### Напоминаю определения

- 1. Поиск выбросов (outlier detection). Есть множество объектов M. Найти в нем все аномальные объекты.
- 2. Поиск новизны (novelty detection). Есть множество объектов M. Определить, является ли объект  $A \notin M$  похожим на объекты из M или нет?

### Отличие выбросов от новизны и пропусков

#### выброс VS пропуск в данных

Выброс — это часто реально существующий объект, но обладающий аномальными свойствами, он сильно отличается от других объектов выборки.

#### выброс VS новизна

Новизна считается по отношению к старой выборке объектов. А выброс является аномальным уже для своих «соседей» по выборке.

### Примеры выбросов

1. (из Википедии) если наугад измерять температуру предметов в комнате, получим цифры от 18 до 22 °C, но радиатор отопления будет иметь температуру в 70° - и это выброс, не типичное значение!

### Примеры выбросов

2. На матфаке ОмГУ я проводил анкетирование порядка 60 студентов: просил их написать средние баллы за все сессии. Выбросом оказался...

### Примеры выбросов

2. На матфаке ОмГУ я проводил анкетирование порядка 60 студентов: просил их написать средние баллы за все сессии. Выбросом оказался КРУГЛЫЙ ОТЛИЧНИК (что было установлено с помощью алгоритма поиска выбросов)



### Зачем нужно искать и уничтожать выбросы?

- 1. Если данные будут использоваться при решении задачи предсказания, то удаление выбросов, как правило, повышает точность предсказания (ибо правило «мусор на входе мусор на выходе» никто не отменял).
- 2. Удаление выбросов позволяет получить нормальные (типичные, эталонные) объекты.
- Многие характеристики (например, среднее значение) очень чувствительны к наличию выбросов.

## Идеальных методов обнаружения выбросов не бывает потому, что

- 1. ... не существует формального определения выброса.
- 2. ... алгоритм, беспощадный к выбросам, будет удалять и часть «нормальных» объектов.
- 3. ... алгоритм, гуманный к «нормальным» объектам, будет пропускать часть выбросов.

Построить идеальный детектор выбросов – это всё равно что предложить мед. анализ без ложноположительных и ложноотрицательных результатов.

### Методы обнаружения выбросов

I. Поиск аномальных объектов с помощью здравого смысла. Например, если известен нормальный диапазон для значений признака.

**Пример**: человек с ростом более 200см (такие люди могут в реальности существовать, но их очень мало). Таких людей лучше объявить выбросами.

### Методы обнаружения выбросов

- II. Методы, основанные на анализе одного признака (каждый признак берётся отдельно и ищутся объекты аномальными значениями этого признака).
- III. Методы, основанные на одновременном анализе нескольких признаков.

### Методы, анализирующие признаки по отдельности

### Методы, анализирующие один признак

Вот у вас есть значения признака

$$P = (p_1, p_2, ..., p_n)$$

### Основная идея поиска аномалий:

найти значения  $p_i$ , расположенные вдали от среднего значения (медианы).

Далее используем обозначения:

 $ar{p}$  - среднее значение, n - объем выборки,

 $S_p$  - отклонение

### Простейшие методы

- 1. Удалить все объекты, у которых величина  $|p_i \bar{p}|$  слишком велика.
- 2. Удалить все объекты, у которых величина  $\frac{|p_i \bar{p}|}{c$ лишком велика. (см. след. слайд)
- 3. Более продвинутый критерий Шовене (см. ниже)
- 4. Определение выбросов без использования среднего и отклонения.

## Пожалуй, самое простое правило для определения выброса

- 1. Пусть х подозрительное значение.
- 2. Исключим x из выборки и по оставшимся элементам вычислим среднее  $\bar{p}$  и отклонение  $s_P$ .
- 3. Если выборка симметричная (см. лекцию 1), то x будет выбросом, если он не принадлежит интервалу

$$(\bar{p}-3s_p,\bar{p}+3s_p)$$

4. Если выборка не симметричная, то x будет выбросом, если он не принадлежит интервалу

$$(\bar{p}-5s_P,\bar{p}+5s_P)$$

## Критерий Шовене (Chauvenet)

## Критерий Шовене (Chauvenet)

Значение  $p_i$  является выбросом, если выполнено неравенство

$$erfc\left(\frac{|p_i - \bar{p}|}{s_p}\right) < \frac{1}{2n}$$

где

$$erfc(x) =$$
<sub>18+ censored</sub>

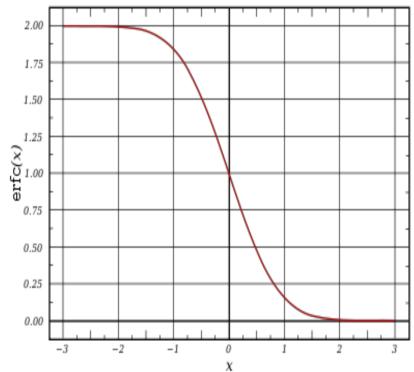
дополнение к функции ошибок.

