A számításelmélet alapjai I. (Tizenegyedik gyakorlat)

Dr. Lázár Katalin Anna

Eötvös Loránd Tudományegyetem, Informatikai Kar
1117 Budapest, Pázmány Péter sétány 1/C.
e-mail: lazarkati@elte.hu

2024. április 30.

Tematika

- 0-típusú és környezetfüggő grammatikák. A hossz-nemcsökkentő grammatikák fogalma.
- A Kuroda normálforma: hossz-nemcsökkentő grammatikák Kuroda normálformája. ε-mentes környezetfüggő grammatikák és a Kuroda normálforma.

0-típusú és környezetfüggő grammatikák

Példa 1

Konstruáljunk

- 0-típusú,
- környezetfüggő (1-típusú)

grammatikát az $L = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}$ nyelvhez!

A hossz-nemcsökkentő grammatikák fogalma

Példa 2

Hossz-nemcsökkentő grammatikák-e a következők?

- $G = (\{S, A, B\}, \{0, 1\}, \{S \to SAS, SA \to B0B0S, S \to 1, A \to S0S, B0B0 \to 0S0S\}, S)$
- $G = (\{S, B\}, \{a, b, c\}, \{S \to abc, S \to aSBc, cB \to Bc, bB \to bb\}, S)$
- $G = (\{S, A, B\}, \{d, e\}, \{S \to BeBe, BeBe \to dAdA, eB \to dede, Bd \to SAS, A \to ede\}, S)$

A hossz-nemcsökkentő grammatikák

Példa 3

Konstruáljunk hossz-nemcsökkentő grammatikát az $L = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 1\}$ nyelvhez!

Hossz-nemcsökkentő grammatikák Kuroda normálformája

Példa 4

Adjuk meg a $G = (\{S, A, B\}, \{a, b\}, \{S \to SAS, SA \to BaBaS, S \to b, A \to SaS, BaB \to aSaS\}, S)$ hossz-nemcsökkentő grammatikával ekvivalens Kuroda normálformájú grammatikát!

Hossz-nemcsökkentő grammatikák Kuroda normálformája

Példa 4

Megjegyzés

- Egy hossz-nemcsökkentő $G = (N, T, P, S)$ grammatikát Kuroda normálformájúnak mondunk, ha minden egyes szabálya $A \to a$, $A \to B$, $A \to BC$ vagy $AB \to CD$ alakú, ahol $a \in T$ és $A, B, C, D \in N$.
- Ismeretes, hogy minden hossz-nemcsökkentő grammatikához meg tudunk konstruálni egy vele ekvivalens Kuroda normálformájú grammatikát. Legyen $G = (N, T, P, S)$ egy hossz-nemcsökkentő grammatika, és tegyük fel, hogy terminális szimbólumok csak az $A \to a$ alakú szabályokban fordulnak elő, ahol $A \in N, a \in T$.

Hossz-nemcsökkentő grammatikák Kuroda normálformája

Példa 4

Megjegyzés

- Ha $u \to v \in P$, valamint $|u| = 1$ és $|v| > 2$, akkor az $u \to v$-t $A \to BC$ alakú szabályokkal tudjuk helyettesíteni a Chomsky normálformára hozás algoritmusának megfelelően.
- Ha $|u| = |v| = 2$, akkor az $u \to v$ szabály $AB \to CD$ alakú.

Hossz-nemcsökkentő grammatikák Kuroda normálformája

Példa 4

Megjegyzés

- Vagyis elegendő azzal az esettel foglalkoznunk, ha $|u| \geq 2$ és $|v| > 2$.
- Legyen $u = X_1X_2 \ldots X_m$ és $v = Y_1Y_2 \ldots Y_n$, $2 \leq m < n$, $X_i \in N, 1 \leq i \leq m$ és $Y_j \in N, 1 \leq j \leq n$. Akkor az $X_1X_2 \ldots X_m \to Y_1Y_2 \ldots Y_n$ szabályt helyettesítjük az $X_1X_2 \to Y_1Z_2$, $Z_2X_3 \to Y_2Z_3, \ldots, Z_{m-1}X_m \to Y_{m-1}Z_m$, $Z_m \to Y_mZ_{m+1}$, $Z_{m+1} \to Y_{m+1}Z_{m+2}, \ldots, Z_{n-1} \to Y_{n-1}Y_n$ szabályokkal, ahol $Z_2, \ldots, Z_{n-1}$ új, a szabályhoz bevezetett nemterminálisok. (Minden fenti alakú szabályhoz páronként diszjunkt új nemterminális halmazt vezetünk be.)

Környezetfüggő grammatikák Kuroda normálforma

Példa 5

Adjuk meg a $G = (\{S, A, B\}, \{a, b, c\}, \{S \to BaB, BaB \to BaBa, A \to SaS, A \to c, B \to AbbA, B \to c\}, S)$ környezetfüggő grammatikával ekvivalens Kuroda normálformájú grammatikát!