Chapitre 12

Vecteurs (1) : égalités de vecteurs et parallélogrammes

12.1 Précisions sur les parallélogrammes

Définition 12.1 Deux droites (du plan) sans points communs seront dites strictement parallèles.
Deux droites sont parallèles si elles sont strictement parallèles **ou** confondues.

■ **Exemple 12.1** L'affirmation suivante est fausse :

> Si les côtés opposés d'un quadrilatère sont parallèles, alors c'est un parallélogramme.

Proposition 12.1 Si le quadrilatère $ABDC$ a ses côtés opposés strictement parallèles, alors $ABDC$ est un parallélogramme strict (A, B et C non alignés). 12.1).

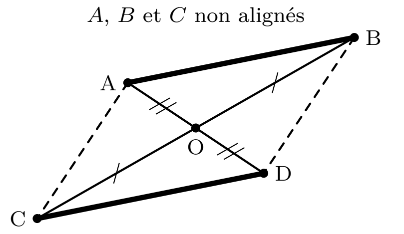


Figure 12.1 – $AB\mathbf{D}C$ est un parallélogramme strict

Définition 12.2 On dira que $AB\mathbf{D}C$ est un parallélogramme lorsque les segments $[AD]$ et $[BC]$ ont le même milieu.
Un parallélogramme peut être dégénéré (figure 12.2)

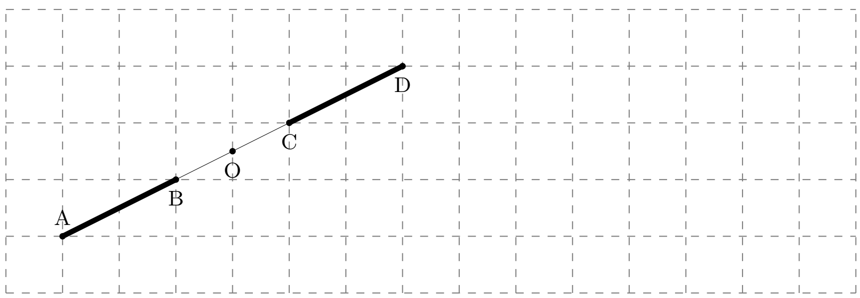


Figure 12.2 – Exemples de parallélogrammes dégénérés, avec les points A, B et C alignés.

Théorème 12.2 — admis. [1] Si $ABDC$ et $ABFE$ sont des parallélogrammes, alors $CDFE$ est un parallélogramme.

illustration. ■

[1] Il est difficile de prouver que $CDFE$ n'est pas un quadrilatère croisé. Il faut passer par une étude de cas, et utiliser les critères d'égalité des triangles. `http://gabrielbraun.free.fr/Geometry/Tarski/plg_pseudo_trans.html`

12.2 Translations, vecteurs et coordonnées

Le mot « vecteur » vient du latin « vehere » qui signifie conduire, transporter.[2]

[2] Utiliser https://www.geogebra.org/classic/xgcanh84

Définition 12.3 — vecteur lié. Soit A et B deux points du plan. Le vecteur lié $\overrightarrow{AB}$ est le segment orienté, du point A vers le point B[3].

- A est l'origine du vecteur $\overrightarrow{AB}$
- B est l'extrémité du vecteur $\overrightarrow{AB}$.

Le vecteur peut être dégénéré si le même point est origine et extrémité : $\overrightarrow{AA}$.

[3] On n'écrira pas $\cancel{\overrightarrow{BA}}$: l'origine est toujours à gauche, la flèche pointe vers la droite.

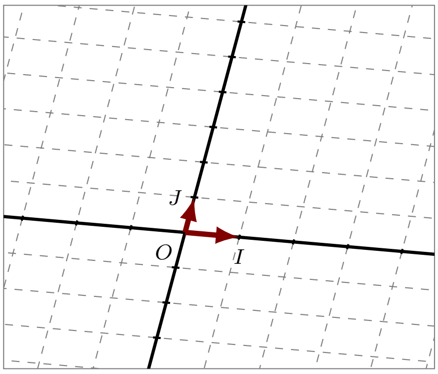


Figure 12.3 – Le repère $(O; I, J)$ n'est pas forcément orthonormé.

Définition 12.4 — Dans un repère $(O; I, J)$. et les points $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$.

Le vecteur $\overrightarrow{AB}$ a pour coordonnées $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$

■ **Exemple 12.2** Soient les points $A(2\ ;\ -4)$, $B(-1\ ;\ 3)$, $C(-3\ ;\ -2)$
Déterminer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{CA}$, $\overrightarrow{CB}$ et $\overrightarrow{AA}$.

