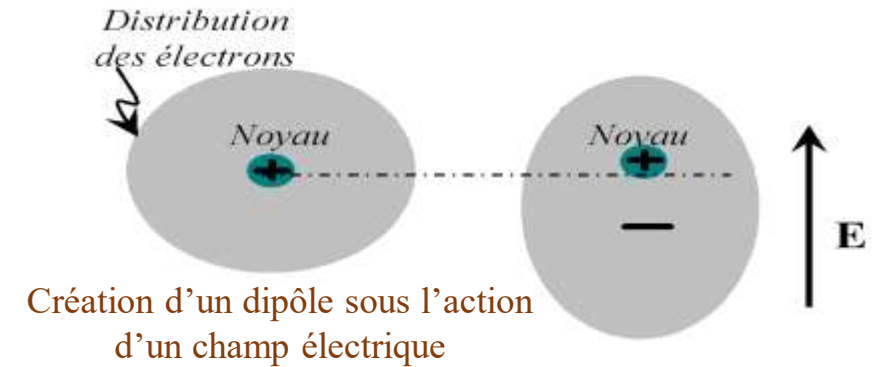


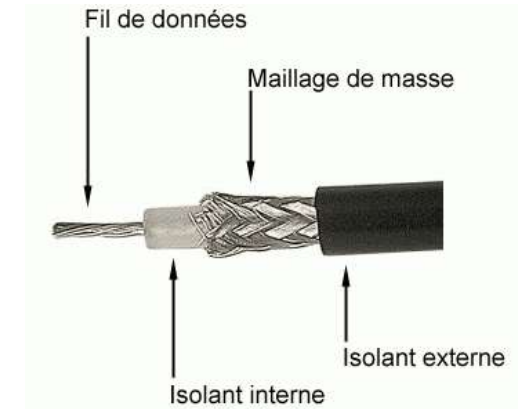
Introduction

- Un milieu est dit diélectrique s'il ne contient pas de charges électriques susceptibles de se déplacer de façon macroscopique. Il ne peut pas conduire le courant (*contrairement aux conducteurs, où les charges sont libres et se déplacent macroscopiquement*). C'est un isolant électrique.
- Contrairement aux conducteurs (en équilibre électrostatique) où le champ \vec{E} est nul en son sein, ce dernier pénètre à l'intérieur du diélectrique et agit sur les porteurs de charge de la matière. Ces porteurs, électrons ou ions, ne peuvent se déplacer librement sous l'effet du champ (*déplacements à l'échelle de l'atome, de l'ordre de l'Angström. Mouvements microscopiques*). Ils restent attachés aux atomes, molécules ou cristallins. Ces porteurs sont appelés des charges liées.
- Cependant, malgré l'impossibilité des diélectriques de conduire le courant, ils présentent de nombreuses caractéristiques électriques. Il peut acquérir un moment dipolaire électrique sous l'action d'un champ électrique.



Exemples de diélectrique

- Le verre, certains plastiques (*revêtement des câbles électriques*)
- les condensateurs les plus courants sont constitués de deux armatures conductrices séparées par un diélectrique (par exemple du tantale (peu coûteux), du mica, des films plastiques ou paraffinés, du titanate de baryum, etc...).



Expérience de Faraday

Permet de mettre en évidence certaines propriétés générales des diélectriques.

Expérience 1

Un condensateur de capacité $C_0 = \frac{\epsilon_0 S}{e}$, maintenu à une tension U constante grâce à un générateur. Si on introduit une lame d'un diélectrique entre les armatures, on constate que la charge du condensateur augmente. La capacité $C = \frac{Q}{U}$ a elle aussi augmenté. Des charges supplémentaires ont été fournies par le générateur pour maintenir la tension constante. L'augmentation de la capacité dépend de la nature du matériau et non de la tension appliquée $C = \frac{\epsilon S}{e}$.

C est reliée à C_0 par $C = \epsilon_r C_0$ ($\epsilon_r = \frac{\epsilon}{\epsilon_0} > 1$).

(ϵ_r est la permittivité relative du matériau)



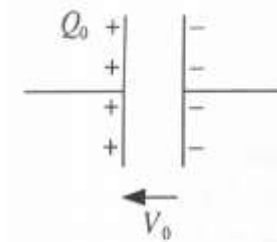
Expérience 2

Le condensateur étant chargé et isolé $V_0 = \frac{Q_0}{C_0}$.

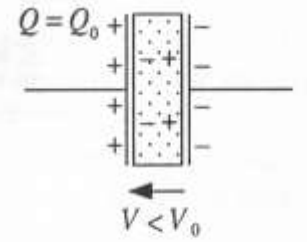
on introduit un diélectrique, il apparaît des charges (de polarisation)

qui modifient le potentiel et donc la capacité $V = \frac{Q}{C} = \frac{Q_0}{C}$

C est reliée à C_0 par $C = \epsilon_r C_0$



condensateur chargé,
puis isolé



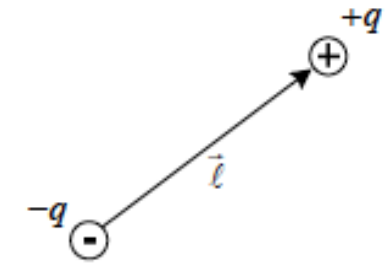
le potentiel diminue, car la charge
totale ($\sigma_l + \sigma_p$) est moindre

Polarisation

La polarisation provient en général de l'orientation d'un dipôle électrique, induit ou permanent (spontané), en présence d'un champ appliqué (champ extérieur).

Un dipôle électrique est formé par deux charges q de signes opposés séparées par une distance l . Le moment dipolaire électrique \vec{p} (grandeur microscopique) est défini par :

$$\vec{p} = q\vec{l} \quad (\text{unité: } C.m)$$



Habituellement, lorsqu'un matériau diélectrique se dégrade le nombre de dipôles électriques augmente et donc le courant de polarisation, relié au mouvement des dipôles, augmente aussi. La polarisation due à ces dipôles correspond à la somme vectorielle de tous les dipôles par unité de volume. **On peut donc définir la polarisation \vec{P} , appelé aussi vecteur polarisation ou moment dipolaire** (*grandeur macroscopique*). Il décrit les propriétés électriques du diélectrique

$$\vec{P} = N\vec{p} \quad (\text{unité: } C.m^{-2})$$

$$\vec{P} = \frac{d\vec{p}}{dV} \quad \text{Elle désigne aussi la densité de dipôles électriques}$$

avec N le nombre d'atomes ou de molécules par unité de volume

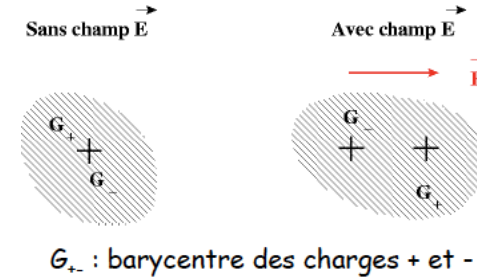
Mécanismes de polarisation

Polarisation électronique:

Résulte du déplacement du nuage électronique autour des atomes.

