Física Contemporánea
Resolución de Tarea 2

Vite Riveros Carlos Emilio
Romero De La Rosa Gabriela Michelle
Fisher Bautista Emir Julián
López Gallegos Fátima

18 octubre del 2022

1. Problemas

(a) Un cuerpo esta apoyado sobre un plano inclinado de coeficiente de rozamiento estático μ_c. El ángulo de inclinación del plano se incrementa hasta alcanzar un ángulo crítico $\alpha_{c'}$, después del cual el cuerpo comienza a deslizar. ¿Cuál es el coeficiente de rozamiento μ_e.

Se tiene que si $\alpha \leq \alpha_c$, entonces la masa m está en reposo. A su vez, la fuerza de fricción máxima que se puede obtener antes de que el objeto comience a acelerar es $|y_{\max}| = |\mu_e N|$. Observandoel diagrama de fuerzas y dado que el objeto está en reposo hasta α_e se tiene que:

$$F_x = ma_x = 0 = W_x - |\gamma|,\ F_y = ma_y = 0 = |N| - W_y$$

Notemos que $W_x = W \sin\alpha = mg\sin\alpha$, $W_y = W\cos\alpha = mg\cos\alpha$, $|F| = \mu_e|N|$ y dado que $W_y - |\gamma| = 0$ y $|N| = W_y = mg\cos\alpha$, se tiene que $|\gamma| = \mu_e|N| = \mu_e mg\cos\alpha$.

Por lo tanto, $mg\sin\alpha - \mu_e mg\cos\alpha = 0$, de donde $mg\sin\alpha = \mu_e mg\cos\alpha$. Es decir $\mu_e\cos\alpha = \sin\alpha$, entonces $\mu_e = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \tan\alpha$ si $\alpha \leq \alpha_c$, o séase $\mu_e = \tan\alpha_c$

(b) Dos niños son arrastrados por un trineo sobre un terreno cubierto de nieve. El trineo es jalado por una cuerda que forma un ángulo de 40 grados con la horizontal. La masa conjunta de los dos niños es de 45 kilos y el trineo tiene una masa de 5 kilos. Los coeficientes de rozamiento estático y cinemático son $\mu_e = 0.2$ y $\mu_c = 0.15$. Determinar la fuerza de rozamiento ejercida por el suelo sobre el trineo y la aceleración de los niños y el trineo si la tensión de la cuerda es 140N.

$$F_x = ma_x = T_x - \gamma$$
$$ma_x = 107\text{N} - 60\text{N}$$
$$a_x \frac{47\text{N}}{50\text{Kg}} = 0.94\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$Fr = 60\text{N},\ a_x = 0.94\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Figura 1

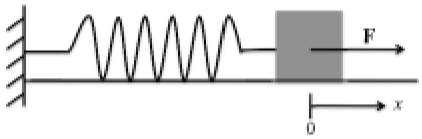
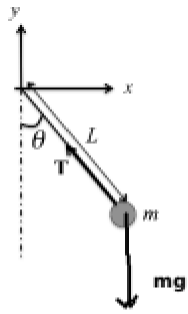
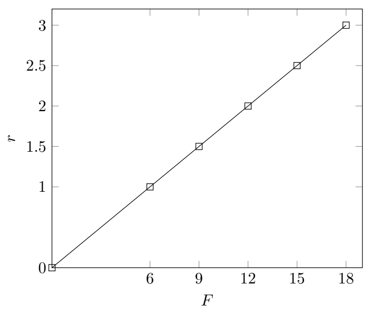


Figura 2



(c) Considere el resorte de la figura 1 y suponga que en el extremo derecho se le aplica una fuerza en la dirección positiva del eje x de magnitud 6N, 9N, 12N, 15N, y 18N, y que el estiramiento resultante del resorte bajo la acción de esta fuerza es de 1.0cm, 1.5cm, 2.0cm, 2.5cm y 3.0cm respectivamente. 1. Haga una gráfica de la fuerza aplicada en función de la longitud que se estiro el resorte en cada caso y diga si el resorte obedece la ley de Hooke. En caso afirmativo determine la constante del resorte k. 2. Suponga que el mismo resorte se suspende verticalmente del techo de una habitación y que del extremo libre se cuelga una masa m1 que provoca que el resorte se estire 2.7cm. Determine el valor de m1. 3. Discuta la validez de la ley Hooke si del mismo resorte se suspende una masa m2 = 100Kg.

1.