Définition 12.5 — translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$. est la transformation du plan qui a un point X associe son image Y tel que $AB\mathbf{Y}X$ est un parallélogramme.

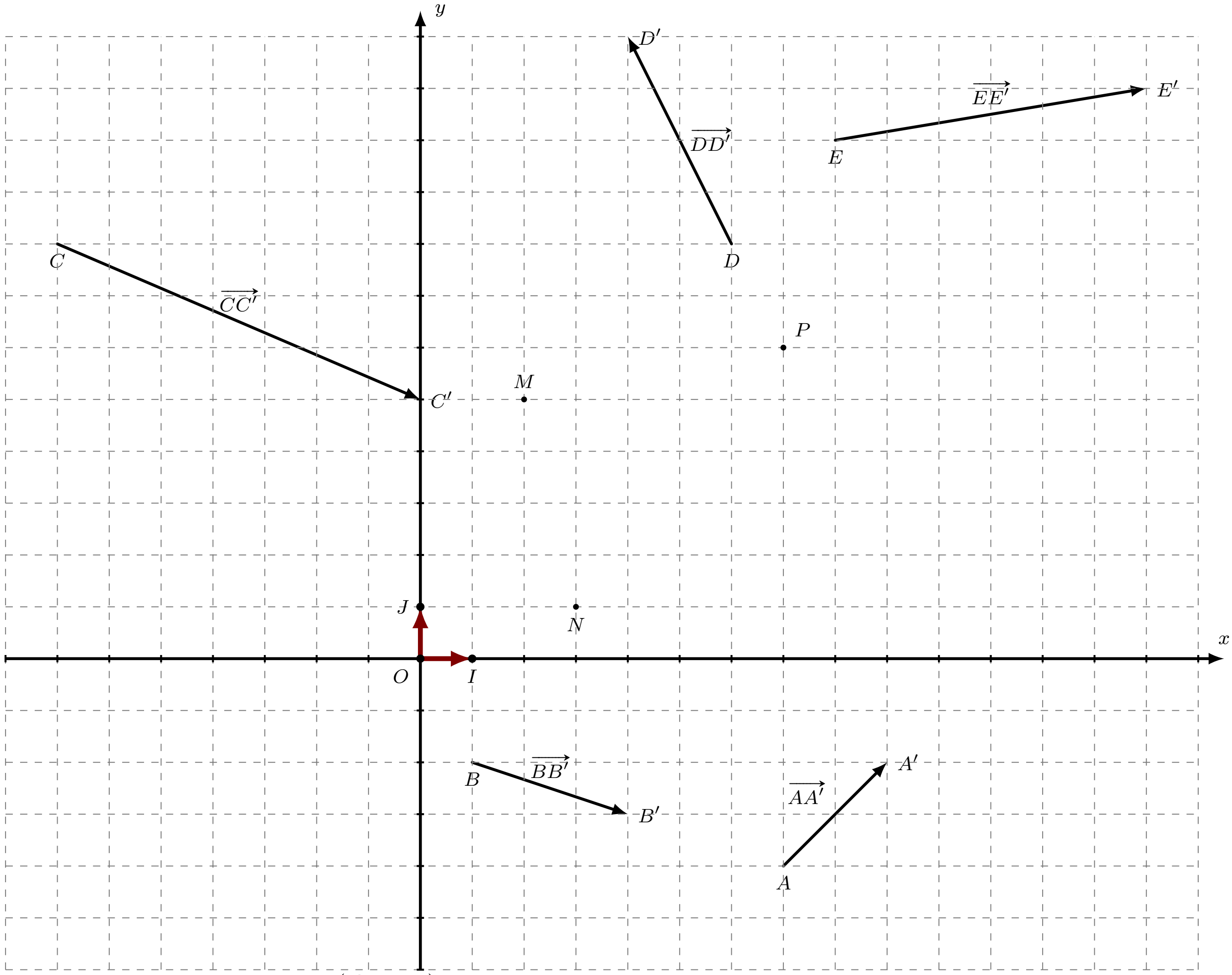
Définition 12.6 — translation de vecteur $\overrightarrow{AA}$. est une identité. Elle transforme tout point du plan en lui-même.

On dira que c'est la translation de vecteur nul $\vec{0}$.

Définition 12.7 — Dans un repère $(O; I, J)$. la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ transforme le point $C(x; y)$ en le point $D(x + a; y + b)$.

