

11pL2-14 新型コロナウイルスの新規な再生産指数による国別比較

鳥大工 小谷岳生、澤田資也、榊原寛史

概要:「有効再生算数 R 」の代わりとなる指標 $R^{W8}(i)$ を提案します。
この i は日付で、 $R^{W8}(i)$ は日ごとの再生産数の指標です。 $R^{W8}(i)$ は簡便な計算で得ることができます。

まず、「感染の方程式」と「観測の方程式」について説明します。
次に、シミュレーションを行い $R(i)$ と $R^{W8}(i)$ がどのような関係にあるかを示します。

そのあと日本を含め、国別の $R^{W8}(i)$ のデータをお見せします。
生データに比べ、感染力の変化を明瞭に見て取ることができます。

この講演のPPTや国別データは、「詳細」のところのリンクを見てください。

感染伝搬の方程式

再生産数が常時1であると仮定します。このとき日付 j に感染した人が日付 i に他者を感染させる期待値を $A(i-j)$ と書きます。再生産数が1であるので、日付 i で和を取った期待値の総和=1になっています。この $A(i-j)$ はシリアルインターバル(の確率密度)と呼ばれます。どういう確率で次の人に移すかです。

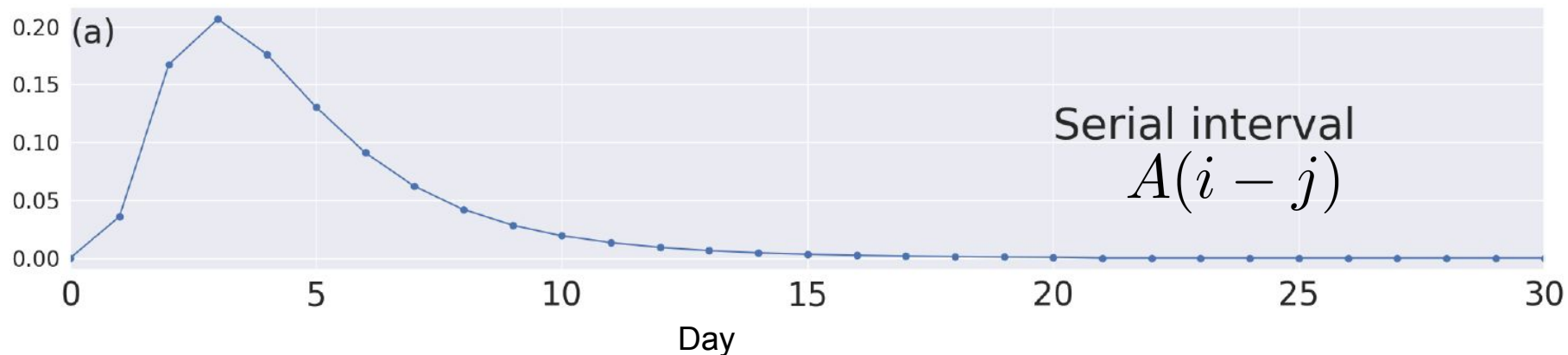
日毎の再生産数を $R(i)$ を定義するには、日付 j に感染した人が、日付 i に感染させる人数の期待値を $n(i)$ として

$$n(i) = R(i)A(i - j)$$

とするのが妥当です。なので、日付 j の新規感染者数を $N(j)$ と書くならば、上の式の総和を取って、

$$N(i) = R(i) \sum A(i - j)N(j)$$

としておけばよいです。これが感染の基礎方程式となります。



これは、論文 Nishiura, Hiroshi, Natalie M. Linton, and Andrei R. Akhmetzhanov. “Serial Interval of Novel Coronavirus (COVID-19) Infections.” *International Journal of Infectious Diseases* 93 (April 2020): 284–86.