## Критерий Шовене (Chauvenet)

Значение  $p_i$  является выбросом, если выполнено неравенство

$$erfc\left(\frac{|p_i-\bar{p}|}{s_P}\right)<\frac{1}{2n}$$

$$erfc(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_{x}^{\infty} e^{-t} dt$$



дополнение к функции ошибок.

### Пример

Есть n=14 объектов со следующими значениями признака Р

8.02 8.16 3.97 8.64 0.84 4.46 0.81 7.74 8.78 9.26 20.46 29.87 10.38 25.71

Вычисляем:  $\bar{p}$  =10.51,  $S_P$  =8.77. Проверка для 25.71:

$$erfc\left(\frac{|25.71 - 10.51|}{8.77}\right) = 0.014 < 0.036 = \frac{1}{2 * 14}$$

то есть это выброс!!!

### Пример

Есть n=14 объектов со следующими значениями признака Р

8.02 8.16 3.97 8.64 0.84 4.46 0.81 7.74 8.78 9.26 20.46 29.87 10.38 25.71

Вычисляем:  $\bar{p}=10.51, s_p=8.77.$  Проверка для 29.87 также говорит: «выброс». А вот 20.46 уже не выброс:

$$erfc\left(\frac{|20.46 - 10.51|}{8.77}\right) = 0.11 > 0.036 = \frac{1}{2 * 14}$$

## Пример (вторая итерация)

Осталось n=12 объектов со следующими значениями признака Р

8.02 8.16 3.97 8.64 0.84 4.46 0.81 7.74 8.78 9.26 20.46 10.38

Вычисляем:  $\bar{p} = 7.63$ ,  $s_p = 5.17$ . Проверка для 20.46:

$$erfc\left(\frac{|20.46 - 7.63|}{5.17}\right) = 0.00045 < 0.042 = \frac{1}{2 * 12}$$

то есть теперь 20.46 стало выбросом!!!

## Пример (вторая итерация)

Осталось n=12 объектов со следующими значениями признака Р

8.02 8.16 3.97 8.64 0.84 4.46 0.81 7.74 8.78 9.26 20.46 10.38

Вычисляем:  $\bar{p}$  =7.63,  $s_p$ =5.17. Проверка для 10.38:

$$erfc\left(\frac{|10.38 - 7.63|}{5.17}\right) = 0.452 > 0.042 = \frac{1}{2 * 12}$$

то есть 10.38 не выброс. Остальные числа также проходят проверку.

## Пример (третья итерация)

Осталось n=11 объектов со следующими значениями признака Р

8.02 8.16 3.97 8.64 0.84 4.46 0.81 7.74 8.78 9.26 10.38 Вычисляем:  $\bar{p}$  =6.46,  $S_P$ =3.38. Проверка для 10.38:

$$erfc\left(\frac{|10.38 - 6.46|}{3.38}\right) = 0.1 > 0.045 = \frac{1}{2 * 11}$$

то есть 10.38 не выброс. Остальные числа также проходят проверку. КОНЕЦ работы, так как новые выбросы не появляются.

## Настройка критерия Шовене

Значение  $p_i$  является выбросом, если выполнено неравенство

$$erfc\left(\frac{|p_i - \bar{p}|}{s_p}\right) < \frac{1}{2n}$$

Константу 2 (в формуле) можно заменить на любую другую константу. Это сделает критерий более беспощадным (либо более лояльным) к выбросам.

## Поиск выбросов без использования среднего и отклонения

## Философское затруднение

Значения среднего и отклонения сильно чувствительны к наличию выбросов.

Таким образом, возникает замкнутый круг: мы ищем выбросы с помощью среднего и отклонения, чьи значения как раз и обусловлены наличием выбросов.

Возникает идея искать выбросы без использования величин, которые сильно зависят от выбросов.

