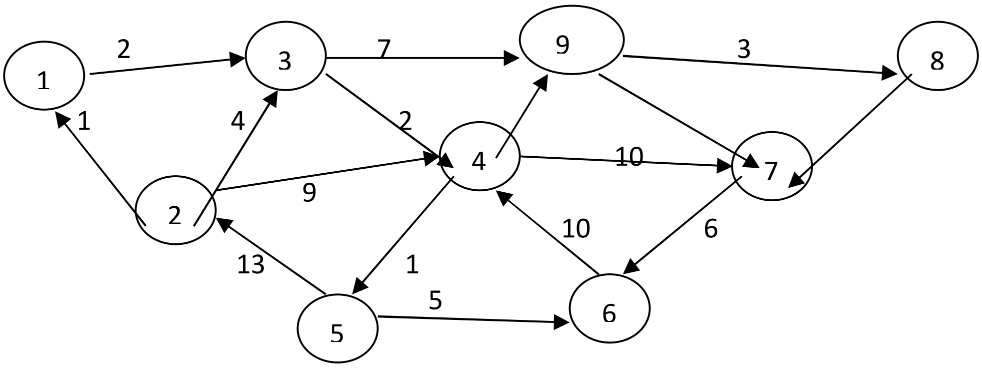
UAHB	*Travaux Dirigés* *R O*	Année Académique : 2024-2025
Formateur : Ange P. Mayouma	***Thème : Chemins critiques, lot maximal et graphe PERT et MPM***	**Licence 1** **STIC2**

Exercice N°0

On considère le graphe ci-dessous

1. Donner un chemin simple, un chemin, une chaine, graphe valué, prédécesseur et un chemin Hamiltonien dans ce graphe.
2. Donner un circuit et un cycle dans ce graphe
3. Donner un chemin d'origine x_4 et passant par x_2



4. Comment peut-on interpréter les nombres sur les arcs
5. Ce Graphe est-il connexe ? fortement connexe ? Justifier.
6. Quel est le degrés du sommet 4
7. Ce graphe a-t-il une entrée ou une sortie ? Justifier la réponse

Exercice N°1

Un réseau de télécommunication a été modélisé par les graphes suivant donné sous la forme d'une liste exhaustive :

Les sommets sont les différentes antennes de relais et les nombres sur les arcs représentent le temps qu'effectue une information entre deux antennes adjacentes.

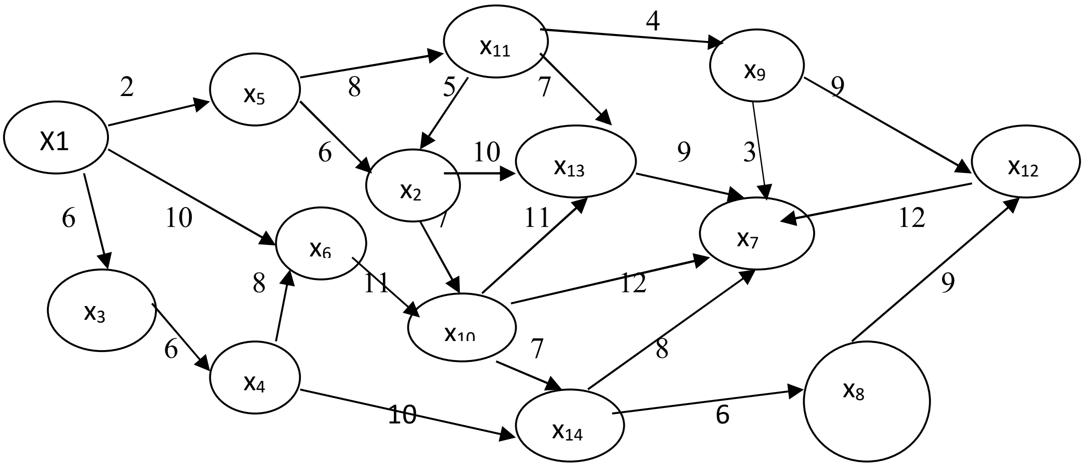
G = {(x_1, x_2,x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10}) ; (x_1,x_4,2), (x_1,x_5,8), (x_1,x_6,13), (x_4,x_{10}, 10), (x_4,x_8, 4), (x_5,x_4,2), (x_5,x_8,7), (x_6,x_5,7), (x_6,x_8,6), (x_6,x_9,8), (x_7,x_2,4), (x_7,x_3,9), (x_8,x_7,13), (x_8,x_9,1), (x_8,x_{10},6), (x_9,x_7, 2), (x_9,x_3,10,), (x_{10},x_2,11), (x_{10},x_7,7)}