Le diélectrique n'a pas de dipôles permanents.

Le champ appliqué les crée et les oriente dans son sens.

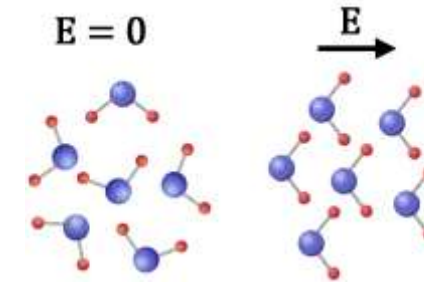


Polarisation ionique:

Résultat de la déformation des mailles dans le réseau cristallin.

Polarisation dipolaire:

Appelé aussi polarisation par orientation, elle concerne les diélectriques qui disposent de moments dipolaires permanents (*Exemple: H_2O*). Le champ appliqué les orientent dans son sens.



Les dipôles se répartissent aléatoirement

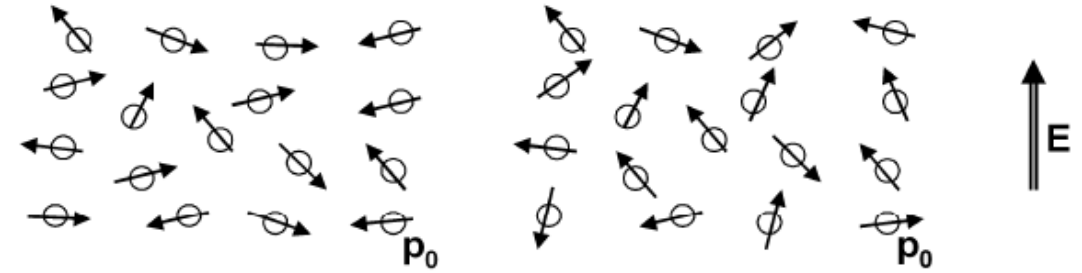
$\vec{P} = 0$ moyenne nulle

Orientation préférentielle dans le sens du champ

La polarisation \vec{P} est à l'origine d'un champ \vec{E}_p qui modifie le champ appliqué \vec{E}_a .

Le champ total sera: $\boxed{\vec{E} = \vec{E}_a + \vec{E}_p}$

En présence de \vec{E} , chaque dipôle acquiert une énergie potentielle $w = -\vec{P}_0 \cdot \vec{E} = -P_0 E \cos\theta$. Les dipôles tendent à s'aligner avec \vec{E} (énergie minimale lorsque \vec{P}_0 et \vec{E} sont de même sens), sauf que l'agitation thermique perturbe cette orientation. Toutefois, \vec{E} exerce une force de rappel, et en moyenne il y a alignement des dipôles.



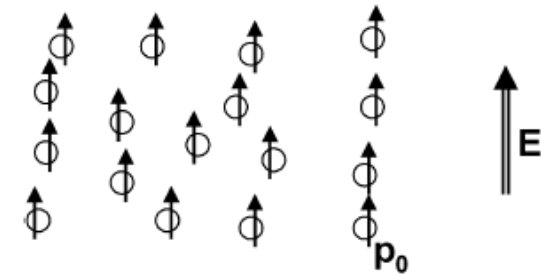
En absence de \vec{E} , orientation aléatoire des dipôles

$$\vec{P} = \sum \vec{P}_0 = \mathbf{0}$$

En présence de \vec{E} , orientation préférentielle dans le sens de \vec{E}

$$\vec{P} \neq \mathbf{0}$$

A basses températures, l'agitation thermique est réduite et les dipôles s'orientent sans contrainte avec \vec{E}



Interprétation de l'expérience 1

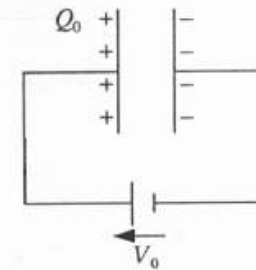
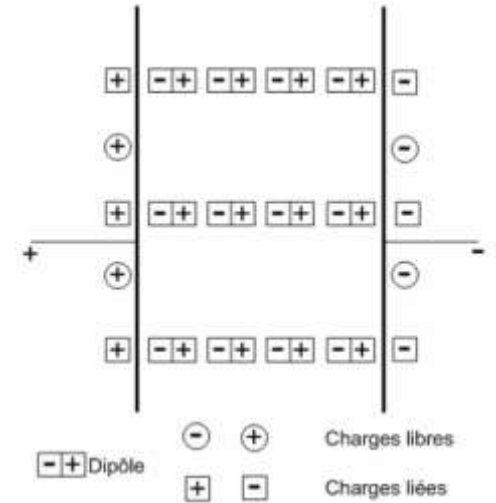
Le condensateur maintenu à une tension U constante. Avec l'introduction de la lame, on note la présence d'un courant qui circule, c'est le courant de déplacement qui diminue avec le temps, dépendamment du mécanisme de polarisation. En effet, sous l'action d'un champ externe, un champ interne causé par la polarisation, s'oppose au champ appliqué. Pour combattre ce champ, de nouvelles charges doivent être amenées par le générateur sur les armatures du condensateur. On distingue alors deux types de charges, les charges libres et les charges liées. Ces dernières existent sur la surface et dans le volume si la polarisation n'est pas uniforme.

