Chapitre

Calculs algébriques 2

2.1 Multiplication de polynômes et simplifications

Règle 1 : Axiome de distributivité

Pour tout réels a,b,$x \in \mathbb{R}$: $(a+b) \times x = (a \times x) + (b \times x)$

interprétation simple : a paquets de x + b paquets de $x = (a+b)$ paquets de x !

Règle 2

Pour tout réel a : $a \times (-1) = (-a)$

Développer est une activité qui consiste à exploiter les 2 règles précédentes jusqu'à plus possible pour écrire une expression égale sous forme d'une **somme de termes**.

■ **Exemple 2.1**

$A = -(a+b+c) = (-1)\times(a+b+c) = -a-b-c$

$B = -(2x-5) = -2x+5$

La double distributivité

Pour tout réels a,b,x, $y \in \mathbb{R}$:

$$\begin{aligned}(x+y)(a+b) &= x(a+b)+y(a+b)\\ &= xa+xb+ya+yb\end{aligned}$$

■ **Exemple 2.2** Pour $x \in \mathbb{R}$. Développer :

$A = -2(x-2) \times 5(x-3)$	$B = -2(x-2) + 5(x-3)$

2.1.1 Exercices : développer

Exercice 1 — Identités A.

a) Montrer que les valeurs $x = 1$, $x = 3$ et $x = 5$ satisfont toutes l'équation :

$$7(x-8) - 3(x-20) = 4(x+1)$$

b) Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$ on a $7(x-8) - 3(x-20) = 4(x+1)$

Exercice 2 — Identités B.

a) Montrer que les valeurs $x = 1$, $x = 3$ et $x = 5$ rendent l'égalité suivante vraie :

$$x^3 - 9x^2 + 23x = 15$$

b) Montrer que l'égalité $x^3 - 9x^2 + 23x = 15$ est fausse si $x = 0$ et $x = 4$ ($x^3 - 9x^2 + 23x = 15$ n'est pas une identité).

Exercice 3 Pour $x \in \mathbb{R}$. Développer simplifier réduire :

$A = 4(x+3) + 6(x+2)$	$C = 3(2x+3) - 4(x+1)$	$E = x + 2(x-5) + 8(3-2x)$
$B = 5(x-2) + 3(x-1)$	$D = 5(2x+5) - 6(x-2)$	$F = 5(x+2) - 2x(3x-4)$

■ **Exemple 2.3 — Réduire des sommes de radicaux.** Réduire les expressions suivantes :

$$\begin{aligned} A &= \sqrt{2} + 3\sqrt{2} \\ &= 4\sqrt{2} \end{aligned}$$

comme pour réduire $x + 3x$

$$\begin{aligned} B &= \sqrt{27} + 5\sqrt{3} \\ &= \sqrt{9}\sqrt{3} + 5\sqrt{3} \\ &= \\ &= \end{aligned}$$

simplifier les racines

$$\begin{aligned} C &= 4\sqrt{2} - 7\sqrt{5} + \ \sqrt{5} \\ &= \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D &= 5\sqrt{2} + 3 - 2\sqrt{2} + 5 \\ &= \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E &= 2\sqrt{27} - 5\sqrt{12} \\ &= \\ &= \\ &= \end{aligned}$$

Exercice 4 — Nous faisons. Mêmes consignes :

a) $\sqrt{3} + \sqrt{3}$	c) $10\sqrt{3} - \sqrt{3}$	e) $\sqrt{27} - 2\sqrt{3}$
b) $6\sqrt{7} + 3\sqrt{7}$	d) $\sqrt{2} + 5\sqrt{3} - 2\sqrt{2} + 6\sqrt{3}$	f) $9\sqrt{7} + \sqrt{63}$

Exercice 5 — À vous. Mêmes consignes :

a) $7\sqrt{8} + 3\sqrt{2}$	c) $2\sqrt{2} + 8 - \sqrt{2} + 1$	e) $10 + 4\sqrt{7} - 2 + \sqrt{7}$
b) $2\sqrt{80} - 3\sqrt{20}$	d) $7\sqrt{3} + \sqrt{3} - 2$	f) $\sqrt{2} + \sqrt{3} - 2\sqrt{2}$

■ **Exemple 2.4 — Je fais.** Développer simplifier et réduire les produits de radicaux :

