Chapitre 4

Équations du premier degré et systèmes d'équations

Table 4.1 – Objectifs. À fin de ce chapitre 4…

	Pour m'entraîner ✍		
Je dois **connaître…/savoir faire…**	🪨	💎	💍
équations à une inconnue			
notion d'équation, définitions	1, 2, 3	4	
résolution d'équation	5, 6, 7	19, 20, 21	22, 23
géométrie et mise en équation	8 à 12	13, 14, 15	16, 17
équations à paramètre	18		
systèmes linéaires d'équations			
définition	24		
résolution par substitution		25, 26	
résolution par éliminiation		27, 28, 29	
systèmes avec paramètres	30	31 à 34	
modéliser à l'aide de systèmes linéaires		35 à 39	
Valeur absolue			
définition, valeur absolue comme écart	40, 41	42	
résolution d'équation avec valeur absolue		43	

4.1 Equations simples : vocabulaire

Définition 4.1 Une **équation** est une égalité entre expressions littérales. Les lettres sont dites **inconnue(s)**. **Une solution** de l'équation est une valeur de la (ou les) inconnues pour lesquelle(s) l'égalité est vraie.

■ **Exemple 4.1** Soit l'équation $2x + 3 = x - 5$ d'inconnue x.

1. $x = 0$ n'est pas solution de l'équation car l'égalité $2(0) + 3 = 0 - 5$ est ....
2. $x = -8$ est ...., car $2(-8) + 3 = (-8) - 5$ est vraie.

■ **Exemple 4.2** Soit l'équation $2x + 3y = 15$ d'inconnue le couple $(x\ ;\ y)$.

1. Le couple $(x = 6\ ;\ y = 1)$ est un couple solution car $2(6) + 3(1) = 15$ est ....
2. Le couple $(x = 1\ ;\ y = 6)$ n'est pas un couple solution car $2(1) + 3(6) = 15$ ....
3. Le couple $(x = -3\ ;\ y = 7)$ est .... car $2(-3) + 3(7) = 15$ est ....

Définition 4.2 **Résoudre** une équation dans $\mathbb{R}$ c'est trouver l'ensemble des solutions **réelles**.

■ **Exemple 4.3**

1. L'équation $3x = 1$ inconnue x n'admet pas de solutions dans $\mathbb{Z}$.
2. L'équation $x^2 + 1 = 0$ inconnue x, n'admet pas de solutions dans $\mathbb{R}$.
3. $x = 3$ et $y = 2$ est un couple d'entiers solution de l'équation $x^2 - 2y^2 = 1$ d'inconnues x et y.

Définition 4.3 Deux équations sont dites **équivalentes** (symbole $\iff$) si elles ont le même ensemble de solutions c.à.d elles sont vraies pour les mêmes valeurs de x.

■ **Exemple 4.4**

1. 0 est solution de l'équation $x^2 = x$ mais pas de $x = 1$. Les équations ne sont pas équivalentes.
2. Les équations $2x = x + 1$ et $4x = x + 3$ ont pour seule solution $x = 1$. Elles sont équivalentes.

Théorème 4.1 — admis, propriétés des égalités.

- **ajouter** aux **2 membres** d'une équation **une même** expression donne une équation équivalente.

$$A = B \iff A + C = B + C$$

- **multiplier** les **2 membres** d'une l'équation par **une même** expression **non nulle** donne une équation équivalente.

$$(C \neq 0) \qquad A = B \iff CA = CB$$

- remplacer un des deux membres d'une équation par une expression **identique** (par exemple par **développement, factorisation, réduction ...**) donne une équation équivalente.

R Le théorème s'étend à la soustraction et la division d'expressions non nulles. Cependant, nous préférerons écrire :

1. « ajouter -7 » au lieu de « soustraire 7 »
2. « multiplier par $\frac{1}{7}$ » au lieu de « diviser par 7 ».

4.2 Systèmes d'équations

Définition 4.4 — Systèmes de 2 équations linéaires à 2 inconnues. On appelle un système de deux équations linéaires à deux inconnues un système de la forme

$$\begin{cases} ax+by=c \\ dx+ey=f \end{cases} \qquad \text{d'inconnue } (x,y)$$

Les paramètres a, b, c et d sont des réels. L'accolade signifie et. Un couple solution $(x;y)$ doit vérifier les deux équations simultanément.