Dans le vide $\vec{E}_a = \frac{\sigma_l^0}{\epsilon_0} \vec{n}$

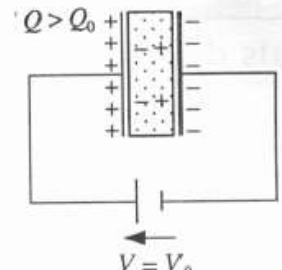
Dans le diélectrique $\vec{E} = \frac{\sigma_l}{\epsilon_0 \epsilon_r} \vec{n}$

À potentiel constant, $V = V_0$ et donc $\vec{E} = \vec{E}_a$

D'où $\sigma_l = \epsilon_r \sigma_l^0$ et $Q = Q_0 \epsilon_r \Rightarrow C = C_0 \epsilon_r$



condensateur chargé,
générateur maintenu



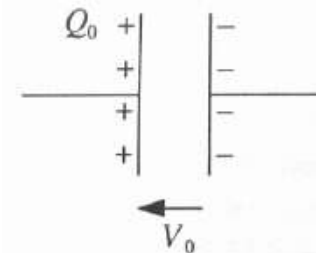
la charge libre augmente, pour que la charge totale
($\sigma_l + \sigma_{p1}$), et donc V , soient constants

Interprétation de l'expérience 2

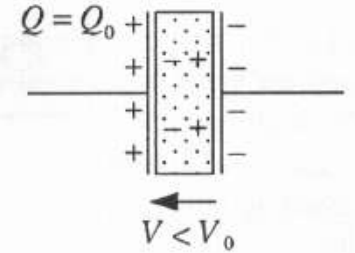
Dans le vide $\vec{E}_a = \frac{\sigma_l}{\epsilon_0} \vec{n}$

Dans le diélectrique $\vec{E} = \frac{\sigma_l}{\epsilon_0 \epsilon_r} \vec{n}$ d'où $\vec{E} = \frac{\vec{E}_a}{\epsilon_r}$ et. $V = \frac{V_0}{\epsilon_r}$

$Q_0 = C_0 V_0$ $Q = Q_0 = CV$ d'où $C = C_0 \epsilon_r$



condensateur chargé,
puis isolé



le potentiel diminue, car la charge
totale ($\sigma_l + \sigma_{p1}$) est moindre

Rigidité diélectrique

La rigidité diélectrique d'un milieu isolant représente la valeur maximum du champ électrique que le milieu peut supporter avant le déclenchement d'un arc électrique (donc d'un court-circuit). On utilise aussi l'expression *champ disruptif*. Pour un condensateur, quand cette valeur est dépassée, il est détruit. La valeur maximale de la tension électrique appliquée aux bornes, est appelée *tension de claquage* du condensateur. Si le champ électrique dépasse la rigidité diélectrique du matériau, on parle de claquage, et le matériau peut voir ses propriétés physiques modifiées, parfois de façon réversible, et parfois de façon irréversible.

Le champ disruptif de l'air

L'air est un fort isolant. Mais sous de fortes tensions, les électrons qui composent les atomes des molécules de l'air sont littéralement arrachés à leur orbite de valence pour participer à la conduction électrique : la foudre traverse alors l'atmosphère. La valeur du champ disruptif de l'air la plus communément admise est : $36\,000\text{ V.cm}^{-1}$
Cette interprétation étant plus connue sous le nom de « règle des $30\,000\text{ V.cm}^{-1}$ ».

Champs et potentiels électriques de polarisation

Rappel: Le potentiel créé par un dipôle de moment \vec{p} en un point M est donné

par:
$$V(M) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\vec{p} \cdot \vec{r}}{r^3}$$

Considérons un élément de volume $d\tau$ d'un diélectrique, centré autour du point Q . $d\tau$ se comporte comme un dipôle élémentaire de moment $d\vec{p} = \vec{P} d\tau$. (\vec{P} est le vecteur polarisation au point Q). Le potentiel créé au point M extérieur est:

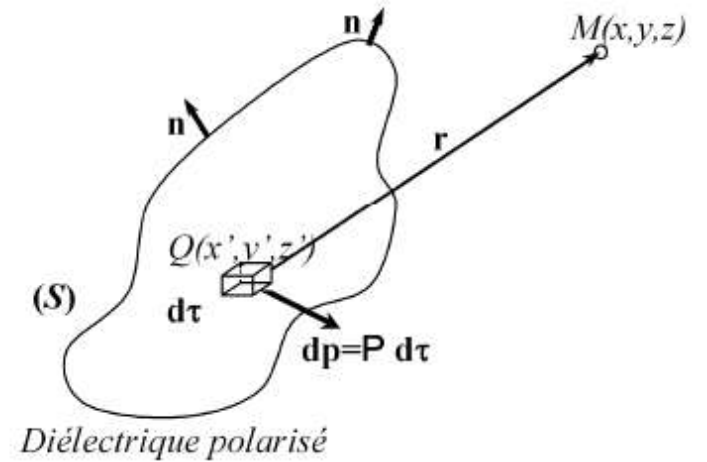
$$dV(M) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{d\vec{p} \cdot \overrightarrow{QM}}{QM^3} \quad \overrightarrow{QM} = \vec{r} \quad \text{On a} \quad \overrightarrow{\text{grad}}_M \left(\frac{1}{r} \right) = -\frac{\vec{r}}{r^3} = -\overrightarrow{\text{grad}}_Q \left(\frac{1}{r} \right)$$

$$V(M) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \iiint \overrightarrow{\text{grad}}_Q \left(\frac{1}{r} \right) \cdot \vec{P} d\tau \quad \text{Sachant que } \text{div}(f\vec{A}) = f \cdot \text{div}(\vec{A}) + \overrightarrow{\text{grad}}(f) \cdot \vec{A};$$

$V(M)$ s'écrit:
$$V(M) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \iiint \left[\text{div}_Q \left(\frac{\vec{P}}{r} \right) - \frac{1}{r} \text{div}_Q(\vec{P}) \right] d\tau = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \iiint \text{div}_Q \left(\frac{\vec{P}}{r} \right) d\tau - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \iiint \frac{1}{r} \text{div}_Q(\vec{P}) d\tau$$

Finalement, on a

$$V(M) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \iint \frac{\vec{P} \cdot \vec{n}}{r} dS - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \iiint \frac{\text{div}_Q(\vec{P})}{r} d\tau$$



Par analogie avec le potentiel créé par des distributions de charges libres $dV = \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 r}$, le potentiel $V(M)$ a pour source les charges de polarisation, de densité:

$$\text{Densité Surfacing des charges de polarisation } \sigma_p = \vec{P} \cdot \vec{n}$$