# Критерий, основанный на квартилях выборки

- 1-ая квартиль Q<sub>25</sub>: это такое число, что ровно 25% выборки меньше его.
- 2-ая квартиль Q<sub>50</sub>: это такое число, что ровно 50% выборки меньше его (фактически это ...)

# Критерий, основанный на квартилях выборки

- 1-ая квартиль Q<sub>25</sub>: это такое число, что ровно 25% выборки меньше его.
- 2-ая квартиль Q<sub>50</sub>: это такое число, что ровно 50% выборки меньше его (фактически это медиана).
- **3-ья квартиль Q**<sub>75</sub>: это такое число, что ровно 75% выборки меньше его.

Например, для выборки (-10,0,1,2,4,5,5,6,7,100) имеем  $Q_{25}$ =1  $Q_{50}$ =4.5 (медиана)  $Q_{75}$ =6

Как быстро найти  $Q_{25}$  ( $Q_{75}$ )? Нужно вычислить медиану и разбить выборку на две части:  $A=\{$ что меньше медианы $\}$ ,  $B=\{$ что больше медианы $\}$ . Тогда  $Q_{25}$  ( $Q_{75}$ ) будет медианой в A (B).

Факт: 50% элементов выборки принадлежат интервалу  $[Q_{25}, Q_{75}]$ .

Идея: элементы, которые сильно далеки от интервала  $[Q_{25}$ ,  $Q_{75}]$  можно объявить выбросами.

# Поиск выбросов с помощью квартилей

Правило: если элемент не попадает в интервал

$$(Q_{25}-1.5*(Q_{75}-Q_{25}), Q_{75}+1.5*(Q_{75}-Q_{25})),$$

то он объявляется выбросом.

В примере (-5,0,1,2,4,5,5,6,7,100) получаем  $Q_{25}$ =1,  $Q_{75}$ =6

Интервал будет такой: (1-1.5\*5, 6+1.5\*5)= (-6.5,13.5).

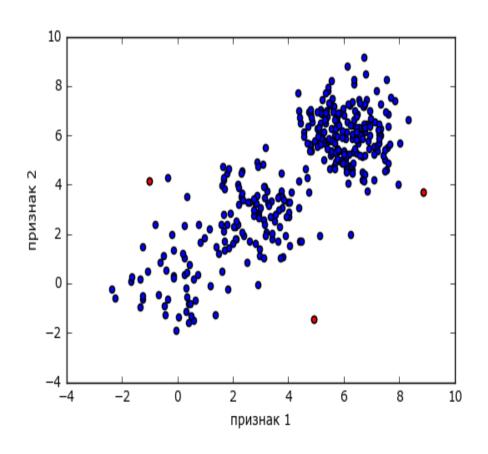
Таким образом, элемент 100 – выброс.

## Методы, анализирующие несколько признаков

# Недостатки методов, которые анализируют 1 признак (1-й недостаток)

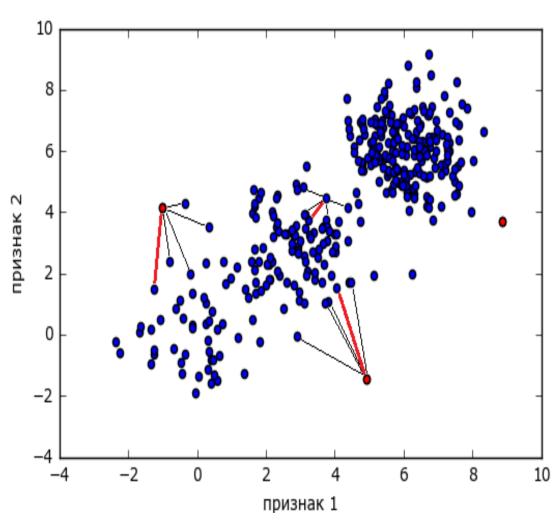
## Недостатки методов, которые анализируют 1 признак (2-й недостаток)

Аномалия часто характеризуется не только экстремальными значениями отдельных признаков. На картинке каждый выброс имеет «нормальное» значения каждого признака, но их комбинация приводит к аномалии.



