Cálculo diferencial e integral I
Resolución de "Problemas de: números reales"

Vite Riveros Carlos Emilio

26 Agosto 2022

1. Encuentre todos los números reales que satisfagan las siguientes desigualdades:

(b) $5 - x^2 < -2$

$$-x^2 < -2 - 5$$

$$-x^2 < -7$$

$$x^2 > 7$$

$$\sqrt{x^2} > \sqrt{7}$$

$$|x| > \sqrt{7}$$

$$x > \sqrt{7},\ x < -\sqrt{7}$$

(e) $\frac{1}{x} - \frac{1}{1-x} < 0$

$$\frac{1}{x} < \frac{1}{1-x}$$

Si $x \neq 0$, $\frac{1}{x}$ está definido. Entonces:

$$\frac{x}{x} < \frac{1}{1-x}$$

$$1 < \frac{x}{x(1-x)}$$

Como $a, b \in \mathbb{R}$

5. Pruebe que si $a, b \in \mathbb{R}$, entonces $a^2 \leq b^2$ si y solo si $|a| \leq |b|$.

Proof. **Demostración:**

Caso 1:

$|a| \leq |b|$

Por definición de el valor absoluto:
$$|a| = a,\ |b| = b$$
$$a \leq b$$
$$a * a \leq b * a$$
$$a * b \leq b * b$$
Por definición de la potenciación:
$$a^2 \leq ab$$
$$ab \leq b^2$$
$$a^2 \leq ab \leq b^2$$
Por transitividad:
$$a^2 \leq b^2$$
Caso 2:
$$a^2 \leq b^2$$
$$\sqrt{a^2} \leq \sqrt{b^2}$$
$$|a| \leq |b|$$

$\square$

6. En los siguientes incisos, escriba el mismo número quitando (al menos) un signo de valor absoluto.

(b) $||\sqrt[2]{2} + \sqrt[2]{3}| - |\sqrt[2]{5} + \sqrt[2]{7}||$

(d) $||a + b| + |c| - |a + b + c||$

7. Calcule todos los números reales que satisfacen las siguientes condiciones:

(c) $|x - 1||x + 1| < 2$

(f) $|x - 1||x + 2| = 3$