

A számításelmélet alapjai I. – mintazh, 1. anyagrész

1. feladat

- a.) Legyen $V = \{a, b\}$ ábécé és legyenek $L_1 = \{a^n b^n \mid n \geq 0\}$, $L_2 = \{a^n b^k \mid n, k \geq 0 \text{ és } k \equiv 2 \pmod{3}\}$ nyelvek. Határozza meg az $L_1 - L_2$, $L_1 L_2$ és $\text{Pre}(L_1)$ nyelveket!
- b.) Legyen $G = (\{S, A, B, C\}, \{a, b, c\}, P, S)$, ahol $P = \{S \rightarrow CCbA, AB \rightarrow ASb, SBA \rightarrow SbacA, B \rightarrow abc, C \rightarrow \varepsilon\}$. Milyen típusú a G grammatika? Miért? Indokolja is meg a választ!
- c.) Adja meg reguláris kifejezéssel az $L = \{u \in \{a, b, c\}^* \mid u \text{ nem tartalmazza az } ac \text{ részszt}\}$ nyelvet!

2. feladat

- a.) Legyen $G = (N, T, P, S)$ egy 3-as típusú grammatika, ahol $N = \{S, A, B\}$, $T = \{a, b\}$ és $P = \{S \rightarrow aB, A \rightarrow b, A \rightarrow abB, A \rightarrow bB, B \rightarrow bA, B \rightarrow \varepsilon\}$. Konstruáljon egy G' 3-as típusú grammatikát, amelyre $L(G') = L^*$ teljesül, ahol $L = L(G)$!
- b.) Konstruáljon jobb-lineáris grammatikát az $L = a(bc)^*acbb$ nyelvhez!

3. feladat

Konstruáljon környezetfüggetlen G grammatikát, amely az alábbi nyelvet generálja: $L = \{a^n b^m c^{n+m} \mid n, m \geq 0\}$! Igazolja az állítást!

4. feladat

Legyen $G = (N, T, P, S)$ reguláris grammatika, ahol $N = \{S, A, B\}$, $T = \{a, b, c\}$, $P = \{S \rightarrow aB, S \rightarrow A, A \rightarrow b, A \rightarrow bcaB, B \rightarrow A, B \rightarrow ab\}$. Konstruáljon G -hez egy G' reguláris grammatikát, amely normálformájú és amelyre $L(G') = L(G)$! (Normálforma alatt a 3-as típusú grammatikák normálformáját értjük.)

5. feladat

- a.) Adja meg az $L = \{u \in \{a, b\}^* \mid |u|_a \leq 1 \text{ és } |u|_b \equiv 1 \pmod{2}\}$ nyelvet felismerő véges determinisztikus automatát, ahol $|u|_a$ az a , $|u|_b$ pedig a b betű előfordulásainak számát jelöli az u szóban!
- b.) Legyen $G = (N, T, P, S)$ reguláris grammatika, ahol $N = \{S, A, B, C\}$, $T = \{a, b, c\}$, és $P = \{S \rightarrow aB, B \rightarrow cS, B \rightarrow bA, A \rightarrow aA, A \rightarrow aC, C \rightarrow \varepsilon\}$. Konstruáljon meg a G reguláris grammatikához egy A nemdeterminisztikus véges automatát úgy, hogy $L(A) = L(G)$ teljesüljön!

6. feladat

Konstruáljon egy A' véges determinisztikus automatát, amely ugyanazt a nyelvet fogadja el, mint az $A = (Q, T, \delta, Q_0, F)$ nemdeterminisztikus véges automata, ahol $Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3\}$, $T = \{a, b\}$, $Q_0 = \{q_0\}$, $F = \{q_2\}$ és δ az alábbi táblázattal adott:

		a	b
\rightarrow	q_0	$\{q_2\}$	$\{q_0, q_3\}$
	q_1	$\{q_1, q_3\}$	$\{q_2\}$
\leftarrow	q_2	$\{q_0, q_3\}$	$\{q_1\}$
	q_3		$\{q_1, q_2\}$

Elegendő megadni az A' véges determinisztikus automata állapot-átmeneteinek táblázatát.