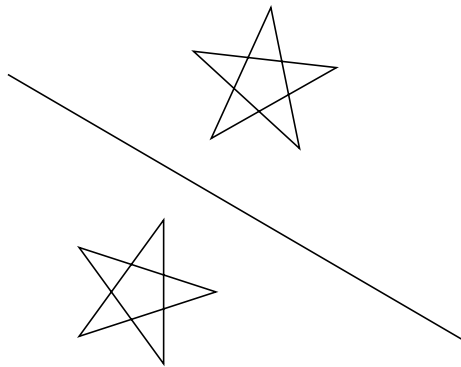


# Chapitre 4

## Transformations rigides de figures

### 4.1 La symétrie axiale

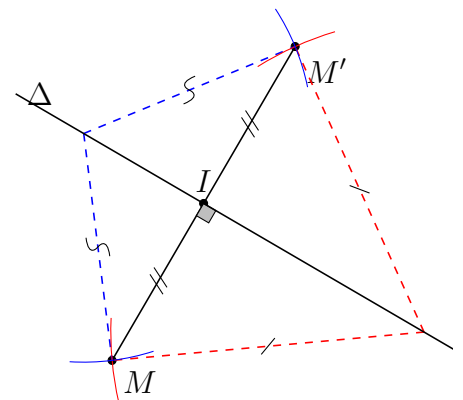
Transformer une figure par **symétrie axiale**, c'est la retourner en pliant le long d'un axe. Les deux figures symétriques doivent



se superposer parfaitement après un pliage le long de l'axe de symétrie.

**Définition 4.1** Les points  $M'$  et  $M$  sont symétriques par rapport à l'axe  $\Delta$  lorsque  $\Delta$  est la **médiatrice** du segment  $[MM']$ .

L'image d'un point de  $\Delta$  par la symétrie d'axe  $\Delta$  est lui-même.



**Figure 4.1** –  $M'$  est le symétrique de  $M$  par rapport à  $\Delta$

## 4.2 La translation

Transformer une figure par translation, c'est la glisser sans la tourner.

**Définition 4.2** Une translation de vecteur  $\overrightarrow{PQ}$  lorsqu'elle transforme le point  $P$  en  $Q$ .

La translation est caractérisée par :

une **direction** parallèle à la droite  $(PQ)$

un **sens** de  $P$  vers  $Q$ .

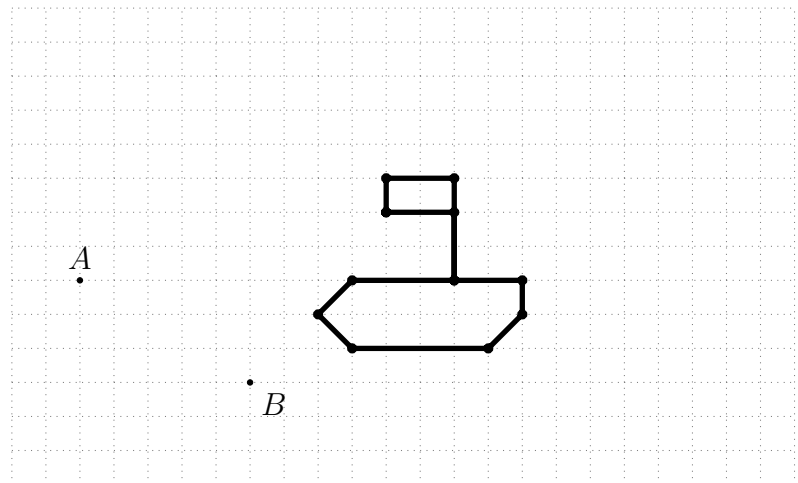
une **longueur** la longueur  $PQ$ .

Les phrases suivantes sont synonymes :

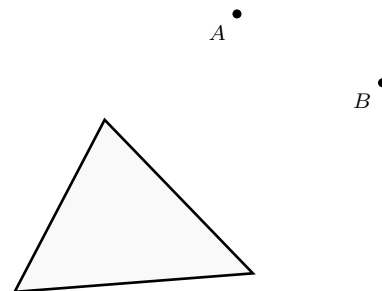
- $A'$  est l'image de  $A$  par la translation de vecteur  $\overrightarrow{PQ}$
- $A'$  est l'image de  $A$  par la translation qui transforme  $P$  en  $Q$
- $Q$  est l'image de  $P$  par la translation qui transforme  $A$  en  $A'$
- $AA'QP$  est un parallélogramme

■ **Exemple 4.1** Quelques translations

**Figure 4.3** – Tracer en bleu l'image de la figure par la translation qui transforme  $A$  et  $B$ . Tracer en rouge l'image de la figure par la translation de vecteur  $\overrightarrow{BA}$ .



**Figure 4.4** – Tracer l'image du triangle par la translation qui transforme  $B$  en  $A$ .

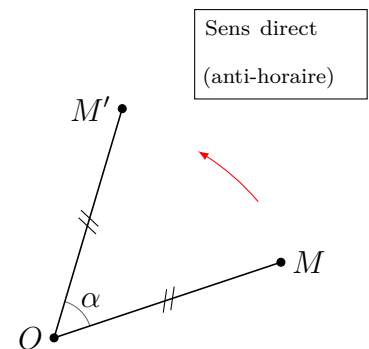


## 4.3 La rotation

Transformer une figure par rotation c'est la faire tourner autour d'un point.

**Définition 4.3** Pour caractériser une rotation il faut préciser :

- son centre de rotation  $O$
- son sens de rotation : anti-horaire et horaire.
- son angle de rotation  $\alpha$



