TAREA 1 GUÍA

López Gallegos Fátima.
Romero De La Rosa Gabriela Michelle.
Fisher Batista Emir Julián.
Vite Riveros Carlos Emilio.

SEPTIEMBRE 12, 2022

CARRERA: FÍSICA

Ejercicio 1:

1 Escriba explicitamente a los siguientes conjuntos

e) $E = \{u \in \mathbb{Q} \mid 2u^2 + 3u - 5 = 0\}$

$$\underset{a}{2u^2} + \underset{b}{3u} \underset{c}{-5} = 0 \qquad x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4(2)(-5)}}{2(2)}$$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 40}}{4}$$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{49}}{4}$$

$$x = \frac{-3 \pm 7}{4}$$

$$x_1 = -\frac{10}{4} \quad x_2 = \frac{4}{4}$$

Por lo tanto

$$E = \{u \in \mathbb{Q} \mid -\frac{10}{4}, \frac{4}{4}\}$$

Ejercicio 6(c):

$(A-B) \cup (A \cap C) \subseteq A-(B-C)$

Sea $x \in ((A-B) \cup (A \cap C))$

Por definición $x \in (A-B) \lor x \in (A \cap C)$

si $x \in (A-B) \rightarrow x \in A$ y $x \notin B$

si $x \in (A \cap C) \rightarrow x \in A$ y $x \in C$

Se tiene que $x \in A \land x \notin B$ o $x \in A \land x \in C$

usando la equivalencia $(p \land q) \lor (p \land r) \equiv p \land (q \lor r)$

siendo $p: x \in A$ $q: x \notin B$ $r: x \in C$

$x \in A \land x \notin B$ o $x \in A \land x \in C$ que equivale a $x \in A$ y $x \in B \lor x \in C$

como $x \notin B \lor x \in C$, esto significa $x \notin B-C$

así que $x \in A$ y $x \notin B-C$, que por definición $x \in (A-(B-C))$

$A-(B-C) \subseteq (A-B) \cup (A \cap C)$

Sea $x \in (A-(B-C))$

Por definición $x \in A$ y $x \notin (B-C)$

Nótese que si $x \in B-C$, tal que $x \in B$ y $x \notin C$,

Por definición.

Por lo que si $x \notin B-C$, eso es $x \notin B \lor x \in C$

Si $x \in A$ y $x \notin B \lor x \in C$, y por la equivalencia

$p \land (q \lor r) \equiv (p \land q) \lor (p \land r)$

$(x \in A \land x \notin B) \lor (x \in A \land x \in C)$

$(x \in A \land x \notin B)$ es por definición $x \in A-B$

$(x \in A \land x \in C)$ es por definición $x \in A \cap C$

así que $x \in A-B$ o $x \in A \cap C$

$\therefore x \in ((A-B) \cup (A \cap C))$

Ejercicio 9:

Demuestre que el conjunto $A \Delta B$ también puede definirse alternativamente a través del uso de la diferencia entre conjuntos:

$A \Delta B = (A - B) \cup (B - A)$

Sea $x \in (A \Delta B)$, $x \in (A \cup B) \wedge x \notin (A \cap B)$ por la definición de diferencia simétrica. Entonces:

Por la definición unión e intersección:
$(x \in A \vee x \in B) \wedge (x \notin A \vee x \notin B)$

Tomando en cuenta que $x \notin B = \neg (x \in B)$ y $x \notin A = \neg (x \in A)$.

$x \in A$	$\vee$	$x \in B$	$\wedge$	$x \notin A$	$\vee$	$x \notin B$
V	V	V	F	F	F	F
V	V	F	V	F	V	V
F	V	V	V	V	V	F
F	F	F	F	V	V	V

$x \in A$	$\wedge$	$x \notin B$	$\vee$	$x \notin A$	$\wedge$	$x \in B$
V	V	V	V	F	F	F
V	F	F	F	F	F	V
F	F	V	F	V	F	F
F	F	F	V	V	V	V

Por consecuente $(x \in A \vee x \in B) \wedge (x \notin A \vee x \notin B) = (x \in A \wedge x \notin B) \vee (x \notin A \wedge x \in B)$.

$(x \in A \wedge x \notin B) \vee (x \notin A \wedge x \in B)$

Si $x \in A \wedge x \notin B$, entonces $x \in (A\text{-}B)$, así como $x \notin A \wedge x \in B$, entonces $x \in (B\text{-}A)$.
Por lo que se puede escribir:
$[x \in (A\text{-}B)] \vee [x \in (B\text{-}A)]$

Por definición de la unión de conjuntos:
$x \in (A - B) \cup (B - A)$

En conclusión: $A \Delta B = (A - B) \cup (B - A)$

Ejercicio 15:

15. Si se intenta generalizar la definición para una terna ordenada como

$$(a,b,c)=\{\{a\},\{a,b\},\{a,b,c\}\}$$

No se tendrá éxito, pues fracasa la idea de ordenado. Dé un contraejemplo para esto.

Dem)

Supongamos $a\neq b\neq c$

si (a,b,c) es una terna ordenada, debe cumplir que

si $(a,b,c)=(x,y,z)$ entonces $a=x$, $b=y$ y $c=z$

$$(a,b,c)=(x,y,z) \quad \text{por hipótesis}$$

$$\bigcap(a,b,c)=\bigcap(x,y,z)$$

$$\bigcap\{\{a\},\{a,b\},\{a,b,c\}\}=\bigcap\{\{x\},\{x,y\},\{x,y,z\}\} \quad \text{según nuestra def}$$

$$\{a\}\cap\{a,b\}\cap\{a,b,c\}=\{x\}\cap\{x,y\}\cap\{x,y,z\} \quad \text{por def}$$

$$\{a\}=\{x\}$$

es decir $a=x$

Por otra parte

$$\bigcup(a,b,c)-\bigcap(a,b,c)=\bigcup(x,y,z)-\bigcap(x,y,z)$$

$$\bigcup\{\{a\},\{a,b\},\{a,b,c\}\}-\{a\}=\bigcup\{\{x\},\{x,y\},\{x,y,z\}\}-\{x\} \quad \text{según nuestra def}$$

$$\{a\}\cup\{a,b\}\cup\{a,b,c\}-\{a\}=\{x\}\cup\{x,y\}\cup\{x,y,z\}-\{x\} \quad \text{por def}$$

$$\{a,b,c\}-\{a\}=\{x,y,z\}-\{x\}$$

$$\{b,c\}=\{y,z\}$$

como $b\in\{b,c\}=\{y,z\}$, b puede ser y o z: $b=y \vee b=z$

como $c\in\{b,c\}=\{y,z\}$, c puede ser y o z: $c=y \vee c=z$

por hipótesis $b\neq c$, así que $(b=y \wedge c=z)\vee(b=z\wedge c=y)$

Es decir, con nuestra definición de terna ordenada si $(a,b,c)=(x,y,z)$ con $a\neq b\neq c$, puede suceder que $b=y$ y $c=z$ o $b=z$ y $c=y$, entonces (a,b,c) no es una terna ordenada