$A = (\sqrt{3}-2)(\sqrt{6}+5)$

$=$

$=$

$=$

$=$

$B = (\sqrt{8}+3)(\sqrt{2}-1)$

$=$

$=$

$=$

$=$

Exercice 6 — À vous. Même consignes

$A = 3(4+\sqrt{2})$
$B = \sqrt{3}(4+\sqrt{3})$
$C = \sqrt{3}(\sqrt{12}+2\sqrt{3})$

$D = (\sqrt{7}+3)(\sqrt{3}+5)$
$E = (3+\sqrt{11})(3-\sqrt{11})$
$F = (\sqrt{3}-\sqrt{2})(\sqrt{3}+\sqrt{2})$

$G = (\sqrt{5}-\sqrt{3})(\sqrt{8}+2)$
$H = (\sqrt{8}-\sqrt{5})(\sqrt{6}-\sqrt{3})$
$I = (4-\sqrt{2})(2-\sqrt{5})$

Exercice 7 Pour $x \in \mathbb{R}$. Développer simplifier réduire :

$A = (x+3)(x+2)$
$B = 2(x-2)(x+4)$
$C = 2+(x-2)(x+4)$

$D = 2(x-2)+(x+4)$
$E = (x^2+4)(2x-3)$
$F = -(3x-4)(x-5)$

$G = 3(x+5)(x-5)$
$H = -2(3x+4)(4x+2)$
$I = (2x+\sqrt{3})(x-5\sqrt{3})$

■ **Exemple 2.5** Pour $x \in \mathbb{R}$. Développer simplifier et réduire :

$A(x) = (2x+3)^2-(2x-5)(-3x-4)$

$=$

$=$

$=$

$=$

Exercice 8 Démontrer l'identité :

pour tout $x \in \mathbb{R}$ on a $\quad (2x-3)(5x-1)+3(x+5)(x-5) = x(13x-17)-72$

Exercice 9 Pour $x \in \mathbb{R}$. Développer simplifier réduire :

$A(x) = (2x-3)+(-x+5)(3x-7)$
$B(x) = 5x(3x+1)-(3x+1)(2x+1)$
$C(x) = (x-4)(x+1)+3(3x+1)(x-1)$

$D(x) = (5x+1)(x+1)-(x-3)(2x-5)$
$E(x) = 2(2x+3)(3x-1)-5(x+1)(x-1)$

Exercice 10 Pour $x \in \mathbb{R}$. Développer, simplifier et réduire les expressions suivantes.

$A(x) = (x-1)(x^2+x+1)$

$B(x) = (3\sqrt{3}-1)^3$

$C(x) = (a+b+c)^2$

solution de l'exercice 3. $A(x) = 10x + 24$; $B(x) = 8x - 13$; $C(x) = 2x + 5$; $D(x) = 4x + 37$; $E(x) = 14 - 13x$; $F(x) = -6x^2 + 13x + 10$; ∎

solution de l'exercice 5. $a = 17\sqrt{2}$; $b = 2\sqrt{5}$; $c = \sqrt{2} + 9$; $d = 8\sqrt{3} - 2$; $e = 5\sqrt{7} + 8$; $f = -\sqrt{2} + \sqrt{3}$. ∎

solution de l'exercice 6. $A(x) = 3\sqrt{2}+12$; $B(x) = 3+4\sqrt{3}$; $C(x) = 12$; $D(x) = \sqrt{21}+3\sqrt{3}+5\sqrt{7}+15$; $E(x) = -2$; $F(x) = 1$; $G(x) = -2\sqrt{6} - 2\sqrt{3} + 2\sqrt{5} + 2\sqrt{10}$; $H(x) = -\sqrt{30} - 2\sqrt{6} + \sqrt{15} + 4\sqrt{3}$; $I(x) = -4\sqrt{5} - 2\sqrt{2} + \sqrt{10} + 8$; ∎

solution de l'exercice 7. $A(x) = x^2 + 5x + 6$; $B(x) = 2x^2 + 4x - 16$; $C(x) = x^2 + 2x - 6$; $D(x) = 3x$; $E(x) = 2x^3 - 3x^2 + 8x - 12$; $F(x) = -3x^2 + 19x - 20$; $G(x) = 3x^2 - 75$; $H(x) = -24x^2 - 44x - 16$; $I(x) = 2x^2 - 9\sqrt{3}x - 15$; ∎

solution de l'exercice 9. $A(x) = -3x^2 + 24x - 38$; $B(x) = 9x^2 - 1$; $C(x) = 10x^2 - 9x - 7$; $D(x) = 3x^2 + 17x - 14$; $E(x) = 7x^2 + 14x - 1$; ∎

solution de l'exercice 10. $A(x) = x^3 - 1$; $B(x) = 18 + 13\sqrt{2}$; $C(x) = -82 + 90\sqrt{3}$; ∎

