דף נוסחאות- בוחן 2 חדו"א ב לסטטיסטיקאים (52113)

נוסחאות טריגונומטריות

$$cos(-\alpha) = cos(\alpha) \quad , \quad sin(-\alpha) = -sin(\alpha)\,, \quad tan\alpha = \frac{sin\,\alpha}{cos\,\alpha}, \qquad sin^2\alpha + cos^2\alpha = 1$$

$$sin(\alpha \pm \beta) = sin\,\alpha\,cos\,\beta \pm cos\,\alpha\,sin\,\beta \qquad cos(\alpha \pm \beta) = cos\,\alpha\,cos\,\beta \mp sin\,\alpha\,sin\,\beta$$

$$sin(2\alpha) = 2\,sin\,\alpha\,cos\,\alpha \qquad cos(2\alpha) = cos^2\alpha - sin^2\alpha = 2\,cos^2\alpha - 1 = 1 - 2\,sin^2\alpha$$

$$sin(\alpha) \pm \sin(\beta) = 2\,sin(\frac{\alpha \pm \beta}{2})\,cos(\frac{\alpha \mp \beta}{2})$$

$$cos(\alpha) + \cos(\beta) = 2\cos(\tfrac{\alpha+\beta}{2})\,cos(\tfrac{\alpha-\beta}{2}) \quad cos(\alpha) - \cos(\beta) = -2\,sin(\tfrac{\alpha+\beta}{2})\,sin(\tfrac{\alpha-\beta}{2})$$

טורי טיילור

פולינום טיילור מסדר n לפונקציה $f(x)$ סביב $x = a$:

$$P_n(x) = \sum_{k=0}^{n} \frac{f^{(k)}(a)(x-a)^k}{k!}$$

נוסחת השארית של לגראנז': עבור $f(x)$ גזירה $n+1$ פעמים בסביבת הנקודה $x = a$.

לכל x בסביבה זו קיימת נקודה c בין x ל- a עבורה מתקיים

$$f(x) = P_n(x) + \frac{f^{(n+1)}(c)(x-a)^{n+1}}{(n+1)!}$$

טורי טיילור של פונקציות אלמנטריות בסיסיות

(א) $, \; x \in R; \; e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \ldots + \frac{x^n}{n!} + \ldots = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$

(ב) $; \; x \in R \; , \; sin\,x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \ldots = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!}$

(ג) $; \; x \in R \; , cos\,x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \ldots = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n}}{(2n)!}$

(ד) $; \; -1 < x \le 1 \; , ln(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \ldots = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{n+1}}{n+1}$

(ה) $; \; -1 < x < 1 \; , \; \frac{1}{1-x} = 1 + x^1 + x^2 + x^3 + \ldots = \sum_{n=0}^{\infty} x^n$

גיאומטריה אנליטית

<u>שיפוע</u> הקו הישר העובר בנקודות $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$: $m = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$

<u>משוואת הישר</u> העובר בנקודה (x_1, y_1) ששיפועו m: $y - y_1 = m(x - x_1)$

משוואת מעגל שרדיוסו r ומרכזו ב(a,b): $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$

גבולות לשימוש ללא הוכחה $\lim_{x\to 0}\frac{\ln(1+x)}{x}=1$ $\quad \lim_{x\to 0}\frac{e^x-1}{x}=1$ $\quad \lim_{x\to 0}\frac{sinx}{x}=1$

החלפת משתנה אינטגרציה: עבור הפונקציות בשני משתנים $x=h(v,u),y=g(v,u)$

$$\iint_A f(x,y)dxdy=\iint_A f(h(v,u),g(v,u))|J|_{(v,u)}dvdu\,,\qquad J=\begin{matrix}\frac{dx}{dv} & \frac{dx}{du}\\ \frac{dy}{dv} & \frac{dy}{du}\end{matrix}$$

קואורדינטות קוטביות: הצגה קוטבית של (x,y) הינה $r(\cos\theta\,,\sin\theta)$. $\quad |J|=\begin{vmatrix}\frac{dx}{dr} & \frac{dx}{d\theta}\\ \frac{dy}{dr} & \frac{dy}{d\theta}\end{vmatrix}=r$

כלל שרשרת:

$$f'(x(t),y(t))=g'(t)=\frac{\partial f}{\partial x(t)}\frac{\partial x(t)}{\partial t}+\frac{\partial f}{\partial y(t)}\frac{\partial y(t)}{\partial t}$$

$$\nabla f\big(x(u,v),y(u,v)\big)=\left(\frac{\partial f}{\partial x(u,v)}\frac{\partial x(u,v)}{\partial u}+\frac{\partial f}{\partial y(u,v)}\frac{\partial y(u,v)}{\partial u},\qquad \frac{\partial f}{\partial x(u,v)}\frac{\partial x(u,v)}{\partial v}+\frac{\partial f}{\partial y(u,v)}\frac{\partial y(u,v)}{\partial v}\right)$$

נגזרות ואינטגרלים

$\big(f(x)g(x)\big)'=f(x)g'(x)+f'(x)g(x)$ $\qquad \left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)'=\frac{f'(x)g(x)-g'(x)f(x)}{\big(g(x)\big)^2}$

$(F(g(x)))'=F'\big(g(x)\big)g'(x)$ $\qquad \int u(x)v'(x)dx=u(x)v(x)-\int v(x)u'(x)dx$

$(x^n)'=nx^{n-1}$ $\qquad \int x^n dx=\frac{x^{n+1}}{n+1}+C\,,(n\neq -1)$

$(ln\,|\,x|)'=\frac{1}{x}$ $\qquad \int\frac{dx}{x}=ln|x|+C$

$(cos\,x)'=-sin\,x$ $\qquad \int sin\,x\,dx=-cos\,x+C$

$(sin\,x)'=cos\,x$ $\qquad \int cos\,x\,dx=sin\,x+C$

$(\tan x)'=\frac{1}{cos^2 x}$ $\qquad \int\frac{dx}{cos^2 x}=\tan x+C$

$(a^x)'=a^x\,ln\,a\quad (a>0)$ $\qquad \int a^x dx=\frac{a^x}{ln\,a}+C\qquad a>0$

$(e^x)'=e^x$ $\qquad \int e^x dx=e^x+C$

$(arctanx)'=\frac{1}{1+x^2}$ $\qquad \int\frac{dx}{a^2+x^2}=\frac{1}{a}arctan\frac{x}{a}+C$

$(arcsin\,x)'=\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ $\qquad \int\frac{dx}{\sqrt{a^2-x^2}}=arcsin\frac{x}{a}+C$