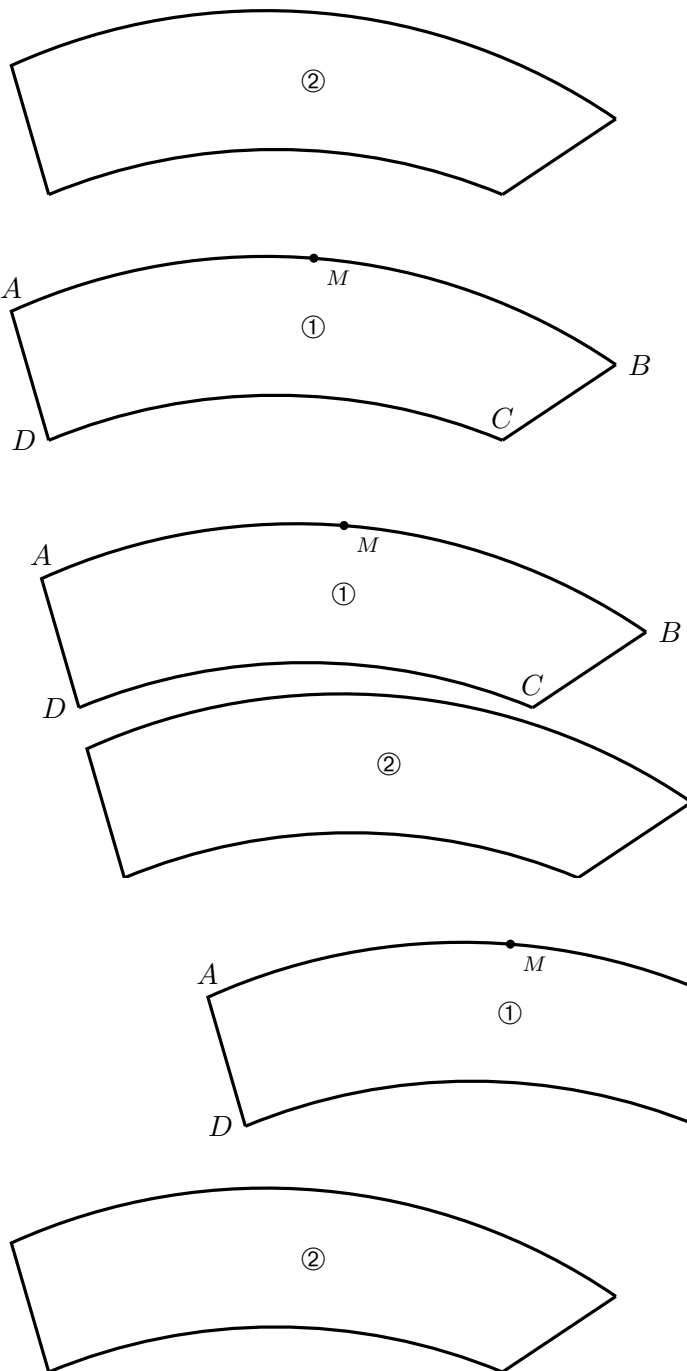
**Figure 4.5** –  $M'$  est l'image de  $M$  par la rotation de centre  $O$ , de sens direct (anti-horaire) et d'angle  $\alpha$ .

## 4.4 Exercices

■ **Exemple 4.2 — Illusion de Jastrow**<sup>1</sup>. <https://www.geogebra.org/calculator/cn73xe6y>

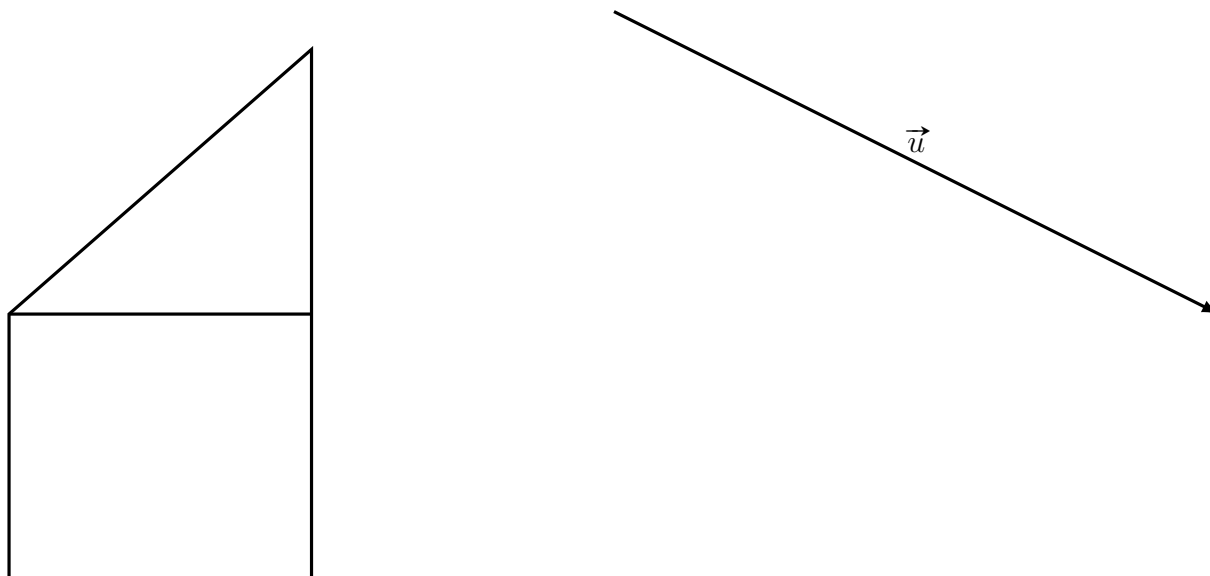
Pour chaque disposition comment se convaincre sans déplacer que les figures 1 et 2 sont égales ?

- Représenter des vecteurs caractéristiques de la translation qui transforme figure 1 en 2.
- Placer le point homologue à  $M$  par la translation.



