$$\mathbf{v}=\sum_{i=1}^{n}\alpha_i\mathbf{f}_i=\sum_{j=1}^{n}\beta_j\mathbf{e}_j$$

מצד שני β_j מתקבל ממכפלה של השורה ה- j-ית במטריצה P בוקטור $\mathbf{v}_f$, לכן הוקטורים $P\mathbf{v}_f$ ו- $\mathbf{v}_e$ בעלי אותם רכיבים ולכן $\mathbf{v}_e=P\mathbf{v}_f$. ■

משפט 2: מטריצת המעבר P מבסיס e לבסיס f היא הפיכה ו-

$$P^{-1}\mathbf{v}_e=\mathbf{v}_f \tag{4}$$

הוכחה: לפי משפט 8.2, $\mathbf{0}={}^t(0,0,\ldots,0)=\mathbf{0}_f=\mathbf{0}_e$ ווקטורי הקואורדינטות של שאר הוקטורים שונים מאפס, לכן למערכת ההומוגנית $P\mathbf{x}=\mathbf{0}$ יש פתרון יחיד, כלומר P הפיכה. נכפול את שני האגפים ב-(3) ב- P^{-1} ונקבל את (4). ■

תרגילים:

1. יהיו $\{u\},\{t\},\{w\}$ בסיסים שונים של מרחב וקטורי V. תהיה P מטריצת מעבר מבסיס $\{u\}$ לבסיס $\{t\}$ ו-Q היא מטריצת מעבר מ- $\{t\}$ ל- $\{w\}$. הוכיחו כי מכפלת המטריצות PQ היא מטריצת מעבר מ- $\{u\}$ ל- $\{w\}$.

2. יהיו $\{1+x,(1-x)^2,x+x^3,2x^3\}$ ו- $\{x^2+1,2x+1,x,x^3-1\}$ שני בסיסים ב- $R_4[x]$. מצאו מטריצת מעבר מהבסיס הראשון לשני. בידקו את נוסחאות (3), כאשר $\mathbf{v}=x^3+3x^2-3x$.