

Analyse d'une éolienne avec Xfoil

Mouhalhal Moussaab

9 mai 2025

1. Introduction

Dans ce TP on analyse le fonctionnement aérodynamique d'une éolienne en utilisant la théorie de l'élément de pale. Cette méthode permet de calculer la puissance produite en divisant chaque pale en petits segments.

Les paramètres utilisés dans cette modélisation sont les suivants : la vitesse du vent est de $V_{\text{vent}} = 12 \text{ m/s}$, le rayon de l'éolienne vaut $R = 30 \text{ m}$, et le nombre de pales est $B = 3$. L'air est caractérisé par une masse volumique de $\rho = 1,2 \text{ kg/m}^3$ et une viscosité cinématique de $\nu = 15,6 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$. Enfin, l'angle de calage des pales est de $\beta = 2^\circ$.

Le but de ce TP est de calculer la puissance produite par l'éolienne, puis d'en déduire le coefficient de puissance C_P . On cherche aussi à analyser plusieurs grandeurs aérodynamiques importantes comme l'angle d'incidence α , le nombre de Reynolds Re , et les coefficients C_L et C_D . Pour cela, on utilise Xfoil pour obtenir les coefficients aérodynamiques du profil NACA4409, et Python pour faire les calculs automatiquement, tracer les courbes et corriger les données manquantes (NaN) dans la base de données en les remplaçant par des approximations.

2. Forme du profil de l'aube

Tout d'abord, on a créé l'objet Xfoil et fixé le Mach à 0 puisqu'on est en régime subsonique. On a également fixé le nombre maximum d'itérations de convergence pour les calculs à 300. On a ensuite défini le profil étudié qui est un NACA4409. Après on a récupéré ses données x et y ce qui nous a permis de tracer le profil comme le montre la figure suivante.

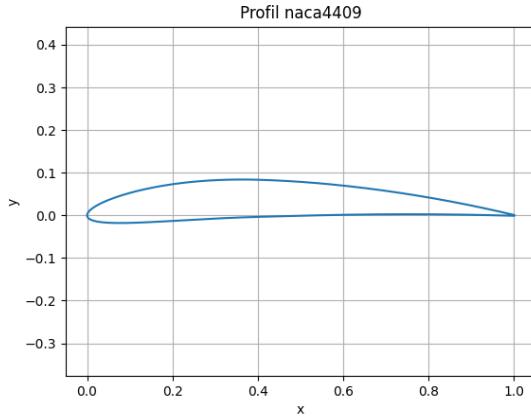


FIGURE 1 – Profil NACA 4409

3. Distribution de la corde

La distribution de la corde est linéaire entre $r = 0,3R$ et $r = R$, avec $c(0,3R) = 0,1R$ et $c(R) = 0,03R$. On l'a définie en Python comme une fonction affine : $c(r) = ar + b$.

4. Fonction de puissance et coefficient C_P

Premièrement, la puissance élémentaire dP d'un segment de pale situé à une position r est :

$$dP = B \cdot \omega \cdot r \cdot (C_L \cdot \sin(\phi) - C_D \cdot \cos(\phi)) \cdot \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot W(r)^2 \cdot c(r) \cdot dr$$

où :

$$\text{Vitesse angulaire : } \omega = \frac{V_{\text{vent}} \cdot \lambda}{R}$$

$$\text{Vitesse tangentielle : } U(r) = \omega \cdot r$$

$$\text{Vitesse axiale moyenne : } V = \frac{2}{3} \cdot V_{\text{vent}}$$

$$\text{Angle d'écoulement (en degrés) : } \phi(r) = \tan^{-1} \left(\frac{V}{U(r)} \right) \cdot \frac{180}{\pi}$$

$$\text{Angle d'incidence (en degrés) : } \alpha(r) = \phi(r) - \beta$$

$$\text{Vitesse relative : } W(r) = \sqrt{U(r)^2 + V^2}$$

$$\text{Nombre de Reynolds : } Re(r) = \frac{W(r) \cdot c(r)}{\nu}$$

Pour calculer les coefficients aérodynamiques (C_L, C_D) on a créé la fonction `cl_cd(xf, Re, alpha)`, où C_L et C_D sont les deux premières variables renvoyées par `xf.a(alpha)`. Il fallait remplacer les valeurs NaN de ces deux derniers par la moyenne des valeurs voisines (c'était pour une seule valeur α).