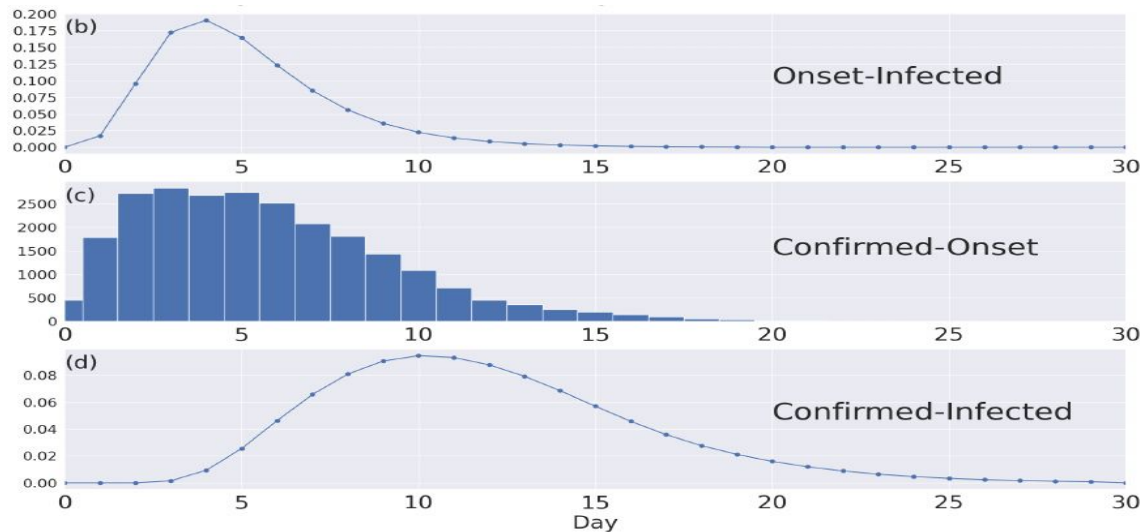
<https://doi.org/10.1016/j.ijid.2020.02.060>を再現したもの

観測の方程式

$N(i)$ は日付*i*に**感染**した感染者数、 $N^{\text{obs}}(i)$ を「日付*i*に**確認**された感染者数」とする。これらに線形な関係、

$$N^{\text{obs}}(i) = \sum_j C(i-j)N(j)$$

が成り立つと仮定する。そうすると、観測行列 $C(i-j)$ は、(b)発症日ー感染日、と(c)確認日ー発症日の確率分布の畳み込みから得ることができる。

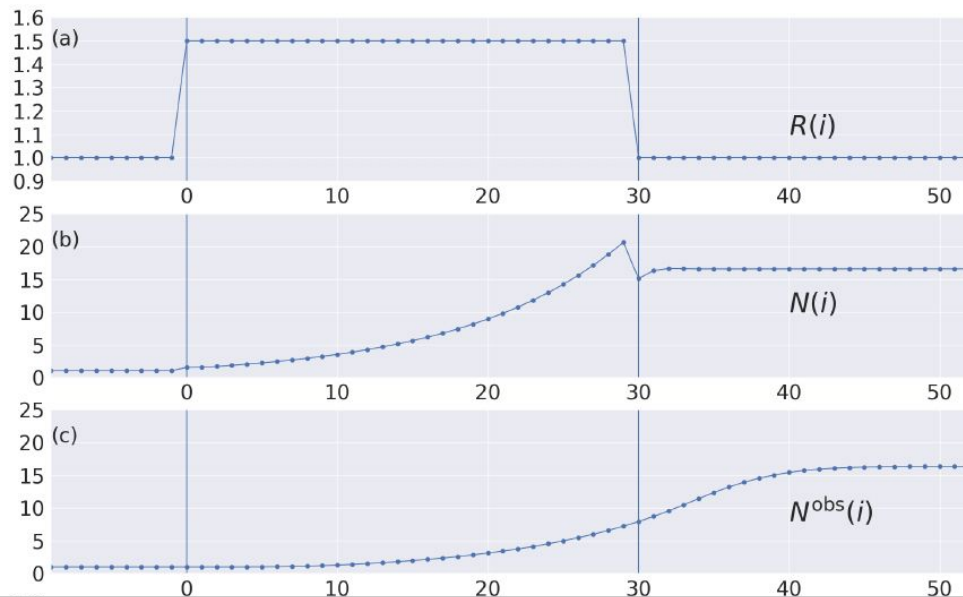


Q. Bi, Y. Wu, S. Mei, C. Ye, X. Zou, Z. Zhang, X. Liu, L. Wei, S. A. Truelove, T. Zhang, W. Gao, C. Cheng, X. Tang, X. Wu, Y. Wu, B. Sun, S. Huang, Y. Sun, J. Zhang, T. Ma, J. Lessler, and T. Feng, [10.1016/S1473-3099\(20\)30287-5](https://doi.org/10.1016/S1473-3099(20)30287-5).

