

$$(i): \left. \begin{array}{l} f \in L^2(\mathbb{R}) \Rightarrow \mathcal{F}f \in L^2(\mathbb{R}) \\ g \in L^2(\mathbb{R}) \end{array} \right\} \Rightarrow g \cdot \mathcal{F}f \in L^2(\mathbb{R}) \quad \text{idem for } f \cdot \mathcal{F}g.$$

$$(ii) \quad (f_n) \subseteq \mathcal{S}(\mathbb{R}), \quad \|f - f_n\|_2 \xrightarrow{n \rightarrow \infty} 0 \quad (g_n) \subseteq \mathcal{S}(\mathbb{R}), \quad \|g - g_n\|_2 \xrightarrow{n \rightarrow \infty} 0.$$

$$\begin{aligned} (iii) \quad \int \mathcal{F}f(t) g(t) dt - \int \mathcal{F}f_n(t) g_n(t) dt &= \int \{\mathcal{F}f(t) - \mathcal{F}f_n(t)\} g(t) dt \\ &\quad + \int \mathcal{F}f_n(t) \{g(t) - g_n(t)\} dt. \\ \left| \int \mathcal{F}f(t) g(t) dt - \int \mathcal{F}f_n(t) g_n(t) dt \right| &\leq \|\mathcal{F}f - \mathcal{F}f_n\|_2 \|g\|_2 + \|\mathcal{F}f_n\|_2 \|g - g_n\|_2 \\ &= \|f - f_n\|_2 \|g\|_2 + \|f_n\|_2 \|g - g_n\|_2. \end{aligned}$$