2.2 Identités remarquables

Théorème 2.6 — Carré de somme. Pour deux nombres $a \neq 0$ et $b \neq 0$:

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \qquad (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

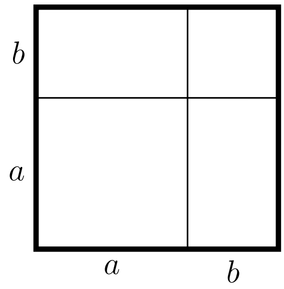


Figure 2.1 – Illustration géométrique du carré de la somme de nombres positifs $a \geqslant 0$ et $b \geqslant 0$

Démonstration.

$(a+b)^2 = (a+b)(a+b)$ | $(a-b)^2 = (a-b)(a-b)$

$=$ | $=$

$=$ | $=$

$=$ | $=$

■

■ **Exemple 2.7**

$A(x) = (2x-3)^2$ | $B(x) = (2x+3)^2$

Théorème 2.8 — Le produit de conjuqués. Pour tout réels a et $b \in \mathbb{R}$:

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

$(a-b)$ est le terme conjugué de $(a+b)$.
$(a+b)$ est le terme conjugué de $(a-b)$

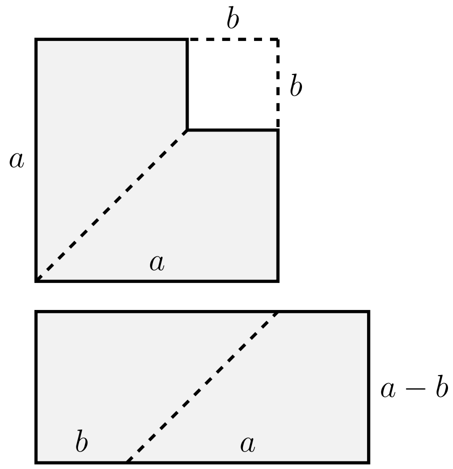


Figure 2.2 – Illustration géométrique de la factorisation de la différence de deux carrés, avec $a \geqslant b \geqslant 0$

Démonstration.

$(a+b)(a-b) =$

$=$

$=$

$=$

■

■ **Exemple 2.9**

$A = (2x-3)(2x+3)$ | $B = (\sqrt{5}+2)(\sqrt{5}-2)$

$=$ | $=$

$=$ | $=$

$=$ | $=$

$(ab)^2 = a^2b^2$

2.2.1 Exercices : identités remarquables

Exercice 1 $x \in \mathbb{R}$. Développer à l'aide de l'identité remarquable adaptée :

$$A = (3x+5)^2 \qquad B = (x-8)(x+8) \qquad C = (1+\sqrt{5})^2$$

$$D = (\sqrt{2}-1)^2 \qquad E = (2\sqrt{3}-5)^2 \qquad F = 2(4x-3)^2$$

$$G = (6x-5)(6x+5) \qquad H = 2(3x-\sqrt{5})^2 \qquad I = (9\sqrt{2}-7)(9\sqrt{2}+7)$$

Exercice 2 Même consignes.

$$A(x) = (5x+\sqrt{3})^2 - x^2 \qquad B(x) = (6x+9)^2 - (x-5)(x+5)$$

$$C(x) = (5x+2)^2 - (2x+3)(2x-3) \qquad D(x) = (3x+2)(3x-2) - 2(x-5)^2$$

■ **Exemple 2.10 — Je fais.** Transformer les fractions suivantes, pour obtenir une fraction égale ayant un dénominateur entier :

$$\frac{7}{3\sqrt{5}} = \frac{7\times\sqrt{5}}{3\sqrt{5}\times\sqrt{5}} = \frac{7\sqrt{5}}{\sqrt{25}} = \frac{7\sqrt{5}}{5}$$

$$\frac{3}{\sqrt{12}} = \qquad = \qquad = \qquad =$$

$$\frac{4}{\sqrt{8}} = \qquad = \qquad = \qquad =$$

Exercice 3 — À vous. Mêmes consignes.