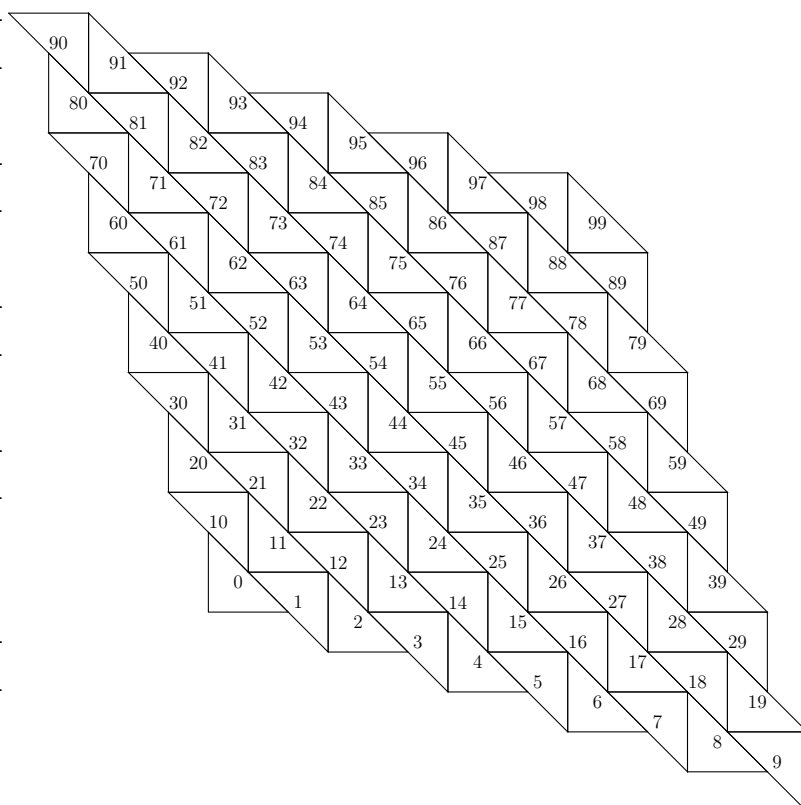
1. d'après une idée de Claire Lommé

**Exercice 1 — animation.** Construis l'image de la figure ci-dessous par la translation de vecteur  $\vec{u}$ .

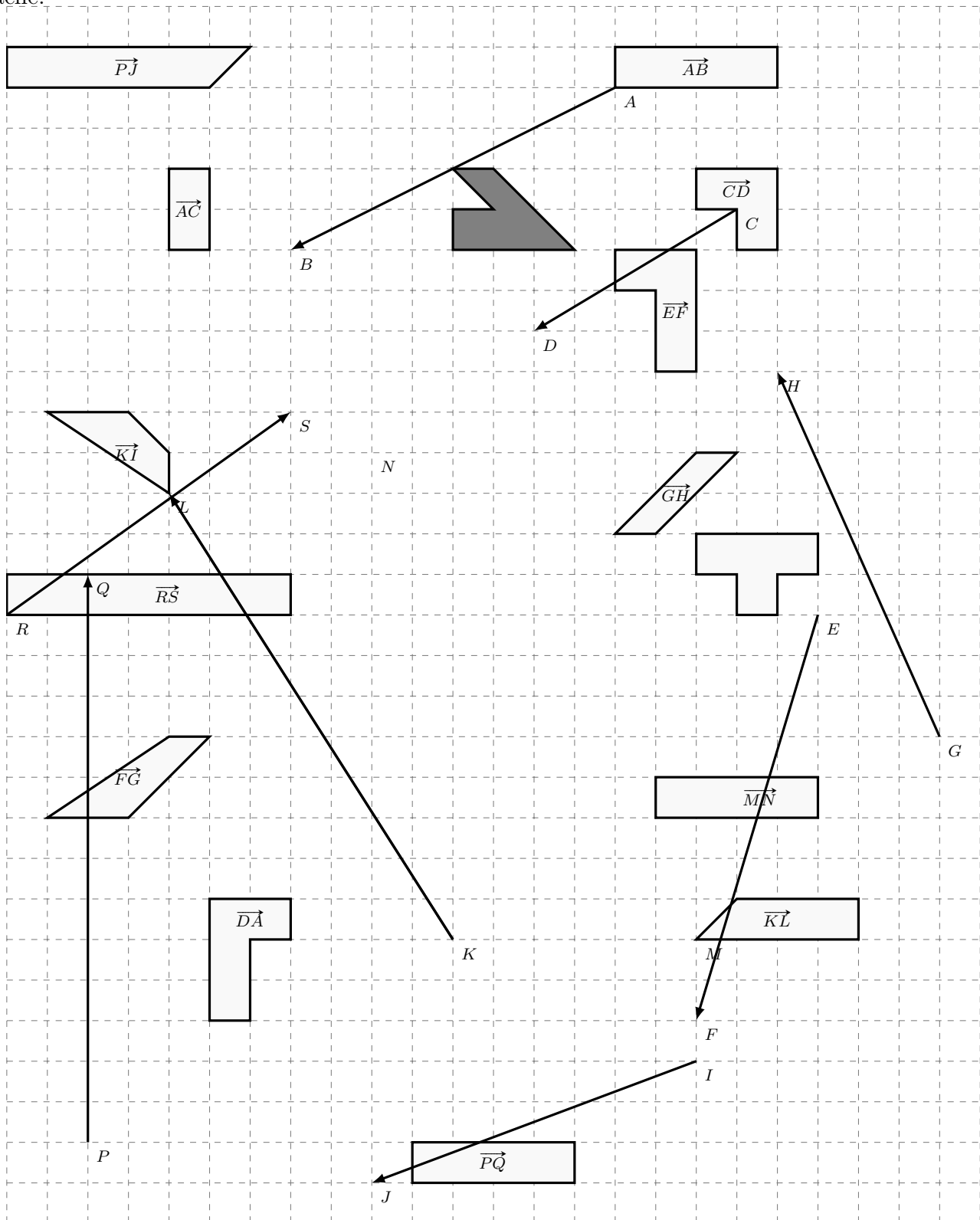


### Exercice 2

- Dans la translation qui transforme la figure 63 en la figure 89 quelle est le numéro de l'image de la figure 40 ?
- Dans la translation qui transforme la figure 75 en la figure 82 quelle est le numéro de l'image de la figure 36 ?
- Dans la translation qui transforme la figure 11 en la figure 26 quelle est le numéro de l'image de la figure 71 ?
- Dans la translation qui transforme la figure 55 en la figure 48 quelle est le numéro de de la figure dont l'image est la figure 37 ?
- Dans la translation qui transforme la figure 35 en la figure 26 quelle est le numéro de de la figure dont l'image est la figure 88 ?