12.2.1 Exercices vecteurs et coordonnées

Exercice 1



Dans le repère orthonormé $(O; I, J)$:

1) Donner les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AA'}\begin{pmatrix}\dots\\\dots\end{pmatrix}$, $\overrightarrow{BB'}\begin{pmatrix}\dots\\\dots\end{pmatrix}$, $\overrightarrow{CC'}\begin{pmatrix}\dots\\\dots\end{pmatrix}$, $\overrightarrow{DD'}\begin{pmatrix}\dots\\\dots\end{pmatrix}$, $\overrightarrow{EE'}\begin{pmatrix}\dots\\\dots\end{pmatrix}$.

2) a) Placer le point M' image de M par la translation $\overrightarrow{AA'}$.
   b) Placer l'image N' de N par la translation de vecteur $\overrightarrow{BB'}$.
   c) Placer l'antécédent P' de P par la translation de vecteur $\overrightarrow{CC'}$.
   d) Placer l'antécédent Q' de Q par la translation de vecteur $\overrightarrow{DD'}$.
   e) Placer l'image R de O par la translation de vecteur $\overrightarrow{EE'}$.

3) a) Placer le point S tel que $\overrightarrow{ES}\begin{pmatrix}0\\2\end{pmatrix}$.
   b) Placer le point T tel que $\overrightarrow{AT}\begin{pmatrix}4\\0\end{pmatrix}$.
   c) Placer le point U tel que $\overrightarrow{BU}\begin{pmatrix}4\\3\end{pmatrix}$.
   d) Placer le point V tel que $\overrightarrow{VO}\begin{pmatrix}4\\3\end{pmatrix}$.
   e) Placer le point W tel que $\overrightarrow{WD}\begin{pmatrix}4\\-2\end{pmatrix}$.
   f) Placer le point X tel que $\overrightarrow{XE}\begin{pmatrix}-3\\5\end{pmatrix}$.

Exercice 2

Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{CA}$ dans les cas suivants :

a) $A(3;-8)$, $B(-8;-9)$ et $C(0;8)$.
b) $A(-1;1)$, $B(4;-4)$ et $C(5;-2)$.
c) $A(0;0)$, $B(-4;5)$ et $C(3;\sqrt{2})$.
d) $A(0;3)$, $B(-5;0)$ et $C(2;-2)$.

■ **Exemple 12.3** Trouver les coordonnées des points M et N du repère $(O;I,J)$ dans les cas suivants

M est l'image de $F(-2;3)$ par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}3\\4\end{pmatrix}$

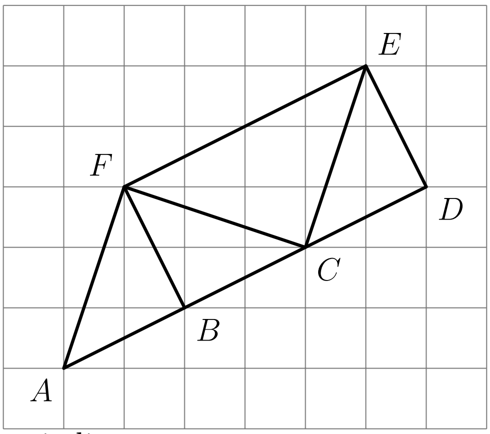
$G(5;3)$ est l'image de N par la translation de vecteur $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}-3\\2\end{pmatrix}$

Exercice 3

On considère un repère $(O;I,J)$. Soit les points $A(1;-3)$, $B(-3;-4)$ et $C(-7;-8)$.
Trouver par le calcul les coordonnées du point $M(x;y)$ dans les cas suivants :

a) M est l'image de O par la translation de $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}\dots\\\dots\end{pmatrix}$.
b) M est l'image de A par la translation de $\overrightarrow{BC}$.
c) M est l'image de I par la translation de $\overrightarrow{CA}$.
d) J est l'image de $M(x;y)$ par la translation de $\overrightarrow{CA}$.

Exercice 4 — Égalités de vecteurs, direction, sens et norme.



En utilisant les points de la figure, indiquer

a) 3 vecteurs de même direction que $\overrightarrow{AF}$: ....
b) 3 vecteurs d'origine C et de même direction que $\overrightarrow{EF}$: ....
c) 2 vecteurs d'origine B de même direction et sens contraire à $\overrightarrow{EF}$: ....
d) 2 vecteurs de même norme que $\overrightarrow{AF}$ mais pas de même direction : ....
e) un vecteur égal à $\overrightarrow{DE} =$: ....
f) tous les vecteurs égaux à $\overrightarrow{AB}$: ....
g) tous les vecteurs égaux à $\overrightarrow{FE}$: ....

