



1726

Constructio linearum isochronarum in medio quocunque resistente

Leonhard Euler

Follow this and additional works at: <https://scholarlycommons.pacific.edu/euler-works>

 Part of the [Mathematics Commons](#)

Record Created:

2018-09-25

Recommended Citation

Euler, Leonhard, "Constructio linearum isochronarum in medio quocunque resistente" (1726). *Euler Archive - All Works*. 1.
<https://scholarlycommons.pacific.edu/euler-works/1>

This Article is brought to you for free and open access by the Euler Archive at Scholarly Commons. It has been accepted for inclusion in Euler Archive - All Works by an authorized administrator of Scholarly Commons. For more information, please contact mgibney@pacific.edu.

bus illis condi debere exi-
ibus ad singulos declina-
gari possent loca, quibus
pulos longitudinum vel la-
ræ inquiri & inclinatio-
n intervalla declinationes
sad declinationum & in-
veniri tempora queant.
mnino pro diversa loco-
orum ratione legem ali-
inationes illæ inclinatio-
l mari causis, quas inve-
m dependeant, vel in or-
o turbentur, ut nihil hac

is, Cel. *Jacobus Herman-*
qui inter Geometras pri-
el his ipsis Actis testibus,
dicturus, *Bullfingerianæ*
notationes addidit. Huc
as fuerit, eclipses solares
nventionem ducere, dis-
nodum, quo id fieri pos-
o, recentiorum Astrono-
um maris definiendarum
tus Satellitum Jovis & in-
Philippo III Hispaniarum
, cum quibus negotium
iis donatus fuerit &, nisi
es commissa erat, vivere
ileum oculorum usu jam
set, ut cum ipso de inven-
ducendi tractaret. Cum
rigonium id pro suo edi-
didisse, editis tabulis ac-
s tamen esse monet ratio-
nes,

nes, cur scopo nautico non sufficiat. *Hugenium* ultimis tandem vi-
tæ suæ annis reperisse curvam, cujus beneficio horologiis æqualis
motus conciliatur, qui nulla maris, vel navis agitatione turbari
aut minui possit, quod in pendulis suis non satis caveri potuisse
ipse met agnoscat. Hoc vero inventum cum illustri Autore inter-
iisse. Id solum particularius de eo sibi in Batavia agenti innotuif-
se, quod per libratores aliquem ambobus suis terminis insculptas
habentem curvas æquales, in quibus sacomata æqualia ultro citro-
que moverentur, horologio suo æquabilem motum nulla agita-
tione navis turbandum inducere voluerit. Manere igitur proble-
ma Solutore dignum: *Invenire horologium, cujus æqualis motus*
in agitatissima navi sine interruptione conservari possit. Circa acum
magneticam notatu dignum ipsi videtur monitum *Riccioli* ex
mente *Guilielmi Perfall*, Equitis Angli, in Geographia Reformata
relatum, quod artifices in fabricando toto versorio ex ferro aut
chalybe errent: unde omnes anomalias in experimentis declina-
tionis magneticæ derivet.

CONSTRUCTIO LINEARUM ISOCHRO-
narum in medio quocunque resistente, Autore
LEONHARDO EULERO,
Basileensi.

N Otum est inter Geometras cycloidem ordinariam esse in me-
dio non resistente isochronam seu tautochronam, vi gravi-
tatis uniformiter versus centrum infinite distans tendente. In me-
dio quoque pro simplici celeritatum ratione resistente, isochro-
nam esse eandem cycloidem, ostendit Vir summus, Newtonus in
principiis suis Philosophiæ Naturalis Lib. II Prop. 26. Oppido
autem miror, neminem adhuc quicquam de isochronis in aliis
medii resistentis hypothesibus, non imaginariis, quemadmodum
sunt hæc duæ dictæ, meditatam fuisse; cum tamen hæc egregia
materia bene mereatur, quæ in scientiæ de motu corporum in
medio resistente augmentum profundius examinetur. Ego,
quæ hac in re inveni, quasque feliciter detexi curvas tautochronas
in medio quomodocunque resistente, centro virium infinite di-
stante

stante & uniformiter attrahente, hic cum publico communicabo, ut orbi literario-ansam præbeam, hanc materiam penitus perscrutandi.

Ut igitur modum generalissimum hujusmodi lineas isochronas construendi tradam: resistat medium in ratione cujusvis functionis celeritatis, & pro hac amplissima hypothefi, sic construo isochronam.

TAB. III
Fig. 9.

Sit AB linea verticalis, seu normalis in planum horizon-
tis; super hac, tanquam axe, describatur curva AND talis, ut, dictis
abscissa APx, huic applicata normali PN, z, & ipsius z functione
quadam, Z, quæ eandem ad z habeat rationem, quam habet illa
functio celeritatis, secundum quam fit resistentia, ad ipsam ce-
leritatem, ut inquam fit $dx = zdz + Z dz$. Hac curva facta, con-
struatur alia AMC, super eodem axe AB, ut, producta NP in M, fit
portio curvæ AM æqualis applicatæ PN. Erit hæc curva CMA
isochrona, corpus scilicet super ea, solo gravitatis nisu, descen-
dens, in quocunque ejus puncto M descensum adorsum fuerit,
semper æquali tempore ad punctum A perveniet.