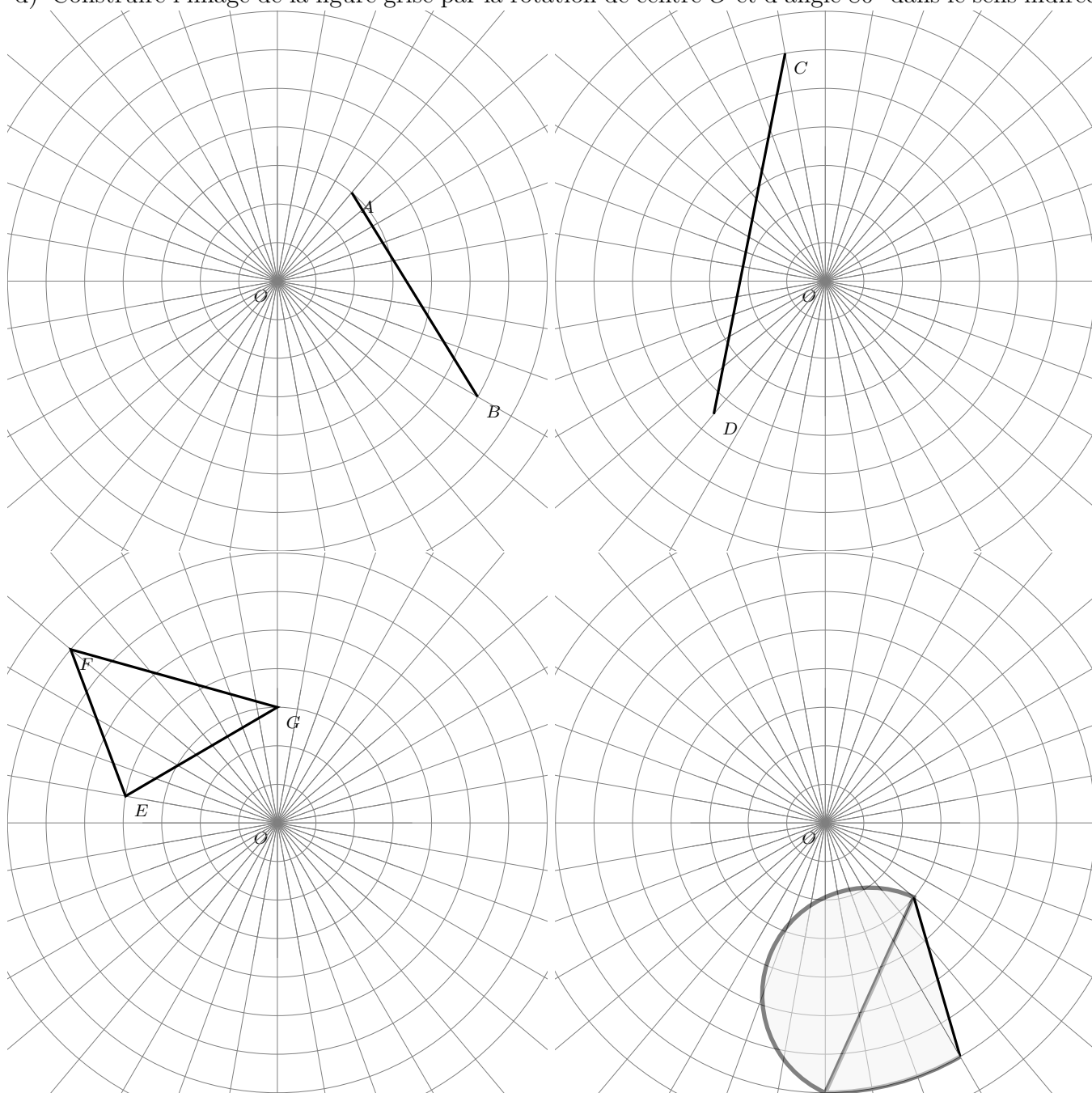
**Exercice 3** Trace l'image de chaque figure par la translation de vecteur donné, pour retrouver le mot caché.



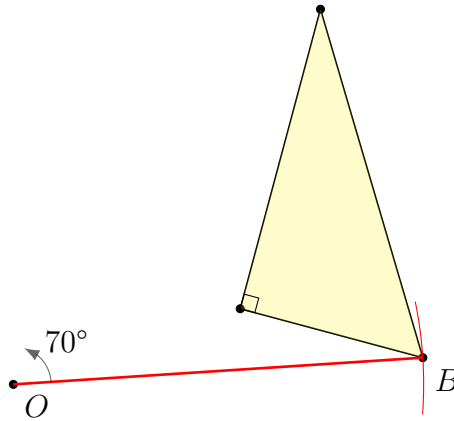
## 4.4.1 Exercices rotations

**Exercice 4** Réalise les constructions suivantes en t'aidant du quadrillage : l'angle formé par deux demi-droites de centre  $O$  consécutives mesure  $10^\circ$ . Tous les cercles ont pour centre  $O$ .

- Construire l'image du segment  $[AB]$  par la rotation de centre  $O$  et d'angle  $40^\circ$  dans le sens direct.
- Construire l'image du segment  $[CD]$  par la rotation de centre  $O$  et d'angle  $150^\circ$  dans le sens direct. (anti-horaire)
- Construire l'image du triangle  $EFG$  par la rotation de centre  $O$  et d'angle  $110^\circ$  dans le sens indirect (horaire)
- Construire l'image de la figure grise par la rotation de centre  $O$  et d'angle  $80^\circ$  dans le sens indirect.

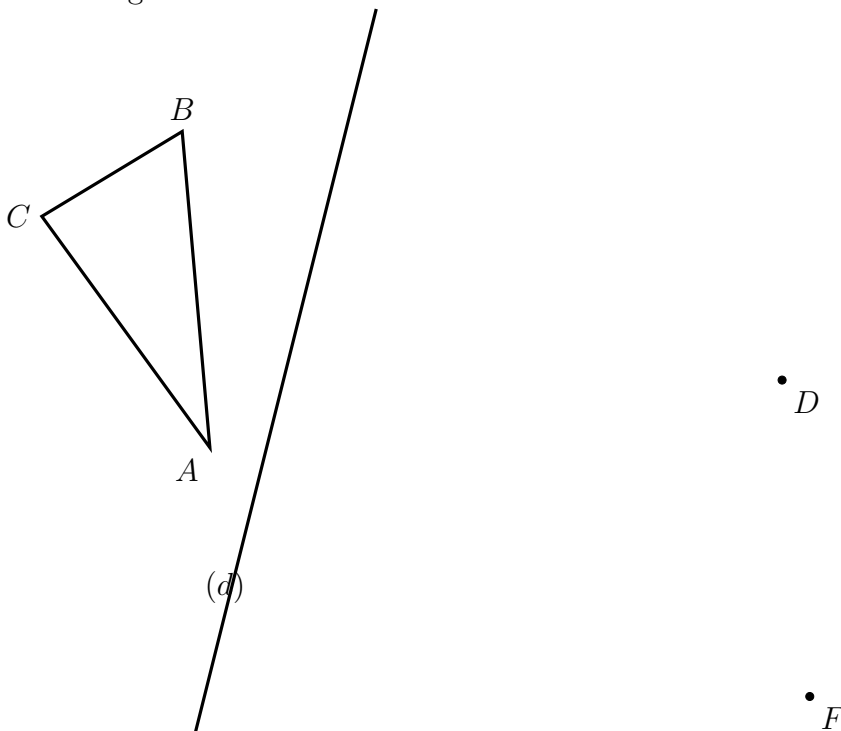


**Exercice 5** Tracer l'image du triangle rectangle  $ABC$  par la rotation de centre  $O$  et d'angle  $70^\circ$  dans le sens anti-horaire.