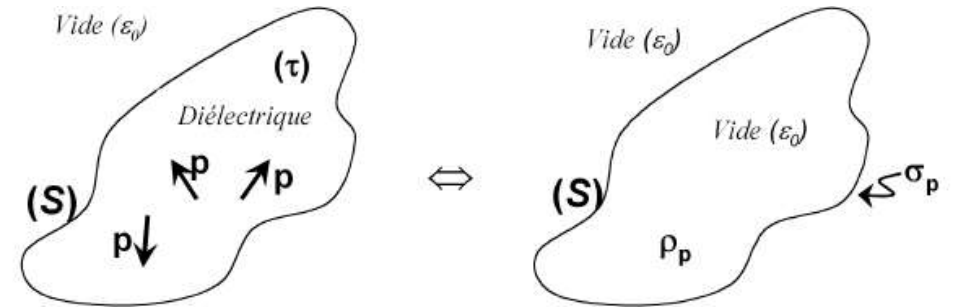
$$\text{Densité Volumique des charges de polarisation } \rho_p = -\text{div}_Q(\vec{P})$$

$$V(M) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \iint \frac{\vec{P} \cdot \vec{n}}{r} dS - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \iiint \frac{\text{div}_Q(\vec{P})}{r} d\tau$$

Ces charges de polarisation, appelées aussi charges fictives ou liées, correspondent à des excédents locaux de charges liées du fait de la polarisation

$$V(M) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \iint \frac{\sigma_p}{r} dS + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \iiint \frac{\rho_p}{r} d\tau$$

Le potentiel créé par le diélectrique polarisé est la somme de deux potentiels créés par deux distributions de charges fictives (*de polarisation ou liées*) (en surface et dans le volume) placées dans le vide.



Le champ électrique créé par les charges de polarisation, appelé aussi champ dépolarisant, est obtenu soit par un calcul direct, soit par l'application du théorème de Gauss ou à partir du potentiel ($\vec{E}_p = -\overrightarrow{\text{grad}}(V_p)$).

$$\text{Le champ total existant dans le diélectrique est: } \vec{E} = \vec{E}_a + \vec{E}_p$$

Champ polarisant Champ dépolarisant

Remarques

- Le diélectrique est globalement neutre, la charge totale de polarisation est:

$$\begin{aligned} Q_{tot} &= \iiint \rho_p d\tau + \iint \sigma_p dS \\ &= \iiint -\text{div}_Q(\vec{P}) d\tau + \iint \vec{P} \cdot \vec{n} dS \\ &= -\iint \vec{P} \cdot d\vec{s} + \iint \vec{P} \cdot d\vec{s} = 0 \end{aligned}$$

- Si en plus, le diélectrique porte des charges libres de densité volumique ρ_l et de densité surfacique σ_l , le potentiel devient:

$$V(M) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \iint \frac{\sigma_p + \sigma_l}{r} dS + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \iiint \frac{\rho_p + \rho_l}{r} d\tau$$

- Si la polarisation est uniforme, $\vec{P} = \overrightarrow{cte}$, alors $\rho_p = -\text{div}_Q(\vec{P}) = 0$; il reste uniquement les charges de polarisation en surface.
- On peut introduire l'équation de conservation des charges de polarisation. En régime variable, la position d'un électron soumis à un champ électrique est elle même variable. Il lui correspond donc un courant de polarisation \vec{j}_p , qui ont des effets thermiques ou source de champ magnétique.

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_p = -\text{div}(\vec{P})) \quad \text{Soit} \quad \text{div} \left(\frac{\partial \vec{P}}{\partial t} \right) + \frac{\partial \rho_p}{\partial t} = 0 \quad \Rightarrow \quad \vec{j}_p = \frac{\partial \vec{P}}{\partial t}$$

Vecteur déplacement électrique

Dans un diélectrique polarisé ($\rho_p \neq 0$), contenant des charges libres ($\rho_l \neq 0$), le théorème de Gauss sous sa forme locale est donné par:

$$\operatorname{div}(\vec{E}) = \frac{(\rho_l + \rho_p)}{\epsilon_0} = \frac{\rho_l}{\epsilon_0} - \frac{\operatorname{div}(\vec{P})}{\epsilon_0} \quad \text{soit} \quad \operatorname{div}(\epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}) = \operatorname{div}(\vec{D}) = \rho_l$$

$$\boxed{\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P} = \epsilon \vec{E}}$$

\vec{D} est appelé indifféremment:
s'exprime en Coulomb/m²

$\left\{ \begin{array}{l} \text{excitation électrique} \\ \text{déplacement électrique} \\ \text{induction électrique} \\ \text{densité de flux électrique} \end{array} \right.$

L'intérêt d'utiliser \vec{D} réside dans le fait qu'il est relié aux charges libres. Leur densité ρ_l est plus facile à quantifier que ρ_p

Le théorème de Gauss s'écrit sous:

Sa forme locale $\operatorname{div}(\vec{D}) = \rho_l$

Sa forme intégrale $\iint \vec{D} d\vec{S} = Q_l$

Dans le cas général:

$$\operatorname{div}(\vec{D}) = \rho_l \Leftrightarrow \operatorname{div}(\vec{E}) = \frac{\rho_l + \rho_p}{\epsilon_0} = \frac{\rho_{tot}}{\epsilon_0}$$

$$\iint \vec{D} d\vec{S} = Q_l \Leftrightarrow \iint \vec{D} d\vec{S} = \frac{Q_{tot}}{\epsilon_0}$$

Remarques

- Pour un diélectrique polarisé et non chargé, $\rho_l = 0$ et $\sigma_l = 0 \Rightarrow \operatorname{div}(\vec{D}) = 0$. On a donc \vec{D} à flux conservatif
- Dans le vide $\vec{P} = 0 \Rightarrow \vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} \Rightarrow \operatorname{div}(\vec{D}) = \operatorname{div}(\epsilon_0 \vec{E}) = \rho_l \Rightarrow \operatorname{div}(\vec{E}) = \frac{\rho_l}{\epsilon_0}$

Propriétés des milieux diélectriques

La réaction du diélectrique au champ électrique appliqué est caractérisé par la relation entre \vec{P} et \vec{E} (pas trop élevé). On écrit:

$$\vec{P} = \epsilon_0 \chi \vec{E}$$

$\chi > 0$ est la susceptibilité électrique.
Caractérise la polarisation

$$\vec{E} = \vec{E}_a + \vec{E}_p$$

- Pour un milieu **linéaire** $\vec{P} = \epsilon_0 [\chi(M)] \vec{E}$
- Pour un milieu **linéaire et homogène** $\vec{P} = \epsilon_0 [\chi] \vec{E}$
- Pour un milieu **linéaire, homogène et isotrope (LHI)** $\vec{P} = \epsilon_0 \chi \vec{E}$

