5 קיץ תשפ"א מועד ב

3. בתחרות ספורט שנערכת בבית ספר משתתפים תלמידים רבים. כל משתתף צריך להצליח לעבור 3 מכשולים בזה אחר זה לפי הסדר. משתתף שלא מצליח לעבור מכשול מודח מייד מן התחרות. ההסתברות להצליח לעבור מכשול שונה ממכשול למכשול, אך שווה לכל המשתתפים. משתתף שמצליח לעבור את כל שלושת המכשולים עולה לשלב חצי הגמר.

28% מן המשתתפים בתחרות הצליחו לעבור את שני המכשולים הראשונים. ההסתברות שמשתתף שמצליח לעבור את שני המכשולים הראשונים יודח מן התחרות גדולה פי 3 מן ההסתברות שהוא יעלה לשלב חצי הגמר.

א. חשב את ההסתברות שמשתתף בתחרות יעלה לשלב חצי הגמר.

ההסתברות שמשתתף יצליח לעבור את המכשול הראשון ולא יעבור את המכשול השני היא 0.42 .

ב. חשב את ההסתברות שמשתתף בתחרות <u>לא</u> יצליח לעבור את המכשול הראשון.

ג. בחרו באקראי שלושה משתתפים: עומר, גל וליאור. ידוע ששלושתם הצליחו לעבור את המכשול הראשון.

(1) חשב את ההסתברות שבדיוק שניים מהם יעלו לשלב חצי הגמר.

(2) חשב את ההסתברות שמבין השלושה, רק עומר וגל יעלו לשלב חצי הגמר.

נניח שההסתברויות לעבור כל מכשול בלתי-תלויות. נסמן ב-$M1, M2, M3$ (mikhshol) את המאורעות של לעבור כל מכשול, ונסמן ב-HG (hatzi gmar) את המאורע לעלות לחצי הגמר.

סעיף א

לפי ההנחה שהצלחה לעבור מכשול בלתי תלוי במכשולים האחרים, ההסתברות לעבור סדרה של מכשולים היא המכפלה של ההסתברויות של המכשולים. נתון ש-$P(M1)P(M2) = 0.28$. אם משתתף עבר את שני המכשולים הראשונים, ההסתברות שהוא יעלה לחצי הגמר שווה להתסתברות שהוא יעבור את המכשול השלישי:

$$\begin{aligned}
&P(M3) = 3(1 - P(M3))\\
&P(M3) = 0.25\\
&P(HG) = P(M1)P(M2)P(M3) = 0.28 \cdot 0.25 = 0.07\,.
\end{aligned}$$

סעיף ב

נתון $P(M1)P(\overline{M2}) = 0.42$ ולפי הסתברות שלמה:

$$\begin{aligned}
&P(M1) = P(M1)P(M2) + P(M1)P(\overline{M2}) = 0.28 + 0.42 = 0.70\\
&P(\overline{M1}) = 1 - P(M1) = 0.30\,.
\end{aligned}$$

סעיף ג 1

ההסתברות של משתתף אחד לעלות לחצי הגמר היא:

$$P(HG/M1) = \frac{P(HG \cap M1)}{P(M1)} = \frac{P(HG)}{P(M1)} = \frac{0.07}{0.70} = 0.01\,,$$

כאשר אנו משתמשים ב-$HG \subseteq M1$ כי משתתף עולה לחצי הגמר רק אם הוא עבר את כל המכשולים, קל וחומר את המכשול הראשון.

המילה ״בדיוק״ מכוונת לנוסחת ברנולי, לכן ההסתברות המבוקשת היא:

$$\binom{3}{2}(0.01)^2(0.90)^1 = 0.027\,.$$

סעיף ג 2

נסמן ב-O, G, L את המאורעות שעומר, גל וליאור יעלו לחצי הגמר. נניח כרגיל שההצלחות של המשתתפים בלתי-תלויות:

$$P(O)P(G)P(\overline{L}) = (0.10)\,(0.90)\,(0.10) = 0.009\,.$$

6 קיץ תשפ״א מועד א

3. בבית ספר תיכון גדול מאוד, מספר התלמידים גדול פי 9 ממספר המורים.