Nous avons défini toutes ces fonctions en Python dans le même ordre mentionné afin de

faciliter la définition de la fonction $\mathbf{dp(r, cl, cd)}$. Cela permet de modifier le code plus facilement et de comprendre rapidement les erreurs.

Pour obtenir la puissance totale P on intègre dP sur l'ensemble de la pale (on a divisé la pale en $N = 20$ éléments) :

$$P = \int_{0.3R}^R dP$$

On en déduit ensuite le coefficient de puissance C_P :

$$C_P = \frac{P}{\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot V_{\text{vent}}^3 \cdot \pi R^2}$$

On trouve :

Puissance de l'éolienne $P = 2\,158\,643 \text{ W}$

Coefficient de puissance $C_P = 0,703$

Le coefficient C_P qu'on a trouvé dépasse la limite de Betz ($\approx 0,593$) qui représente la valeur théorique maximale du coefficient de puissance. On a donc surestimé la puissance extraite, ce qui peut être dû aux simplifications du modèle de l'élément de pale et à l'absence de prise en compte des pertes en bout de pale, des turbulences...

5. Graphique de α , Re et C_P en fonction de r

On a calculé α , Re et C_P localement et on les a tracé en fonction de la position radiale r comme il est montré dans les figures suivantes :

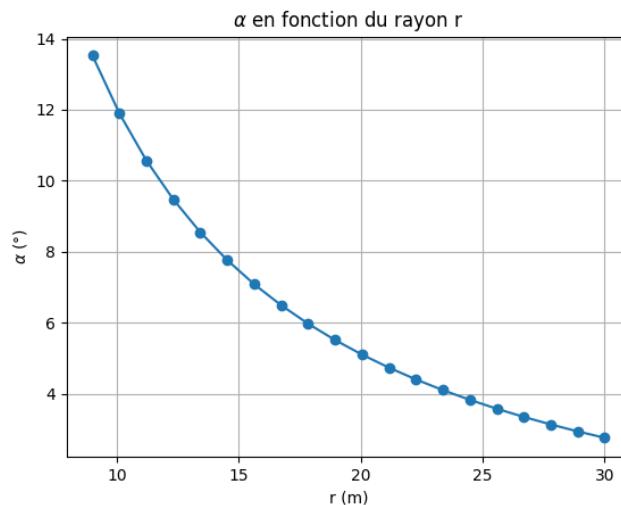


FIGURE 2 – Angle d'incidence α en fonction de r

On voit que l'angle d'incidence α diminue quand le rayon r augmente. Cela vient du fait que plus r est grand, plus la vitesse tangentielle augmente, ce qui réduit l'angle ϕ . Comme β est constant, cela fait aussi baisser α .