J.A.G Japan (株)よりcsvをダウンロードしてプロット。日本のデータ。

(b)と(c)の畳み込み。これが $C(i-j)$

シミュレーションを試みる。



このような $R(i)$ を想定する。

$$N(i) = R(i) \sum_j A(i-j)N(j)$$

$$N^{\text{obs}}(i) = \sum_j C(i-j)N(j)$$

われわれは $R(i)$ を逆算したい。

$N^{\text{obs}}(i)$ を $N(j)$ に引き戻せるのか？

$$N^{\text{obs}}(i) = \sum_j C(i-j)N(j)$$

そもそも $N^{\text{obs}}(i)$ は $C(i-j)$ というベクトル(j を固定してベクトルと見る)の重ね合わせであるが、 $C(i-j)$ は前述のブロードなものであった。

なので、上式の値域となる関数空間 $\{N^{\text{obs}}(i)\}$ は限定的なものである。

すなわち C の逆 C^{-1} は行列としては存在しない。 C^{-1} の定義域 $\{N^{\text{obs}}(i)\}$ は限定的。ノイズの乗ったブロードな $N^{\text{obs}}(i)$ から $N(i)$ を再現するのはかなり困難。 $C(i-j)$ や $A(i-j)$ の未確定要素も大きい。

ぼやけた像は簡単には復元できない。最尤推定の方法で可能かどうか也大いに疑問。

$R(i)$ を簡便かつ直接的に評価できないか？

感染方程式と観測方程式から、

$$R(i) = \frac{(C^{-1} N^{\text{obs}})(i)}{(AC^{-1} N^{\text{obs}})(i)}$$

と書けます。分母はウエイト $A(i-j)$ で分子を平均したものです。

ぼやけた像をもとにもどすのはあきらめる。

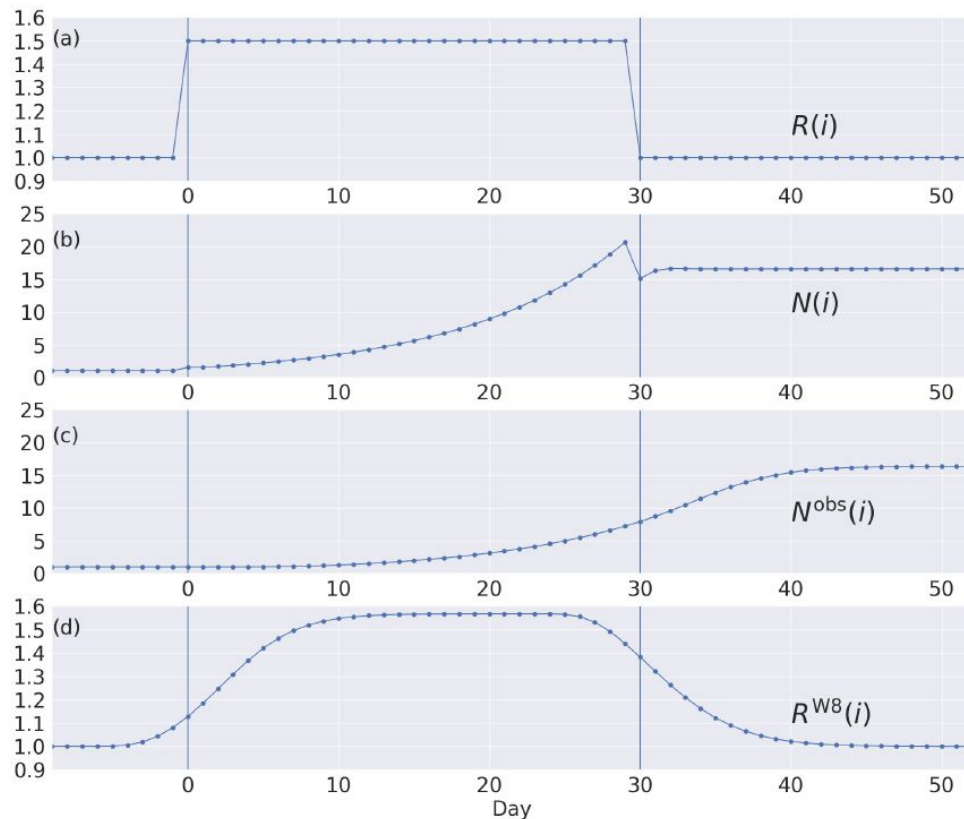
そう考えるならば C^{-1} としては単純に「(たとえば) 8日引き戻す」というのがよい。また分母の平均は 2日目から8日目までの1週間での平均とする。そうすると、