12.3 Égalité de vecteurs

B est l'image de A par la translation t de vecteur $\overrightarrow{XY}$. On dira que

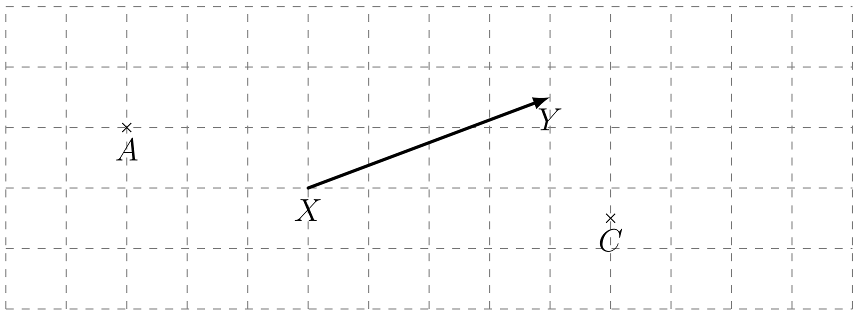


Figure 12.4 – B est l'image de A par la translation $\overrightarrow{XY}$
C a la même image par les translations $\overrightarrow{XY}$ et celle de vecteur $\overrightarrow{AB}$ (la démonstration nécessite le theorème 2).
$\overrightarrow{XY}$ et $\overrightarrow{AB}$ représentent la même translation nommée vecteur $\vec{u}$.
On écrit $\vec{u} = \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{XY}$.

les vecteurs $\overrightarrow{AB}$, et $\overrightarrow{XY}$ sont des représentants ~~de la translation t~~ du vecteur $\overrightarrow{XY}$[4]. On désigne par $\vec{u}$ cette translation et on écrit :

$$\vec{u} = \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{XY}$$

[4] « Vecteur $\overrightarrow{XY}$ » et « la translation de vecteur $\overrightarrow{XY}$ » signifient désormais la même chose.

Définition 12.8 — Dans un repère $(O; I, J)$. deux vecteurs sont égaux $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ s.s.i. leurs couples de coordonnées sont égaux.

Postulat 12.3 L'égalité de vecteurs reste vraie si on change de repère et :

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ si et seulement si $AB\mathbf{D}C$ est un parallélogramme.

Définition 12.9 — caractéristiques d'un vecteur $\vec{u} \neq \vec{0}$. Soit le vecteur $\vec{u}$ et ses représentants $\overrightarrow{AB}$ $\overrightarrow{XY}$.

Le vecteur $\vec{u}$ et tous ses représentants sont caractérisés par :

une même **direction** [5] parallèle à la droite $(AA')//(XY)$.

un même **sens** selon la flèche, de A vers B, de X vers Y.

une même **norme** notée $\|\vec{u}\| = AB = XY$.

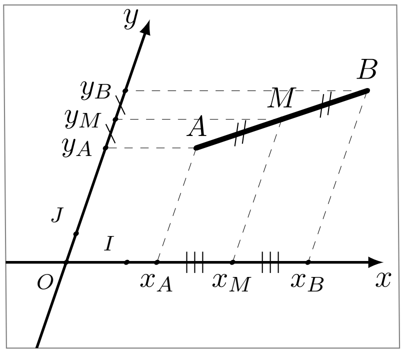
Définition 12.10 — Vecteur nul $\vec{0}$. est la translation identité $\vec{0} = \overrightarrow{AA} = \overrightarrow{BB} = \overrightarrow{CC} = \ldots$ Sa norme vaut $\left\|\vec{0}\right\| = 0$.[6]

[5] On ne dit pas que deux vecteurs sont parallèles.
On ne dit pas qu'un vecteur est parallèle à une droite.

[6] Le vecteur $\vec{0}$ n'a ni direction ni sens !

12.3.1 Coordonnées du milieu d'un segment

$\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{MB}$ si et seulement si M est le milieu du segment $[AB]$



Démonstration.

$$
\begin{aligned}
& M \text{ est le milieu de } [AB] \\
\iff\ & \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{MB} \\
\iff\ & \overrightarrow{AM}\begin{pmatrix} x_M - x_A \\ y_M - y_A \end{pmatrix} = \overrightarrow{MB}\begin{pmatrix} x_B - x_M \\ y_B - y_M \end{pmatrix} \\
\iff\ & \begin{cases} x_M - x_A = x_B - x_M \\ y_M - y_A = y_B - y_M \end{cases} \iff \begin{cases} 2x_M = x_A + x_B \\ 2y_M = y_A + y_B \end{cases} \\
\iff\ & \begin{cases} x_M = \dfrac{x_A + x_B}{2} \\ y_M = \dfrac{y_A + y_B}{2} \end{cases}
\end{aligned}
$$

■

Théorème 12.4 — formule pour les coordonnées du milieu d'un segment. Soit $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$ dans un repère.