■ **Exemple 4.5** Soit le système $\begin{cases} x-6y=70 \\ 6x-\ \ y=70 \end{cases}$

1. Le couple $(x=4\ ;\ y=-11)$ n'est pas un couple solution car $\begin{cases} (4)-6(-11)=70 \\ 6(4)-(-11)\neq 70 \end{cases}$.
2. Le couple $(x=10\ ;\ y=-10)$ est solution du système car $\begin{cases} (10)-6(-10)=70 \\ 6(10)-(-10)=70 \end{cases}$

■ **Exemple 4.6 — système non linéaire.** $(3\ ;4)$ est une solution du système $\begin{cases} x+y=7 \\ xy=12 \end{cases}$

4.2.1 Méthode de résolution par substitution

1. **Choisir** une des équations, et résoudre pour une des inconnues en fonction de l'autre.
2. **Subsituer** l'expression trouvée dans l'autre équation pour obtenir une équation à une inconnue. Résoudre et déterminer la valeur de cette inconnue.
3. **Substituer** la valeur de l'inconnue de l'étape 2 dans l'expression trouvée à l'étape 1 et déterminer l'inconnue restante.

4.2.2 Méthode de résolution par élimination

1. **ajuster les coefficients** en multipliant une ou plusieurs équations par des coefficients non nuls, de sorte que le coefficient d'une variable dans une équations est **l'opposé** du coefficient dans l'autre équation.
2. **éliminer** une inconnue par **addition** des deux équations, et résoudre pour l'inconnue restante.
3. **Substituer** la valeur de l'inconnue trouvée à l'étape 2 dans une des équations de départ, pour déterminer l'autre inconnue.

Cette méthode repose sur le théorème :

Théorème 4.2 — admis. Opérations qui ne changent pas les solutions d'un système linéaire :

- échanger deux lignes, $L_1 \leftrightarrow L_2$
- multiplier une ligne par un réel non nul, $L_1 \leftarrow aL_2$
- ajouter à une ligne un multiple d'une autre ligne $L_1 \leftarrow L_1 + bL_2$

4.3 Valeur absolue et écart entre réels

Définition 4.5 Pour tout nombre $a \in \mathbb{R}$, la **valeur absolue** de a est la distance qui sépare le point d'abscisse a de l'origine d'abscisse 0 sur la droite graduée. On la note $|a|$:

$$|a| = \begin{cases} a & \text{Si } a \geqslant 0 \\ -a & \text{Si } a < 0 \end{cases}$$

Utilisation L'écart entre deux réels a et $b \in \mathbb{R}$ est donnée par $|a-b| = |b-a|$.

■ **Exemple 4.7**

1. Deux nombres opposés sont à égales distances de 0, ils ont la même valeur absolue.
2. donner des exemples variés pour préparer l'exercice 1.

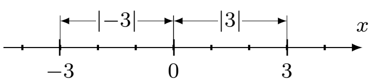


Figure 4.1 – $|-3| = |3| = 3$

■ **Exemple 4.8**

1. L'écart entre 4 et -2 est $|4-(-2)| = |4+2| = |6| = 6$.
2. $|x-1| < 0{,}1$ signifie « l'écart entre x et 1 est inférieur à $0{,}1$ ». On peut dire que $0{,}9 < x < 1{,}1$.
3. Vrai ou Faux ? $\left|\pi - \frac{22}{7}\right| \leqslant 2 \times 10^{-3}$.

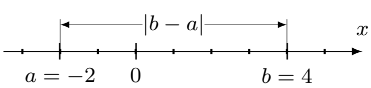


Figure 4.2 – L'écart entre 4 et -2.