$$A = \frac{5}{\sqrt{7}} \qquad B = \frac{10}{\sqrt{6}} \qquad C = \frac{2}{\sqrt{10}} \qquad D = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}} \qquad E = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$$

$$F = \frac{-\sqrt{9}}{\sqrt{3}} \qquad G = \frac{14}{3\sqrt{7}} \qquad H = \frac{7}{2\sqrt{3}} \qquad I = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{10}} \qquad J = \frac{\sqrt{12}}{2}$$

■ **Exemple 2.11 — Je fais.** Mêmes consignes.

$$\frac{3}{2+\sqrt{3}} = \qquad = \qquad = \qquad =$$

$$\frac{4}{\sqrt{5}-2} = \qquad = \qquad = \qquad =$$

$$\frac{6}{\sqrt{5}-\sqrt{2}} = \qquad = \qquad = \qquad =$$

Exercice 4 — À vous. Mêmes consignes.

$$A = \frac{2}{4+\sqrt{3}} \qquad B = \frac{5}{7-\sqrt{5}} \qquad C = \frac{10}{5+\sqrt{2}} \qquad D = \frac{15}{\sqrt{7}-5}$$

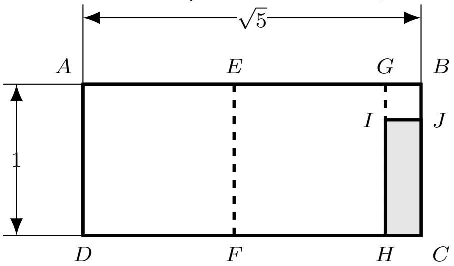
$$E = \frac{4}{3\sqrt{2}-10} \qquad F = \frac{3}{4-7\sqrt{3}} \qquad G = \frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1} \qquad H = \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$$

Transformer les fractions pour rendre le dénominateur entier

Cas 1 Le dénominateur est un produit ayant pour facteur $\sqrt{a}$. On multiplie numérateur et le dénominateur par $\sqrt{a}$.

Cas 2 Le dénominateur est de la forme $a \pm \sqrt{b}$ (ou $\sqrt{a} \pm \sqrt{b}$) on multiplie numérateur et dénominateur par le conjugué.

Exercice 5 — . Dans la figure ci-contre, $AEFD$, $EGHF$ et $GBJI$ sont des carrés.



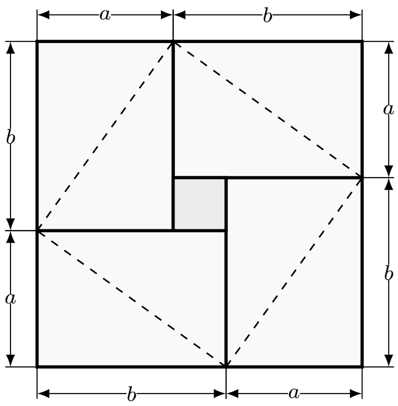
1) Exprimer les dimensions du rectangle $IJCH$ en fonction de $\sqrt{5}$
2) Démontrer que $\dfrac{IH}{IJ} = \sqrt{5}$.
3) Quel est le rapport de réduction entre les rectangles $ABCD$ et $IJCH$?

Exercice 6 — classique.

a) Développer simplifier et réduire $(3+5\sqrt{2})^2$. En déduire une écriture simplifiée de $\sqrt{59+30\sqrt{2}}$.

b) Développer simplifier et réduire $(2-\sqrt{5})^2$. En déduire une écriture simplifiée de $\sqrt{9-4\sqrt{5}}$.

Exercice 7



Les 4 rectangles ci-contre sont égaux.

a) Justifier que la figure ci-contre illustre l'identité

$$\text{pour tout } a, b \geqslant 0 \qquad (a+b)^2 - (a-b)^2 = 4ab$$

b) Démontrer l'identité algébriquement.

c) Justifier que l'aire du carré pointillé s'écrit :

$$2ab + (a-b)^2$$

d) En déduire le théorème de Pythagore.

