

# תרגיל 5

23 באפריל 2025

## 1

קבעו האם האינטגרלים הבאים מתכנסים/מתבדרים. אם הם מתכנסים חשבו את ערכם, אחרת הראו מדוע הם מתבדרים.

1.  $\int_0^\infty \frac{dx}{x^2+4}$

2.  $\int_{-1}^8 \frac{dx}{x^3}$

3.  $\int_3^\infty \frac{dx}{x^2-1}$

4.  $\int_{-\infty}^\infty x e^{-x^2} dx$

5.  $\int_2^4 \frac{dx}{x^2-x-6}$

6.  $\int_0^\infty e^{-x} \sin x dx$

תשובות סופיות: 1.  $\pi/4$ , 2. מתבדר, 3.  $\ln 2/2$ , 4. 0, 5. מתבדר, 6.  $1/2$ .

## 2

קבעו האם האינטגרלים הבאים מתכנסים או מתבדרים

1.  $\int_0^\infty \frac{dx}{\sqrt{x+x^4}}$

2.  $\int_1^\infty e^{-x^2} dx$

3.  $\int_0^4 \frac{dx}{(x-1)^2}$

4.  $\int_{-\infty}^6 \frac{dx}{(4-x)^2}$

תשובות סופיות: 1. מתכנס, 2. מתכנס, 3. מתבדר, 4. מתבדר

### 3

עבור הטענות הבאות - הוכיחו אם הטענה נכונה, אחרת הפריכו.

1. אם  $\sum_{n=1}^{\infty} b_n, \sum_{n=1}^{\infty} a_n$  טורים מתכנסים של איברים חיוביים, אזי הטורים הבאים  $\sum_{n=1}^{\infty} \min(a_n, b_n), \sum_{n=1}^{\infty} \max(a_n, b_n)$  בהכרח מתכנסים גם הם.

2. קיים טור מתכנס  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  כך שהטור  $\sum_{n=1}^{\infty} e^{a_n}$  גם מתכנס.

### 4

נתון הטור שאיברו הכללי הוא  $a_n = \frac{2}{n^2+6n+8}$ .

1. הביעו באמצעות  $m$  את הסכום  $s_m = \sum_{n=1}^m a_n$

2. חשבו את  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$

תשובות סופיות: 1.  $\frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \frac{1}{m+3} - \frac{1}{m+4}$  ב.  $7/12$