4.4 Exercices

4.4.1 Exercices : équations et leur résolution

Exercice 1 — Vérifier si une valeur est solution d'une équation à 1 inconnue. Choisir la bonne réponse :

1. $x = 2$ est solution de l'équation (.....):
   (A) $\frac{1}{2}x + 3 = 5$ (B) $-\frac{1}{3}x + 7 = 6x$ (C) $5x - 8 = 2$ (D) $\frac{1}{4}x + 5 = 9$
2. $x = \frac{1}{2}$ n'est pas solution de l'équation (.....) :
   (A) $x + 1 = \frac{3}{2}$ (B) $2x^2 + 10 = 10{,}5$ (C) $-2x + 7 = 6$ (D) $4x + \frac{1}{2} = \frac{9}{2}$
3. $k = 0$ (A) { est } (B) { n'est pas } une solution de l'équation $k + 1 = -k + 1$.
4. $x = -1$ (A) { est } (B) { n'est pas } une solution de l'équation $4x^2 - 9 = 2x - 3$.
5. $x = 2$ (A) { est } (B) { n'est pas } une solution de l'équation $\frac{x^2 - 2}{x} - \frac{3x}{x^2 - 2} + 2 = 0$.
6. $x = 3$ (A) { est } (B) { n'est pas } une solution de l'équation $x^2 = 3x$.
7. $x = 3$ (A) { est } (B) { n'est pas } la seule solution de l'équation $x^2 = 3x$.
8. $x = 2$ (A) { est } (B) { n'est pas } la seule solution de l'équation $2x + 1 = 5$.

Exercice 2 — communiquer. Vérifier quelles valeurs parmi $x = -1$, $x = -3$, $x = 3$ et $x = 1$ sont solutions de $x^2 - 3 = 2x$, inconnue x.

Exercice 3 — Vrai ou Faux ?.

	Vrai	Faux
1/ 70 est solution de l'équation $x^{300} = 1$ d'inconnue x	☐	☐
2/ 3 est une solution de l'équation $(x - 5)^2 = 4$ inconnue x	☐	☐
3/ -3 est une solution de l'équation $(x - 5)^2 = 4$ inconnue x	☐	☐
4/ $\sqrt{3}$ et $-\sqrt{3}$ sont solutions de l'équation $x^2 + 2 = 5$ inconnue x	☐	☐
5/ $\sqrt{3}$ est une solution de l'équation $(2 - x)(2 + x) = 1$ inconnue x	☐	☐

Exercice 4 — Vérifier si un couple est solution d'une équation à 2 inconnues.

	Vrai	Faux
1/ Le couple $(x = -3\ ;\ y = 3)$ est solution de l'équation $6x + 3y = -2$	☐	☐
2/ Le couple $(x = -\frac{2}{3}\ ;\ y = \frac{2}{3})$ est solution de l'équation $6x + 3y = -2$	☐	☐
3/ Le couple $(x = 0\ ;\ y = -1)$ est solution de l'équation $-9x - 7y = -7$	☐	☐
4/ Le couple $(x = 3\ ;\ y = -5)$ est solution de $(x - 2)(y + 5) = 0$	☐	☐
5/ Le couple $(x = 1\ ;\ y = 1)$ est l'unique solution de l'équation $xy = 1$	☐	☐
6/ Le couple $(x = -6\ ;\ y = 8)$ est une solution de $x^2 + y^2 = 10^2$	☐	☐

ajouter aux **2 membres** d'une équation **une même** expression donne une équation équivalente. $\qquad A = B \iff A + C = B + C$

multiplier les **2 membres** d'une l'équation par **une même** expression **non nulle** donne une équation équivalente. $\qquad (C \neq 0) \quad A = B \iff CA = CB$

remplacer un des deux membres d'une équation par une expression **identique** (par exemple par **développement, factorisation, réduction ...**) donne une équation équivalente.