solution de l'exercice 1. $A = 9x^2+30x+25$; $B = x^2-64$; $C = 2\sqrt{5}+6$; $D = 3-2\sqrt{2}$; $E = 37-20\sqrt{3}$; $F = 32x^2-48x+18$; $G = 36x^2-25$; $H = 18x^2-12\sqrt{5}x+10$; $I = 113$; ■

solution de l'exercice 2. $A(x) = 24x^2+10\sqrt{3}x+3$; $B(x) = 35x^2+108x+106$; $C(x) = 21x^2+20x+13$; $D(x) = 7x^2+20x-54$; ■

solution de l'exercice 3. $A = \frac{5\sqrt{7}}{7}$; $B = \frac{5\sqrt{6}}{3}$; $C = \frac{\sqrt{10}}{5}$; $D = \frac{\sqrt{15}}{5}$; $E = \frac{\sqrt{21}}{7}$; $F = -\sqrt{3}$; $G = \frac{2\sqrt{7}}{3}$; $H = \frac{\sqrt{7}}{2}$; $I = \frac{\sqrt{2}}{2}$; $J = \sqrt{3}$; ■

solution de l'exercice 4. $A = \frac{8-2\sqrt{3}}{13}$; $B = \frac{5\sqrt{5}+35}{44}$; $C = \frac{50-10\sqrt{2}}{23}$; $D = \frac{-25-5\sqrt{7}}{6}$; $E = \frac{-20-6\sqrt{2}}{41}$; $F = \frac{-21\sqrt{3}-12}{131}$; $G = 4\sqrt{2}+8$; $H = 1$; ■

2.3 Factorisation à l'aide d'un facteur commun

- Factoriser c'est écrire une expression comme produit de facteurs
- En présence de puissances, les transformer en produit de termes.
- « Règle du 1 »

Exemple 2.12

$$A = 3x + 45 \qquad B = 3x + 5x^2 \qquad C = 3x + 3$$

$$= \qquad = \qquad =$$

$$= \qquad = \qquad =$$

$$D = (2x-3)(5x-1) + 2(3x-1)(2x-3) \qquad D = 2(3x-2)(5x-1) - (3x-1)(3x-2)$$

$$= \qquad =$$

$$= \qquad =$$

$$= \qquad =$$

$$D = (2x-3)^2 + (3x-1)(2x-3) \qquad E = (2x-3)(5x+1) - (2x-3)$$

$$= \qquad =$$

$$= \qquad =$$

$$= \qquad =$$

Exercice 1 — Nous faisons. Pour $x \in \mathbb{R}$. Factoriser au maximum les expressions suivantes :

$$A(x) = 25x(2x+1) + 15(2x+1)$$
$$B(x) = 25(2x+1)^2 - 5x(2x+1)$$
$$C(x) = (3x+5)(7x-4) - (5x-3)(3x+5)$$
$$D(x) = 5(2x-1)^2 + (3x-4)(2x-1)$$
$$E(x) = 5(2x-1)^2 - (3x-4)(2x-1)$$
$$F(x) = (9x+10)(8x+7) + 8x + 7$$

Exercice 2 — À vous. Même consignes :

$$A(x) = (2x+5)(2x+7) + 4(2x+5)(x+2)$$
$$B(x) = (2x+3)(5x+7) + 3(2x+3)(-2x+9)$$
$$C(x) = (2x+5)(2x+7) - (6x+15)(x+2)$$
$$D(x) = 2(2x+5)(7x+5) - 3(2x+5)(x+2)$$
$$E(x) = 3(2+3x) - 2(5+2x)(2+3x)$$
$$F(x) = 2(x+3)^2 - x - 3$$

solution de l'exercice 1 . $A(x) = 5(2x+1)(5x+3)$; $B(x) = 5(2x+1)(9x+5)$; $C(x) = (2x-1)(3x+5)$; $D(x) = (2x-1)(13x-9)$; $E(x) = (2x-1)(7x-1)$; $F(x) = (8x+7)(9x+11)$; ■

solution de l'exercice 2 . $A(x) = 3(2x+5)^2$; $B(x) = -(x-34)(2x+3)$; $C(x) = -(x-1)(2x+5)$; $D(x) = (2x+5)(11x+4)$; $E(x) = -(3x+2)(4x+7)$; $F(x) = (x+3)(2x+5)$; ■

2.4 Factorisation à l'aide d'identités remarquables

Exercice 1 Compléter les égalités suivantes par des identités remarquables :

$$(x - \ldots\ldots)^2 = \ldots\ldots x^2 - \ldots\ldots x + 36$$

$$(\ldots\ldots + \ldots\ldots)^2 = 9x^2 + \ldots\ldots x + 16$$

$$(\ldots\ldots x + \ldots\ldots)^2 = \ldots\ldots + 20x + 4$$

$$(\ldots\ldots x + \ldots\ldots)(\ldots\ldots - \ldots\ldots) = 4x^2 - 36$$

$$(\ldots\ldots x + \ldots\ldots)(\ldots\ldots - \ldots\ldots) = 36x^2 - 4$$

■ Exemple 2.13 — factoriser des expressions sous la forme $a^2 \pm 2ab + b^2$.