1. Donner la différence entre un arc et une arête. Donner un exemple pour chacun
2. Ecrire ce graphe sous la forme Matricielle, forme sagittale
3. Déterminer la valeur et le chemin le plus court que devrait emprunter une information de x1 à x_2 (Avec L'Algorithme de Djikstra)
4. Déterminer la valeur et le chemin le plus long que devrait emprunter une information de l'entrée x1 et la sortie x_3. (Avec l'Algorithme de Ford)
5. Pour des raisons de commodités les arcs (x_{10}, x_2), (x_9, x3) sont supprimés. Quel est l'incidence sur le plus court chemin et du plus long chemin
6. Reprendre le graphe et on ajoute l'arc (x_3, x_2,11). On suppose en plus que les valeurs des arcs représentent les capacités des arcs.

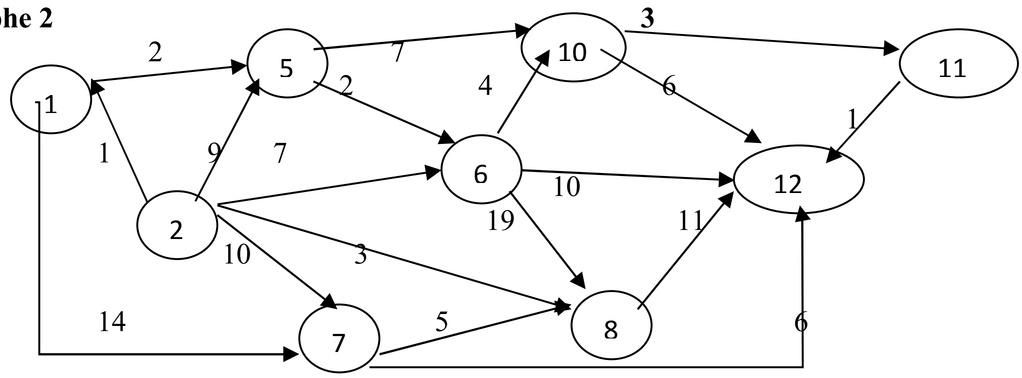
Déterminer par l'algorithme de Ford –Fulkerson, le flot complet puis maximal de ce réseau

Exercice N°2
Déterminer le plus court chemin en utilisant l'algorithme de Djikstra et de FORD. Comparer les distances et les chemins dans les deux cas.

Graphe 1



Graphe 2



Exercice N°3 :
Un réseau de télécommunication reliant 14 antennes de relais est modélisé par le graphe matriciel suivant. On veut étudier les différents paramètres de mobilité dans ce réseau :

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1			9		2	3								
2										1			9	
3				9										
4						6								11
5		5									10			
6										5				
7														
8												6		
9												11		
10							10						3	9
11		9							9				5	
12														
13							1					6		
14							8	6				12		

1. Etablir le dictionnaire des précédents de ce graphe et indiquer l'entrée et le (s) sortie (s) et représenter ce graphe sous la forme sagittale.