בבית הספר נערך סקר שהשתתפו בו כל המורים והתלמידים בבית הספר, והם בלבד.

המשתתפים בסקר נשאלו אם הם נבדקו לגילוי קורונה.

נמצא כי 80% מן המורים בבית הספר נבדקו לגילוי קורונה.

כמו כן נמצא כי $\frac{13}{15}$ מכלל המשתתפים בסקר (מורים ותלמידים), שנבדקו לגילוי קורונה, היו תלמידים.

א. מהי ההסתברות שמבין כלל המשתתפים בסקר ייבחֵר באקראי תלמיד ש<u>לא</u> נבדק לגילוי קורונה?

בחרו באקראי בזה אחר זה 5 משתתפים מבין כלל משתתפי הסקר.

ב. מהי ההסתברות שלפחות 4 מהם נבדקו לגילוי קורונה?

ג. ידוע כי מבין החמישה שנבחרו, לפחות משתתף אחד נבדק לגילוי קורונה.

מהי ההסתברות שלפחות 4 מן המשתתפים שנבחרו נבדקו לגילוי קורונה?

ד. ידוע כי מבין החמישה שנבחרו, בדיוק 2 נבדקו לגילוי קורונה.

מהי ההסתברות שהאחרון שנבחר נבדק לגילוי קורונה?

הפסקאות ״מן המורים״ ו-״מכלל המשתתפים״ אינן מכוונות להסתברות מותנית, כי הן מתייחסות לכל הקבוצה של המורים וכל הקבוצה של המשתתפים. הפסיק ב-״מכלל המשתתפים (מורים ותלמידים), שנבדקו לגילוי קורונה״ מבלבל כי אפשר לפרש שהנתון הוא $13/15$ ״מכלל המשתתפים בסקר״.

נסמן ב-M (moreh) את המאורע של מורה שנסקר בסקר, ואז $\overline{M}$ הוא המאורע של תלמיד שנסקר בסקר.
נסמן ב-N (nivdak) את המאורע של נבדק לקורונה.

סעיף א

יש שני סוגים של מאורעות ולכן הארגן את המידע בטבלה.

תחילה נחשב:

$$P(\overline{M}) = 1 - P(M) = 9P(M)$$
$$P(M) = 0.10\,.$$

נתון ש:

$$P(N/M) = \frac{P(N\cap M)}{P(M)} = 0.80\,,$$

ולכן:

$$P(N\cap M) = 0.80P(M) = 0.08\,.$$

את התוצאות הללו נכניס לתאים בטבלה תוך הוספת הסתברויות משלימות:

	$\overline{N}$	N	
0.10	0.02	0.08	M
0.90			$\overline{M}$
1.0			

נתון נוסף הוא:

$$P(\overline{M}/N) = \frac{P(\overline{M} \cap N)}{P(N)} = \frac{13}{15}\,.$$

נשתמש בהסתברויות משלימות ונקבל:

$$\begin{aligned} P(N) &= P(M \cap N) + P(\overline{M} \cap N) \\ &= 0.08 + \frac{13}{15}P(N) \\ P(N) &= 0.60\,. \end{aligned}$$

נמלא את שאר התאים בטבלה ונמצא את התשובה:

$$P(\overline{M} \cap \overline{N}) = 0.38\,.$$

	$\overline{N}$	N	
0.10	0.02	0.08	M
0.90	0.38	0.52	$\overline{M}$
1.0	0.40	0.60	

סעיף ב

הניסוח ״בזה אחר זה״ מכוון להתפלגות בינומית. נקצר את הסימון $P(N)$ ל-p ולפי סעיף א $p = 0.60$.
לפחות ארבעה משתתפים שקול לארבעה או חמישה משתתפים:

$$\begin{aligned} P(N \geq 4) &= \binom{5}{4} p^4 (1-p)^1 + \binom{5}{5} p^5 (1-p)^0 \\ &= 5 \cdot 0.60^4 \cdot 0.40 + 0.60^5 = 0.3370\,. \end{aligned}$$