$[\chi]$ est une matrice 3x3

$[\chi]$ ne dépend pas de la position (point M)

χ ne dépend d'aucune direction de l'espace

Relation entre \vec{D} et \vec{E}

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P} = \epsilon_0 \vec{E} + \epsilon_0 \chi \vec{E} = \epsilon_0 (1 + \chi) \vec{E} = \epsilon_0 \epsilon_r \vec{E} = \epsilon \vec{E}$$

Permittivité relative > 1

Permittivité absolue (Farad/m) $> \epsilon_0$

| Matériau | Phase | χ_e |
|--------------------|---------------------|--------------|
| Air | Gaz | 0.0057 |
| H ₂ | Gaz | 0.228 |
| O ₂ | Gaz | 0.507 |
| H ₂ O | Liquide polaire | 80 |
| Benzène | Liquide non polaire | 2.8 |
| NaCl | Solide cristallin | 5.8 |
| BaTiO ₃ | Solide cristallin | 1760 à 120°C |

Exemple du condensateur à lames parallèles

- ✓ Condensateur rempli par un diélectrique LHI
- ✓ Les charges libres des armatures créent le champ $\vec{E}_0 = \frac{\sigma_{\text{libre}}}{\epsilon_0} \vec{e}_z$
- ✓ \vec{E}_0 induit dans le diélectrique une polarisation dans le même sens.
- ✓ Il apparaît sur les faces du diélectrique des charges de polarisation

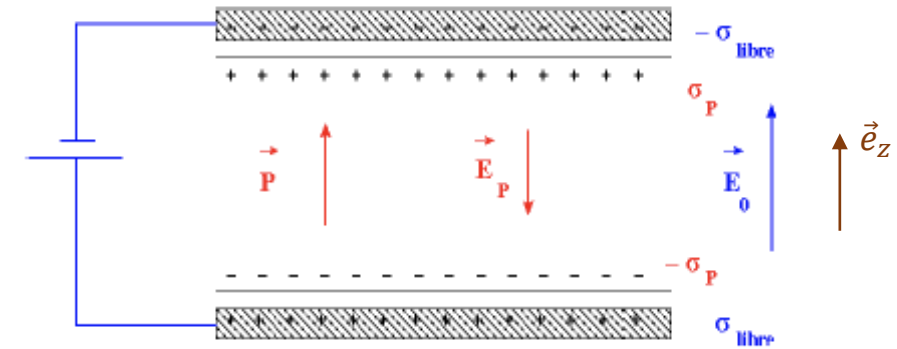
$$\sigma_P = \vec{P} \cdot \vec{n} = \pm P$$

- ✓ Les charges de polarisation créent un autre champ dans le diélectrique, champ dépolarisant de sens opposé à \vec{E}_0

$$\vec{E}_P = -\frac{\sigma_P}{\epsilon_0} \vec{e}_z = -\frac{\vec{P}}{\epsilon_0}$$

- ✓ \vec{E}_P est de sens opposé à \vec{E}_0

- ✓ Le champ total dans la plaque $\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}_P = \vec{E}_0 - \frac{\vec{P}}{\epsilon_0}$



- Le vecteur polarisation en fonction de \vec{E}_0

$$\vec{P} = \varepsilon_0 \chi \vec{E} = \varepsilon_0 \chi \left(\vec{E}_0 - \frac{\vec{P}}{\varepsilon_0} \right) \quad \text{soit} \quad (1 + \chi) \vec{P} = \varepsilon_0 \chi \vec{E}_0 \quad \Rightarrow \quad \vec{P} = \frac{\varepsilon_0 \chi}{(1 + \chi)} \vec{E}_0$$

- \vec{E}_P et \vec{E} en fonction de \vec{E}_0

$$\vec{E}_P = -\frac{\vec{P}}{\varepsilon_0} = -\frac{\chi}{(1 + \chi)} \vec{E}_0 \quad \vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}_P = \frac{1}{(1 + \chi)} \vec{E}_0$$

- On déduit la capacité C du condensateur d'espacement e et porté au potentiel U

$$\vec{E}_0 = \frac{\sigma_{\text{libre}}}{\varepsilon_0} \quad \text{la charge libre} \quad Q = \sigma_{\text{libre}} S = \varepsilon_0 E_0 S$$

$$U = eE \quad \text{soit} \quad U = e \frac{1}{(1 + \chi)} E_0 \quad \text{d'où} \quad C = \frac{Q}{U} = \frac{(1 + \chi)}{e} \varepsilon_0 S = \frac{\varepsilon S}{e}$$

- On peut déterminer la capacité C à partir de l'excitation électrique

$$D = \sigma_{\text{libre}} \quad \text{avec} \quad D = \varepsilon E = \varepsilon \frac{U}{e} = \sigma_{\text{libre}} = \frac{Q}{S} \quad \text{finalement} \quad C = \frac{\varepsilon S}{e}$$

Conditions de continuité à la surface de séparation de deux milieux

Que se passe-t-il à l'interface entre deux milieux pour \vec{E} et \vec{D} ?

Considérons une surface chargée avec une densité σ_{libre} , séparant deux milieux LHI de permittivité ϵ_1 et ϵ_2

Composante normale de \vec{D} et \vec{E}

Soit $\vec{D} = \vec{D}_t + \vec{D}_n$ \vec{D}_t et \vec{D}_n sont les projections du vecteur \vec{D} respectivement tangentielle et perpendiculairement à la surface de séparation.

