ИПЗ Чайковский Никита.

№1 а) $\int (x4+2x8-8x-2)dx = \int(4x+6x-2)dx =$

$= \int(2x-2)dx = 2\int x dx - 2\cdot\int 1 dx = x^2 - 2\cdot$

$\cdot \int 1 dx = x^2 - 2x + C$, где $C = const$

Ответ: x^2-2x+C

б) $\int (3+x)4dx = \int 4(x+3)dx = 4\int(x+3)dx =$

$= 4\int x dx + 12\int 1 dx = 2x^2 + 12x =$

$= 4(\frac{x^2}{2}+3x)+C$, где $C = const.$

Ответ: $4(\frac{x}{2}+3x)+C$

в) $\int \frac{x^3 dx}{1+x^4} = \frac{1}{4}\int\frac{1}{u}du$, где $u = x^4+1$,

$du = 4x^3 dx$

$\frac{1}{4}\int\frac{1}{u}du = \frac{\log(u)}{4} = \frac{1}{4}\log(x^4+1)+C$, где $C = const$

Ответ: $\frac{1}{4}\log(x^4+1)+C$

2) $\int(3+x)e^x dx = \int e^x(x+3)dx = \int(e^x x + 3e^x)dx =$

$= \int e^x x dx + 3\int e^x dx = e^x x + 2\int e^x dx =$

$= e^2 x + 2e^x + C$, где $C = cons$

Ответ: $e^x(x+2)+C$

ЧПЗ Чистовский Никита

№2

а) $\int_{-1}^{1}(x^3+2x-5)dx=\int_{-1}^{1}x^3dx+2\int_{-1}^{1}xdx-5\cdot$

$\cdot\int_{-1}^{1}1dx=2\int_{-1}^{1}xdx-5\cdot\int_{-1}^{1}1dx=-5\int_{-1}^{1}1dx=$

$=-10$

Ответ: -10

б) $\int_{0}^{1}\frac{5x^4}{1+x^5}dx=\int_{0}^{1}\frac{5x^4}{x^5+1}dx=5\int_{0}^{1}\frac{x^4}{x^5+1}dx=$

$=\int_{1}^{2}\frac{1}{u}du$, где $u=x^5+1$

$du=5x^4dx \Rightarrow u=1+1^5=2$

$\int_{1}^{2}\frac{1}{u}du=\log(u)\Big|_{1}^{2}=\log 2$

Ответ: $\log 2$

№3 а) $z=x^3+3xy^2-15x-12y$

$\frac{\partial z}{\partial x}=3x^2+3y^2-15$

$\frac{\partial z}{\partial y}=6xy-12$

$3x^2+3y^2-15=0$

$6xy-12=0$

$x=\frac{2}{y}$

СПЗ Чайковский Никита

$3y^2-15+\frac{12}{y^2}=0$

$y_1=-2;\ y_2=-1;\ y_3=1;\ y_4=2$

$x_1=-1;\ x_2=-2;\ x_3=2;\ x_4=1$

$y_1=-\sqrt{-x^2-5}$

$-6x\sqrt{-x^2+5}-12=0$

$y_2=\sqrt{-x^2+5}$

$6x\sqrt{-x^2+5}-12=0$

$x_1=-2;\ x_2=-1;\ x_3=1;\ x_4=2;\ x_5=-2;\ x_6=-1$

$x_7=1;\ x_8=2$

$y_1=-1;\ y_2=-2;\ y_3=-2;\ y_4=-1;\ y_5=1;\ y_6=2;$

$y_7=2;\ y_8=1$

5 точек:

$M_1(-1;-2),\ M_2(-2;-1),\ M_3(2;1),\ M_4(1;2),\ M_5(-1;2)$

$\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}=6y;\quad \frac{\partial^2 z}{\partial x^2}=6x;\quad \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}=6x$

ИПЗ Чайковский Никита

$A = \frac{\partial^2 z}{\partial x^2}(-1;-2) = -6$

$B = \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}(-1;-2) = -12$

$C = \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}(-1;-2) = -6$

$AC - B^2 = -108 < 0 \Rightarrow$ нет экстр

Аналогично для $M_2(-2;-1)$

$A = -12;\ C = -12;\ B = -6$

$AC - B^2 = 108 > 0$ и $A < 0 \Rightarrow \max z(-2;-1) = 28$

Аналогично $M_3(2;1)$

$A = 12;\ B = 6;\ C = 12$

$AC - B^2 = -108 < 0 \Rightarrow$ нет экстр.