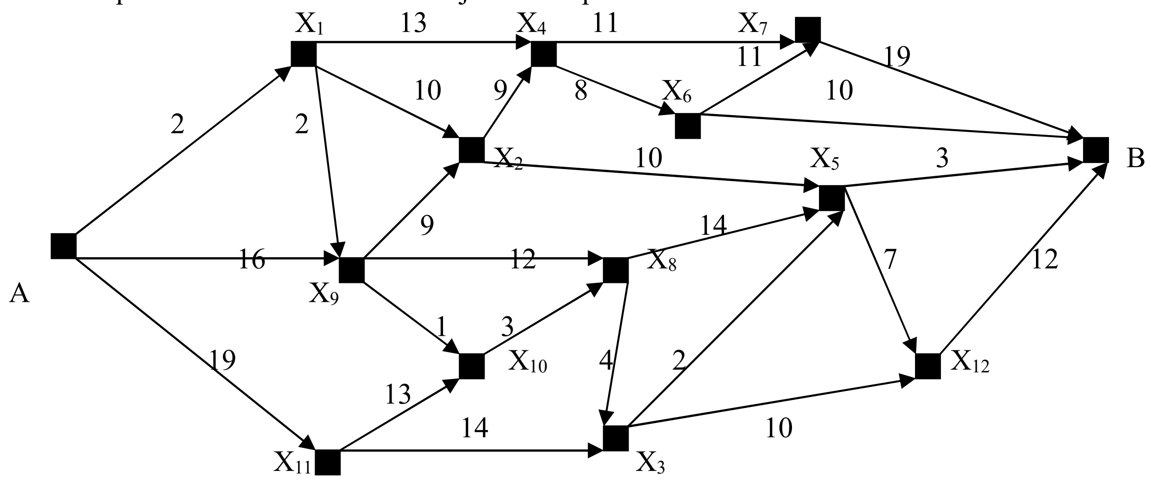
2 .On suppose que les coefficients dans la matrice représentent les durées de parcours entre deux antennes de relais correspondantes.

a. Déterminer la durée minimale que doit effectuer une information entre le point 1 et l'antenne 7. Indiquer les parcours sur le graphe.
b. Déterminer la durée maximale que doit effectuer une information entre le point 1 et l'antenne 12. Indiquer les parcours sur le graphe.

Exercice N°4

Deux voitures V1 et V2 font le transport entre deux villes A et B.
Le réseau routier entre ces deux villes est représenté par le graphe ci-dessous.
La voiture V1 transporte un produit vital pour toutes les villes. Ainsi, elle reçoit une prime correspondant à la valeur de l'arc lorsqu'elle parcourt cet arc. Par contre, la voiture V2 transporte un produit toxique et doit donc payer une taxe correspondant à la valeur de l'arc parcouru.

1. Déterminer la prime maximale que doit recevoir la voiture V1 et la taxe minimale que doit payer la voitureV2, entre les villes A et B.
2. Représenter sur ce réseau les trajectoires optimales de ces deux voitures.



3.On suppose maintenant que les nombres cij sur les arcs sont les poids maximum pouvant être transporter entre les villes xi et xj correspondantes. On ajoute au graphe les ars suivants (X_2, X_8, 9), (X_2, X_6, 7), (X_6, X_5, 9), (X_9, X_{11}, 8) et (X_{10}, X_3, 5). On augmente la capacité de l'arc (A, X_1, 22) et celui de (X_5, B, 11)
Déterminer le flot maximal de marchandise pouvant partir de la ville A à la ville B.

Exercice N°5

Un réseau routier d'une ville est modélisé par le graphe suivant représenté la liste exhaustive des sommets S et arcs A.
S= {A,B,C,D,E,F,G,H,I,J} ; A ={(A,B,2);(A,D,5);(A,E,9);(B,C,5););(B,E,4) (B,F,9));(C,F,6) ;(C,G,4));(C,I,10);(D,E,7) ;(D,H,12) ;(D,G,8) ; (E,C,4) ; (E,G,8) ; (F,I,6) ; (F,J,8) ; (G,H,6) ; (G,I,4) ; (G,J,7) ; (H,J,4) ; (I,J,5)}

1. Définir le dictionnaire et les niveaux des sommets. Construire le graphe correspondant.
2. On considère que les coefficients de chaque arc est le temps de parcours entre les sommets correspondants.
   a. Déterminer le chemin le plus court et le chemin le plus long de ce réseau
   b. En réalités, le convoi ne peut emprunter tous les itinéraires précédents. En particulier, les étapes suivantes lui sont interdites : (B,F), (C,G), (D,G) ;(E,C) ;(GI) ;(G,J). compte tenu de ces nouvelles contraintes déterminer le nouveau trajet du convoi et son coût.
3. On suppose maintenant que les coefficients sur les arcs représentent la quantité maximale d'information pouvant traverser cet arc. Déterminer le flot maximal pouvant partir de l'entrée à la sortie dans ce graphe.

Exercice N° 6
Pour chacun des projets suivants le niveau de chaque tache, tracer le graphe MPM et PERT correspondant, donner le chemin critique, la durée minimale du projet et les marges pour chaque tache. Donner une interprétation des marges calculées.