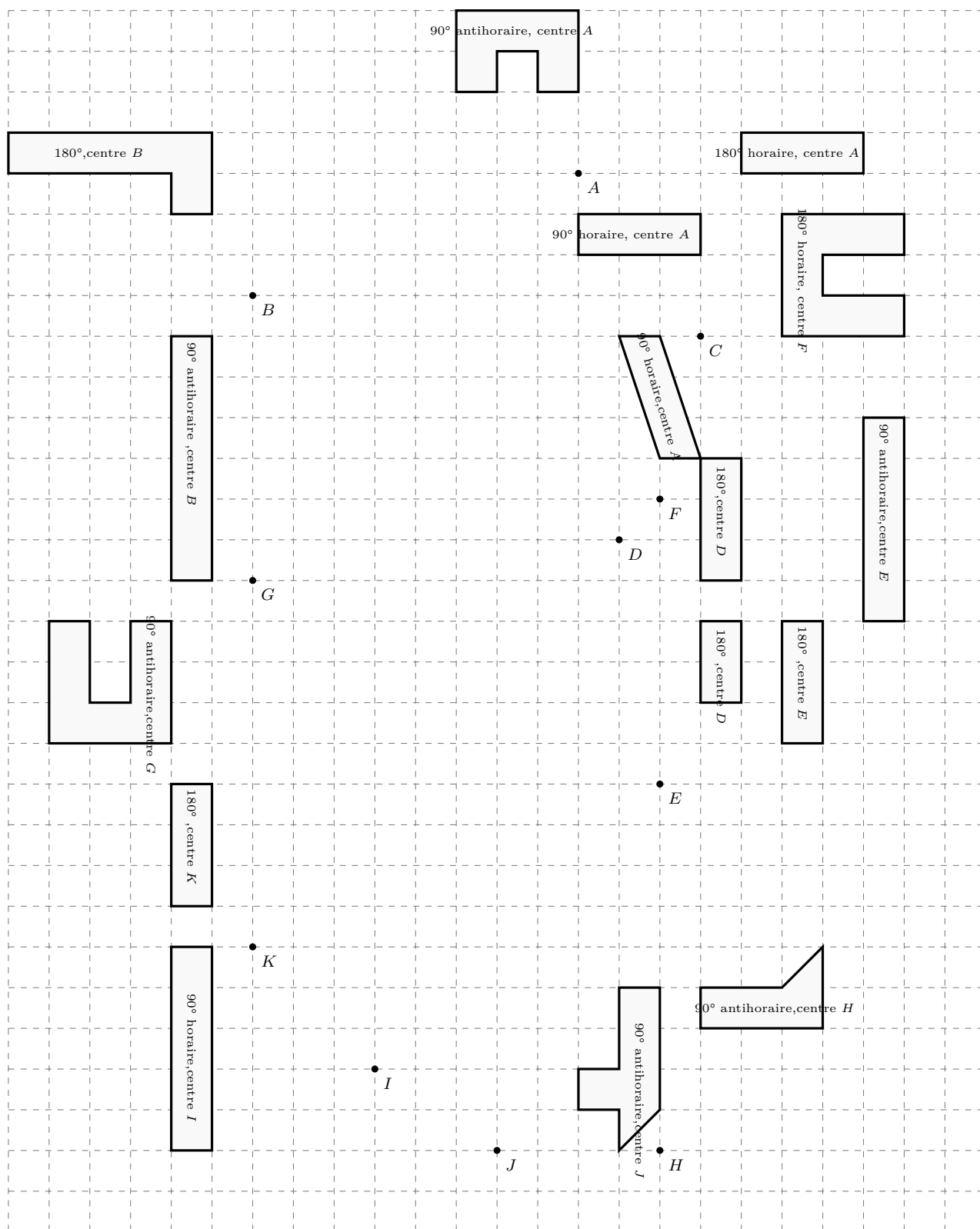
**Exercice 6** Construire :

- $A_1B_1C_1$  le triangle symétrique de  $ABC$  par rapport à la droite  $(d)$ .
- $A_2B_2C_2$  le triangle symétrique de  $A_1B_1C_1$  par rapport au point  $D$ .
- $A_3B_3C_3$  le triangle translaté de  $A_2B_2C_2$  par la translation qui transforme  $D$  en  $F$ .
- $A_4B_4C_4$  le triangle obtenu par la rotation de  $A_3B_3C_3$  de centre  $F$  et d'angle  $107^\circ$  dans le sens des aiguilles d'une montre.





**Exercice 7** Trace l'image de chaque figure par les rotations indiquées pour retrouver le mot caché.



### 4.4.2 Exercices AP

#### Exercice 8

- 1) Dans la translation qui transforme la figure 63 en la figure 120, quelle est l'image de la figure 58 ?
- 2) Dans la translation qui transforme la figure 43 en la figure 89, quelle est l'image de la figure 58 ?
- 3) Dans la translation qui transforme la figure 85 en la figure 98, quelle est l'image de la figure 58 ?
- 4) Quelle est l'image de la figure 36 par la translation de vecteur  $\overrightarrow{BE}$  ?
- 5) Quelle est l'image de la figure 98 par la translation de vecteur  $\overrightarrow{AC}$  ?
- 6) Quelle est l'image de la figure 40 par la translation de vecteur  $\overrightarrow{EC}$  ?

114	115	116	117	118	119	120	121	122	123
104	105	106	107	108	109	110	111	112	113
94	95	96	97	98	99	100	101	102	103
84	85	86	87	88	89	90	91	92	93
74	75	76	77	78	79	80	81	82	83
64	65	66	67	68	69	70	71	72	73
54	55	56	57	58	59	60	61	62	63
44	45	46	47	48	49	50	51	52	53
34	35	36	37	38	39	40	41	42	43
24	25	26	27	28	29	30	31	32	33

#### Exercice 9

- 1) Quel est le numéro de la figure image de la figure 54 par la rotation de centre  $A$  et d'angle  $90^\circ$  dans le sens direct ?
- 2) Quel est le numéro de la figure image de la figure 29 par la rotation de centre  $B$  et d'angle  $90^\circ$  dans le sens anti-horaire ?
- 3) Quel est le numéro de la figure image de la figure 48 par la rotation de centre  $C$  et d'angle  $90^\circ$  dans le sens indirect ?
- 4) Quel est le numéro de la figure image de la figure 110 par la rotation de centre  $D$  et d'angle  $90^\circ$  dans le sens horaire ?
- 5) Quel est le numéro de la figure image de la figure 69 par la rotation de centre  $E$  et d'angle  $90^\circ$  dans le sens inverse des aiguilles d'une montre ?