Аналогично для $M_3(2;1)$

$A = 12;\ C = 12;\ B = 6$

$AC - B^2 = 108 > 0$ и $A > 0 \Rightarrow \min z(2;1) = -28$

ИПЗ Цинковский Никита

Для $M_4(1;2)$

$A=6;\ C=6;\ B=12$

$AC-B^2=-108<0 \Rightarrow$ нет экстр.

Для $M_5(-1;2)$

$A=-6;\ C=-6;\ B=12$

$AC-B^2=-108<0 \Rightarrow$ нет экстр.

Ответ: в т. $M_2(-2;-1)$ $\max z(-2;-1)=28$;

в т. $M_3(2;1)$ $\min z(2;1)=-28$

б) $z=x^2+xy+y^2-3x-6y$

$$\frac{\partial z}{\partial x}=2x+y-3$$

$$\frac{\partial z}{\partial y}=x+2y-6$$

$2x+y-3=0 \qquad x=-2y+6$

$x+2y-6=0 \qquad -3y+9=0 \Rightarrow y=3$ и $x=0$

Кол-во точек: $1 \Rightarrow M_1(0;3)$

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}=1;\ \frac{\partial^2 z}{\partial x^2}=2;\ \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}=2$$

ИПЗ Чисіковскій Никита

Для $M_1(0;3)$

$A = \frac{\partial^2 z}{\partial x^2(0;3)}$; $C = \frac{\partial^2 z}{\partial y^2(0;3)} = 2$;

$B = \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y(0;3)} = 1$

$AC - B^2 = 3 > 0$ и $A > 0 \Rightarrow \min z(0;3) = 3$

№4

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2+3}{n(n+2)} = \lim_{n \to \infty} \frac{n^2+3}{n(n+2)} = \lim_{n \to \infty} n^2+3 =$

$= n^2 \Rightarrow \lim_{n \to \infty} 1$

$\lim_{n \to \infty} n+2 = n \Rightarrow \lim_{n \to \infty} 1$

$\int_1^{\infty} 1\, dn = (n)\Big|_1^{\infty} = \lim_{n \to \infty} n - 1 = \infty - 1 = \infty$

Ответ: т.к. интегр. расх. то и ряд расх.

ИПЗ Чайковский Никита

б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n^3+1} = \lim_{n\to\infty} \frac{2n+1}{n^3+1}$

$\lim_{n\to\infty} 2n+1 = 2n$

$\Rightarrow \lim_{n\to\infty} \frac{2}{n^2}$

$\lim_{n\to\infty} n^3+1 = n^3$

$\lim_{n\to\infty} \frac{2}{n^2}$

$a = 2 > 1$

Ответ: ряд сходится.

в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{12n-1}{3n^2-1} = \lim_{n\to\infty} \frac{12n-1}{3n^2-1}$

$\lim_{n\to\infty} 12n-1 = 12n$

$\Rightarrow \lim_{n\to\infty} \frac{4}{n}$

$\lim_{n\to\infty} 3n^2-1 = 3n^2$

$\int_1^{\infty} \frac{4}{n} dn = (4 \cdot \ln(n)) \Big|_1^{\infty} = \lim_{n\to\infty} 4 \ln(n) - 0 = \infty$

Ответ: т.к. интегр. расх. то и ряд

расх.

ИПЗ Чайковский Никита

№5

а) $y'' + y' - 2y = 0$, где $p = 1$, $q = -2$

$q + (k^2 + kp) = 0$

$k^2 + k - 2 = 0$

$k_1 = -2$, $k_2 = 1$

$y(x) = C_1 e^{-2x} + C_2 e^{x}$

Ответ: $y(x) = C_1 e^{-2x} + C_2 e^{x}$

б) $y'' + 6y' + 3y = 0$, где $p = 6$, $q = 3$

$q + (k^2 + kp) = 0$

$k^2 + 6k + 3 = 0$

$k_1 = -3$

$y(x) = e^{k_1 x} C_1 + e^{k_1 x} C_2 x$

$k_1 = -3$

$y(x) = C_1 e^{-3x} + C_2 x e^{-3x}$

Ответ: $y(x) = C_1 e^{-3x} + C_2 x e^{-3x}$