$$R^{\text{W8}}(i) = \frac{N^{\text{obs}}(i+8)}{N^{\text{obs,W}}(i+3)} \quad \text{が得られる。}$$

ここで、分母は日付 $i+3$ を中央とする一週間平均。

(もし引き戻しを10日とするなら、 $R^{\text{W10}}(i) = R^{\text{W8}}(i+2)$ となる。)

シミュレーションをしてみる。RW8を追記。



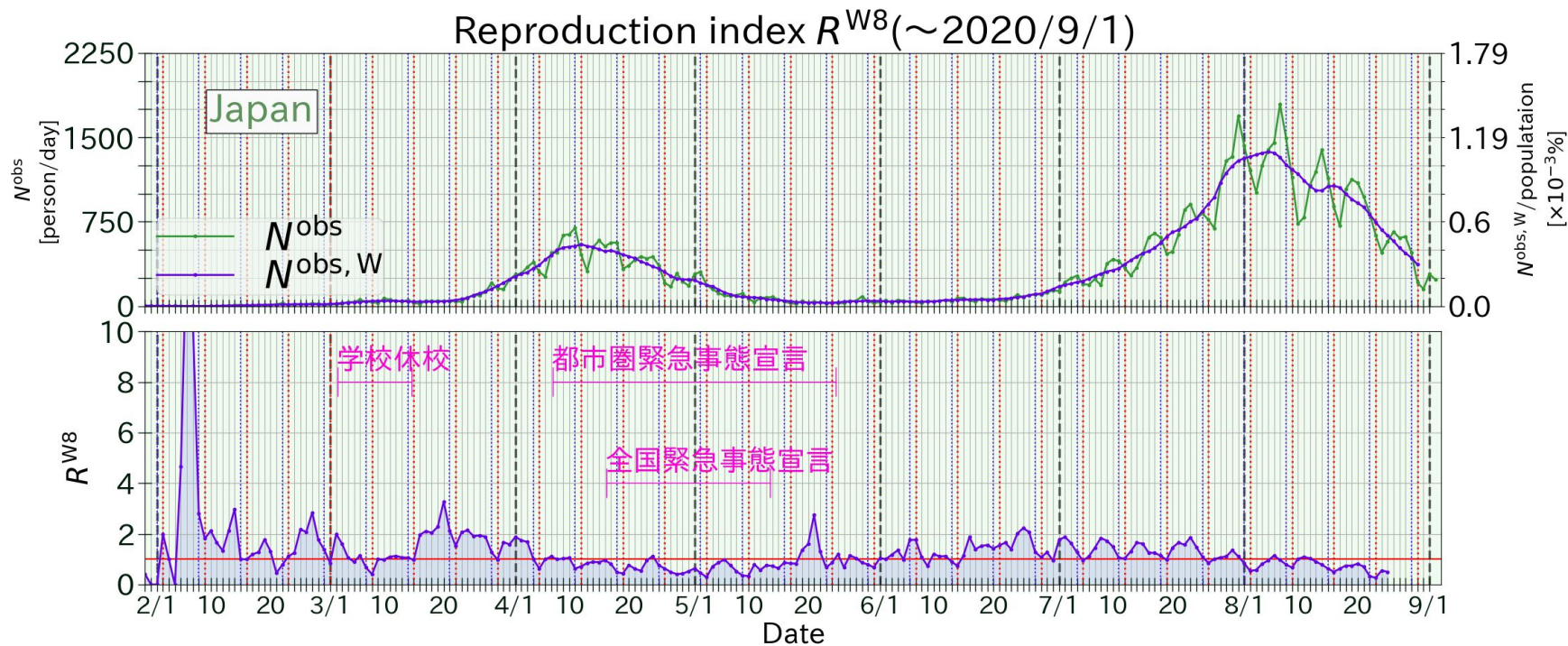
このような $R(i)$ を想定する。