Le milieu $M(x_M; y_M)$ de $[AB]$ est le point de coordonnées :

$$x_M = \frac{x_A + x_B}{2}$$
$$y_M = \frac{y_A + y_B}{2}$$

■ **Exemple 12.4** On considère les points $A(1\ ;\ 2)$, $B(3\ ;\ 1,5)$, $C(4\ ;\ 0,5)$ et $D(2\ ;\ 1)$. Montrer que le quadrilatère $ABCD$ est un parallélogramme en déterminant les coordonnées des milieux des diagonales.

12.3.2 Exercices égalités vectorielles

Exercice 5 — Égalités vectorielles. À l'aide d'un schéma, préciser les énoncés vrais.

	Vrai	Faux
1/ Q est l'image de P par la translation $\overrightarrow{AB}$, alors $\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{AB}$	☐	☐
2/ Q est l'image de P par la translation $\overrightarrow{AB}$, alors $\overrightarrow{AP} = \overrightarrow{BQ}$	☐	☐
3/ Le quadrilatère $JOLI$ est un parallélogramme revient à dire $\overrightarrow{JO} = \overrightarrow{LI}$	☐	☐
4/ Le quadrilatère $JOLI$ est un parallélogramme revient à dire $\overrightarrow{OJ} = \overrightarrow{LI}$	☐	☐
5/ Le quadrilatère $JOLI$ est un parallélogramme revient à dire $\overrightarrow{OL} = \overrightarrow{JI}$	☐	☐
6/ Le quadrilatère $JOLI$ est un parallélogramme revient à dire $\overrightarrow{OL} = \overrightarrow{IJ}$	☐	☐
7/ Si I est le centre du parallélogramme $ECHO$ alors $\overrightarrow{EI} = \overrightarrow{IC}$	☐	☐
8/ Si I est le centre du parallélogramme $ECHO$ alors $\overrightarrow{IO} = \overrightarrow{CI}$	☐	☐
9/ Si Q est l'image de P par la symétrie de centre R, alors $\overrightarrow{PR} = \overrightarrow{RQ}$	☐	☐
10/ Si M est le milieu de $[AB]$ alors $AM = BM$	☐	☐
11/ Si $AM = BM$ alors M est nécessairement le milieu de $[AB]$	☐	☐
12/ Si $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{MB}$ alors M est nécessairement le milieu de $[AB]$	☐	☐
13/ Si $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ alors $AB = CD$	☐	☐
14/ Si $AB = CD$ alors $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$	☐	☐
15/ Si $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ alors $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD}$	☐	☐

■ **Exemple 12.5 — je fais.**

Dans un repère on donne les points : $I(2;-2)$, $J(-1;-1)$, $K(0;1)$, $L(-3;2)$.

a) Montrer par le calcul que $IJLK$ est un parallélogramme.

b) Trouver par le calcul le point $M(x;y)$ tel que $ILMJ$ est un parallélogramme.

Exercice 6 Soit les points $A(-3\ ;\ -1)$, $B(5\ ;\ -2)$, $C(7\ ;\ 3)$ et $D(-1\ ;\ 4)$ dans le repère $(O;I,J)$.

Montrer que $ABCD$ est un parallélogramme.

Exercice 7 Soit les points $A(11,-14)$, $B(-13,12)$ et $C(-4,7)$ dans le repère $(O;I,J)$.

Trouver les coordonnées de $M(x;y)$ tel que $ABMC$ est un parallélogramme.

Exercice 8 Soit les points $A(12\ ;\ 15)$, $B(-11\ ;\ 17)$ et $C(-11\ ;\ -13)$.

Calculer les coordonnées du point $D(x;y)$ tel que $ABCD$ soit un parallélogramme.

Exercice 9 Soit les points $D(-14;15)$; $A(16;11)$; $T(15;-7)$.

$DARK$ est le parallélogramme de centre T (intersection des diagonales). Retrouver par le calcul les coordonnées de R et K.