■ **Exemple 4.9** Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes d'inconnue x :

$$\begin{aligned} 7x &= -25 \\ \iff \frac{7x}{7} &= \frac{-25}{7} \qquad \times\frac{1}{7} \\ \iff x &= \frac{-25}{7} \\ \mathscr{S} &= \left\{\frac{-25}{7}\right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -\frac{3}{4}x &= 13 \\ \iff \frac{4}{(-3)}\frac{(-3)}{4}x &= \frac{4}{(-3)}13 \qquad \times\frac{4}{(-3)} \\ \iff x &= \frac{-52}{3} \\ \mathscr{S} &= \left\{\frac{-52}{3}\right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} ax &= c \\ \iff \frac{ax}{a} &= \frac{c}{a} \qquad \times\frac{1}{a} \\ \iff x &= \frac{c}{a} \\ \mathscr{S} &= \left\{\frac{c}{a}\right\} \end{aligned}$$

Exercice 5 — $ax = c$ **résolution en 1 étape.** Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

(E_1) $6x = -42$	(E_3) $-\frac{3}{5}x = -60$	(E_5) $\frac{x}{9} = -18$	(E_7) $24 = \frac{x}{3}$	(E_9) $42x = 0$
(E_2) $24x = -8$	(E_4) $\frac{x}{6} = 12$	(E_6) $-x = 100$	(E_8) $\frac{3}{4}x = 24$	(E_{10}) $-\frac{5}{3}x = 12$

■ **Exemple 4.10** Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes d'inconnue x :

$$\begin{aligned} -3x - 9 &= 0 \\ +9 \quad &+9 \qquad +9 \\ \iff -3x &= 9 \\ \iff \frac{(-3)x}{(-3)} &= \frac{9}{-3} \qquad \times\frac{1}{-3} \\ \iff x &= -3 \\ \mathscr{S} &= \{-3\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{2}{3}x - \frac{1}{4} &= \frac{5}{6} \\ +\frac{1}{4} \quad &+\frac{1}{4} \qquad +\frac{1}{4} \\ \iff \frac{2}{3}x &= \frac{5}{6} + \frac{1}{4} = \frac{13}{12} \\ \iff \frac{3}{2} \times \frac{2}{3}x &= \frac{3}{2} \times \frac{13}{12} \qquad \times\frac{3}{2} \\ \iff x &= \frac{13}{8} \\ \mathscr{S} &= \left\{\frac{13}{8}\right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} ax + b &= 0 \\ -b \quad &-b \qquad -b \\ \iff ax &= -b \\ \iff \frac{ax}{a} &= \frac{-b}{a} \qquad \times\frac{1}{a} \\ \iff x &= \frac{-b}{a} \\ \mathscr{S} &= \left\{\frac{-b}{a}\right\} \end{aligned}$$

Exercice 6 — $ax + b = c$ **résolution en 2 étapes.** Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

(E_1) $4x - 9 = 0$	(E_3) $-81 = -51 - 3x$	(E_5) $\frac{9}{7}x + \frac{2}{3} = 0$	(E_7) $-\frac{2}{9}x + \frac{5}{3} = -2$
(E_2) $-10 = 3x + 7$	(E_4) $\frac{2}{7}x - 5 = 12$	(E_6) $-\frac{7}{9}x - \frac{6}{7} = 1$	(E_8) $-\frac{4}{3}x - \frac{5}{3} = \frac{1}{6}$

Une équation linéaire d'inconnue x est une équation équivalente à une équation de la forme $ax + b = 0$, ou a et b sont deux réels.

■ **Exemple 4.11 — Équations linéaires à une inconnue.** $4x - 5 = 3$; $2x = \frac{1}{2}x - 7$ et $x - 6 = \dfrac{x}{3}$

■ **Exemple 4.12 — Équations non linéaires.** $x^2 + 2x = 8$; $\sqrt{x} - 6x = 0$ et $\frac{3}{x} - 2x = 1$

■ **Exemple 4.13 — résoudre une équation linéaire.** Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations d'inconnue x :

$$\begin{aligned} & 7x-4 = 3x+8 \\ & -3x+4 \quad -3x+4 \qquad \text{(}-3x+4\text{)} \\ \iff & 4x = 12 \\ \iff & \frac{4x}{4} = \frac{12}{4} \qquad \times\frac{1}{4} \\ \iff & x = 3; \quad \mathscr{S} = \{3\} \end{aligned}$$

Il est d'usage de vérifier que les valeurs obtenues sont bien solutions de l'équation de départ en calculant **séparément** chacun des deux membres de l'équation.

Avec $x = 3$ on a : $MG = 7(3) - 4 = 17$ et $MD = 3(3) - 8 = 17$.