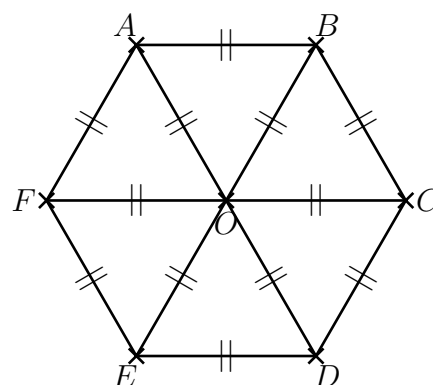
**Exercice 10 — Brevet.** ( environ 10 min)

Dans cet exercice, aucune justification n'est attendue

On considère l'hexagone ABCDEF de centre  $O$  représenté ci-contre.

- 1) Parmi les propositions suivantes, recopier celle qui correspond à l'image du quadrilatère CDEO par la symétrie de centre  $O$ .

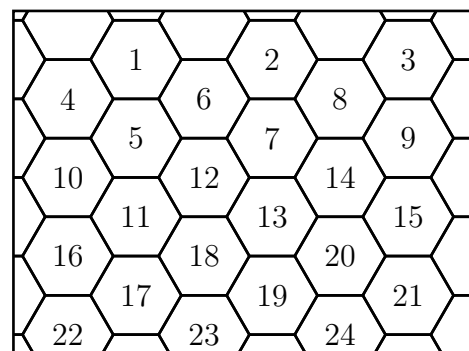
Proposition 1	Proposition 2	Proposition 3
FABO	ABCO	FODE



2. Quelle est l'image du segment  $[AO]$  par la symétrie d'axe  $(CF)$  ?  
 3. On considère la rotation de centre  $O$  qui transforme le triangle  $OAB$  en le triangle  $OCD$ .  
 Quelle est l'image du triangle  $BOC$  par cette rotation ?

La figure ci-contre représente un pavage dont le motif de base a la même forme que l'hexagone ci-dessus. On a numéroté certains de ces hexagones.

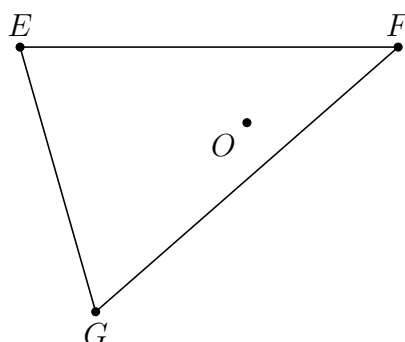
4. Quelle est l'image de l'hexagone 14 par la translation qui transforme l'hexagone 2 en l'hexagone 12 ?



**Exercice 11 — Une rosace simple.** Dessiner l'image du triangle  $EFG$  par la rotation de centre  $O$  et d'angle  $90^\circ$ , sens anti-horaire, puis celle de sens horaire.

Dessine enfin l'image du triangle  $EFG$  par la symétrie de centre  $O$ .

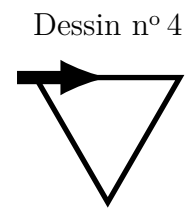
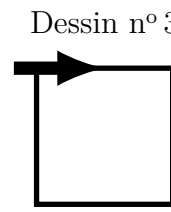
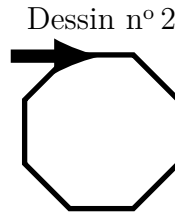
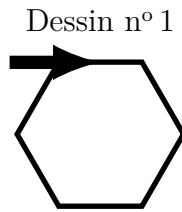
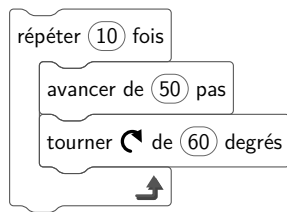
Colorie la figure de différentes couleurs en préservant la symétrie par rotation. Tu viens de dessiner une rosace !



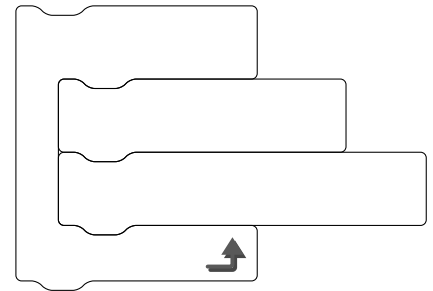
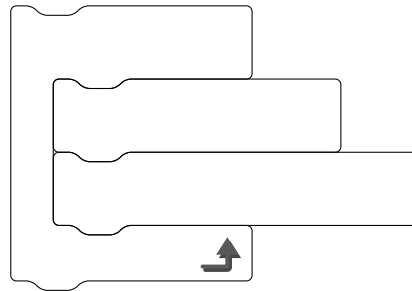
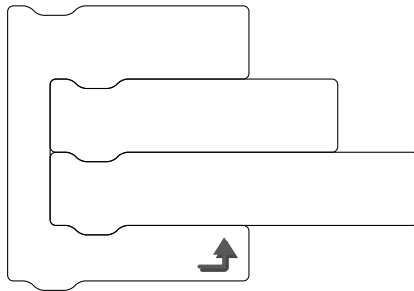
**Exercice 12 — Scratch.**

Dans les figures de cet exercice la flèche indique la position et l'orientation du lutin au départ.

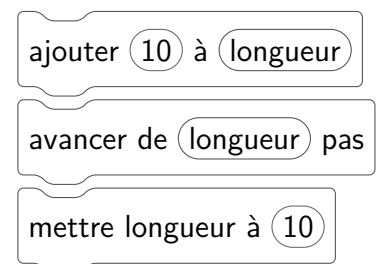
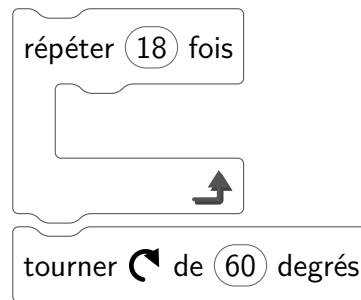
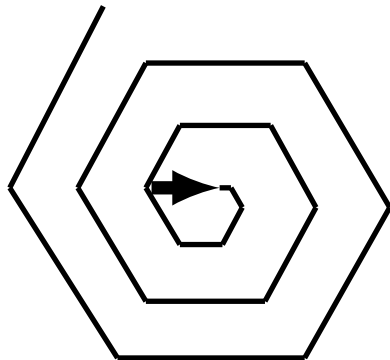
1) Indiquer le numéro du dessin correspondant au script ci-dessous.



