A számításelmélet alapjai I. – mintazh, 2. anyagrész (megoldási útmutató)

1. feladat

Az automata nem összefüggő, a q_1 állapot nem érhető el a kezdőállapotból.

A particionálás lépései során létrejövő partíciók:

1. $[q_3, q_8]$, $[q_0, q_2, q_4, q_5, q_6, q_7]$
2. $[q_3, q_8]$, $[q_2, q_7]$, $[q_0, q_4, q_5, q_6]$
3. $[q_3, q_8]$, $[q_2, q_7]$, $[q_4]$, $[q_0, q_5, q_6]$
4. $[q_3, q_8]$, $[q_2]$, $[q_7]$, $[q_4]$, $[q_0, q_5, q_6]$

Reprezentáljuk $[q_3, q_8]$-at b_3-mal, $[q_0, q_5, q_6]$-ot b_1-gyel, $[q_4]$-et b_4-gyel, $[q_2]$-t b_2-vel és $[q_7]$-et b_5-tel. Az új automata kezdőállapota b_1 lesz, elfogadó állapota b_3, állapot-átmeneteit pedig az alábbi táblázattal tudjuk megadni:

	δ	a	b
$\rightarrow$	b_1	b_2	b_1
	b_2	b_1	b_3
$\leftarrow$	b_3	b_4	b_5
	b_4	b_4	b_4
	b_5	b_4	b_3

2. feladat

Az egyszerűség kedvéért csak a szabályhalmazokat fogjuk megadni.

- Először álterminálisok segítségével átalakítjuk a szabályhalmazt, hogy terminálisokat csak az $X \to a$ alakú szabályokban tartalmazzon ($X \in N, a \in T$).

  Ekkor P-ből a $P'' = \{S \to A'BB', A \to b, A \to A'C', B \to A, B \to A'B'BC, C \to B, C \to b, A' \to a, B' \to b, C' \to c\}$ szabályhalmazt kapjuk.

- Ezután hosszredukciót hajtunk végre. Ez az $S \to A'BB'$ és $B \to A'B'BC$ szabályokat érinti. Az új szabályhalmaz:

  $P_1 = \{S \to A'Z_1, Z_1 \to BB', A \to b, A \to A'C', B \to A, B \to A'Z_2, Z_2 \to B'Z_3, Z_3 \to BC, C \to B, C \to b, A' \to a, B' \to b, C' \to c\}$ lesz.

- Végül elimináljuk a láncszabályokat: $C \to B$–t és $B \to A$-t.

- Az új szabályhalmaz tehát: $P' = \{S \to A'Z_1, Z_1 \to BB', A \to b, A \to A'C', B \to b, B \to A'C', C \to b, C \to A'C', B \to A'Z_2, C \to A'Z_2, Z_2 \to B'Z_3, Z_3 \to BC, C \to b, A' \to a, B' \to b, C' \to c\}$ lesz.

3. feladat

$U_1 = \{A, B\}$, $U_2 = \{A, B, C\} = U$, $P' = (P \cup \{S \to abC, S \to aBb, S \to ab, A \to a, B \to cA, B \to Ac, B \to c, C \to AA, C \to AB, C \to A, C \to B\}) - \{A \to \varepsilon, B \to \varepsilon\}$.

4. feladat

A grammatika Chomsky-normálformájú, így alkalmazható rá a CYK algoritmus:

S, A, C				
B	B			
B	S, C	B		
S, C	A, S	S, C	A, S	
A, C	B	A, C	B	A, C
a	b	a	b	a

$S \in x_{15}$, tehát $ababa \in L(G)$.

5. feladat

A nyelvre nem teljesül a pumpáló lemma. Legyen p tetszőleges természetes szám, $w = a^p b^p c^p \in L$, amelyre $|w| \geq p$. Ekkor $\forall u, v, x, y, z \in \{a, b, c\}^*$ esetén, amelyre $w = uvxyz$, $|vxy| \leq p$, $|vy| > 0$, $vy \in \{a, b\}^* \cup \{b, c\}^*$ teljesül. Ha $|vy|_c = 0$, akkor $uxz \notin L$. Ha $|vy|_a = 0$, akkor $uv^2xy^2z \notin L$.

6. feladat

Az $A = (Z, Q, T, \delta, z_0, q_0, F)$ veremautomata konstrukciója:

Legyen $Q = \{q_0, q_f\}$, $Z = \{z_0, a, b, c\}$, $T = \{a, b, c\}$, $F = \{q_1\}$, valamint

$$\begin{array}{ll}
(1) & \delta(z_0, q_0, a) = (az_0, q_0), \\
(2) & \delta(z_0, q_0, b) = (bz_0, q_0), \\
(3) & \delta(z_0, q_0, c) = (cz_0, q_0), \\
(4) & \delta(a, q_0, a) = (aa, q_0), \\
(5) & \delta(a, q_0, b) = (ab, q_0), \\
(6) & \delta(b, q_0, a) = (ba, q_0), \\
(7) & \delta(b, q_0, b) = (bb, q_0), \\
(8) & \delta(c, q_0, c) = (cc, q_0), \\
(9) & \delta(a, q_0, c) = (\varepsilon, q_0), \\
(10) & \delta(b, q_0, c) = (\varepsilon, q_0), \\
(11) & \delta(c, q_0, a) = (\varepsilon, q_0), \\
(12) & \delta(c, q_0, b) = (\varepsilon, q_0), \\
(13) & \delta(z_0, q_0, \varepsilon) = (\varepsilon, q_1).
\end{array}$$