Projet 1

Taches	**A**	**B**	**C**	**D**	**E**	**F**	**G**	**H**	**I**	**J**	**K**	
Taches Antérieures	**_**	**A**	**B**	**B**	**B**	**D**	**_**	**C D**	**J**	**E FG**	**J H**	
Durée	**12**	**18**	**3**	**30**	**60**	**90**	**24**	**18**	**30**	**24**	**36**	

Projet 2

Taches	**A**	**B**	**C**	**D**	**E**	**F**	**G**	**H**	**I**	**J**	**K**
Taches Antérieures	**E**	**J E**	**_**	**_**	**_**	**D**	**F D**	**A C D**	**A C D E F H K**	**E**	**F D**
Durée	4	3	10	9	4	2	10	8	5	12	6

Projet 3

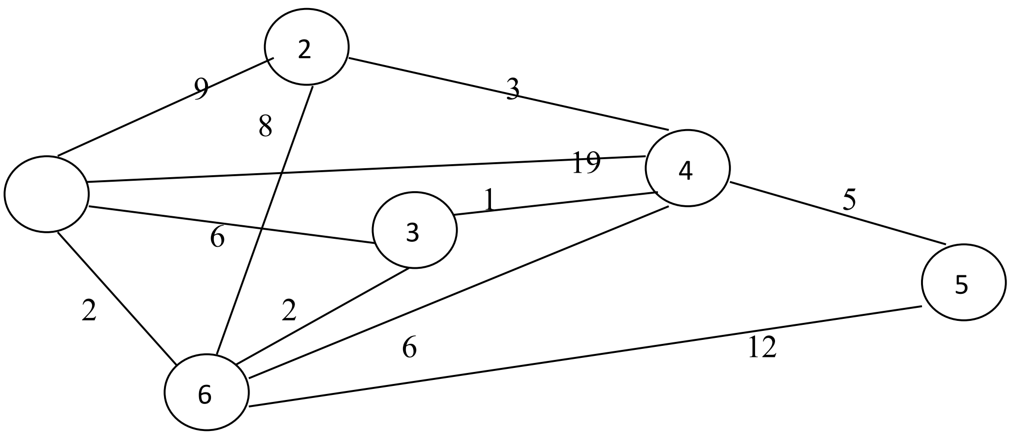
Taches	**A**	**B**	**C**	**D**	**E**	**F**	**G**	**H**	**I**	**J**	**K**
Taches Antérieures	**J**	**H**	**F G**	C	K	**B**	**A**		**F K**	**H**	**J**
Durée	1	2	2	6	5	4	12	9	9	1	1

Projet 4

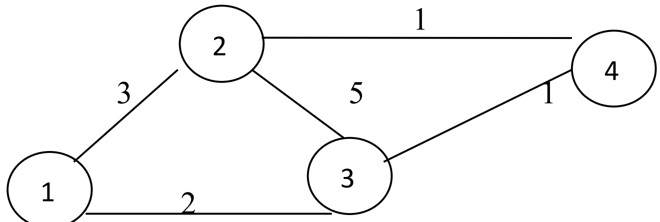
Taches	**A**	**B**	**C**	**D**	**E**	**F**	**G**	**H**	**I**
Taches Antérieures	**_**	**_**	**_**	**A**	**B**	**B**	**B**	**C F**	**DE**
Durée	**12**	**8**	**3**	**3**	**6**	**9**	**14**	**8**	**3**

Exercice n°7

1. **Déterminer le plus court chemin du graphe suivant en utilisant l'algorithme de FLOYD**