$A = x^2 + 8x + 16$

$= (\quad)^2 \ldots 2 \times (\quad) \times (\quad) \ldots (\quad)^2$

$= (\qquad\qquad)^2$

$B = x^2 - 6x + 9$

$= (\quad)^2 \ldots 2 \times (\quad) \times (\quad) \ldots (\quad)^2$

$= (\qquad\qquad)^2$

$C = 25x^2 + 80x + 64$

$= (\quad)^2 \ldots 2 \times (\quad) \times (\quad) \ldots (\quad)^2$

$= (\qquad\qquad)^2$

$D = \dfrac{1}{4}x^2 + x + 1$

$= (\quad)^2 \ldots 2 \times (\quad) \times (\quad) \ldots (\quad)^2$

$= (\qquad\qquad)^2$

Exercice 2 Pour $x \in \mathbb{R}$. Factoriser au maximum les expressions suivantes à l'aide d'identités remarquables :

$A(x) = x^2 + 2x + 1$	$D(x) = 4x^2 + 4x + 1$	$G(x) = x^2 + x + \frac{1}{4}$
$B(x) = 1 - 2x + x^2$	$E(x) = 4x^2 + 12x + 9$	$H(x) = 9x^2 - 6\sqrt{5}x + 5$
$C(x) = x^2 + 6x + 9$	$F(x) = 4x^2 - 12x + 9$	$I(x) = 3x^2 - 2\sqrt{3}x + 1$

Exercice 3 Pour $x \in \mathbb{R}$. Factoriser au maximum :

$A(x) = x^2 - 36$	$D(x) = (2x-1)^2 - 25$	$G(x) = 9(2x-1)^2 - 4x^2$
$B(x) = 4x^2 - 36$	$E(x) = (3x+7)^2 - 16$	$H(x) = 4(2x-1)^2 - 25x^2$
$C(x) = 36x^2 - 4$	$F(x) = 4(2x-1)^2 - 100$	$I(x) = 4(2x-1)^2 - 25(x+3)^2$

solution de l'exercice 2 . $A = (x+1)^2$; $B = (x-1)^2$; $C = (x+3)^2$; $D = (2x+1)^2$; $E = (2x+3)^2$; $F = (2x-3)^2$; $G = (x+\frac{1}{2})^2$; $H = (3x-\sqrt{5})^2$; $I = (\sqrt{3}x-1)^2$. ■

solution de l'exercice 3 . $A = (x-6)(x+6)$; $B = 4(x-3)(x+3)$; $C = 4(3x-1)(3x+1)$; $D = 4(x-3)(x+2)$; $E = 3(x+1)(3x+11)$; $F = 16(x-3)(x+2)$; $G = (4x-3)(8x-3)$; $H = -(x+2)(9x-2)$; $I = -(x+17)(9x+13)$; ■

2.5 Club Maths : Factorisations par essai-erreur de $1x^2 + sx + p$

Pour x, a et $b \in \mathbb{R}$:

$A = (x+a)(x+b)$ *développer*

$=$ *réduire*

$= x^2 + \dots\dots\dots x + \dots\dots\dots$

Pour factoriser : $B = 1x^2 + sx + p$

Consignes Pour tout $x \in \mathbb{R}$, les expressions suivantes se factorisent sous la forme $(x+a)(x+b)$ avec a et $b \in \mathbb{Z}$. Retrouver les formes factorisées

Exemple 2.14 — Cas p>0. On cherche des entiers a et b de même signe.

