各種誤り検出符号の説明

mledc

今回発明した符号。計算内容についてはこの文書の「計算内容」の章を参照。

crc32

PNG などで用いられている CRC32 の計算をそのまま利用。

fletcher32

16bit ずつデータを取得したデータ列(符号なし)を $x_i(i = 0..(N-1))$ とし、

$$
\begin{aligned}
a_i &= a_{i-1} + x_{i-1} \\
b_i &= b_{i-1} + a_{i-1}
\end{aligned}
$$

とする。
a_0, b_0 には適当な初期値を入れる。

誤り検出符号の値としては、 a_N,\: b_N を 65535 で割った余りを並べた 32bit 整数を用いる。

fletcher32

16bit ずつデータを取得したデータ列(符号なし)を $x_i(i = 0..(N-1))$ とし、

$$
\begin{aligned}
a_i &= a_{i-1} + x_{i-1} \\
b_i &= b_{i-1} + a_{i-1} \\
c_i &= c_{i-1} + b_{i-1} \\
d_i &= d_{i-1} + c_{i-1}
\end{aligned}
$$

とする。
a_0, b_0, c_0, d_0 には適当な初期値を入れる。

誤り検出符号の値としては、 a_N, b_N, c_N, d_N を 255 で割った余りを並べた 32bit 整数を用いる。

計算の手続きとしては、 ZFS が利用している fletcher4 とほぼ同じだが、ビット数が異なる。また、最終的な値として剰余を使っているところも違う。

計算内容

データの取得

データは 2byte ずつ取得する。端数がある場合は末尾にもう 1byte ゼロがあることにする。
→ `0x12, 0x34, 0x56` と `0x12, 0x34, 0x56, 0x00` の区別はつかない。

というわけで、入力バイト数の半分(端数切り上げ)個の、符号なし16ビット整数が手に入る

計算

計算に必要な定数

以下の定数を必要とする。

変数名	説明	補足
`init`	初期値	2進数で0と1がいい感じに混ざっている値がいいんじゃないかと思う。
`mul`	乗数	2進数で0と1がいい感じに混ざっている **素数** がいいんじゃないかと思う。

計算に必要な変数

実質的に 32bit 符号なし整数1個。この変数の名前を `c` とする。

初期化

`c` を `init` で初期化する

更新

符号なし16bit整数の入力データ `x` を受け取り、以下の計算をする:

$$c \leftarrow rol(c) \times mul + x$$

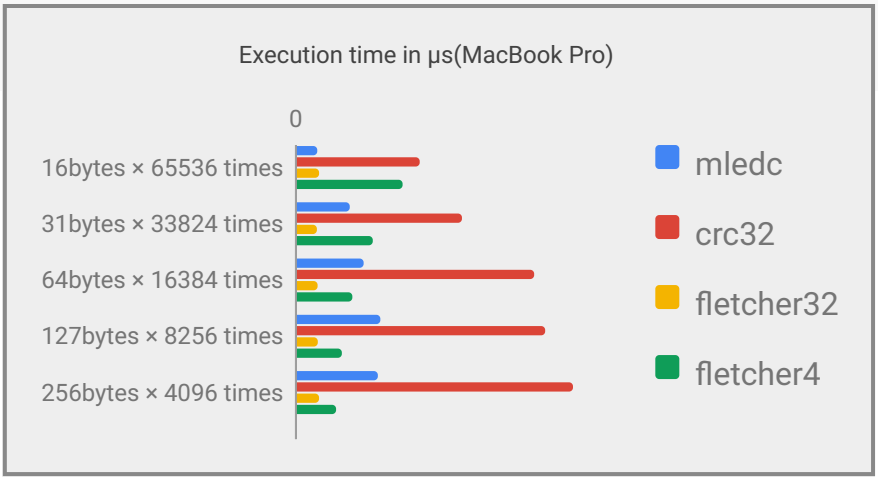
関数 rol は、1bit 左ローテート。数学っぽく書くと以下の通り:

$$rol(x) = mod(\lfloor x \times 2 + x \div 2^{31} \rfloor,\ 2^{32})$$

関数 mod は剰余関数。数学っぽく書くと以下の通り:

$$mod(a,\ n) = a - n\lfloor a \div n \rfloor$$

計算量



mledc は、計算内容が簡単な上にメモリアクセスが少ないので、計算量は CRC32 と比べるとだいぶ少ないが、ほぼ足し算しかしていない fletcher32 と比べると遅い。
MacBook Pro (13-inch, 2017, Two Thunderbolt 3 ports) だと

mledc は fletcher32 にだいぶ負けているが、 Raspberry Pi 3B+ ではそれほど大きな差はない。

誤り検出性能

乱数で 1〜255 バイトのデータ列を作り、そこにノイズを付加し、約1.5億回の試行を行った。
誤り検出に失敗した回数は下表の通り：

誤り検出符号	誤り検出失敗回数	誤り検出失敗率(百万分率)	誤り検出失敗率の逆数
mledc	5	0.0322	3107万
crc32	0	0.0000	n/a
fletcher32	118	0.7595	132万
fletcher4	13125	84.4734	1万2000

crc32 は流石。
mledc は 5ミス。fletcher32 と比べると20倍ぐらい良かった。
今回の更新で増やした fletcher4 は、非常に悪かった。速度と誤り検出能力の両面で fletcher32 に負けているので、採用はない。