סעיף ג

המילה "ידוע" מכוון להסתברות מותנית. ברור ש-$N \geq 4 \subseteq N \geq 1$ ולכן:

$$P(N \geq 4/N \geq 1) = \frac{P((N \geq 4) \cap (N \geq 1))}{P(N \geq 1)} = \frac{P(N \geq 4)}{P(N \geq 1)} = \frac{P(N \geq 4)}{1 - P(N = 0)}$$
$$= \frac{0.3370}{1 - (1-p)^5} = \frac{0.3370}{0.9898} = 0.3404\,.$$

סעיף ד

עלינו לחשב את ההסתברות של המאורע: בדיוק אחד מתוך ארבעה המשתתפים הראשונים שנבחרו נבדקו וגם שהמשתתף האחרון שנבחר נבדק. נסמן מאורע זה ב-N_{4A}, ונשים לב ש-$N_{4A} \subseteq (N = 2)$ כי לפי ההגדרה N_{4A} היא דרך אחת לקבל בדיוק שני נצחונות. "ידוע" מכוון להסתברות מותנית:

$$P(N_{4A}/(N = 2)) = \frac{P(N_{4A} \cap (N = 2))}{P(N = 2)} = \frac{P(N_{4A})}{P(N = 2)}$$

$$= \frac{\binom{4}{1} p^1 (1-p)^3 \cdot p}{\binom{5}{2} p^2 (1-p)^2} = \frac{4}{10}\,.$$

7 קיץ תשפ״א מועד מיוחד

3. בחממה גדולה של פרחים יש אך ורק פרחים לבנים וסגולים.

ההסתברות לבחור באקראי שני פרחים לבנים גדולה פי 2.25 מן ההסתברות לבחור באקראי שני פרחים סגולים.

א. חשב את אחוז הפרחים הסגולים בחממת הפרחים.

בחממה זו, לכמה מן הפרחים הלבנים, ורק להם, יש עלים גדולים. לשאר הפרחים יש עלים קטנים.

ירדן בחרה באקראי שני פרחים. ההסתברות שירדן בחרה פרח אחד שיש לו עלים קטנים ופרח אחד שיש לו עלים גדולים היא 0.455.

ב. **(1)** חשב את אחוז הפרחים בחממה שיש להם עלים גדולים.

(2) חשב את ההסתברות שירדן בחרה פרח סגול, אם ידוע שרק לאחד מן הפרחים שהיא בחרה יש עלים גדולים.

ג. כינרת הכינה זר מ־ 7 פרחים לבנים בדיוק, שנבחרו באקראי בחממה.

חשב את ההסתברות שיש בזר פרח אחד לפחות שיש לו עלים גדולים ופרח אחד לפחות שיש לו עלים קטנים.

סעיף א

נמסן ב-L (lavan) את המאורע של פרח לבן וב-S (segol) את המאורע של פרח סגול. מהנתון ניתן לחשב את ההסתברות המבוקשת:

$$P(L=2) = \frac{9}{4}P(S=2)$$
$$(1-P(S))^2 = \left(\frac{3}{2}P(S)\right)^2$$
$$P(S) = \frac{2}{5} = 40\%\,,$$

כאשר השתמשנו בהנחה שהבחירות של שני פרחים בלתי תלויות ובעובדה שהסתברויות משלימות.

סעיף ב

נסמן ב-G (gadol) את המאורע של עלים גדולים.

הסתבכתי בשאלה זו כי ניסיתי לחשב $P(G/L)$ בלי לשים לב שאין כאן הסתברות מותנית, כי המידע שפרח הוא לבן לא תורם מידע אם לפרח עלים גדולים. הפתרון פשוט מתקבל על ידי חישוב ההסתברות $P(G)$ וההסתברות המשלימה. עם המידע הנתון על הבחירות של ירדן, ההסתברות המבוקשת היא:

$$P(G\overline{G}) = \binom{2}{1}P(G)^1(1-P(G))^1 = 0.455$$
$$2P(G)^2 - 2P(G) + 0.455 = 0$$
$$P(G) = \frac{2 \pm \sqrt{0.36}}{4} = \frac{1 \pm \frac{3}{10}}{2}$$
$$= \frac{7}{20}, \frac{13}{20} = 0.35\,, 0.65\,.$$

אבל אחוז הפרחים עם עלים גדולים לא יכול להיות גבוה יותר ממספר הפרחים הלבנים 0.6, ולכן $P(G) = 0.35 = 35\%$.

