.de/ing/informatik/sya/ps/ressourcen/dateien/studium/materialien/mat_kp_datensicherheit/v11_doku.pdf?lang=de)

- “How to explain Zero-Knowledge Protocols to your children“ Quisquater et al.  
Advances in Cryptology – Crypto ‘89 p.628 - 631