Donc $x = 3$ est bien solution.

Exercice 7 Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations linéaires suivantes puis vérifier les solutions obtenues.

(E_1) $-x + 3 = 4x$

(E_2) $2x + 3 = 7 - 3x$

(E_3) $\frac{x}{3} - 2 = \frac{5}{3}x + 7$

(E_4) $\frac{2}{5}x - 1 = \frac{3}{10}x + 3$

(E_5) $4(x - 1) = -7x + 5$

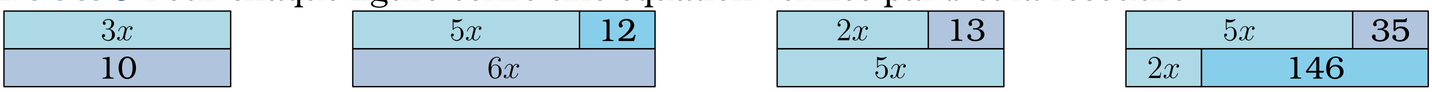
(E_6) $2(1 - x) = 3(1 + 2x) + 5$

(E_7) $-3(2x - 1) = x - 3(x - 5)$

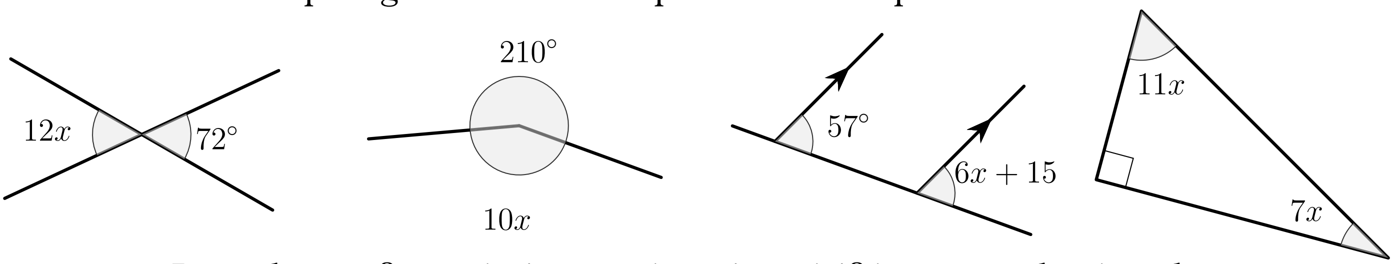
(E_8) $-2(3x - 6) = 3(-2x + 4)$

(E_9) $-3(2x + 5) = -3(2x + 1)$

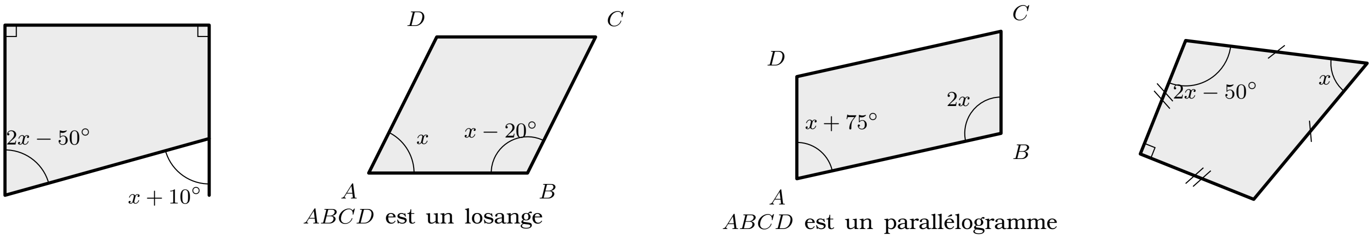
Exercice 8 Pour chaque figure écrire une équation vérifiée par x et la résoudre