סעיף ג 1

נסמן ב-$1G$ את המאורע שרק לאחד הפרחים מתוך שניים יש עלים גדולים. נתון ש-$P(1G) = 0.455$. החישוב יהיה קל יותר אם נשים לב ש-$\frac{7}{20} \cdot \frac{13}{10} = 0.35 \cdot 1.3 = 0.455$. המילה "ידוע" מכוון להסתברות מותנית:

$$P(S=1/1G) = \frac{P(S=1 \cap 1G)}{P(1G)} = \frac{\binom{2}{1} P(S)P(G)}{P(1G)}$$
$$= \frac{2 \cdot \frac{4}{10}\frac{7}{20}}{\frac{7}{20}\frac{13}{10}} = \frac{8}{13}\,.$$

סעיף ג 2

המשפט בראשון אומר שבוחרים רק מתוך הפרחים הלבנים:

$$P(G/L) = \frac{P(G \cap L)}{P(L)} = \frac{P(G)}{P(L)} = \frac{7/20}{6/10} = \frac{7}{12}\,.$$

לפי הסתברות משלימה $P(\overline{G}/L) = \frac{5}{12}$. מילים "בדיוק" ו-"לפחות" מכוונות לנוסחת ברנולי. ההסתברות המבוקשת היא ההסתברות המשלימה לאפס פרחים עם עלים גדולים ואפס פרחים עם עלים קטנים:

$$1 - \left(\frac{7}{12}\right)^7 - \left(\frac{5}{12}\right)^7 = 0.9748\,.$$

8 חורף תשפ"א

3. ההסתברות שלילד שנולד במשפחת לוי יהיה שיער מתולתל היא x .

ההסתברות שלילד שנולד במשפחת לוי יהיו עיניים חומות היא 2x .

ההסתברות שעיניו של ילד שנולד במשפחת לוי יהיו חומות, אם ידוע ששְׂערו מתולתל, קטנה פי 1.5 מן ההסתברות ששערו לא יהיה מתולתל אם ידוע שעיניו חומות.

יונתן הוא אחד הילדים במשפחת לוי.

א. **(1)** הראה שההסתברות שעיניו של יונתן הן חומות ושערו מתולתל היא $\frac{1}{2}x$.

(2) מצא את ההסתברות ששערו של יונתן הוא מתולתל, אם ידוע שעיניו חומות.

ב. **(1)** הבע באמצעות x את ההסתברות ששערו של יונתן אינו מתולתל וגם עיניו אינן חומות.

(2) נתון: $x = 0.2$.

במשפחת לוי נולדו ארבעה ילדים בדיוק.

מהי ההסתברות שלפחות לשלושה מארבעת הילדים במשפחת לוי יש שיער מתולתל ועיניים חומות?

נמסן ב-H (hume) את המאורע של עיניים חומות ונסמן ב-M (metultal) את המאורע של שיער מטולטל.

סעיף א 1

בשאלה שני סוגים של מאורעות ולכן נארגן את המידע בטבלה. נתון $P(M) = x, P(H) = 2x$ וסימנו $y = P(H \cap M)$.

	H	$\overline{H}$	
M	y		x
$\overline{M}$	$3y$		
	$2x$		

המילה "ידוע" מכוון להסתברות מותנית ונשתמש ביחס הנתון:

$$1.5P(H/M) = P(\overline{M}/H)$$
$$\frac{1.5P(H \cap M)}{P(M)} = \frac{P(\overline{M} \cap H)}{P(H)}$$
$$\frac{1.5y}{x} = \frac{P(\overline{M} \cap H)}{2x}$$
$$P(\overline{M} \cap H) = 3y\,.$$

צירפנו ערך זה לטבלה. מהעמודה H מתקבל $y + 3y = 2x$ ולכן $P(M \cap H) = y = x/2$.