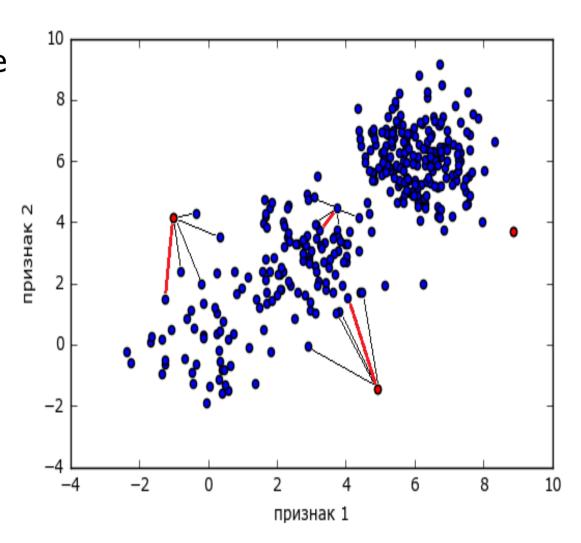
### Метрические методы

Представим объекты с *т* признаками с помощью точек в пространстве  $R^m$ . Идея: у выброса мало соседей, а у типичного объекта много.



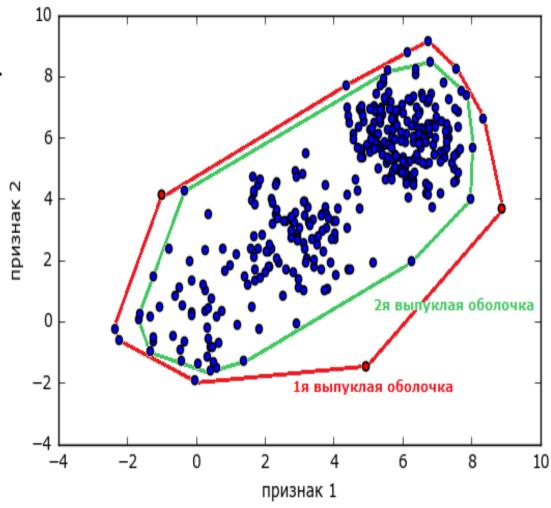
### Метрические методы

Можно найти расстояние от каждого объекта до его ближайшего соседа. У выбросов такое расстояние будет большим (можно предложить и другие варианты алгоритма).



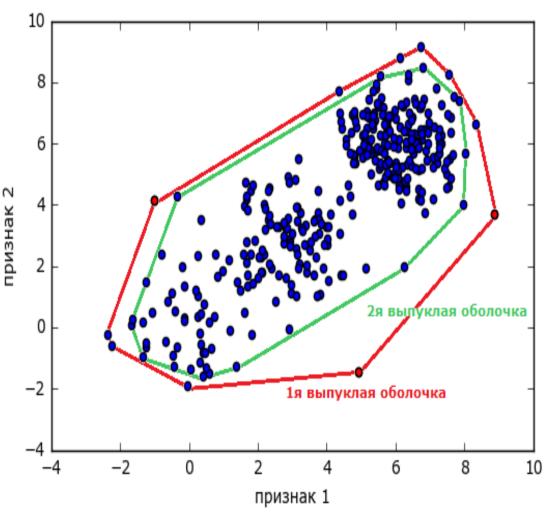
### Геометрические методы

Можно вычислить выпуклую оболочку объектов (как точек в m-мерном пространстве). Выбросами будут ...



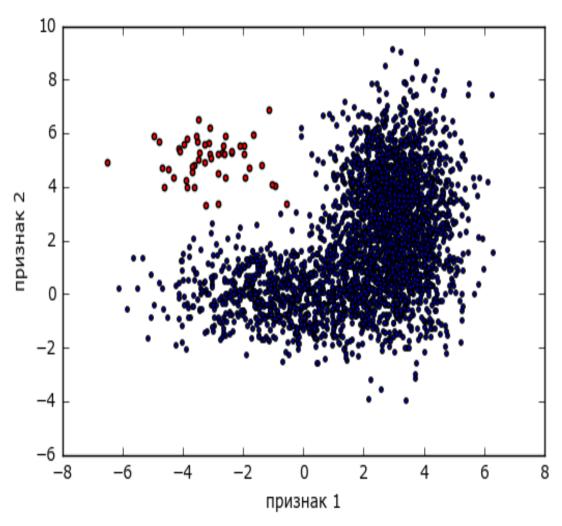
### Геометрические методы

Можно вычислить выпуклую оболочку объектов (как точек в m-мерном пространстве). Выбросами будут объекты на границе. (Их можно удалить, а процедуру повторить еще несколько раз).