El resorte obedece la ley de Hooke, ya que la relación entre la fuerza ejercida y la distancia es una relación lineal. Y la constante k se calcula de la siguiente manera:

$$F = kr,\ F = \{6N, 9N, 12N, 15N, 18N\},$$
$$r = \{1\text{cm}, 1.5\text{cm}, 2\text{cm}, 2.5\text{cm}, 3\text{cm}\}$$

$$r = \{.01\text{m}, .015\text{m}, .02\text{m}, .025\text{m}, .03\text{m}\}$$
$$k = \frac{F}{r}$$
$$k = 600$$

2. $F = kr$, $r = 2.7\text{cm} = .027\text{m}$, $k = 6$
$$F = 600(.027)$$
$$F = 16.2\text{N}$$
$$F = m_1 g,\ g = 9.83\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$
$$16.2\text{N} = m_1(9.83\frac{\text{m}}{\text{s}^2})$$
$$m_1 = \frac{16.2\text{N}}{9.83\frac{\text{m}}{\text{s}^2}}$$
$$m_1 = 1.648\text{kg}$$

3. No creo que la ley de Hooke se mantenga para toda cantidad de masa, ya que al llegar a cierto grado de fuerza el resorte tendría que deformarse en la vida real.

(d) Considere una partícula de masa m suspendida de un hilo de longitud L cuya masa es despreciable. El sistema descrito se ilustra en la figura 2 abajo y es conocido como péndulo simple. 1. Haga un diagrama del cuerpo libre para la masa m y escriba las ecuaciones de movimiento en las direcciones $\hat{\imath}$ y $\hat{\jmath}$. 2. Escriba las coordenadas x y y en función del ángulo θ y la longitud del hilo L y obtenga la primera y segunda derivadas $\frac{d^2x}{dt^2}$ y $\frac{d^2x}{dt^2}$. Sustituya estas expresiones en las ecuaciones para las componentes de la fuerza del inciso 1. 3. Observe que multiplicando las últimas ecuaciones del inciso 2 por $\cos\theta$ y $\sin\theta$ respectivamente es posible eliminar la tensión T. La ecuación resultante es la ecuación de movimiento del péndulo simple. 4. Compruebe que para ángulos pequeños la ecuación diferencial es la misma que la ley de Hooke. Ángulos pequeños significa que $\sin\theta$ se puede aproximar por θ. Verifique que para $\theta \approx 15\text{rad}$ la aproximación es correcta.

La única fuerza en el eje x es $T_x = T\sin\theta$ pero dudo a que se oponga al movimiento de la masa, se tiene que:
$$F_x = ma_x = -T\sin\theta$$
$$a_x = -\frac{T}{m}\sin\theta$$
$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{T}{m}\sin\theta$$
Mientras que en el eje y se tiene:
$$F_y = ma_y = T\cos\theta - mg$$
$$a_y = \frac{T}{m}\cos\theta - \text{g}$$
$$\frac{d^2y}{dt^2} = \frac{T}{m}\cos\theta - \text{g}$$

La posición de la masa m la podemos describir con $x = l\sin\theta$ y $y = -l\cos\theta$. El signo negativo viene a que se encuentra por debajo de la horizontal.

Dado $x = l\sin\theta$
$$\frac{dx}{dt} = l\cos\theta\frac{d\theta}{dt}$$
$$\frac{d^2x}{dt^2} = l(-\sin\theta(\frac{d\theta}{dt})^2 + \cos\theta\frac{d^2\theta}{dt^2})$$

Dada $y = -l\cos\theta$

$$\frac{dy}{dt} = l\sin\theta\frac{d\theta}{dt}$$
$$\frac{d^2y}{dt} = l(\cos\theta(\frac{d\theta}{dt})^2 + \sin\theta\frac{d^2\theta}{dt^2})$$

$$\sin\theta(\frac{d\theta}{dt})^2 = \cos\theta\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{T}{ml}\sin\theta$$
$$\cos\theta\sin\theta(\frac{d\theta}{dt})^2 = \cos^2\theta\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{T}{ml}\cos\theta\sin\theta$$
$$\cos\theta(\frac{d\theta}{dt})^2 = \frac{T}{ml}\cos\theta - \frac{\mathrm{g}}{l} - \sin\theta\frac{d^2\theta}{dt^2}$$
$$\cos\theta\sin\theta(\frac{d\theta}{dt})^2 = \frac{T}{ml}\cos\theta\sin\theta - \frac{\mathrm{g}}{l}\sin\theta - \sin^2\theta\frac{d^2\theta}{dt^2}$$

$$\cos^2\theta\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{T}{ml}\cos\theta\sin\theta = \frac{T}{ml}\cos\theta\sin\theta - \frac{\mathrm{g}}{l}\sin\theta - \sin^2\theta\frac{d^2\theta}{dt^2}$$
$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{\mathrm{g}}{l}\sin\theta$$

Para ángulos pequeños, es posible aproximar $\sin\theta \approx \theta$. Por lo que se puede escribir como:

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{\mathrm{g}}{l}\theta$$

Para $x = \frac{\pi}{12}$:
$$\sin(\frac{\pi}{12}) = 0.2588$$
$$\frac{\pi}{12} \approx 0.2617$$
$$|\sin(\frac{\pi}{12}) - \frac{\pi}{12}| \approx 0.00298$$

Podríamos establecer el límite de nuestra aproximación a $\frac{\pi}{12}$ radianes o 15°.

