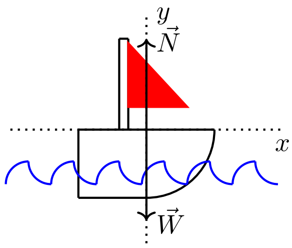
Física Contemporánea
Resolución de Tarea 3

Vite Riveros Carlos Emilio
Romero De La Rosa Gabriela Michelle
Fisher Bautista Emir Julián
López Gallegos Fátima

25 octubre del 2022

Problemas:

1. Haz un diagrama de cuerpo libre de un buque y discute el principio de Arquímedes. También haz el diagrama de cuerpo libre del péndulo doble (¡sin susto!).



Si un buque está "flotando" sobre el mar, es porque se encuentra en equilibrio, es decir, hay una fuerza actuando sobre él, que contrarresta su propio peso.

Si definimos la presión como la fuerza que se distribuye sobre una superficie, es decir $p = \frac{F}{A}$, notemos que, la presión en un punto dentro de un fluído equivale a la densidad de este multiplicada por su profundidad y la gravedad (si la densidad del fluído es relativamente constante). Esto es porque la fuerza que se experimenta a dicha profundidad equivale al peso del fluído que hay por encima, es decir:

$$F = m_F \mathrm{g} = p_F V \mathrm{g} = p_F A h \mathrm{g}$$

Por lo que la presión es: $p = \frac{F}{A} = \frac{p_F A h \mathrm{g}}{A} = p_F h \mathrm{g}$

2. Demuestra que la fuerza gravitacional "de prepa", $\vec{f} = m\vec{g}$ y la fuerza de gravitacional Universal, $\vec{F} = mG\frac{M}{r^2}\hat{r}$, son la misma. Evalúa para el caso de la Tierra (busca los valores de M_{Tierra} y R_{Tierra}).

$$M_\oplus = 5.9722 \times 10^{24}\text{kg},\ R_\oplus = 6371\text{km} = 6371000\text{m}$$
$$F = G\frac{mM_\oplus}{(R_\oplus + h)^2}$$

Como la altura h suele ser insignificante, podemos aproximar:

$$(R_\oplus + h)^2 \approx R_\oplus^2.$$

$$F = G\frac{M_\oplus}{R_\oplus^2}m$$
$$F = m\frac{(6.67408\times10^{-11})(5.9722\times10^{24})}{6371000^2}$$
$$F = m(9.8199...),\ \mathrm{g} \approx 9.81\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$
$$F = mg$$

3. Suponiendo que la Luna gira alrededor de la Tierra con un periodo de 27 días, a una distancia de 3.8×10^8m, calcular la masa de la Tierra.

$$T = 27 \text{ días}(\tfrac{24\text{h}}{1 \text{ día}})(\tfrac{60 \text{ min}}{1\text{h}})(\tfrac{60\text{s}}{1 \text{ min}}) = 2.333 \times 10^6\text{s}$$
$$M_\oplus = \frac{4\pi^2 r^3}{GT^2} = \frac{4\pi^2(3.8\times10^8)^3}{6.67\times10^{-11}(2.333\times10^6)}$$
$$M_\oplus = 5.967 \times 10^{24}\text{kg}$$

4. Considera un satélite terrestre que describe una órbita cuyo radio es 1.5 veces el radio de la Tierra. Considerando órbita circular, 1. Calcula su período, 2. si se quiere que esté geoestacionario (busca éste término), calcula la altura a la que debe estar sobre la superficie de la Tierra.

   1. Se tiene que $a = 1.5(R_0)$ donde R_0 = radio de la tierra $= 6.38 \times 10^6$m

$$a = 9.57 \times 10^6\text{m}$$
$$M = 5.98 \times 10^{24}\text{kg},\ \mathrm{G} = 6.67 \times 10^{-4}\frac{\mathrm{Nm}^2}{\mathrm{kg}^2}$$
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{a^3}{\mathrm{G}M}}$$
$$T \approx 2 \text{ h, } 34 \text{ min, } 48 \text{ seg}$$

2. $T = 24$h

$$a \approx 4.23 \times 10^7\text{m}$$
$$a = R_0 + h,\ h = a - R_0$$
$$h = 3.59 \times 10^7\text{m}$$

