# 降着円盤の像

大豆生田 幹

# Contents

# Chapter 1

# 測地線方程式

超大質量天体は、降着円盤と呼ばれるガスなどの物質で構成された円盤を持つことが多い。降着円盤は中心天体を高速で公転しており、摩擦の影響で電磁波を放っている。今回は、重力中心から一定距離に幾何学的に薄い降着円盤を設定し、それがどのように観測されるのかを計算する。

この計算をするためには、光が時空上でどのような軌道を描くのかを知っておかなければならない。これを記述する方程式が、質量のない粒子における測地線方程式であり、まずはこれを導出する。

## 1.1 クラインゴルドン方程式

$c = 0, m = 0$ において、クラインゴルドン方程式は以下のように書ける

$$0 = g^{ij}\nabla_i\nabla_j\phi(x) \tag{1.1}$$

振動数が非常に大きい波を考えると、波は以下のように書ける

$$\phi(x) = C(x)\exp\left(\frac{S(x)}{\epsilon}i\right) \quad \epsilon \ll 1 \tag{1.2}$$

これをまとめると、以下のように書ける。

$$0 = g^{jk}(x)\nabla_j\nabla_k\left[C(x)\exp\left(\frac{S(x)}{\epsilon}i\right)\right]$$

## 1.2 導出

上記で求めた式を少しづつ計算していく

$$\begin{aligned}
\nabla_k\left[C(x)\exp\left(\frac{S(x)}{\epsilon}i\right)\right] &= \left[(\nabla_k C(x)) + \left(\frac{C(x)}{\epsilon}i\right)(\nabla_k S(x))\right]\exp\left(\frac{S(x)}{\epsilon}i\right) \\
\nabla_j\nabla_k\left[C(x)\exp\left(\frac{S(x)}{\epsilon}i\right)\right] &= [\nabla_j\nabla_k C(x) + \frac{2}{\epsilon}i(\nabla_j C(x))(\nabla_k S(x)) \\
&\quad + \frac{C(x)}{\epsilon}i(\nabla_j\nabla_k S(x)) - \frac{C(x)}{\epsilon^2}i(\nabla_j S(x))(\nabla_k S(x))]\exp\left(\frac{S(x)}{\epsilon}i\right) \\
g^{jk}(x)\nabla_j\nabla_k\left[C(x)\exp\left(\frac{S(x)}{\epsilon}i\right)\right] &= g^{jk}(x)\nabla_j\nabla_k C(x)\exp\left(\frac{S(x)}{\epsilon}i\right) \\
&\quad + [2(\nabla_j C(x))(\nabla_k S(x)) + C(x)(\nabla_j\nabla_k S(x))]\frac{g^{jk}(x)}{\epsilon}i\exp\left(\frac{S(x)}{\epsilon}i\right) \\
&\quad - C(x)(\nabla_j S(x))(\nabla_k S(x))\frac{g^{jk}(x)}{\epsilon^2}i\exp\left(\frac{S(x)}{\epsilon}i\right)
\end{aligned}$$

ここで書いた項はすべてゼロになるので

$$
\begin{cases}
O(0) : g^{jk}(x)\nabla_j\nabla_k C(x) = 0 \\
O(\epsilon^{-1}) : 2g^{jk}(x)(\nabla_j C(x))(\nabla_k S(x)) + g^{jk}(x)C(x)(\nabla_j\nabla_k S(x)) \\
O(\epsilon^{-2}) : g^{jk}(x)(\nabla_j S(x))(\nabla_k S(x)) = 0
\end{cases}
$$

上の関係式の中で、$O(\epsilon^{-2})$ 部分が測地線方程式そのものになっている。

**一般のテンソルに対する共変微分**

$$\nabla_c T^{a_1\cdots a_i}{}_{b_1\cdots b_j} \quad = 1$$

# Chapter 2

# 降着円盤の像

## 2.1　シュバルツシルト解

## 2.2　ブハダール解

////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////
//////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////// テスト

$$\bar{w}_j = () \int$$

**メモ用**

$$1 = 0$$

$$\begin{cases} 1 = 0 \\ 1 = 0 \end{cases} \tag{2.1}$$

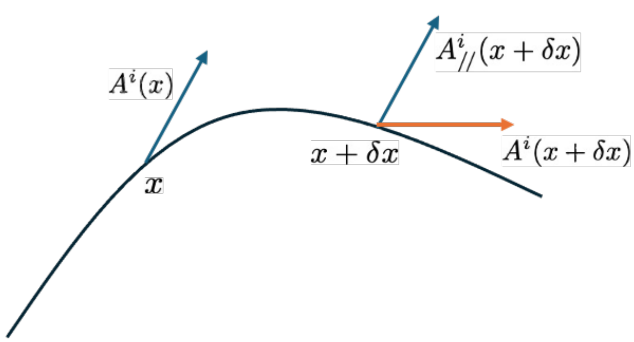


Figure 2.1: 並行移動

(1)