(e) Un bulto de 400Kg de masa se eleva hasta una plataforma a una altura de 1.5m por medio de un plano inclinado de 6m de longitud. Calcular la fuerza paralela al plano que es necesaria aplicar y el trabajo realizado, suponiendo que no existe rozamiento.

$$\alpha = \frac{1.5}{6} = \sin .25 = 14°$$
$$F = mg(\sin\alpha)$$
$$F = (400\mathrm{Kg})(9.8\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2})(\sin 14°)$$
$$F = 980\mathrm{N}$$
$$W = Fd$$
$$W = (980\mathrm{N})(6\mathrm{m}) = 5880\mathrm{J}$$

(f) Una fuerza $\vec{F} = (6\hat{\imath} - 2\hat{\jmath})$N actúa sobre una partícula que experimenta un desplazamiento $\vec{s} = (3\hat{\imath} + \hat{\jmath})$m. Encuentre: 1. El trabajo realizado por la fuerza sobre la partícula. 2. El ángulo relativo entre $\vec{F}$ y $\vec{s}$.

$$\mathrm{W} = \vec{F}\cdot\vec{r}$$
$$\mathrm{W} = (6\hat{\imath} - 2\hat{\jmath})\cdot(3\hat{\imath} + \hat{\jmath})$$
$$\mathrm{W} = (6\hat{\imath}(3\hat{\imath})) + (-2\hat{\jmath}(1\hat{\jmath}))$$
$$\mathrm{W} = 6(3) + (-2) = 18 - 2 = 16\mathrm{J}$$

2. Preguntas

(a) Supón que te subes a dos básculas de piso con tu peso dividido por igual entre las básculas. ¿Cuál sera la lectura de cada báscula? ¿Qué sucede si apoyas más de tu peso sobre un pie y menos sobre el otro?

La lectura de las básculas sería la mitad del peso, esto al estar posicionado todo en dos puntos de apoyo. Sin embargo, al apoyar más un pie y menos el otro, la lectura se vería afectada, aumentando más en en la báscula donde apoyemos más el pie. Esto sería así debido a que nuestro punto principal de apoyo sería ese pie, y de esta forma, cargaría más con todo nuestro peso.

(b) Considera las dos fuerzas que actúan sobre una persona que permance quieta; el tirón de la gravedad hacia abajo y el apoyo del piso hacia arriba. ¿Son estas fuerzas iguales y opuestas? ¿Forman un par de acción y reacción? ¿Por qué sí o por qué no?

Si nos basamos en la tercer ley de Newton, en efecto, estas fuerzas serían iguales y opuestas. Serían un par de acción y reacción puesto que la acción sería el estar parado, con la gravedad jalando hacia el centro de la tierra, y la reacción es la fuerza que se ejerce y la misma que evita que nos hundamos en la tierra hasta llegar al núcleo.

(c) Cuando una partícula gira en círculo, una fuerza central actúa sobre ella en dirección al centro de rotación. ¿Por qué esta fuerza no efectúa trabajo sobre la partícula?

No efectúa el trabajo debido a que la dirección de la fuerza es radial y el desplazamiento es instantáneo, es tangencial, perpendicular a la trayectoria $w = Fd\cos\alpha$. El ángulo α entre el desplazamiento y la fuerza es 90° y $\cos 90^\circ = 0$.

(d) ¿Qué requiere mas trabajo: levantar un costal de 50 kg una distancia vertical de 2 m o jalar 2 m en la horizontal el mismo costal?

Sin duda alguna, levantar un costal de 50Kg a 2m de distancia vertical requiere mucho más esfuerzo que solo jalarlo 2m en horizontal. Esto mismo se debe a que, al levantarlo su peso caerá sobre nosotros, haciendo que se ejerza una mayor fuerza sobre nuestro cuerpo. Y si lo jalamos, la fuerza ejercida será sobre el suelo, permitiéndonos a nosotros movernos con mayor facilidad.