סעיף א 2

ההסתברות המבוקשת היא:

$$P(M/H) = \frac{P(M\cap H)}{P(H)} = \frac{x/2}{2x} = \frac{1}{4}\,.$$

סעיף ב 1

נציב $x/2$ עבור y ו-$P(\overline{H}\cap M)$. ההסתברות המבוקשת היא עבור התא האמצעי וניתן לחשבה על ידי הסתברות משלימה:

$$P(\overline{H}\cap\overline{M}) = 1-\left(\frac{x}{2}+\frac{x}{2}+\frac{3x}{2}\right) = 1-\frac{5x}{2}\,.$$

	$\overline{H}$	H	
x	$\frac{x}{2}$	$\frac{x}{2}$	M
		$\frac{3x}{2}$	$\overline{M}$
		$2x$	

סעיף ב 2

במילה "לפחות" מכוונת לנוסחת ברנולי. נסמן $p = P(H\cap M)$ ונחשב:

$$\begin{aligned} P(p\geq 3) = P(p=3\cup p=4) &= \binom{4}{3}p^3(1-p)^1 + \binom{4}{4}p^4(1-p)^0 \\ &= 4\cdot 0.0009 + 0.0001 = 0.0037\,. \end{aligned}$$

9 חורף תשפ"א מועד נבצרים

3. בחברת תקשורת גדולה נבדקו הרגלי הצפייה של הלקוחות.

נמצא כי מספר הלקוחות שצופים בערוצי מוזיקה גדול פִּי 1.5 ממספר הלקוחות שאינם צופים בהם.

$\frac{2}{3}$ מן הלקוחות שצופים בערוצי ספורט, צופים בערוצי מוזיקה.

40% מן הלקוחות שאינם צופים בערוצי ספורט, צופים בערוצי מוזיקה.

בוחרים באקראי לקוח מן הלקוחות של החברה.

א. מהי ההסתברות שהלקוח שנבחר צופה גם בערוצי ספורט וגם בערוצי מוזיקה?

ב. נמצא שהלקוח שנבחר צופה בערוצי מוזיקה **או** בערוצי ספורט.

מהי ההסתברות שהוא אינו צופה בערוצי מוזיקה?

ג. מן הלקוחות שאינם צופים בערוצי ספורט, בחרו באקראי 4 לקוחות.

מהי ההסתברות שלפחות 2 מהם צופים בערוצי מוזיקה?

נסמן ב-M (muzika) את המאורע של צופים במוזיקה ונסמן ב-S (sport) את המאורע של צופים בספורט. השאלה שואלת על שני סוגים של מאורעות ולכן נארגן את המידע בטבלה.

מהנתון הראשון ניתן לחשב את $P(M)$:

$$\begin{aligned}
&P(M) = 1.5P(\overline{M}) = 1.5(1 - P(M))\\
&P(M) = 3/5\,.
\end{aligned}$$

בשני המשפטים הבאים, "מן הלקוחות" מכוון להסתברות מותנית:

$$\begin{aligned}
P(M/S) &= \frac{P(M\cap S)}{P(S)} = 2/3\\
P(M\cap S) &= (2/3)P(S)\\
P(M/\overline{S}) &= \frac{(M\cap \overline{S})}{P(\overline{S})} = 2/5\\
P(M\cap \overline{S}) &= (3/5)P(\overline{S})\,.
\end{aligned}$$

נשתמש בהסתברות שלמה כדי לחשב את $P(S)$:

$$\begin{aligned}
P(M) &= P(M\cap S) + P(M\cap \overline{S}) = 3/5\\
&= (2/3)P(S) + (2/5)P(\overline{S}) = 3/5\\
P(S) &= 3/4\,.
\end{aligned}$$

לאחר שנחשב את $P(M\cap S)$ ו-$P(M\cap \overline{S})$ מ-$P(S)$, נוכל למלא אתת הטבלה:

	$\overline{M}$	M	
$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	S
$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{20}$	$\frac{1}{10}$	$\overline{S}$
1	$\frac{2}{5}$	$\frac{3}{5}$	

סעיף א

התשובה נמצאת בתא $P(M \cap S) = 1/2$.