Exercice 10 — Variations. Le plan est muni d'un repère $(O;I,J)$. Pour chacun des cas suivants, traduire la propriété donnée en une égalité de vecteurs. En déduire les équations vérifiées par les coordonnées de $M(x;y)$, et les résoudre.

a) $A(-1;1)$, $B=(-1;2)$. $M(x;y)$ est tel que $ABMO$ est un parallélogramme.
b) $A(-1;2)$, $B=(3;1)$. $M(x;y)$ est tel que $AMBO$ est un parallélogramme.
c) $A(-2;1)$, $B=(1;2)$. $M(x;y)$ est tel que $ABMI$ est un parallélogramme.
d) $A(-3;-2)$, $B(-1;-1)$. $M(x;y)$ est tel que A est le milieu du segment $[MB]$
e) $A(-3;-2)$, $B(-1;-1)$. $M(x;y)$ est tel que M est le milieu du segment $[AB]$
f) $A(2;5)$, $B=(1;1)$. $M(x;y)$ est tel que M est le milieu du segment $[AB]$
g) $A(1;5)$. $M(x;y)$ est le symétrique de A par rapport à l'origine O.

Dans les exercices suivants, le repère $(O;I,J)$ est orthonormé.

Exercice 11 Soit les points $B(-10;-5)$, $E(-16;3)$, $A(-48;-21)$ et $U(-42;-29)$

a) Montrer que $BEAU$ est un parallélgoramme.
b) Calculer les longueurs des côtés adjacents BE et EA.
c) Calculer les longueurs des diagonales BA et EU.
d) Que pouvez vous dire du quadrilatère $BEAU$?

Exercice 12 Soit les points $C(-7;9)$, $A(6{,}5;2)$, $F(-4;13)$ et $E(-17{,}5;20)$

a) Montrer que $CAFE$ est un parallélgoramme.
b) Calculer les longueurs des diagonales CF et AE.
c) Calculer les longueurs des côtés adjacents CA et AF.
d) Que pouvez vous dire du quadrilatère $CAFE$?

Exercice 13 Soit le parallélogramme $ARMY$ tel que $A(-6;7)$; $R(-11;9)$; $Y(-7;13)$.

a) Calculer la longueur de la diagonale RY
b) Calculer les coordonnées de M, et en déduire la longueur de la diagone AM.

Dans les 2 derniers exercices, utiliser directement la formule des coordonnées du milieu d'un segment sans passez par des égalités vectorielles.

Exercice 14 Soit $F(10;-8)$, $U(13;0)$, $N(24;9)$ et $F(21;1)$.

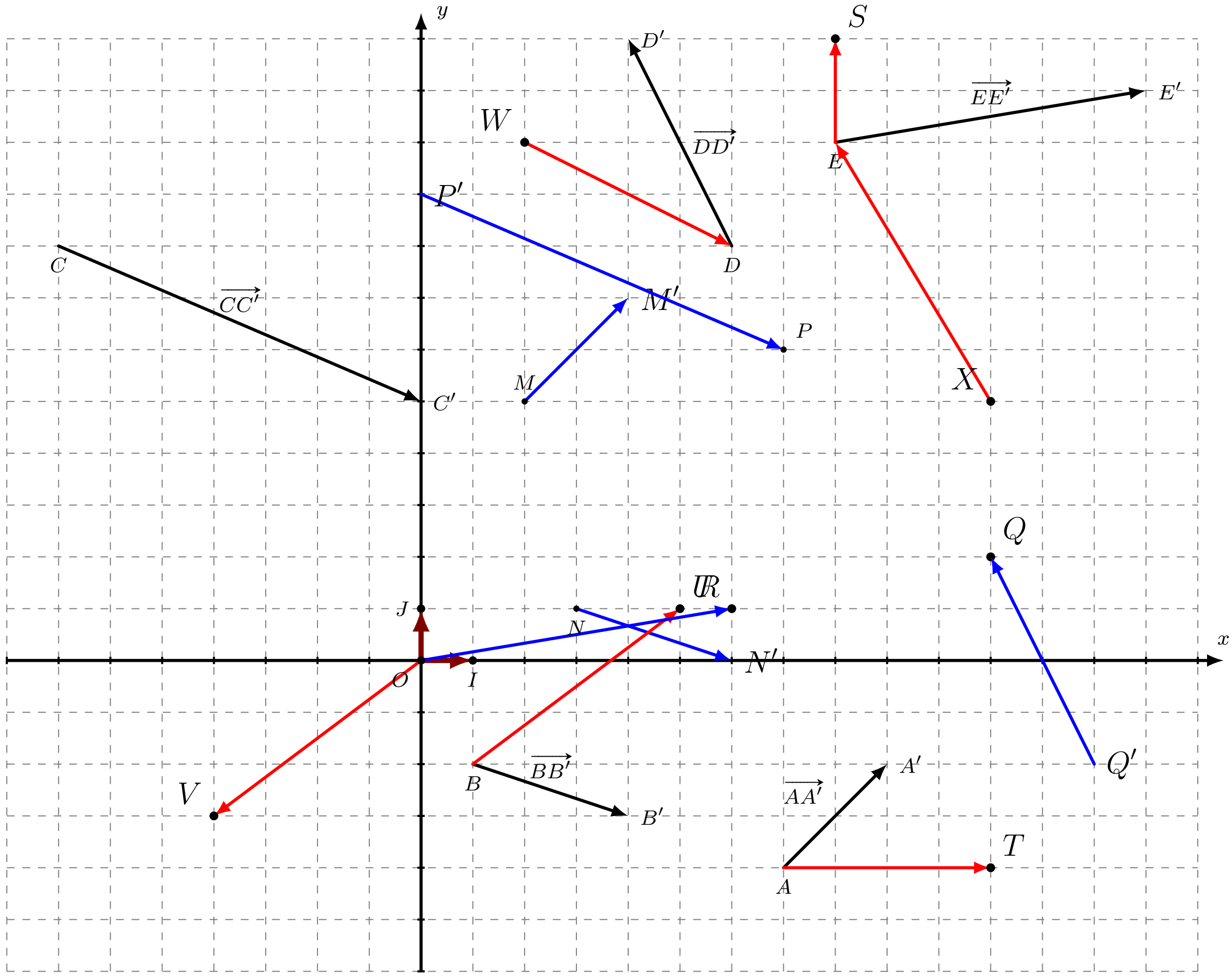
Montrer que $FUNK$ est un parallélogramme en démontrant que les diagonales ont même milieu.

