

## חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי ב' (52113)

### תרגיל 7

1. נתונה סדרה שאיבריה הם:

$$a_1 = \frac{2}{1}, a_2 = -\frac{1}{1}, a_3 = \frac{2}{2}, a_4 = -\frac{1}{2}, \dots, a_{2n-1} = \frac{2}{n}, a_{2n} = -\frac{1}{n}$$

א. הראו כי  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$

ב. הראו שהטור  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  מתבדר על אף שהוא טור מתחלף (משנה סימן)

ג. כיצד זה מתיישב עם מבחן לייבניץ? מהו התנאי אשר לא מתקיים?

2. מצאו את ערכי הפרמטר  $k$  עבורו הטור  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^k + 1}$  מתכנס בתנאי.

תשובה סופית:  $0 < k \leq 1$

3. בעזרת משפט לייבניץ ובעזרת ההגדרה להתכנסות בהחלט, קבעו האם הטורים הבאים מתכנסים בהחלט, בתנאי או מתבדרים:

א.  $\frac{2}{3} - \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} + \frac{4}{5} \cdot \frac{1}{3} - \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{4} + \dots$

ב.  $\frac{1}{2} - \frac{4}{2^3 + 1} + \frac{9}{3^3 + 1} - \frac{16}{4^3 + 1} + \dots$

ג.  $\frac{1}{2} - \frac{2}{2^3 + 1} + \frac{3}{3^3 + 1} - \frac{4}{4^3 + 1} + \dots$

4. חשבו את פולינום מקלורן מסדר 5 של הפונקציה  $f(x) = e^x \sin(x)$ .

5.

א. מצאו את פולינום טיילור ממעלה שנייה של הפונקציה  $f(x) = \sqrt[3]{x}$  סביב הנקודה  $x = 1$ .

היעזרו בפולינום שמצאתם כדי לחשב קירוב ל- $\sqrt[3]{2}$ .

ב. מצאו את פולינום טיילור ממעלה שנייה של הפונקציה  $f(x) = x\sqrt{x}$  סביב הנקודה

$x = 4$ . היעזרו בפולינום שמצאתם כדי לחשב קירוב ל  $f(4.1)$ .

6. חשבו את פולינום מקלורן עבור  $\ln(x + 1)$  מסדר שמיני, והסיקו מכך את פולינום מקלורן

עבור  $\ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$  (מאותו הסדר).

7. חשבו את פולינום מקלורן של  $\sin^2(x)$  מסדר שמיני, באמצעות פולינום מקלורן של  $\cos(2x)$ .

**פתרונות סופיים:**

**שאלה 3:** א. בתנאי ב. בתנאי ג. בהחלט

**שאלה 4:**  $e^x(\sin x) = x + x^2 + \frac{x^3}{3} - \frac{x^5}{30} + \dots$

**שאלה 6:**  $\ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right) = 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{2n-1}}{2n-1}$

**שאלה 7:**  $x^2 - \frac{x^4}{3} + \frac{2x^6}{45} + \frac{2x^8}{315}$