הערה 1: לפי דוגמה וד׳, $C^{m\times n}$ הוא מרחב וקטורי מעל C. אבל כיוון שהמספרים הממשיים הם תת-קבוצה של המספרים המרוכבים, $C^{m\times n}$ הוא גם מרחב וקטורי מעל R. בכל מקרה שלא נציין אחרת, נתכוון ל- $F^{m\times n}$ כמרחב וקטורי מעל F.

תרגילים:

1. תהיה V קבוצת כל הזוגות הסדורות $V:\{(a,b)\ ,\ a,b\in R\}$.
נגדיר חיבור זוגות וכפל בסקלר בדרכים שונות:
א. $(a,b)+(c,d)=(a+c,b+d)\ ,\ \alpha(a,b)=(\alpha a,b)$.
ב. $(a,b)+(c,d)=(a,b)\ ,\ \alpha(a,b)=(\alpha a,\alpha b)$.
ג. $(a,b)+(c,d)=(a+c,b+d)\ ,\ \alpha(a,b)=(\alpha^2 a,\alpha^2 b)$
ד. $(a,b)+(c,d)=(a+c+1,b+d)\ ,\ \alpha(a,b)=(\alpha a+\alpha-1,\alpha b)$
הוכיחו שב-א׳,ב׳,ג׳ V אינו מרחב וקטורי וב-ד׳ – כן.

2. הוכיחו: קבוצת הפונקציות הרציפות ב- $[0,2]$ המקיימות $f(1)=0$ היא מרחב וקטורי.

3. יהיו $V=\{(x_1,x_2,\dots,x_n);\ x_1+x_2+\dots+x_n=0\ ,\ x_i\in R\ ,\ i=1,2,\dots n\}$
$W=\{(x_1,x_2,\dots,x_n)\ ;\ x_1+x_2+\dots+x_n=1\ ,\ x_i\in R\ ,\ i=1,2,\dots,n\}$
בדקו ש- V הוא מרחב וקטורי ו- W אינו מרחב וקטורי.

4. הוכיחו שקבוצת כל הפולינומים $F[x]$ עם מקדמים מ- F היא מרחב וקטורי מעל שדה F.

5. הוכיחו את טענה 4.

5. תת-מרחב

הגדרה 1: יהיה V מרחב וקטורי מעל שדה F. תת-קבוצה W של V היא **תת-מרחב** של V אם היא עצמה מרחב וקטורי מעל F ביחס לפעולות החיבור והכפל בסקלר המוגדרות ב- V.

כדי לבדוק שתת-קבוצה W היא תת-מרחב אין צורך לבדוק את כל האקסיומות בהגדרת מרחב וקטורי, שכן רובן מתקיימות ב- W כיוון שהן מתקיימות ב- V. די לבדוק ש- W אינה ריקה וסגורה ביחס לחיבור וכפל בסקלר, כלומר אם שני איברים שייכים ל- W, אזי סכומם שייך ל- W ומכפלת איבר מ- W בסקלר גם שייך ל- W.