Exercice 15 Soit $P(2;3)$, $Q(5;4)$ et $R(4;5)$.

a) Calculer les coordonnées du milieu de $[PQ]$.
b) Montrer que R appartient au cercle de diamètre $[PQ]$.

solution de l'exercice 1.

$\overrightarrow{AA'}\begin{pmatrix}2\\2\end{pmatrix}$, $\overrightarrow{BB'}\begin{pmatrix}3\\-1\end{pmatrix}$, $\overrightarrow{CC'}\begin{pmatrix}7\\-3\end{pmatrix}$, $\overrightarrow{DD'}\begin{pmatrix}-2\\4\end{pmatrix}$, $\overrightarrow{EE'}\begin{pmatrix}6\\1\end{pmatrix}$



■

solution de l'exercice 2.

a) $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-11\\-1\end{pmatrix}$; $\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix}8\\17\end{pmatrix}$; $\overrightarrow{CA}\begin{pmatrix}3\\-16\end{pmatrix}$;

b) $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}5\\-5\end{pmatrix}$; $\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}$; $\overrightarrow{CA}\begin{pmatrix}-6\\3\end{pmatrix}$;

c) $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-4\\5\end{pmatrix}$; $\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix}7\\\sqrt{2}-5\end{pmatrix}$; $\overrightarrow{CA}\begin{pmatrix}-3\\-\sqrt{2}\end{pmatrix}$;

d) $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-5\\-3\end{pmatrix}$; $\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix}7\\-2\end{pmatrix}$; $\overrightarrow{CA}\begin{pmatrix}-2\\5\end{pmatrix}$;

■

solution de l'exercice 3.

a) $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-4\\-1\end{pmatrix}$ et $M(-4;-1)$.

b) $\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix}-4\\-4\end{pmatrix}$ et $M(-3;-7)$.

c) $\overrightarrow{CA}\begin{pmatrix}8\\5\end{pmatrix}$; $I(1;0)$ et $M(9;5)$.

d) $\overrightarrow{CA}\begin{pmatrix}8\\5\end{pmatrix}$; $J(0;1)$ et $M(-8;-4)$.

■

solution de l'exercice 5.