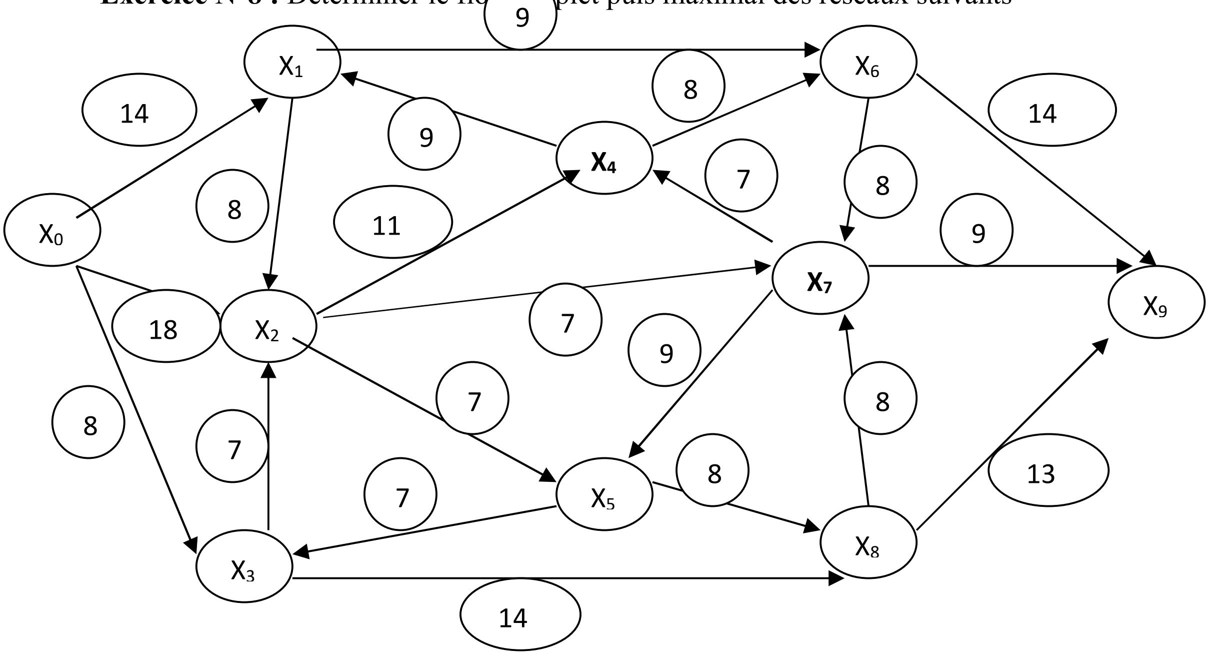


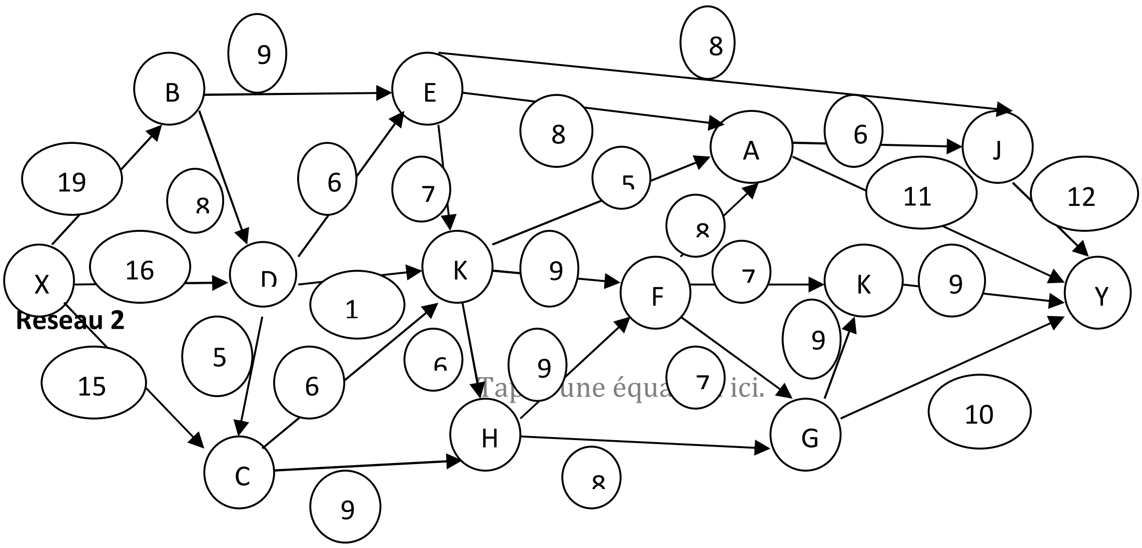
2. Après avoir expliqué avec précision le principe de l'algorithme de FLOYD, déterminer la matrice des plus courts chemins du graphe suivant avec cet algorithme.



Donner la valeur et le plus court chemin entre les sommets x1 et x4

Exercice N°8 : Déterminer le flot complet puis maximal des réseaux suivants





Reseau 2