נחשב רכיב x_i של הוקטור x

$$x_i = \frac{1}{|A|}(A_{i1}A_{2i}\ldots A_{ni})\cdot\begin{pmatrix}b_1\\b_2\\\vdots\\b_n\end{pmatrix} = \frac{1}{|A|}(b_1A_{i1}+b_2A_{2i}+\ldots+b_nA_{in}) = \frac{D_i}{|A|} \quad \blacksquare$$

דוגמה 3: פתרו בעזרת כלל קרמר $\begin{pmatrix}2&7&3\\3&9&4\\1&5&3\end{pmatrix}x=\begin{pmatrix}2\\2\\1\end{pmatrix}$

פתרון: נשתמש בנוסחאות (3). למטרה זו נחשב ארבעה דטרמיננטים.

$$|A|=\begin{vmatrix}2&7&3\\3&9&4\\1&5&3\end{vmatrix}=-3\ ;\ D_1=\begin{vmatrix}2&7&3\\2&9&4\\1&5&3\end{vmatrix}=3\ ;\ D_2=\begin{vmatrix}2&2&3\\3&2&4\\1&1&3\end{vmatrix}=-3\ ;\ D_3=\begin{vmatrix}2&7&2\\3&9&2\\1&5&1\end{vmatrix}=3$$

$$x_1=\frac{D_1}{|A|}=-1\ ,\ x_2=\frac{D_2}{|A|}=1\ ,\ x_3=\frac{D_3}{|A|}=-1$$

תרגילים:

1. חשבו A^{-1} תוך שימוש בנוסחה (1)

א. $\begin{pmatrix}3&4\\5&7\end{pmatrix}$ ב. $\begin{pmatrix}2&2&3\\1&-1&0\\-1&2&1\end{pmatrix}$ ג. $\begin{pmatrix}2&1&0&0\\3&2&0&0\\1&1&3&4\\2&-1&2&3\end{pmatrix}$.

2. פתרו מערכת משוואות תוך שימוש במשפט 3

א. $\begin{cases}2x+y+z=1\\x+2y+z=2\\x+y+2z=4\end{cases}$ ב. $\begin{cases}2x_1+5x_2-8x_3=8\\4x_1+3x_2-9x_3=9\\2x_1+3x_2-5x_3=7\end{cases}$

3. השתמשו בחלק הראשון של משפט 1, משפט IV.6.7, משפטים 5.4 ו-5.6 ומסקנה 5.3, על מנת להוכיח את משפט המכפלה (משפט 6.2).

4. הוכיחו שהדרגה של מטריצה A היא הסדר הגדול ביותר של תת-מטריצה הפיכה של A.

5. הוכיחו: אם A היא מטריצה ריבועית מסדר n, אזי $\operatorname{rank}(\operatorname{adj}A)$ שווה ל- 0, או 1, או n.