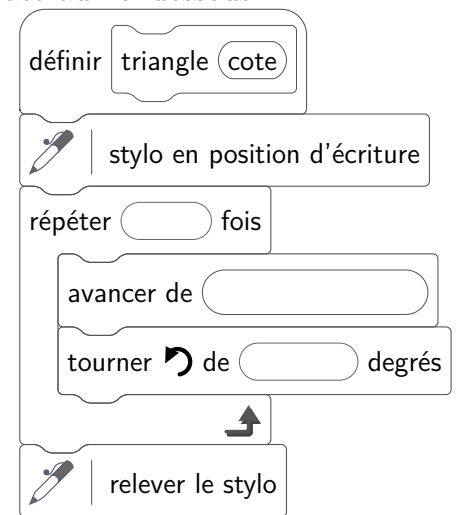
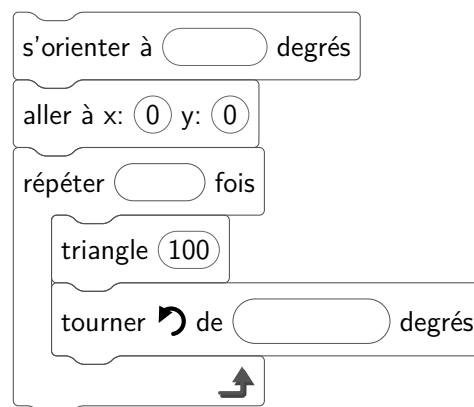
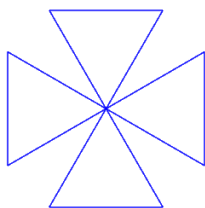
2) Compléter les scripts ci-dessous pour créer les autres dessins de la question précédente.



3) Pour ce script on a créé la variable **longueur**. En ordonnant les instructions proposées, donner le script permettant de réaliser la figure ci-dessous.

**Exercice 13 — Scratch.**

Compléter les scripts pour que le lutin dessine les 4 triangles équilatéraux ci-dessous.



**Définition 4.4** Une rosace est une figure obtenue à partir d'un motif reproduit plusieurs fois par rotation. Une rosace n'est conservée par aucune translation.

**Exercice 14** 1) On souhaite tracer le motif ci-dessous en forme de losange. Compléter le script du bloc Losange afin d'obtenir ce motif.

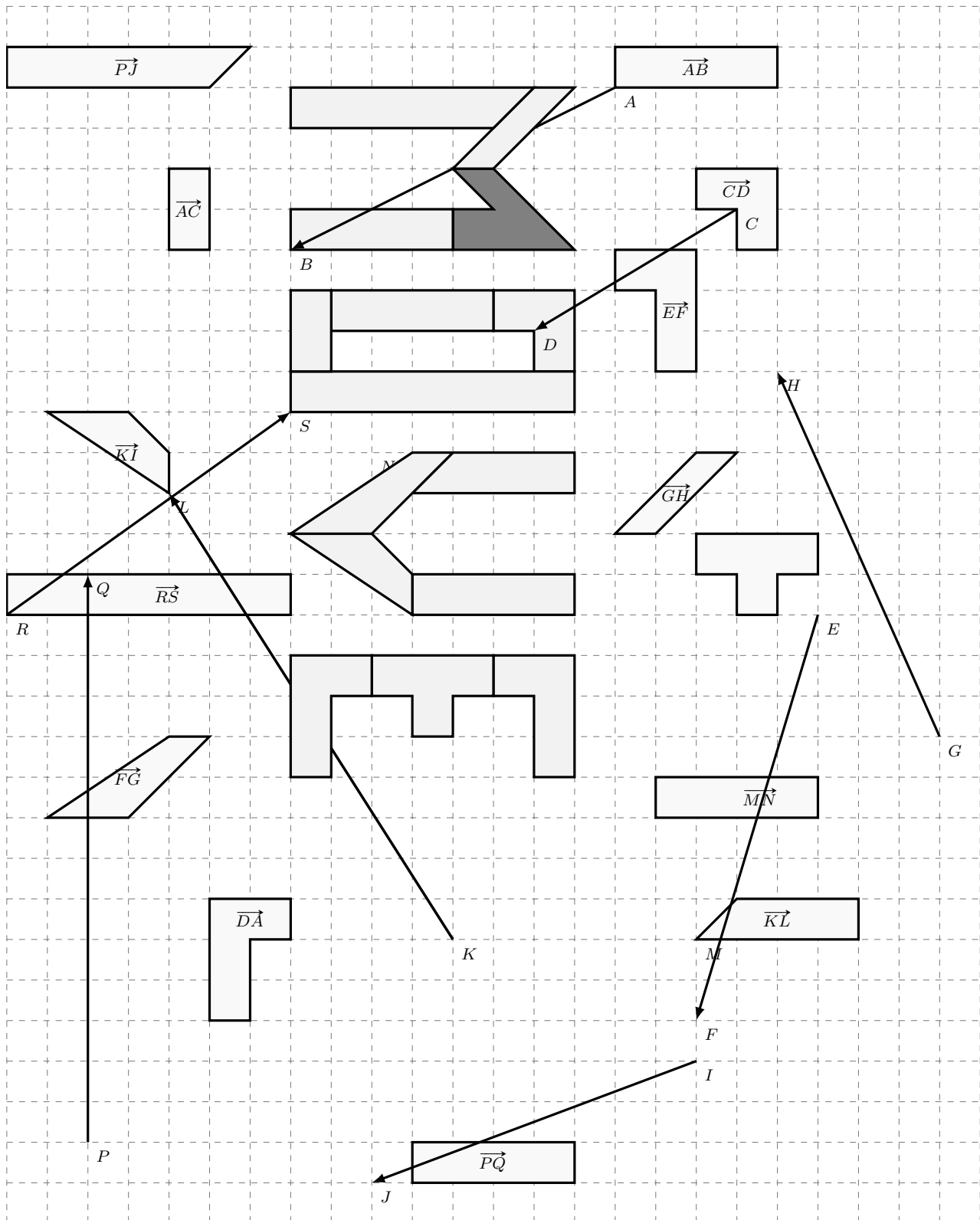
Le motif <b>Losange</b>	Le bloc <b>Losange</b>
	<div> <div>définir Losange</div> <div>stylo en position d'écriture</div> <div>avancer de <input type="text"/></div> <div>tourner ↻ de <input type="text"/> degrés</div> <div>avancer de <input type="text"/></div> <div>tourner ↻ de <input type="text"/> degrés</div> <div>avancer de <input type="text"/></div> <div>tourner ↻ de <input type="text"/> degrés</div> <div>avancer de <input type="text"/></div> <div>tourner ↻ de <input type="text"/> degrés</div> <div>relever le stylo</div> </div>

2) Tous les scripts ci-dessous produisent la rosace à partir du bloc **Losange** complété à la question précédente. Pour chaque code, préciser l'ordre dans lequel les pétales de la rose seront dessinés. L'instruction `s'orienter à 90 degrés` signifie que l'on se dirige vers la droite.