	Vrai	Faux
1/ Q est l'image de P par la translation $\overrightarrow{AB}$, alors $\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{AB}$	☒	☐
2/ Q est l'image de P par la translation $\overrightarrow{AB}$, alors $\overrightarrow{AP} = \overrightarrow{BQ}$	☐	☒
3/ Le quadrilatère $JOLI$ est un parallélogramme revient à dire $\overrightarrow{JO} = \overrightarrow{LI}$	☐	☒
4/ Le quadrilatère $JOLI$ est un parallélogramme revient à dire $\overrightarrow{OJ} = \overrightarrow{LI}$	☒	☐
5/ Le quadrilatère $JOLI$ est un parallélogramme revient à dire $\overrightarrow{OL} = \overrightarrow{JI}$	☒	☐
6/ Le quadrilatère $JOLI$ est un parallélogramme revient à dire $\overrightarrow{OL} = \overrightarrow{IJ}$	☐	☒
7/ Si I est le centre du parallélogramme $ECHO$ alors $\overrightarrow{EI} = \overrightarrow{IC}$	☐	☒
8/ Si I est le centre du parallélogramme $ECHO$ alors $\overrightarrow{IO} = \overrightarrow{CI}$	☒	☐
9/ Si Q est l'image de P par la symétrie de centre R, alors $\overrightarrow{PR} = \overrightarrow{RQ}$	☒	☐
10/ Si M est le milieu de $[AB]$ alors $AM = BM$	☐	☒
11/ Si $AM = BM$ alors M est nécessairement le milieu de $[AB]$	☐	☒
12/ Si $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{MB}$ alors M est nécessairement le milieu de $[AB]$	☐	☒
13/ Si $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ alors $AB = CD$	☒	☐
14/ Si $AB = CD$ alors $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$	☐	☒
15/ Si $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ alors $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD}$	☒	☐

■

solution de l'exercice 6. $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}8\\-1\end{pmatrix} = \overrightarrow{DC}\begin{pmatrix}8\\-1\end{pmatrix}$. ■

solution de l'exercice 7. $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-24\\26\end{pmatrix} = \overrightarrow{DC}\begin{pmatrix}x+4\\y-7\end{pmatrix}$. $M(-28;33)$. ■

solution de l'exercice 8. $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-23\\2\end{pmatrix} = \overrightarrow{DC}\begin{pmatrix}-11-x\\-13-y\end{pmatrix}$. $M(12;-15)$. ■

solution de l'exercice 9. $\overrightarrow{DT}\begin{pmatrix}29\\-22\end{pmatrix} = \overrightarrow{TR}\begin{pmatrix}x-15\\y+7\end{pmatrix}$. $R(44;-29)$.

$\overrightarrow{AT}\begin{pmatrix}-1\\-18\end{pmatrix} = \overrightarrow{TK}\begin{pmatrix}x-15\\y+7\end{pmatrix}$. $K(14;-25)$. ■

solution de l'exercice 10. a) $\overrightarrow{OM}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix} = \overrightarrow{TR}\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$. $M(0;1)$.

b) $\overrightarrow{OA}\begin{pmatrix}-1\\2\end{pmatrix} = \overrightarrow{BM}\begin{pmatrix}x-3\\y-1\end{pmatrix}$. $M(2;3)$.

c) $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}3\\1\end{pmatrix} = \overrightarrow{IM}\begin{pmatrix}x-1\\y-0\end{pmatrix}$. $M(4;1)$.

d) $\overrightarrow{BA}\begin{pmatrix}-2\\-1\end{pmatrix} = \overrightarrow{AM}\begin{pmatrix}x+3\\y+2\end{pmatrix}$. $M(-5;-3)$.

e) $\overrightarrow{AM}\begin{pmatrix}x+3\\y+2\end{pmatrix} = \overrightarrow{MB}\begin{pmatrix}-1-x\\-1-y\end{pmatrix}$. $M(-2;-\frac{3}{2})$.

f) $\overrightarrow{AM}\begin{pmatrix}x-2\\y-5\end{pmatrix} = \overrightarrow{MB}\begin{pmatrix}1-x\\1-y\end{pmatrix}$. $M(\frac{3}{2};3)$.

g) $\overrightarrow{AO}\begin{pmatrix}-1\\-5\end{pmatrix} = \overrightarrow{OM}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$. $M(-1;-5)$.

■

solution de l'exercice 11.

a) $\overrightarrow{BE}\begin{pmatrix}-6\\8\end{pmatrix} = \overrightarrow{UA}\begin{pmatrix}-6\\8\end{pmatrix}$

b) $BE = 10$ et $EA = 40$.

c) $BA = 10\sqrt{17}$ et $EU = 10\sqrt{17}$.

d) $BEAU$ est un rectangle qui n'est pas carré.

■

solution de l'exercice 12.

a) $\overrightarrow{CA}\begin{pmatrix}13{,}5\\-7\end{pmatrix} = \overrightarrow{UA}\begin{pmatrix}13{,}5\\-7\end{pmatrix}$

b) $CA = AF = \frac{5\sqrt{37}}{2}$.

c) $CF = 5$ et $AE = \sqrt{445}$.

d) $CAFE$ est un losange qui n'est pas carré.

■