$A = x^2 + 7x + 10$

$B = x^2 - 9x + 20$

Exercice 1 — À vous. Mêmes consignes

$A(x) = x^2 + 6x + 5$	$C(x) = x^2 - 17x + 16$	$E(x) = x^2 + 7x + 10$	$G(x) = x^2 + 8x + 12$
$B(x) = x^2 + 10x + 16$	$D(x) = x^2 + 6x + 8$	$F(x) = x^2 - 7x + 12$	$H(x) = x^2 - 13x + 40$

Exercice 2

En remarquant que $x^2 + 25 = x^2 + 0x + 25$, expliquer pourquoi il n'est pas possible de trouver $a, b \in \mathbb{R}$ tel que « pour tout $x \in \mathbb{R}$ on a $x^2 + 25 = (x+a)(x+b)$ ».

Exemple 2.15 — Cas p<0. On cherche des entiers a et b de signes contraires.

$A = x^2 + 2x - 3$

$B = x^2 - 14x - 15$

Exercice 3 — À vous. Mêmes consignes

$A(x) = x^2 + x - 6$	$C(x) = x^2 - 6x - 40$	$E(x) = x^2 + 2x - 8$	$G(x) = x^2 + x - 30$
$B(x) = x^2 - 5x - 14$	$D(x) = x^2 - x - 12$	$F(x) = x^2 + 5x - 24$	$H(x) = x^2 - 19x - 20$

Exercice 4 Pour tout $x \in \mathbb{R}$ tel que les dénominateurs sont non nuls, Factoriser numérateurs et dénominateurs puis simplifier au maximum les fractions algébriques suivantes :

$A(x) = \dfrac{x^2+5x+6}{x^2+3x}$ | $B(x) = \dfrac{x^2+6x-7}{x^2-x}$ | $C(x) = \dfrac{x^2-9}{x^2+10x+21}$ | $D(x) = \dfrac{x^2-3x-28}{x^2-8x+7}$

■ **Exemple 2.16** Mettre sous forme d'une fraction algébrique simplifiée au maximum les expressions suivantes. Pour tout $x \in \mathbb{R}$ tel que les dénominateurs sont non nuls :

$$A(x) = \frac{x}{x^2+3x+2} + \frac{2}{x^2+3x+2}$$
$$=$$
$$=$$
$$=$$

$$B(x) = \frac{x^2}{x^2-4x+5} - \frac{2x+3}{x^2-4x+5}$$
$$=$$
$$=$$
$$=$$

Exercice 5 Mêmes consignes :

$$A(x) = \frac{x^2}{x+1} - \frac{1}{x+1}$$
$$B(x) = \frac{3x}{6x+8} + \frac{4}{6x+8}$$
$$C(x) = \frac{x^2}{x^2-3x+2} + \frac{3x-4}{x^2-3x+2}$$

$$D(x) = \frac{x^2}{x^2+5x-14} - \frac{3x-2}{x^2+5x-14}$$
$$E(x) = \frac{x^2+8x}{x^2+10x+25} + \frac{15}{x^2+10x+25}$$
$$F(x) = \frac{x^2}{x^2-2x+1} - \frac{6x-5}{x^2-2x+1}$$

solution de l'exercice 1 .

$A(x) = (x+1)(x+5)$; $B(x) = (x+2)(x+8)$; $C(x) = (x-16)(x-1)$; $D(x) = (x+2)(x+4)$; $E(x) = (x+2)(x+5)$; $F(x) = (x-4)(x-3)$; $G(x) = (x+2)(x+6)$; $H(x) = (x-8)(x-5)$; ■

solution de l'exercice 3 .

$A(x) = (x-2)(x+3)$; $B(x) = (x-7)(x+2)$; $C(x) = (x-10)(x+4)$; $D(x) = (x-4)(x+3)$; $E(x) = (x-2)(x+4)$; $F(x) = (x-3)(x+8)$; $G(x) = (x-5)(x+6)$; $H(x) = (x-20)(x+1)$; ■

solution de l'exercice 4 .

$A(x) = \dfrac{x+2}{x}$; $B(x) = \dfrac{x+7}{x}$; $C(x) = \dfrac{x^2-96}{x^2+10x+21}$; $D(x) = \dfrac{x+4}{x-1}$; ■

solution de l'exercice 5 .

$A(x) = x-1$; $B(x) = \dfrac{1}{2}$; $C(x) = \dfrac{x+4}{x-2}$; $D(x) = \dfrac{x-1}{x+7}$; $E(x) = \dfrac{x+3}{x+5}$; $F(x) = \dfrac{x-5}{x-1}$; ■