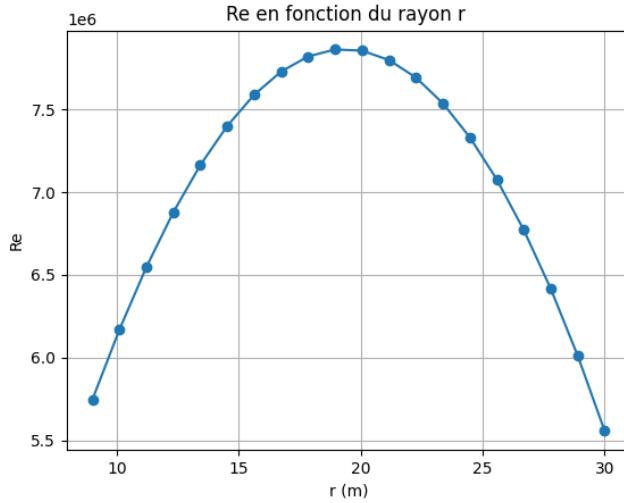


FIGURE 3 – Nombre de Reynolds Re en fonction de r

On voit que le nombre de Reynolds Re augmente d'abord avec r , atteint un maximum de 7 861 284,50 pour $r = 18,94$ (presque au milieu), puis diminue. Cela s'explique par le fait que la vitesse relative $W(r)$ augmente avec le rayon ce qui augmente Re , mais la corde diminue vers le bout de la pale. Au-delà d'un certain rayon la diminution de la corde devient dominante ce qui fait baisser Re .

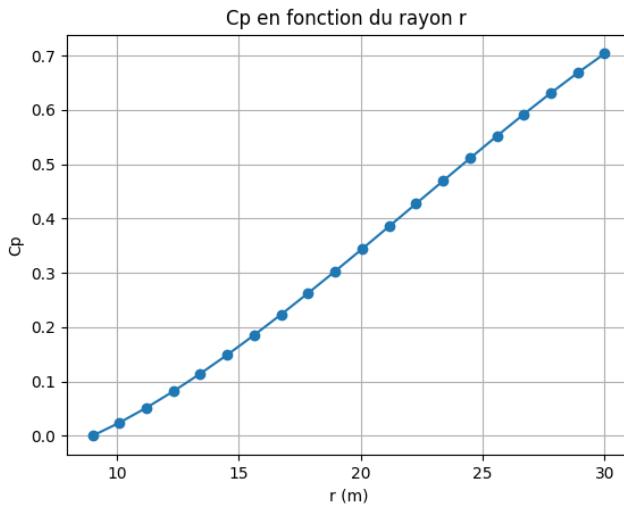


FIGURE 4 – Coefficient de puissance C_P en fonction de r

On voit que le coefficient de puissance C_P augmente de façon continue avec le rayon r . Cela montre que chaque portion de la pale contribue plus à la puissance extraite vers l'extrémité, ce qui est logique car la vitesse tangentielle augmente avec r ce qui augmente la vitesse relative, donc l'énergie extraite.

La courbe montre aussi que les zones proches du centre (petit r) contribuent très peu à la puissance et la majeure partie de la puissance vient des parties les plus éloignées.

L'absence de décroissance en bout de pale peut s'expliquer par les hypothèses idéales du modèle.

6. Coefficients $C_L(\alpha)$ et $C_D(\alpha)$ et nettoyage des NaN

On a pris 11 valeurs de Re entre 10^6 et $20 \cdot 10^6$, et α varie de 0° à 22° avec un pas de 1° . Ensuite, pour calculer les coefficients C_L et C_D , on a utilisé la fonction **xf.aseq(début** (α), **fin (exclu)**, **pas**). Cette fonction renvoie plusieurs variables, dont C_L et C_D sont stockés dans la deuxième et la troisième variables pour cela on ajoute [1 :3].

Certaines valeurs de C_L et C_D retournées par Xfoil peuvent être non définies. On peut vérifier si une variable vaut NaN avec la fonction **math.isnan()**. Pour remplacer ces NaN pour une valeur de Re, nous avons effectué une boucle complète sur toutes les valeurs de C_L , qui remplace la valeur NaN par la moyenne des deux valeurs voisines si elles sont définies. On a commencé par la méthode de la moyenne car elle donne une meilleure approximation. Ensuite on a fait une boucle qui remplace la valeur NaN par la valeur appartenant à la droite passant par les deux voisins de droite si ceux-ci sont définis (interpolation linéaire), puis une autre boucle pour les voisins de gauche. Ces boucles se répètent jusqu'à ce que toutes les valeurs de C_L soient définies. On a appliqué la même démarche pour toutes les valeurs de Re. On a suivi la même démarche pour C_D .

