A számításelmélet alapjai I. (Hetedik gyakorlat)

Dr. Lázár Katalin Anna

Eötvös Loránd Tudományegyetem, Informatikai Kar
1117 Budapest, Pázmány Péter sétány 1/C.
e-mail: lazarkati@elte.hu

2024. március 26.

Tematika

- A minimális állapotszámú determinisztikus véges automata, a minimalizálási algoritmus.

Minimális állapotszámú VDA konstruálása

Példa 1

Legyen $A = (Q, T, \delta, q_1, F)$ determinisztikus véges automata, ahol $Q = \{q_1,\ q_2,\ q_3,\ q_4,\ q_5\}$, $T = \{a,\ b\}$, $F = \{q_2,\ q_3\}$ és δ az alábbi táblázattal adott:

	δ	a	b
$\rightarrow$	q_1	q_4	q_5
$\leftarrow$	q_2	q_4	q_4
$\leftarrow$	q_3	q_2	q_4
	q_4	q_4	q_5
	q_5	q_2	q_2

Konstruáljunk meg egy A' determinisztikus véges automatát, amely minimális állapotszámú és amelyre $L(A') = L(A)$ teljesül!

Minimális állapotszámú VDA konstruálása

Példa 1

Megjegyzés

- Először megállapítjuk, hogy az automata összefüggő-e vagy sem.
- Az A determinisztikus véges automatát összefüggőnek nevezzük, ha minden állapota elérhető a kezdőállapotból, azaz ha minden $p \in Q$ esetén létezik $w \in T^*$, hogy $q_0 w \Longrightarrow_A^* p$ teljesül.
- Ha nem, akkor összefüggővé tesszük.
- A továbbiakban az összefüggő automatával foglalkozunk, vagyis, ha összefüggő volt az automata, akkor az eredeti automatával, ha nem az volt, akkor legnagyobb összefüggő részautomatájával.

Minimális állapotszámú VDA konstruálása

Példa 1

Megjegyzés

- Ezután partícionáljuk (a megkülönböztethetőség szerint ekvivalenciaosztályokra bontjuk) az állapothalmazt.
- Először az állapotok halmazát két partícióra osztjuk: F-re és $Q - F$-re. (Az F-beli állapotok megkülönböztethetők a $Q - F$-beli állapotoktól az üres szóval).
- Majd megismételjük a partíciók további partíciókra való szétbontását mindaddig, amíg a partíciók száma változatlan marad.

Minimális állapotszámú VDA konstruálása

Példa 1

Megjegyzés

- Ez a következőképpen történik: Tekintsük egy tetszőleges partíció állapotait.
- Vegyük az a input szimbólumot és tekintsük a $\delta(p, a)$ állapotot minden p állapotra a partícióban. Ha az így nyert állapotok különböző partíciókhoz tartoznak, akkor az eredeti partíciót bontsuk szét annyi új partícióra, ahány ilyen módon meghatározott partíció keletkezett.
- Végezzük el ezt az eljárást minden input betűre és minden partícióra, addig, amíg új partíció már nem keletkezik.

Minimális állapotszámú VDA konstruálása

Példa 1

Megjegyzés

- Ezután meghatározzuk a minimális állapotszámú automata komponenseit.
- Minden egyes B_i partícióra tekintünk egy b_i reprezentáns állapotot. Legyen $A = (Q', T, \delta', q'_0, F')$, ahol Q' a partíciók reprezentánsainak halmaza. Továbbá, legyen q'_0 a q_0-t tartalmazó partíció reprezentánsa és $\delta'(b_i, a) = b_j$, ha van olyan $q_i \in B_i$ és $q_j \in B_j$, amelyre $\delta(q_i, a) = q_j$. $F' = \{b_f\}$ azon partíció reprezentánsa, amely F elemeit tartalmazza.

Minimális állapotszámú VDA konstruálása

Példa 2

Legyen $A = (Q, T, \delta, q_0, F)$ determinisztikus véges automata, ahol $Q = \{q_0,\ q_1,\ q_2,\ q_3,\ q_4\}$, $T = \{a,\ b\}$, $F = \{q_3,\ q_4\}$ és δ az alábbi táblázattal adott:

	δ	a	b
$\rightarrow$	q_0	q_0	q_1
	q_1	q_1	q_2
	q_2	q_3	q_1
$\leftarrow$	q_3	q_4	q_1
$\leftarrow$	q_4	q_2	q_1

Konstruáljunk meg egy A' determinisztikus véges automatát, amely minimális állapotszámú és amelyre $L(A') = L(A)$ teljesül!

Minimális állapotszámú VDA konstruálása

Példa 3

Legyen $A = (Q, T, \delta, q_1, F)$ determinisztikus véges automata, ahol $Q = \{q_0,\ q_1,\ q_2,\ q_3,\ q_4\}$, $T = \{a,\ b\}$, $F = \{q_1,\ q_3\}$ és δ az alábbi táblázattal adott:

	δ	a	b
	q_0	q_1	q_2
$\rightleftarrows$	q_1	q_0	q_4
	q_2	q_4	q_1
$\leftarrow$	q_3	q_1	q_0
	q_4	q_4	q_1

Konstruáljunk meg egy A' determinisztikus véges automatát, amely minimális állapotszámú és amelyre $L(A') = L(A)$ teljesül!