En appliquant le théorème de Gauss sur un cylindre de hauteur infiniment petite avec des surfaces de base S_1 (resp S_2) dans le milieu 1 (resp 2):

$$d\phi(\vec{D}) = \vec{D} \cdot d\vec{S} = dQ_{libre} = \sigma_{libre} \cdot dS$$

$$d\phi(\vec{D}) = \vec{D}_1 \cdot d\vec{S}_1 + \vec{D}_2 \cdot d\vec{S}_2 + d\phi_{lat}$$

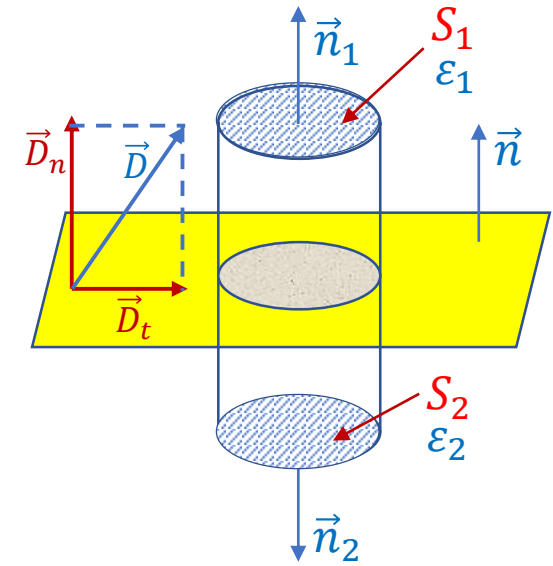
Les surfaces S_1 et S_2 sont très proches de la surface de séparation $\longrightarrow d\phi_{lat} = 0$

$$(\vec{D}_1 - \vec{D}_2) \cdot \vec{n} dS = dQ_{libre} = \sigma_{libre} \cdot dS \quad \text{soit} \quad (\vec{D}_1 - \vec{D}_2) \cdot \vec{n} = \sigma_{libre} \longrightarrow \boxed{D_{1n} - D_{2n} = \sigma_{libre}}$$

On a donc discontinuité de D_n lorsque $\sigma_{libre} \neq 0$, continuité dans le cas contraire

La composante normale de \vec{E} est discontinue dans tous les cas

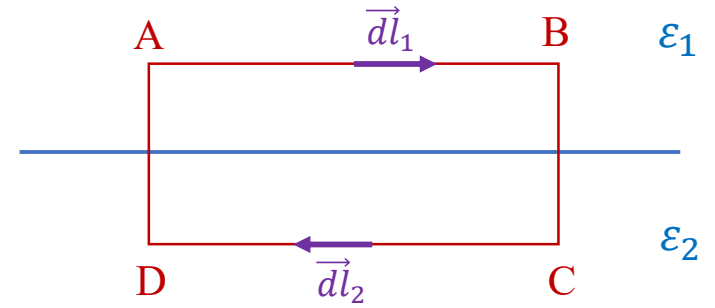
$$\boxed{\epsilon_1 E_{1n} - \epsilon_2 E_{2n} = \sigma_{libre}}$$



$$\begin{aligned} \vec{n} &= \vec{n}_1 = -\vec{n}_2 \\ dS &= dS_1 = dS_2 \\ \vec{n} &= \vec{n}_{2 \rightarrow 1} \end{aligned}$$

Composante tangentielle de \vec{D} et \vec{E}

On s'intéresse à la continuité de la composante tangentielle au niveau de la surface de séparation, AD et BC sont pris proches de 0. AB et CD sont parallèles à \vec{dl} .



$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = \iint \text{rot} \vec{E} \cdot d\vec{S} \quad \text{Théorème de Stokes Ampère}$$

AB et CD sont suffisamment petits pour considérer \vec{E} constant sur ces distances $\Rightarrow \iint \text{rot} \vec{E} \cdot d\vec{S} = 0$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0 = \int_{AB} + \int_{BC} + \int_{CD} + \int_{DA} \Rightarrow \int_{AB} E_{t1} dl - \int_{CD} E_{t2} dl = 0$$

$= 0$ car dl infiniment petit

soit

$$E_{t1} = E_{t2}$$

et

$$\frac{D_{t1}}{\epsilon_1} = \frac{D_{t2}}{\epsilon_2}$$

La composante tangentielle de \vec{E} est continue à la traversée de la surface de séparation entre deux milieux

Remarque

$$(\vec{D}_1 - \vec{D}_2) \cdot \vec{n} = \sigma_{\text{libre}} \quad \text{or} \quad \vec{D}_i = \varepsilon_0 \vec{E}_i + \vec{P}_i = \varepsilon \vec{E}_i \quad \text{soit} \quad \varepsilon_0 (\vec{E}_1 - \vec{E}_2) \cdot \vec{n} + (\vec{P}_1 - \vec{P}_2) \cdot \vec{n} = \sigma_{\text{libre}}$$

$$\text{Comme } \vec{P}_1 \cdot \vec{n} + \vec{P}_2 \cdot (-\vec{n}) = \sigma_{p1} + \sigma_{p2} = \sigma_p \quad \Rightarrow \quad (\vec{E}_1 - \vec{E}_2) \cdot \vec{n} = \frac{\sigma_{\text{libre}} + \sigma_p}{\varepsilon_0}$$

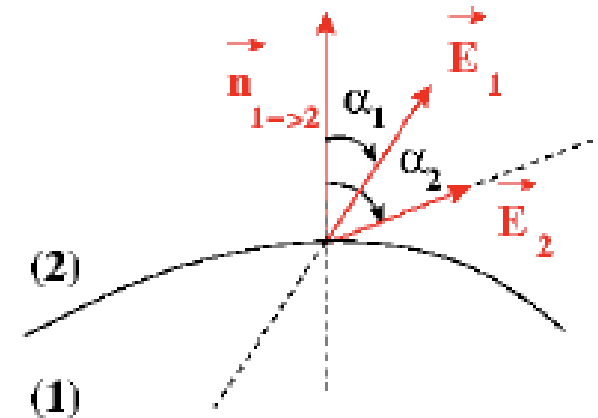
$$(\vec{D}_2 - \vec{D}_1) \cdot \vec{n}_{1 \rightarrow 2} = \sigma_{\text{libre}} \quad \vec{E}_{t1} = \vec{E}_{t2}$$

$$\text{si } \sigma_{\text{libre}} = 0$$

$$\varepsilon_1 E_1 \sin(\alpha_1) = \varepsilon_2 E_2 \sin(\alpha_2)$$

$$\varepsilon_1 E_1 \cos(\alpha_1) = \varepsilon_2 E_2 \cos(\alpha_2)$$

$$\text{d'où } \frac{\tan(\alpha_1)}{\varepsilon_1} = \frac{\tan(\alpha_2)}{\varepsilon_2} \quad \Rightarrow \quad \frac{\tan(\alpha_1)}{\varepsilon_{r1}} = \frac{\tan(\alpha_2)}{\varepsilon_{r2}}$$



Cette relation caractérise la réfraction des lignes de champ à la traversée de la surface S.

