

Modélisation et simulation numérique de la pyrolyse

October 9, 2023

Les matériaux de protections thermiques sont fortement étudiés dans le contexte de la rentrée atmosphérique de navettes spatiales. Ces matériaux ont pour objectif de limiter l'influence des flux de chaleur à l'intérieur de l'objet rentrant. L'utilisation de matériau thermo-dégradable est une des pistes utilisées pour des applications à structure consommable. Afin de maîtriser parfaitement le comportement du matériau et de dimensionner correctement les protections thermiques, la simulation numérique en 2 ou 3 dimensions est nécessaire. La dégradation du matériau est décrite par une évolution de type loi d'Arrhénius portant sur la densité du matériau, couplée à l'équation de la chaleur pour la température.

Les inconnues $T \equiv T(t, x, y)$ (température) et $\rho \equiv \rho(t, x, y)$ (masse volumique) sont alors solutions du système suivant :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\rho_v A \frac{\rho - \rho_p}{\rho_v - \rho_p} e^{-\frac{T_A}{T}} \quad (1)$$

$$\frac{\partial \rho \int_{T_0}^T c_p(T') dT'}{\partial t} = \nabla \cdot (\lambda \nabla T) + L_m \frac{\partial \rho}{\partial t} \quad (2)$$

où c_p est la chaleur spécifique du matériau et λ sa conductivité thermique.

On pourra simplifier le système à résoudre par :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\rho_v A \frac{\rho - \rho_p}{\rho_v - \rho_p} e^{-\frac{T_A}{T}} \quad (3)$$

$$\frac{\partial \rho c_p (T - T_0)}{\partial t} = \nabla \cdot (\lambda \nabla T) + L_m \frac{\partial \rho}{\partial t} \quad (4)$$

La condition initiale est une condition de température uniforme dans l'échantillon et la masse volumique d'un matériau vierge (λ_v). Les conditions aux limites sont de type flux nul sur tout le domaine à résoudre sauf sur une frontière où la condition est de type flux imposé $\Phi(t)$.

$$\Phi(t) = \begin{cases} 10\,000\,t & \text{si } t \leq 50s \\ 500\,000 - 9\,000(t - 10) & \text{sinon.} \end{cases} \quad (5)$$

On définit la quantité ξ qui est le degré d'avancement de la réaction de pyrolyse :

$$\xi = \frac{\rho_v - \rho}{\rho_v - \rho_p}$$

A cela, il faut ajouter les définitions des conductivités et chaleur spécifique du matériau :

$$\lambda = (1 - \xi)\lambda_v + \xi\lambda_p \quad (6)$$

$$\rho c_p = (1 - \xi)\rho_v c_{pv} + \xi\rho_p c_{pp} \quad (7)$$

Dans ce système, les quantités $\rho_v, \rho_p, \lambda_v, \lambda_p, c_{pv}, c_{pp}$ sont des constantes réelles dépendantes du matériau considéré.

$A = 1000s^{-1}$, $T_A = 6000K$, $\rho_v = 1500kg/m^3$, $\rho_p = 1000kg/m^3$, $c_{pv} = 1000J/kg/K$, $\lambda_v = \lambda_p = 1W/m/K$, $L_m = 3.10^6 J/kg$.

Les données initiales sont $T(t = 0) = 293K$ et $\rho(t = 0) = \rho_v$.