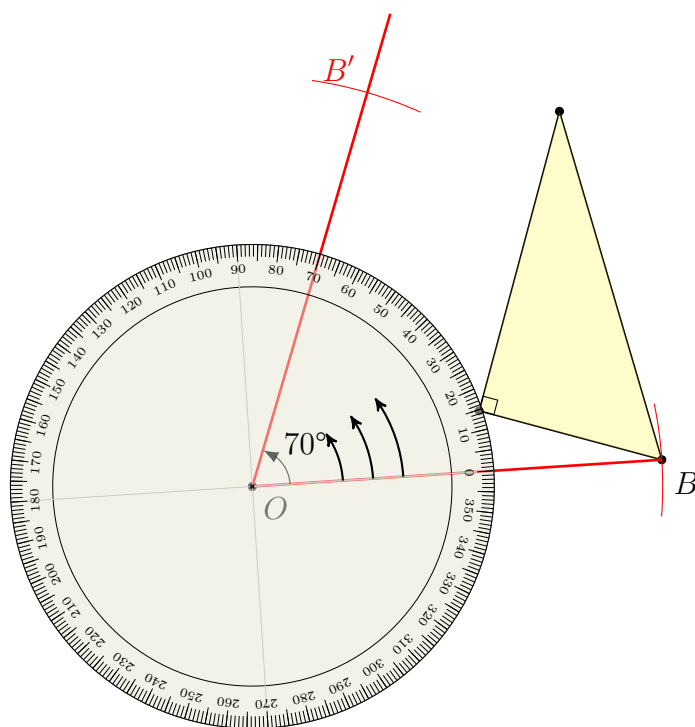
<div> <div>aller à x: 0 y: 0</div> <div>s'orienter à 90 degrés</div> <div>répéter 12 fois</div> <div> <div>Losange</div> <div>tourner ↻ de 30 degrés</div> </div> </div>	<div> <div>aller à x: 0 y: 0</div> <div>s'orienter à 90 degrés</div> <div>répéter 12 fois</div> <div> <div>tourner ↻ de 30 degrés</div> <div>Losange</div> </div> </div>	<div> <div>aller à x: 0 y: 0</div> <div>s'orienter à 0 degrés</div> <div>répéter 12 fois</div> <div> <div>tourner ↻ de 150 degrés</div> <div>Losange</div> </div> </div>	<div> <div>aller à x: 0 y: 0</div> <div>s'orienter à 0 degrés</div> <div>répéter 12 fois</div> <div> <div>tourner ↻ de 90 degrés</div> <div>Losange</div> </div> </div>

3) Proposer des modifications de l'instruction `tourner ↻ de  degrés` qui permettent de réaliser la rosace.

solution de l'exercice 3. Trace l'image de chaque figure par la translation de vecteur donné, pour retrouver le mot caché. ■

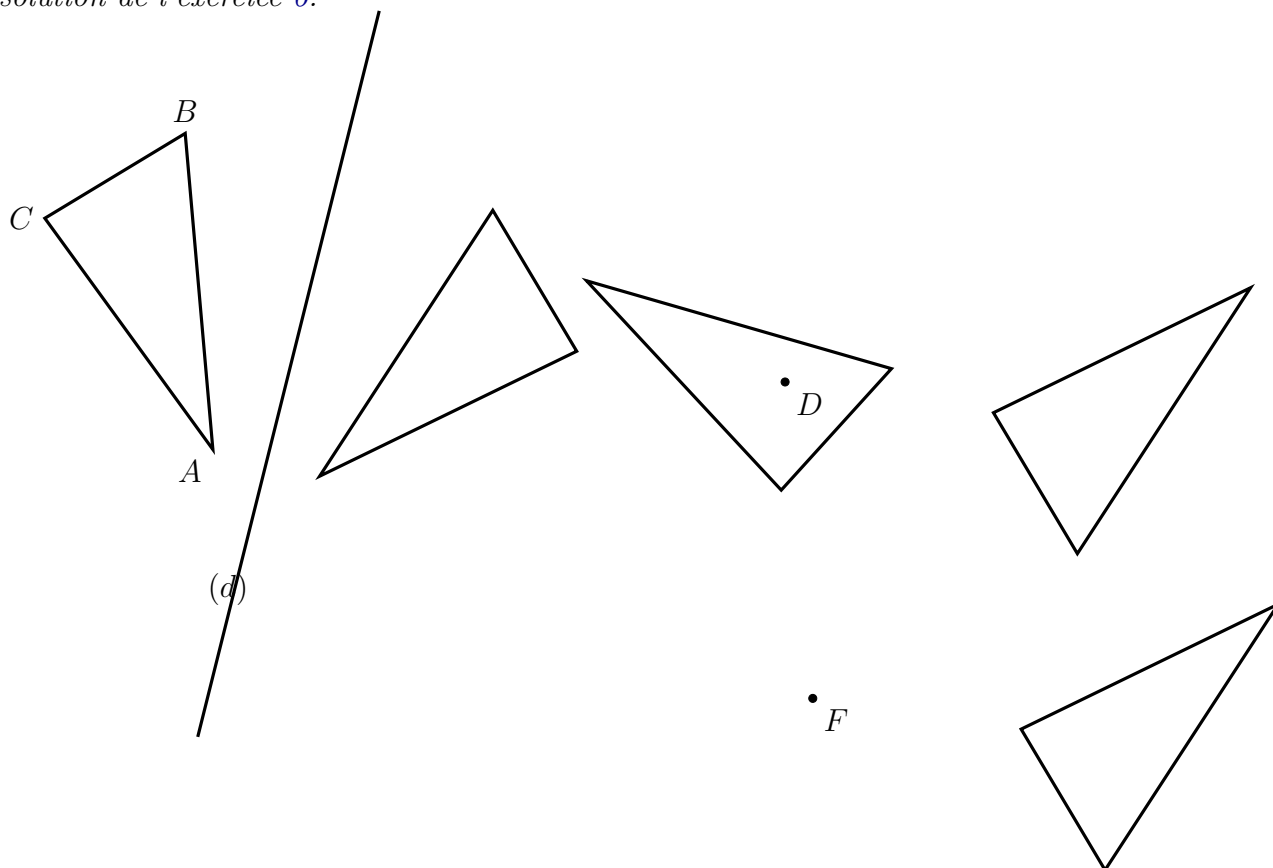


solution de l'exercice 5.



■

solution de l'exercice 6.



■

solution de l'exercice 7.