En passant dans un milieu à ε plus élevé, le champ \vec{E} s'écarte de la normale

Considérons une surface parcourue par un courant de densité \vec{j}_{libre} et séparant deux milieux μ_1 et μ_2 .

Composante normale de \vec{B} et \vec{H}

Le flux est conservatif $div \vec{B} = 0$

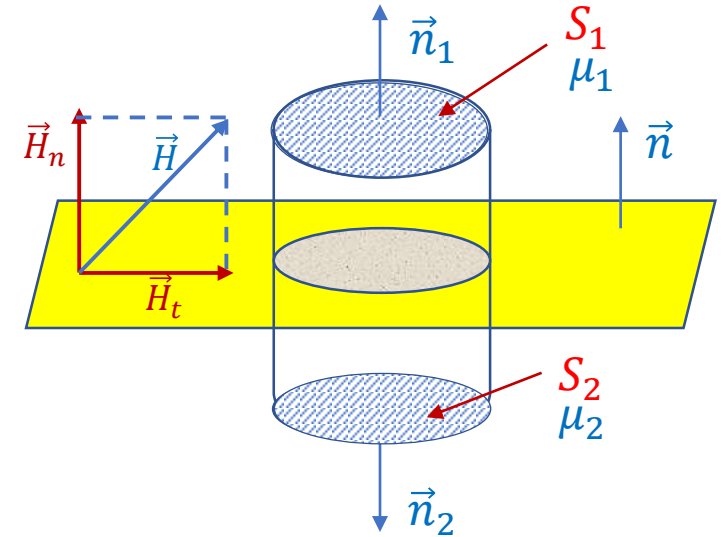
$$d\phi(\vec{B}) = \vec{B}_1 \cdot d\vec{S}_1 + \vec{B}_2 \cdot d\vec{S}_2 + d\phi_{lat} = 0$$

$d\phi_{lat} \rightarrow 0$ (les surfaces de base du cylindre tendent vers la surface de séparation).

$$\vec{B}_1 \cdot \vec{n}_1 dS_1 + \vec{B}_2 \cdot \vec{n}_2 dS_2 = 0 \quad \text{soit} \quad (\vec{B}_1 - \vec{B}_2) \cdot \vec{n} = 0 \quad \Rightarrow \quad B_{1n} = B_{2n}$$

$$\mu_1 H_{1n} = \mu_2 H_{2n}$$

La composante normale de \vec{B} est continue à la traversée de la surface de séparation entre deux milieux



Composante tangentielle de \vec{B} et \vec{H}

On applique le théorème d'Ampère pour le contour ABCD

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = I_{\text{libre}} = \int_{AB} \vec{H}_1 \cdot d\vec{l}_1 + \int_{CD} \vec{H}_2 \cdot d\vec{l}_2 + \underbrace{\int_{DA} + \int_{BC}}_{=0}$$

BC et AD tendent vers la surface

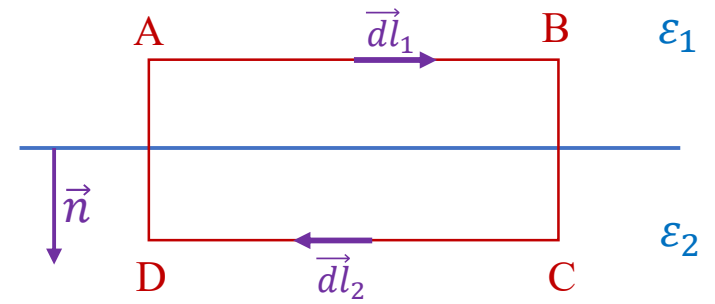
$$\int (\vec{H}_1 - \vec{H}_2) \cdot d\vec{l} = I_{\text{libre}} = \int \vec{j}_{\text{libre}} \cdot d\vec{l} \quad \text{Soit} \quad \int (H_{t1} - H_{t2}) dl = \int \vec{j}_{\text{libre}} \cdot d\vec{l}$$

$$(H_{t1} - H_{t2}) = j_{\text{libre}}$$

$$\vec{H}_{t2} - \vec{H}_{t1} = \vec{j}_{\text{libre}} \wedge \vec{n}_{12}$$

Si $\vec{j}_{\text{libre}} = 0$ on a alors $H_{t1} = H_{t2}$

La composante tangentielle de H est continue dans ce cas



Energie potentielle électrostatique d'une distribution de charges en présence d'un diélectrique

Rappel: l'énergie potentielle d'une charge q placée dans une région où règne un potentiel V est $E_P = qV$, et on montre que pour une distribution volumique de charge libres, dans un volume τ , de densité ρ_l dans une région de potentiel V on a:

$$E_P = \frac{1}{2} \iiint \rho_l V d\tau$$

S'il y a des diélectriques autour de la distribution de charge ρ_l , l'expression de l'énergie potentielle électrostatique reste inchangée. Les charges de polarisation (ρ_{pol} et σ_{pol}) dans le diélectrique n'interviennent pas explicitement car elles ne sont pas transportées depuis l'infini, mais créées sur place.

$$\text{div} \vec{D} = \rho_l \Rightarrow E_P = \frac{1}{2} \iiint_{\tau} V \text{div} \vec{D} d\tau$$

$$E_P = \frac{1}{2} \iiint_{\tau} (\text{div} \vec{D}) V d\tau = \frac{1}{2} \iiint_{\text{espace}} (\text{div} \vec{D}) V d\tau$$

$$E_P = \frac{1}{2} \iiint_{\text{espace}} \text{div}(\vec{D} V) d\tau - \frac{1}{2} \iiint_{\text{espace}} \vec{D} \overrightarrow{\text{grad}} V d\tau = \frac{1}{2} \iint_S \vec{D} V d\vec{S} + \frac{1}{2} \iiint_{\text{espace}} \vec{D} \vec{E} d\tau$$

$$\text{div}(\vec{D} V) = V(\text{div} \vec{D}) + \vec{D} \overrightarrow{\text{grad}} V$$

La surface délimitant tout l'espace qu'on supposera une sphère de rayon $r \rightarrow \infty$, soit

$$V \sim \frac{1}{r},$$

$$|\vec{D}| = |\epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}| \sim \frac{1}{r^2}$$

$$dS \sim r^2 \Rightarrow V \vec{D} d\vec{S} \sim \frac{1}{r} \frac{1}{r^2} r^2 \sim \frac{1}{r} \xrightarrow{r \rightarrow \infty} 0$$