סעיף ב

המילא "או" מכוון לאיחוד של שני מאורעות. בעזרת תרשים Venn נקבל:

$$P(M \cup S) = P(M) + P(S) - P(M \cap S) = \frac{3}{5} + \frac{3}{4} - \frac{1}{2} = \frac{17}{20}\,.$$

ההמשך בהסתברות מותנית. הניסוח לא שגרתי אבל לא קשה: "נמצא שלקוח שנבחר ... מה ההסתברות **שהוא**":

$$P(\overline{M}/M \cup S) = \frac{P(\overline{M} \cap (M \cup S))}{P(M \cup S)} = \frac{P(S \cap \overline{M})}{P(M \cup S)} = \frac{1/4}{17/20} = 5/17\,.$$

ברור ש-$\overline{M} \cap M$ היא הקבוצה הריקה ולכן $\overline{M} \cap (M \cup S)) = S \cap \overline{M}$.

סעיף ג

מהמידע בטבלה נחשב את ההסתברות שלבחור לקוח אחד כנדרש:

$$P(M/\overline{S}) = \frac{P(M \cap \overline{S})}{P(S)} = \frac{1/10}{3/4} = \frac{2}{5}\,.$$

"לפחות שניים" מכוון להתפלגות בינום, ונעדיף לחשב את ההסתברות המשלימה:

$$\begin{aligned}
P(M/\overline{S} \geq 2) &= 1 - P(M/\overline{S} < 2) \\
&= 1 - \binom{4}{0}\left(\frac{2}{5}\right)^0\left(\frac{3}{5}\right)^4 - \binom{4}{1}\left(\frac{2}{5}\right)^1\left(\frac{3}{5}\right)^3 \\
&= \frac{328}{625} = 0.5248\,.
\end{aligned}$$

10 חורף תשפ"א מועד מאוחר

3. בכד יש כדורים בשלושה צבעים בלבד: **אדום, צהוב, כחול.**

נתון:

ההסתברות להוציא כדור אדום היא $\frac{5}{8}$.

מספר הכדורים הצהובים גדול פי 3 ממספר הכדורים הכחולים.

$\frac{4}{5}$ מן הכדורים האדומים שבכד ו־ $\frac{8}{9}$ מן הכדורים הצהובים שבכד **מחוספסים**, וכל שאר הכדורים שבכד **חלקים**.

הוציאו באקראי כדור מן הכד והחזירו אותו לכד. את הפעולה הזאת (הוצאה באקראי והחזרה) עשו 8 פעמים.

א. מהי ההסתברות שבדיוק 3 מן הכדורים שהוציאו הם **מחוספסים**?

ענה על סעיף ב בעבור כד שבו 32 כדורים.

ב. הוציאו באקראי בזה אחר זה 2 כדורים מן הכד (ללא החזרה).

(1) מהי ההסתברות ששני הכדורים שהוציאו היו בצבעים שונים?

(2) ידוע ששני הכדורים שהוציאו היו בצבעים שונים. מהי ההסתברות שהכדור הראשון שהוציאו היה בצבע אדום?

ענה על סעיף ג בעבור כד שבו n כדורים.

נתון: $50 < n < 100$.

ג. מצא את n (את שתי האפשרויות).

נסמן ב-A (adom), T (tzahov), K (kakhol) את המאורעות של הוצאת כדורים אדומים, צהובים וכחולים, בהתאמה. נתון $P(A) = 5/8$, $P(K) = 3P(T)$. נסמן $x = P(K)$ ונסכם הסתברויות כדי לקבל את המשוואה

$$5/8 + 3x + x = 1\,,$$

שפתרונה הוא $x = 3/32$. נארגן את המידע בטבלה.

