## Cálculo diferencial e integral I Resolución de Problemas de Funciones 2

## Vite Riveros Carlos Emilio

## 19 septiembre del 2022

2. Encuentre  $f^{-1}$  si:

iv. 
$$f(x)=\{x \text{ si } x \text{ es racional}, -x \text{ si } x \text{ es irracional}\}$$
  
v.  $f(x)=\{-x^2 \text{ si } x\geq 0, 1-x^3 \text{ si } x<0\}$ 

- 3. Sean f y g dos funciones:
  - i Pruebe que, si f es inyectiva y g(x) = f(x) + 1, entonces g es inyectiva. Exprese a  $g^{-1}$  en términos de  $f^{-1}$ .
  - ii Pruebe que, si  $Ima(g) \subset dom(f)$  y f y g son inyectivas, entonces  $f \circ g$  es inyectiva. Exprese a  $(f \circ g)^{-1}$  en términos de  $f^{-1}$  y  $g^{-1}$ .
- 4. Pruebe que, si  $A, B \in \mathbb{R}$ , entonces existen  $a, b \in \mathbb{R}$  tales que:

$$A\sin(x+B) = a\sin(x) + b\cos(x)$$

8. Pruebe que:

$$\sin^2(x) = \frac{1}{2}(1 - \cos(2x))$$

Para cualesquiera  $x \in \mathbb{R}$ . Deduzca una fórmula análoga para  $\cos^2(x)$ .