E_P devient:

$$E_P = \frac{1}{2} \iiint \vec{D} \vec{E} d\tau$$

La densité d'énergie volumique $w = \frac{dE_P}{d\tau} = \frac{1}{2} \vec{D} \cdot \vec{E}$

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P} \Rightarrow w = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 + \frac{1}{2} \vec{E} \cdot \vec{P} = \frac{1}{2} \epsilon E^2$$

Densité d'énergie dans le vide (en absence du diélectrique)

Densité d'énergie nécessaire à la polarisation du diélectrique

Cas d'un condensateur plan rempli d'un LHI polarisé uniformément

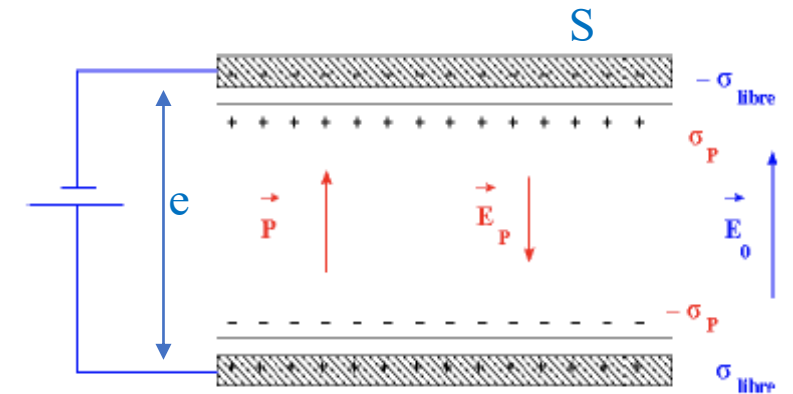
$$\vec{E} = \vec{E}_0 - \frac{\vec{P}}{\epsilon_0}$$

$$w = \frac{dE_P}{d\tau} = \frac{1}{2} \epsilon E^2 \Rightarrow E_P = \frac{1}{2} \iiint \epsilon E^2 d\tau = \frac{1}{2} \epsilon E^2 \iiint d\tau = \frac{1}{2} \epsilon (Ee)^2 \frac{S}{e}$$

$$E_P = \frac{1}{2} c V^2 = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{c}$$

Dans le vide $E = E_0 \Rightarrow E_{P0} = \frac{1}{2} c_0 V^2$

$$\Delta E_P = E_P - E_{P0} = \epsilon_r E_{P0} - E_{P0} = (\epsilon_r - 1) E_{P0} \Rightarrow \Delta w = w - w_0 = (\epsilon_r - 1) w_0 \quad w > w_0$$



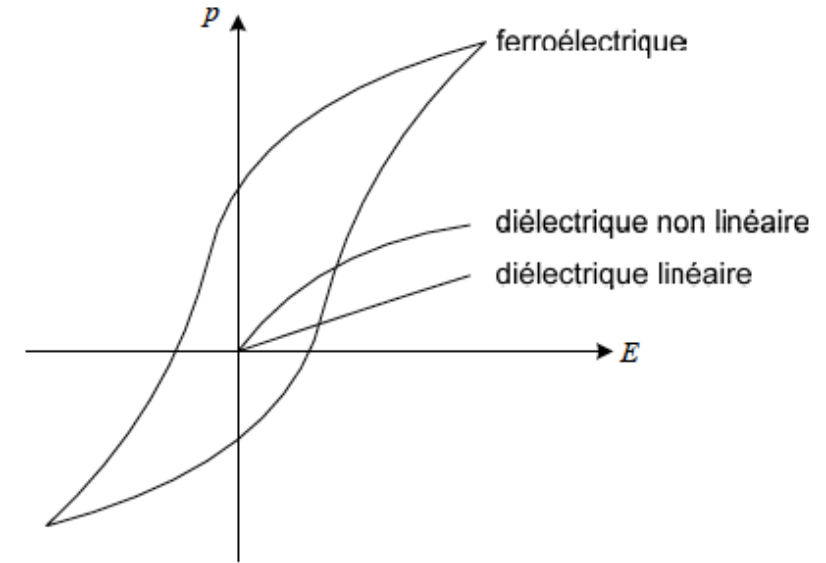
Ferroélectricité

Les corps ferro-électriques sont une classe de [diélectriques](#) solides. L'intérêt de ces matériaux n'est pas seulement théorique ; leur très grande constante diélectrique, leurs propriétés non linéaires, tant électriques qu'optiques, sont exploitées dans de nombreuses applications (condensateurs, transducteurs, doubleurs de fréquences, etc.). Leurs propriétés générales se déduisent des propriétés électriques des atomes qui les constituent.

Dans quelques édifices cristallins, les moments élémentaires s'ordonnent spontanément dans des directions déterminées par la structure cristalline et il apparaît, même en l'absence d'un champ appliqué, une polarisation spontanée. De tels corps sont appelés ferro-électriques.

Le sens de la polarisation électrique spontanée peut être inversé sous l'action d'un champ électrique convenablement choisi en direction, sens et grandeur ; cette polarisation disparaît au-dessus d'une certaine température dite température de transition. La signature d'un matériau ferroélectrique est le [cycle d'hystérésis](#) de la polarisation en fonction du champ électrique appliqué.

Les matériaux ferroélectriques sont caractérisés par une permittivité relative extrêmement élevée, de l'ordre de 10^3 et même 10^4 . Toutes leurs propriétés électriques sont très sensibles à la température. La ferroélectricité disparaît au-delà d'une température appelée *température de Curie ferroélectrique*.



$$\vec{P} = \epsilon_0 \chi \vec{E}$$

$$\chi = \epsilon_r - 1 = \frac{n\alpha}{1 - \frac{n\alpha}{3}}$$

Lorsque $n\alpha = 3$

$$\chi \rightarrow \infty$$

$n \sim \frac{1}{T}$ quand T diminue le cristal se contracte et n augmente $\rightarrow \chi \nearrow \sim 5000$

$$\epsilon_r \sim \frac{n\alpha}{1 - \frac{n\alpha}{3}} \sim \frac{A}{T - T_C} \quad T_C \text{ température critique de transition de Curie}$$

Lorsque T atteint T_C apparition d'un état ferroélectrique caractérisé par l'apparition d'un état de polarisation spontanée en absence de champ électrique appliqué.