5. Identifique qué tipo de cónica representa la ecuación polar:

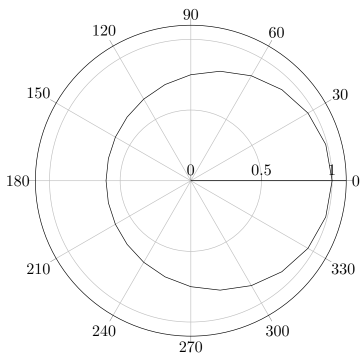
$$r = \frac{3}{4-\cos\theta}$$

Haga una gráfica de esta curva en papel polar, o con Mathematica.

$$r = \sqrt{x^2+y^2},\ x = y\cos\theta,\ y = r\sin\theta$$
$$r = \frac{3}{4-\cos\theta},\ r(4-\cos\theta) = 3,\ 4r - r\cos\theta = 3$$
$$4\sqrt{x^2+y^2} = 3 + x$$
$$16(x^2+y^2) = 9 + 6x + x^2$$
$$15x^2 + 16y^2 + 6x - 9 = 0$$

La cónica es una elipse.

$$\frac{(x-\frac{1}{5})^2}{\frac{16}{25}} + \frac{y^2}{\frac{3}{5}} = 1$$



6. La distancia media de Marte al sol es 1.52 veces la de la Tierra al sol. A partir de esto, calcule el número de años necesarios para que Marte complete una revolución en torno al Sol.

$$\frac{T^2}{a^2} = \frac{4\pi^2}{GM}$$

$$\text{Para la tierra: } \frac{T_\oplus^2}{a_\oplus^2} = \frac{4\pi^2}{GM_\odot}$$

$$\text{Para marte: } \frac{T_\ominus^2}{a_\ominus^2} = \frac{4\pi^2}{GM_\odot}$$

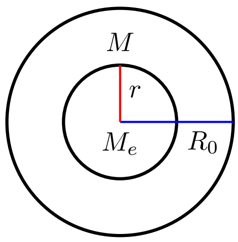
$$\frac{T_\oplus^2}{a_\oplus^2} = \frac{T_\ominus^2}{a_\ominus^3}$$

$$T_\ominus = T_\oplus^2\left(\frac{1.52a_\oplus}{a_\oplus}\right) = 3.51T_\oplus^2$$

$$T_\oplus = 1 \text{ año}$$

$$T_\ominus = 1.87 \text{ años}$$

7. Considere una distribución esférica uniforme de estrellas en una galaxia de masa total M y radio R_0. Cierta estrella de masa M_e a una distancia $r < R_0$ del centro se moverá bajo la acción de una fuerza central cuyo módulo depende de la distancia incluida dentro de la esfera de radio r. 1. ¿Cuál es la fuerza en r? 2. ¿Cuál es la velocidad de la estrella si ésta se mueve alrededor del centro en una órbita circular? Hint: Use la densidad $p = \frac{M}{V}$



1. $F = G\frac{M_e(M(r<))}{r^2}$, $p = \frac{M}{V} = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R_0^3} = \frac{M(r<)}{\frac{4}{3}\pi r^3}$

$$M(r<) = M\left(\frac{r}{R_0}\right)^3$$

$$F = G\frac{M_e M\left(\frac{r}{R_0}\right)^3}{r^2}$$

$$F = \frac{GM_eMr}{R_0^3}$$

2. $F_c = M_e \frac{V^2}{r}$, $Fc = \frac{GM_eM}{R_0^3}r$

$$M_e \frac{v^2}{r} = \frac{GM_eM}{R_0^3}r$$

$$\frac{v^2}{r} = \frac{GM}{R_0^3}r$$

$$v = \sqrt{\frac{GMr^2}{R_0^3}}$$

Preguntas:

1. Si cayeras en un agujero perforado a través del centro de la Tierra y no intentaras sujetarte de los bordes al final, ¿Que clase de movimiento experimentarías?

   Sería un movimiento oscilatorio, debido que al caer no hay nada que te detenga en el centro, continuas a través del agujero. Como no hay resistencia del aire, subes de nuevo a la superficie. Es decir, al no haber algo que te detenga, oscilarás de un lado a otro.

2. A la mitad del camino hacia el centro de la Tierra, ¿Pesarías más o menos que en la superficie?

   No es que pese menos, si no que en un punto, el centro de la tierra es donde las fuerzas gravitacionales provenientes de la masa que rodea este centro se contrarrestan entre sí. Así que en cierta forma pesarías menos.

3. ¿Por cuanto decrece la fuerza gravitacional entre dos objetos cuando la distancia entre ellos ¿se duplica? ¿se triplica?

   Cuando la distancia entre dos objetos aumenta, la fuerza disminuye como el cuadrado de la distancia.