Ex hac constructione consequitur, curvas hæc habere ali-
cubi in C cuspidem, & reverti in plagam, ex qua venerant, id quod
accidere debet, ubi elementum applicatæ PM evanescit, elemen-
tum vero hoc æquatur $\sqrt{dz^2 - dx^2}$, ob $AM = PN = z$ sed quia $dx =$
 $zdz + Z dz$, erit $\sqrt{dz^2 - dx^2} = dz \sqrt{1 - (z + Z)^2}$ quod debet æquari
ziphæ, erit ergo $z + Z = 1$, ibi ergo est cuspis, ubi summa $z + Z$
æquatur unitati.

Hæc ergo curva eandem cum Cycloide habebit formam, ha-
bebit enim infinitos cuspides, & portiones cuspides constituentes
omnes inter se similes & æquales, nam producta PM in m erit le-
ge continuitatis $PN = AMC - Cm$, sed $PN = AM$ ergo $Cm = CM$
partes ergo AMC, FmC cuspidem C constituentes æquales erunt
& similes. Proin ex constructione puncto F, puncto A respon-
denti, adnectetur portio similis, æqualis & similiter posita cum
AMC. Sic quoque, curva CMA continuata, erit AB diameter,
eandem ergo plane cum cycloide ordinaria habebit formam.

Ut applicemus hanc generalem constructionem ad hypothe-
ses speciales; ponatur resistentia nulla, erit $Z = 0$ ergo $dx = zdz$,

i. e.

i. e. $2x = zz$, unde curva
ergo isochrona AMC cycl
stravit.

Ponamus resistentia
unde $dx = 2zdz$, i. e. $x = z^2$
& consequenter isochron
tonus loco citato demonst

Sit Resistentia ut quæ
cum habet in aere, aqua
unde $dx = zdz + azzdz$ e
pra docui, construi poter
accipienda, quo resistent
tionalis assumi debet quai

Et hac ratione pro q
bili isochrona, methodo
vitate uniformiter agent
in medio quoque utcunq
construendi isochronas,
posui, analysin seti de
tempus differo; propon
motu corporum in med
ab hac materia haud mul

Invenire lineam
nam in medio c
pothefi gravitati

P. S: Non possum, qui
per aliquantum t
circa trajectories:
dum ex quolibet li
nimum unam det
jectoriis reciproc
revelaturus ero;
riam reciprocam
Bernoulli, simpl
invenire potuerit

i. e. $2x=zz$, unde curva AND erit parabola Apolloniana. Erit ergo isochrona AMC cyclois ordinaria, uti Hugenus jam demonstravit.

Ponamus resistantiam celeritati proportionalem, erit $Z=z$, unde $dx=zzdz$, i. e. $x=zz$, curva ergo AND erit denuo parabola, & consequenter isochrona rursus cyclois, quemadmodum Newtonus loco citato demonstravit.

Sit Resistentia ut quadratum celeritatis, quæ hypothesis locum habet in aere, aqua, omnibusque fere fluidis, erit $Z=azz$, unde $dx=zdz + azzdz$ ergo $x=\frac{1}{2}zz + \frac{a}{3}az^3$, ex qua curva, ut supra docui, construi poterit isochrona. Quantitas, a , eo major est accipienda, quo resistantia major est, semper nimirum proportionalis assumi debet quantitati resistantiæ.

Et hac ratione pro quavis hypothesis resistantiarum excogitabili isochrona, methodo hac generali, facile deduci poterit, gravitate uniformiter agente. Pro aliis autem gravitatis hypothesis, in medio quoque utcumque resistente, etiam possideo methodum construendi isochronas, quam autem, ut & eorum, quæ hic proposui, analyfin seu demonstrationem, in aliud opportunum tempus differo; proponens interim cultoribus scientiæ hujus de motu corporum in mediis resistantibus problema sequens, quod ab hac materia haud multum abludit.

Invenire lineam celerrimi descensus, seu brachystochronam in medio quomodocunque resistente, saltem in hypothesis gravitatis uniformi.

P. S. Non possum, quin iadicem Anonymo illi Anglo, cui jam per aliquantum temporis cum Celeb. Johanne Bernoulli circa trajectorias reciprocas res est, me adinvenisse methodum ex quolibet linearum ordine, excepto secundo, ad minimum unam determinandi curvam problemati illi de trajectoriis reciprocis satisfaciendam, quam, uno elapso anno, revelaturus ero; quo Anglo illi non desit tempus trajectoriam reciprocam, quam inveniendam ipsi proposuit Cel. Bernoulli, simplicissimam post illam tertii ordinis, quam invenire potuerit, publice indicandi.

Zz 2

AN.