On a choisi un nombre de Reynolds parmi les 11 valeurs, ici par exemple $Re = 2,9 \cdot 10^6$. Les figures suivantes montrent les coefficients C_L et C_D en fonction de l'angle d'incidence α :

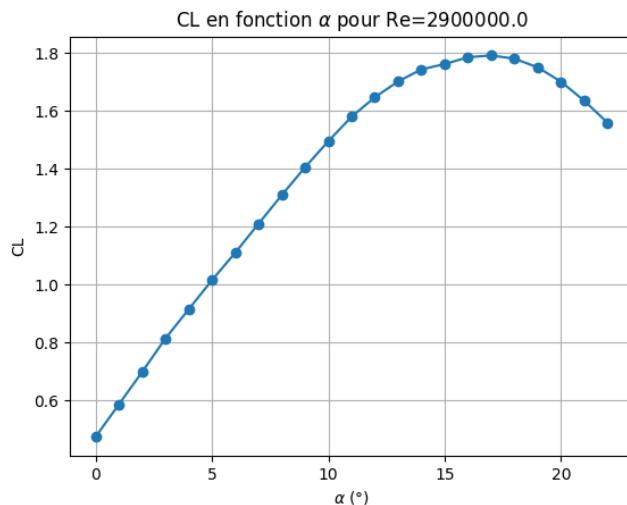


FIGURE 5 – C_L en fonction de α

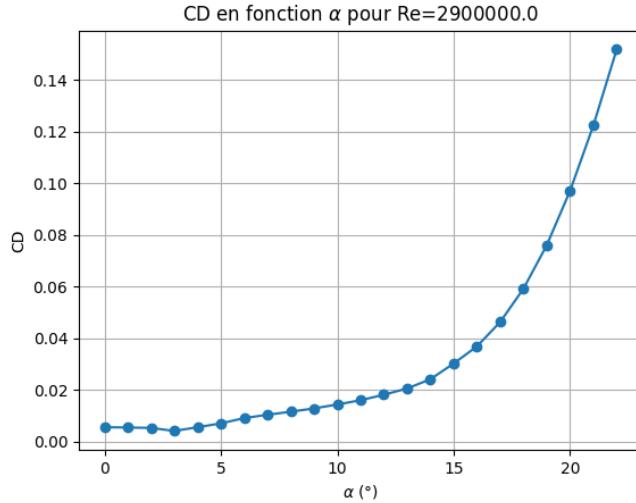


FIGURE 6 – C_D en fonction de α

On voit que le coefficient C_L augmente presque linéairement avec α jusqu'à 1,79 pour $\alpha = 17^{\circ}$ avant de diminuer (décrochage). Le coefficient C_D reste faible pour les petits angles, puis augmente fortement après un certain seuil, cela traduit l'apparition de turbulences et de pertes.

On voit bien les traces du nettoyage des NaN, par exemple le 4 eme point de C_D qui est aligné avec les deux points voisins de droite et ne suit pas le comportement des points précédents.

7. Conclusion

Dans ce TP, on a étudié le fonctionnement aérodynamique d'une éolienne en utilisant la théorie de l'élément de pale. Grâce à XFOIL et Python, on a pu calculer la puissance extraite, le coefficient de puissance C_P , et analyser des grandeurs comme l'angle d'incidence α , le nombre de Reynolds Re , et les coefficients C_L et C_D . On a aussi mis en place un traitement pour corriger les valeurs manquantes (NaN) dans la base de données. Les résultats obtenus sont cohérents avec la théorie, même si le modèle surestime un peu la puissance, notamment à cause des hypothèses simplificatrices. Ce travail nous a permis de mieux comprendre le rôle de chaque paramètre dans la performance d'une pale d'éolienne.