	K	T	A	
				M
				$\overline{M}$
1	3/32	9/32	5/8	

נסמן ב-M (mekhuspas) את האירוע של כדור מחוספס. נתון:

$$P(M \cap A) = \frac{4}{5}\,P(A) = \frac{1}{2}$$

$$P(M \cap T) = \frac{8}{9}\,P(T) = \frac{1}{4}\,.$$

תחילה נראה לי שחסר נתון כדי להמשיך עד שקראתי בעיון את השאלה. הפסקה "כל שאר הכדורים חלקים" אומר ש-$P(M \cap K) = 0$ וניתן למלא את כל התאים בטבלה עם הסתברויות משלימות:

	K	T	A	
$3/4$	0	$1/4$	$1/2$	M
$1/4$	$3/32$	$1/32$	$1/8$	$\overline{M}$
1	$3/32$	$9/32$	$5/8$	

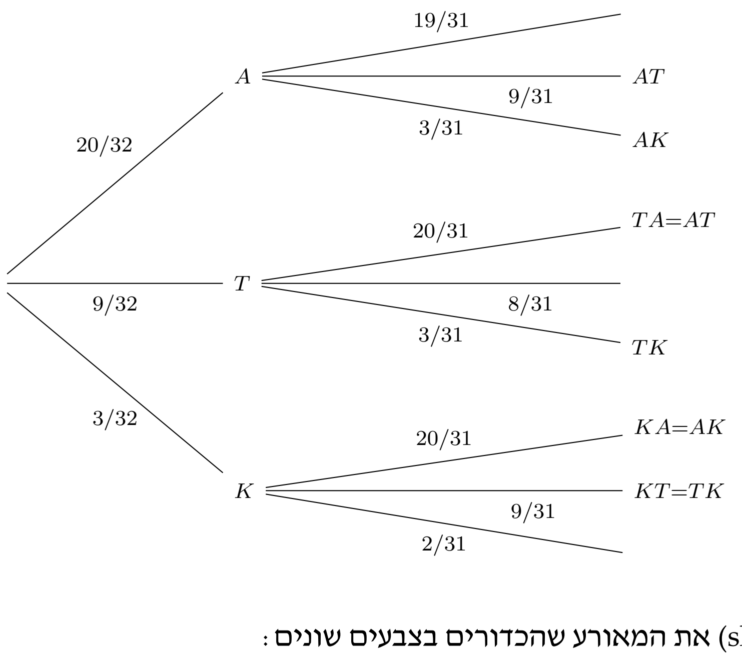
סעיף א

"בדיוק" מכוון לנוסחת ברנולי. ההסתברות היא:

$$P(M=3) = \binom{8}{3}\left(\frac{3}{4}\right)^3\left(\frac{1}{4}\right)^5 = 56 \cdot \frac{27}{65536} = \frac{189}{8192} = 0.0231\,.$$

סעיף ב 1

השליפות הן אחת אחרי השנייה ולכן נארגן את המידע בעץ, כאשר בכל שלב אפשר לשלוף כדור בצבע מסויים. השליפה היא ללא החזרה ולכן ההסתברויות שונות בשליפה הראשונה והשנייה.



נסמן ב-S (shoneh) את המאורע שהכדורים בצבעים שונים:

$$\begin{aligned} P(S) = P(AT \cup AK \cup TK) &= \frac{1}{32 \cdot 31}(2 \cdot 20 \cdot 9 + 2 \cdot 20 \cdot 3 + 2 \cdot 3 \cdot 9)) \\ &= \frac{534}{992} = 0.5383\,. \end{aligned}$$

בדיעבד היה קל יותר לחשב את ההסתברות המשלימה לשליפת שני כדורים מאותו צבע!

סעיף ב 2

נסמן ב-A_1 את המאורע שהכדור הראשון בצבע אדום. "ידוע" מכוון להסתברות מותנית:

$$P(A_1/S) = \frac{P(A_1 \cap S)}{P(S)} = \frac{P(AT \cup AK)}{P(S)}$$

$$= \frac{\dfrac{20 \cdot 9 + 20 \cdot 3}{32 \cdot 31}}{\dfrac{534}{32 \cdot 31}} = \frac{40}{89} = 0.4494\,.$$

סעיף ג

$P(K) = 3/32$ ולכן מספר הכדורים הכחולים הוא $3n/32$. בהנחה הברורה שיש מספר שלם של כדורים כחולים, הערכים האפשריים של n הם $32, 64, 96, 128, \ldots$. בטווח הנתון האפשריויות הם $64, 96$.