Petit Memento de logique.

La logique des propositions manipule des <u>propositions</u>.
Ces propositions prennent des valeurs dans les booléens c'est-à-dire l'ensemble {VRAI, FAUX}.
On peut construire à partir de 2 énoncés, un énoncé plus compliqué grâce à des connecteurs logiques.

les connecteurs logiques

la négation ($\neg$)

A	$\neg$A
VRAI	FAUX
FAUX	VRAI

la conjonction ($\wedge$)

A	B	$A \wedge B$
VRAI	FAUX	FAUX
VRAI	VRAI	VRAI
FAUX	FAUX	FAUX
FAUX	VRAI	FAUX

la disjonction ($\vee$)

A	B	$A \vee B$
VRAI	VRAI	VRAI
VRAI	FAUX	VRAI
FAUX	VRAI	VRAI
FAUX	FAUX	FAUX

l'implication

Rappeler la table de vérité

l'équivalence

Rappeler la table de vérité

les lois de De Morgan

$$\neg(A \wedge B) \iff \neg A \vee \neg B$$

$$\neg(A \vee B) \iff \neg A \wedge \neg B$$

Variables et quantificateurs

Dans une proposition mathématique on peut utiliser une variable qui n'a pas de valeur définie. Si la variable ~~est~~ x on peut noter la proposition $A(x)$.
On peut lier les variables libres des propositions grâce à des quantificateurs. Il existe deux quantificateurs qui permettent d'utiliser des variables dans les expressions mathématiques :

1 - "Quel-que soit" : $\forall x\ A(x)$
signifie que la propriété $A(x)$ est vraie pour toutes les valeurs de x.

2. "Il existe" : $\exists x\ A(x)$
signifie qu'il existe au moins un x qui satisfait la proposition $A(x)$.

Equivalences :

$$\neg(\forall x\ A(x)) \iff \exists x\ \neg A(x)$$
$$\neg(\exists x\ A(x)) \iff \forall x\ \neg A(x)$$