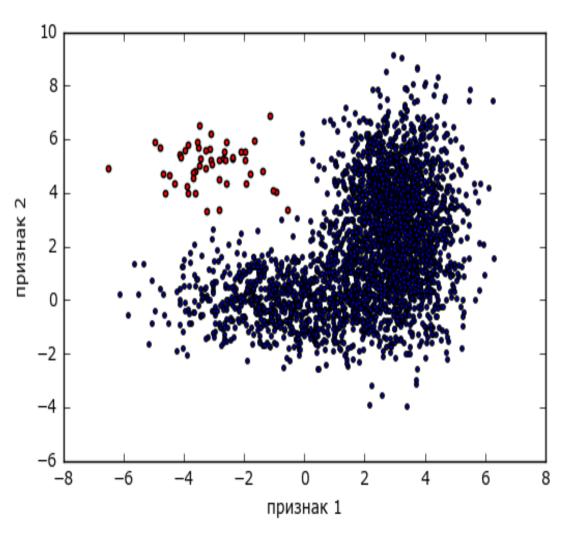
### Поиск выбросов с помощью кластеризации

Можно запустить алгоритм кластеризации (подробности в след. лекции). Он разобьет объекты на группы. Выбросы – это ...



### Поиск выбросов с помощью кластеризации

Можно запустить алгоритм кластеризации (подробности в след. лекции). Он разобьет объекты на группы. Выбросы – это элементы малых (в том числе и одноэлементных) групп.



#### Поиск выбросов с помощью моделей предсказания

- 1) Некоторые вариации метода опорных векторов (SVM) позволяют находить выбросы.
- 2) Вариация решающих деревьев (decision trees) под названием «изолирующий лес» может искать выбросы.

Подробнее об этом мы поговорим на соответствующих лекциях.

### Поиск выбросов с помощью моделей предсказания

3) Можно запустить модель предсказания признака Р по другим признакам таблицы. Объекты, для которых ...

#### Поиск выбросов с помощью моделей предсказания

3) Можно запустить модель предсказания признака Р по другим признакам таблицы. Объекты, для которых предсказанное и истинное значение Р различаются очень сильно, можно объявить выбросами.

### Поиск новизны

### Поиск новизны можно свести к поиску выбросов

(Поиск новизны) Есть множество объектов M. Определить, является ли объект  $A \not\in M$  похожим на объекты из M или нет?

Переход к поиску выбросов: добавляем объект A в множество M и запускаем алгоритм поиска выброса. Если A будет детектирован как выброс, то A являлся новизной.

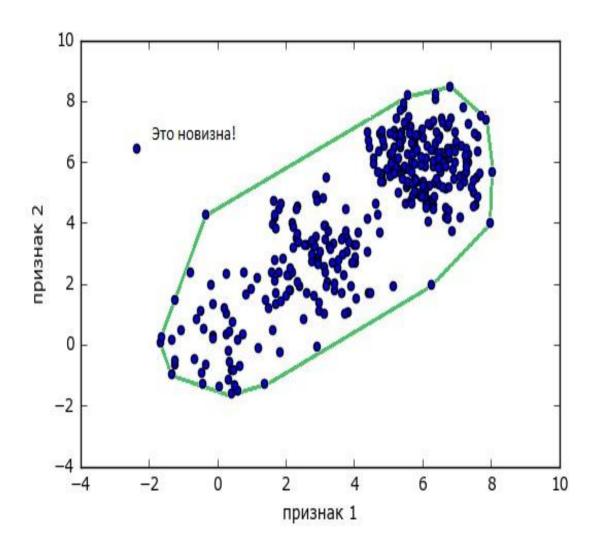
Но есть и алгоритмы, которые ищут новизну, не используя поиск выбросов.

### Поиск новизны без поиска выбросов

Строим выпуклую оболочку всех объектов из выборки. Объект А будет считаться новизной, если...

### Поиск новизны без поиска выбросов

Строим выпуклую оболочку всех объектов из выборки. Объект А будет считаться новизной, если он НЕ попадает в эту выпуклую оболочку.



#### Источники картинок и идей

- 1. <a href="https://alexanderdyakonov.wordpress.com/2017/04/19/поиск-аномалий-anomaly-detection/">https://alexanderdyakonov.wordpress.com/2017/04/19/поиск-аномалий-anomaly-detection/</a> (отсюда же взяты и картинки)
- 2. Статья «Cleaning Data the Chauvenet Way» by Lily Lin, Paul Sherman