

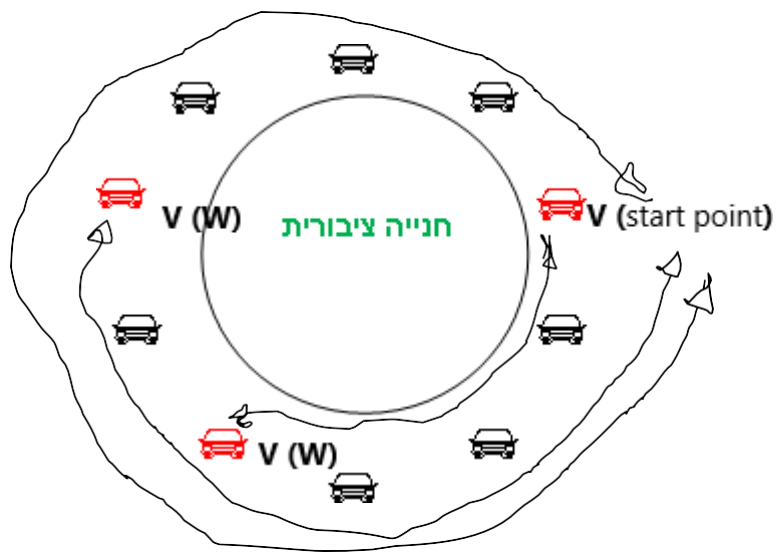
## קורס אלגוריתמים 1 שיעור 1

### 1. בעיית החניה : חישוב של מספר מכוניות בחנייה.

**תיאור הבעיה:** על החוקר לספור כמה מכוניות יש בחניה מעגלית.

אורך המעגל אינו ידוע לחוקר.

החנייה גדולה והחוקר רואה רק את המכוניות שנמצאת לידו ואת המכונית הבאה. לחוקר ניתן לסמן את המכונית בסימן כלשהו, אך הסימן יכול כבר להופיע על מספר מכוניות. גם ניתן לחוקר למחוק את הסימן הקודם ולכתוב סימן חדש.

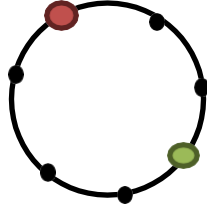


### אלגוריתם ראשון לפתרון הבעיה:

1. מכונית ראשונה מסמנים ב-V.
  2. הולכים לפי המעגל עד שנמצא את הסימן V וסופרים את מספר המכוניות שעברנו.
  3. הגענו לסימן V, מוחקים אותו וכותבים W במקומו.
  4. חוזרים אחורה לנקודת ההתחלה (start) כמספר הצעדים שספרנו.
- אם הסימן שנראה הוא W- סגרנו מעגל.
- אם הסימן שנראה הוא V, הולכים קדימה אותו מספר צעדים שחזרנו וחוזרים לשלב 2.
- מבנה נתונים לפתרון הבעיה: רשימה מקושרת מעגלית דו-כיוונית.

## 2. בעיית חיפוש לולאה ברשימה מקושרת

מפעילים שני רובוטים, מהיר(ארנב) ואיטי(צב): מהירות הארנב גדולה פי 2 ממהירות הצב. שני הרובוטים מתחילים לזוז בו-זמנית מהנקודה האדומה – נקודת ההתחלה, נקודה ירוקה – נקודת המפגש של הרובוטים.



קודם כל נוכיח כי הארנב והצב נפגשים.

נסמן:  $n$  מספר איברי הרשימה,  $k$  – מרחק מנקודת ההתחלה לנקודת המפגש של הרובוטים,  $i$  – מספר הצעדים שעשה הצב,  $i^2$  מספר הצעדים שעשה הארנב. ניתן לכתוב כי:  
 $i = np + k, \quad 2i = nq + k$   
כאשר  $p$  – מספר הסיבובים שעשה הצב,  $q$  – מספר הסיבובים שעשה הארנב.  
מכאן מקבלים:

$$2np + k = nq + k$$

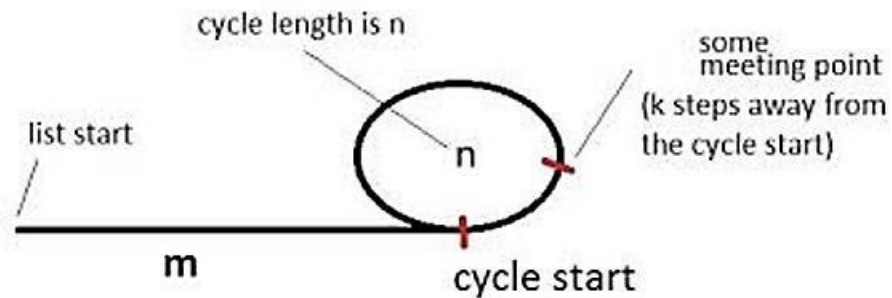
או

$$K = n(q - 2p)$$

מכאן נובע ש-  $k$  הוא כפולה של  $n$ , כלומר הצב והארנב נפגשים והמפגש יתקיים בנקודת ההתחלה.

מספר הסיבובים המינימאלי שמקיים את המשוואה האחרונה:  $q=2, p=1$ , ומקבלים  $k=0$ .

### 3. בעיית חיפוש לולאה ברשימה מקושרת עם זרוע.



נוכיח כי גם במקרה כזה הצב והארנב נפגשים.

**נסמן:**  $n$  – מספר איברי המעגל,  $k$  – המרחק מנקודת תחילת המעגל לנקודת המפגש של הרובוטים,  $m$  – אורך הזרוע,  $i$  – מספר הצעדים שעשה הצב,  $i \cdot 2$  מספר הצעדים שעשה הארנב. ניתן לכתוב כי

$$i = m + np + k, \quad 2i = m + nq + k$$

כאשר  $p$  – מספר הסיבובים שעשה הצב,  $q$  – מספר הסיבובים שעשה הארנב. מכאן מקבלים:

$$2m + 2np + 2k = m + nq + k$$

$$m + k = n(q - 2p)$$

בין  $m, n, k, p, q$  שני הראשונים מאפיינים של הרשימה הנתונה. לכן אם נוכל להראות כי יש לפחות קבוצה אחת של ערכים עבור  $k, q, p$ , שמקיימת את המשוואה הזו אז שני הרובוטים נפגשים. אחד מהפתרונות הוא:

$$p=0, q=m, k=mn-m$$

מכאן נקבל כי  $i = m + mn - m = mn$ . כמובן שה- $i$  הוא לא הקטן ביותר. כלומר הרובוטים יכולים להיפגש לפני כבר כמה פעמים.

נחלץ את  $k$  מהמשוואה האחרונה:

$$K = n(q - 2p) - m$$

אז נקודת המפגש נמצאת במרחק  $n - m$  מתחילת המעגל. (במקרה ש  $m < n$  ניקח  $n = m \% n$ ).

#### מציאת נקודת התחלה של המעגל.

לאחר ששני הרובוטים נפגשים, שמים את הארנב בתחילת הרשימה והצב נשאר בנקודת המפגש. שניהם מתחילים לזוז במהירות של הצב. לשני הרובוטים יש לעשות  $m$  צעדים עד לנקודת ההתחלה של המעגל, כלומר נקודת המפגש שלהם היא נקודת ההתחלה של המעגל. **מספר הצעדים שהם עשו הוא אורך הזרוע.** עכשיו ניתן למצוא את אורך המעגל: הארנב נשאר בנקודת תחילת המעגל, והצב הולך צעד צעד עד שהוא יפגוש את הארנב – מספר הצעדים שביצע הצב הוא **אורך המעגל**.