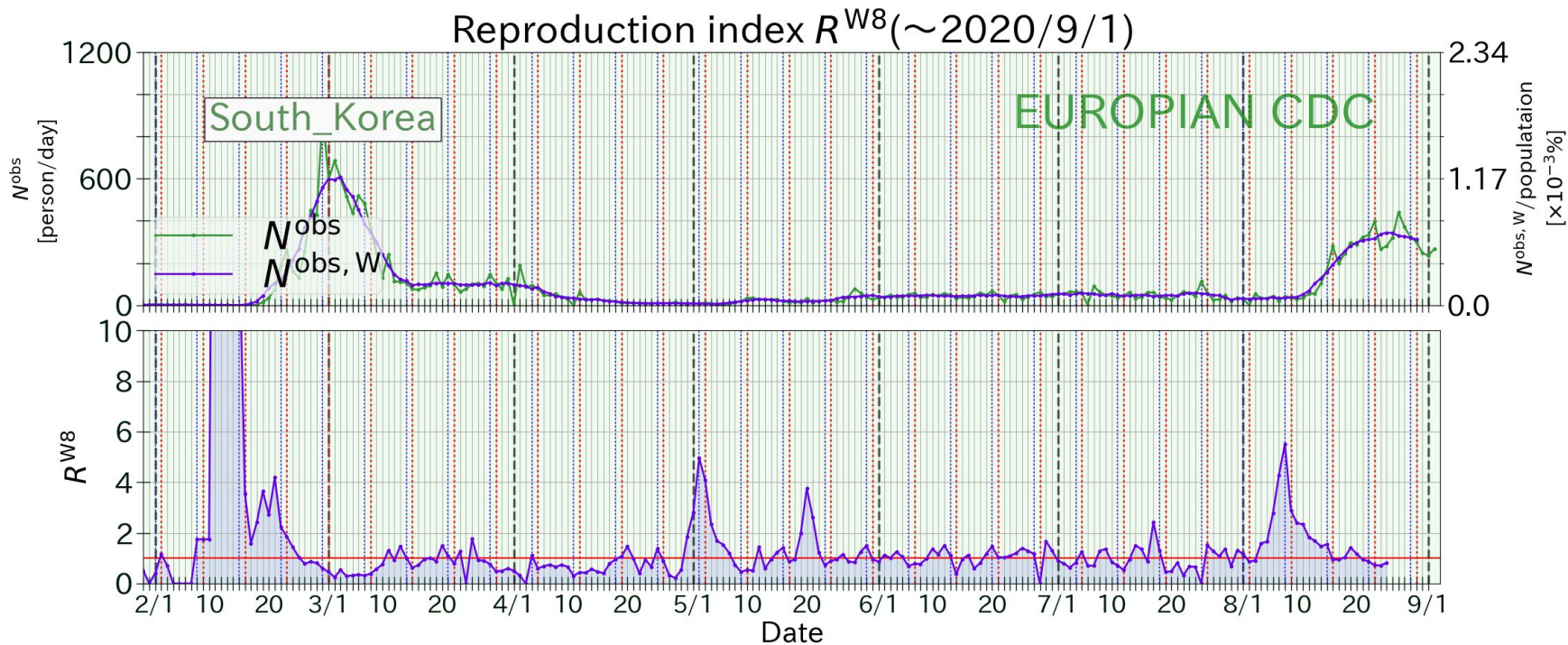
$N=RAN$ で計算した $N(i)$

$N^{\text{obs}}(i)=\sum C(i-j)N(j)$ で計算した $N^{\text{obs}}(i)$

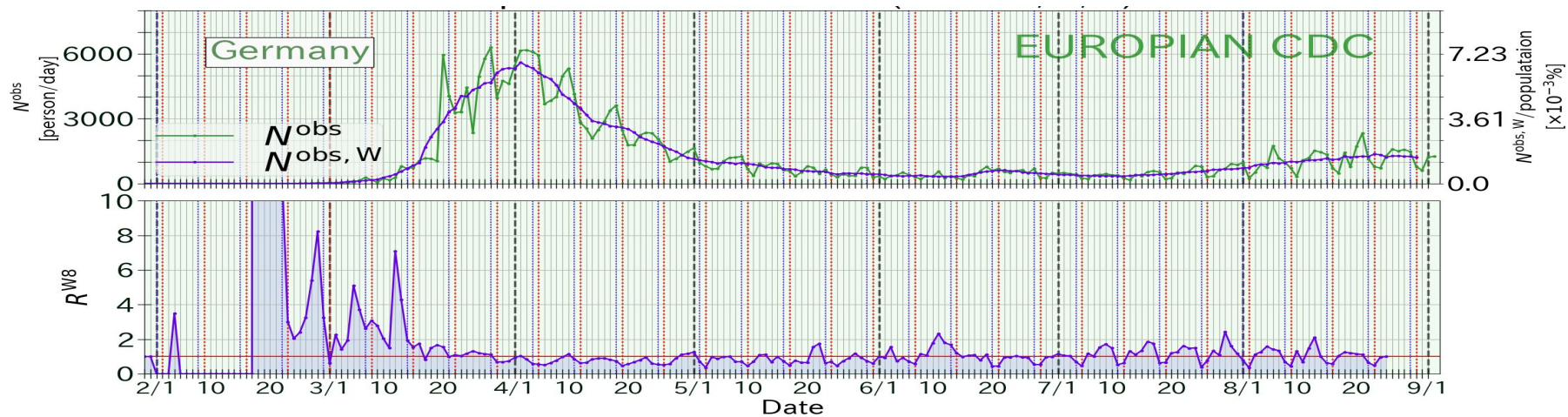
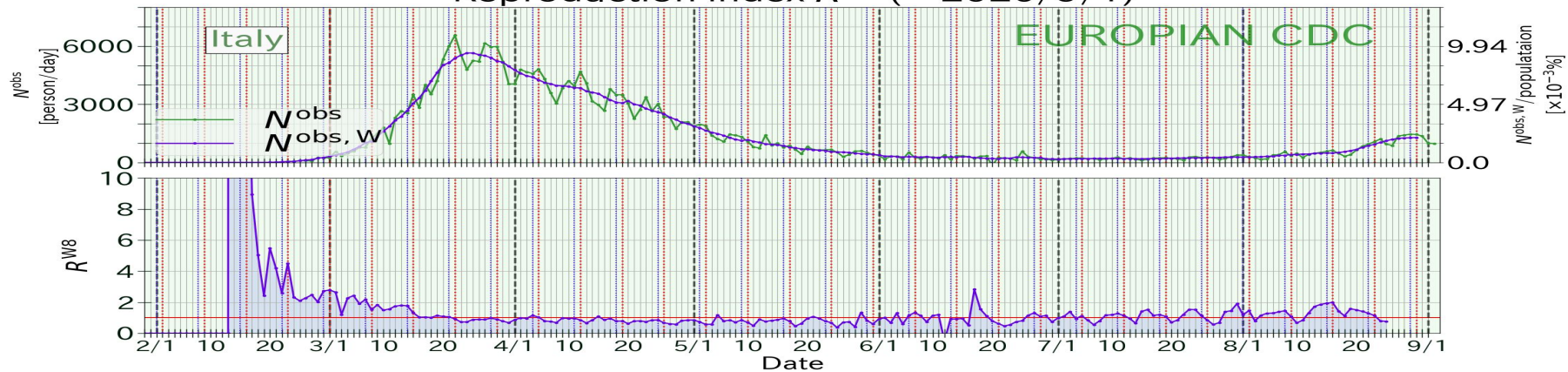
$$R^{\text{W8}}(i) = \frac{N^{\text{obs}}(i + 8)}{N^{\text{obs},\text{W}}(i + 3)}$$

結果:





Reproduction index $R^{W8}(\sim 2020/9/1)$



まとめ

- 既存研究や統計データを元にして、感染方程式と観測方程式を組み立てて、それを元にして RW8を導入した。
- シミュレーションを行い、RW8の妥当性を検証した。
- RW8を日本をはじめ多くの国に適用した。単純な量であり、指標として有用なものであると考えている。

https://github.com/motonari-swd/covid19_analyze/tree/master/figures/2020_9_2_Rw8