

# Fonctions et équations quadratiques

Enseignement de Spécialité. 1<sup>re</sup>G



## Définition et forme canonique

Une fonction quadratique est définie sur  $\mathbb{R}$  par

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

forme réduite

Son déterminant est donné par

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

On pose  $\alpha = \frac{-b}{2a}$  et  $\beta = \frac{-\Delta}{4a}$ . La fonction  $f$  s'écrit :

$$f(x) = a(x - \alpha)^2 + \beta$$

forme canonique

$$= a\left(x - \frac{-b}{2a}\right)^2 + \frac{-\Delta}{4a}$$

## Forme factorisée, racines et signe d'un trinôme

☞ Si  $\Delta > 0$ , alors  $f$  admet **deux racines distinctes**

$$r_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$r_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$f$  est factorisable sous la forme :

$$f(x) = a(x - r_1)(x - r_2)$$

forme factorisée

$x$	$-\infty$	$r_1$	$r_2$	$+\infty$
Signe de $f$	signe de $a$	0	signe de $-a$	signe de $a$

☞ Si  $\Delta = 0$  alors  $f$  admet une **racine double**  $r = \frac{-b}{2a}$

$$f(x) = a(x - r)^2$$

$x$	$-\infty$	$r$	$+\infty$
Signe de $f$	signe de $a$	0	signe de $a$

☞ Si  $\Delta < 0$  alors  $f$  n'admet pas de racines et **n'est pas factorisable**.

$x$	$-\infty$	$+\infty$
Signe de $f$	signe de $a$	

## Forme factorisée, racines et signe d'un trinôme

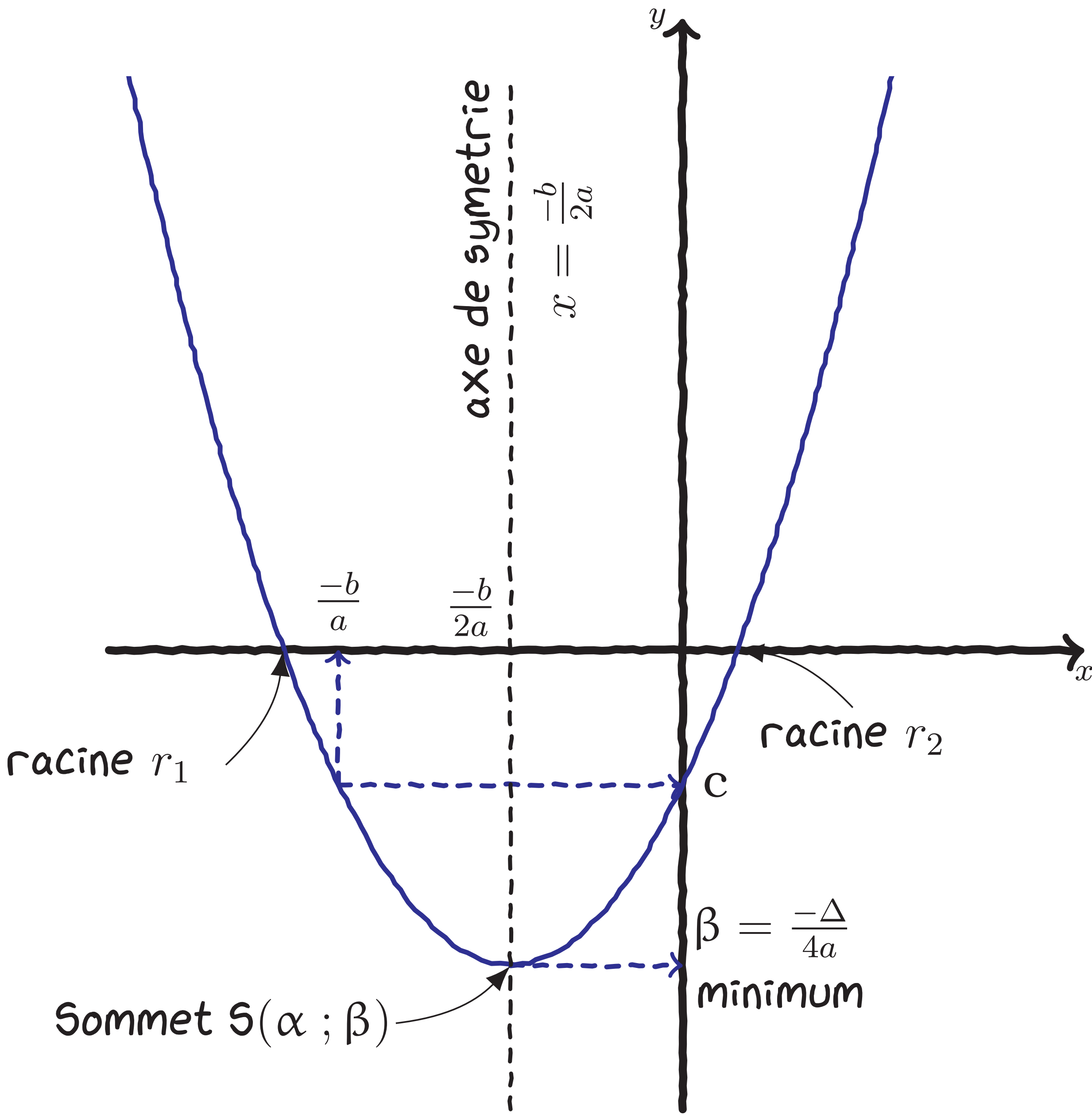
Si  $f(x) = ax^2 + bx + c$  est factorisable, alors

☞ la somme des racines est  $r_1 + r_2 = \frac{-b}{a}$  ( $\alpha = \frac{r_1+r_2}{2} = \frac{-b}{2a}$ )

☞ le produit des racines est  $r_1r_2 = \frac{c}{a}$

## Représentation graphique

La représentation graphique d'une fonction quadratique est une **parabole** d'équation  $y = ax^2 + bx + c$ .



Cette parabole est la translation de la parabole  $y = ax^2$ .

## Sens de variation

La forme canonique  $f(x) = a(x - \alpha)^2 + \beta$  permet de déterminer le sens de variation de  $f$  :

Si  $a > 0$  alors  $f$  admet un **minimum**  $\beta$  atteint en  $\alpha$ .

$x$	$-\infty$	$-\frac{b}{2a}$	$+\infty$
$ax^2 + bx + c$	$+\infty$	$-\frac{\Delta}{4a}$	$+\infty$

Si  $a < 0$  alors  $f$  admet un **maximum**  $\beta$  atteint en  $\alpha$ .

$x$	$-\infty$	$-\frac{b}{2a}$	$+\infty$
$ax^2 + bx + c$	$-\infty$	$-\frac{\Delta}{4a}$	$-\infty$

## Techniques de factorisations/résolutions

- ☞ par regroupement  $3x(2x+5)+5(2x+5) = (3x+5)(2x+5)$
- ☞ par différence de carrés ...  $x^2 - 5 = (x - \sqrt{5})(x + \sqrt{5})$
- ☞ par carré parfait .....  $x^2 - 10x + 25 = (x - 5)^2$
- ☞ par produit-somme
- ☞ par complétion au carré
- ☞ par la formule quadratique