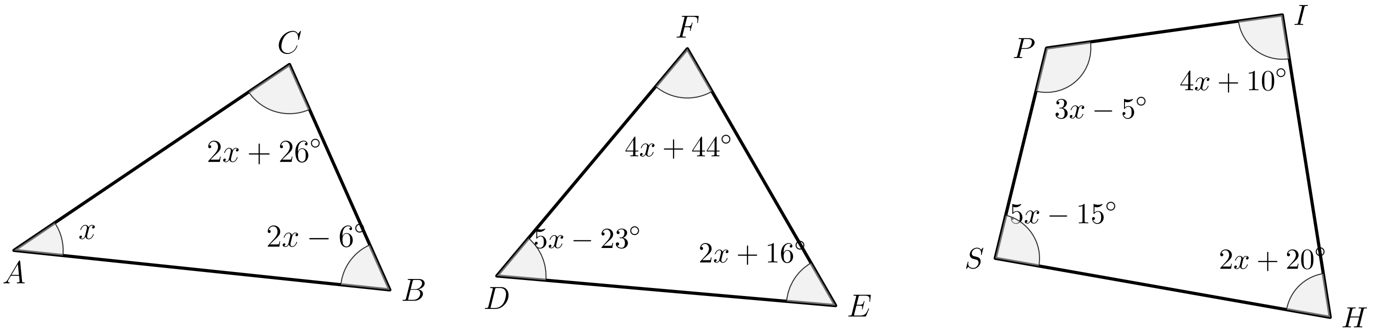
Exercice 9 Pour chaque figure écrire une équation vérifiée par x et la résoudre



Exercice 10 Pour chaque figure écrire une équation vérifiée par x et la résoudre.

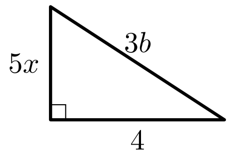


Exercice 11

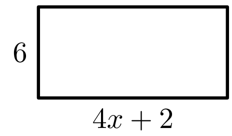


1. Pour chaque figure, écrire une équation en x et la résoudre.
2. En déduire que ABC est un triangle rectangle, DEF est un triangle isocèle (non équilatéral) et $SHIP$ est un parallélogramme.

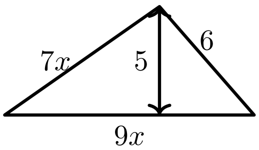
Exercice 12 Pour chaque figure, écrire une équation en x et la résoudre.



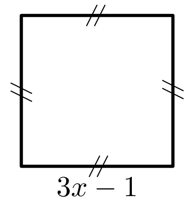
L'aire du triangle est 55 cm^2.



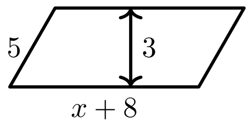
L'aire du rectangle est 204 cm^2.



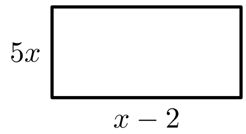
L'aire du triangle est 63 cm^2.



Le périmètre du carré est 176 cm.

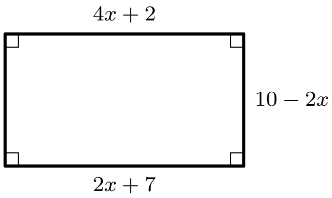


Le périmètre du parallélogramme est 40 cm.



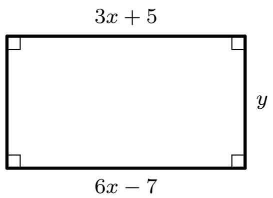
Le périmètre du rectangle est 152 cm.

Exercice 13



1. Utiliser deux côtés opposés de ce rectangle pour écrire une équation vérifiée par x .
2. Déterminer la valeur de x et déduire le périmètre de ce rectangle.

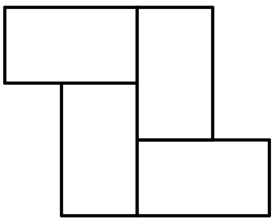
Exercice 14



Toutes les longueurs sont en cm. L'aire du rectangle est 51 cm^2.

Déterminer y.

Exercice 15



La figure ci-contre est formée 4 rectangles égaux.

La longueur d'un rectangle fait 6 cm de plus que sa largeur.

Le périmètre (les 8 côtés) de la figure est 56 cm.

Déterminer l'aire de la figure.

Exercice 16 Les oranges coûtent x € le kilo, et les pommes coûtent $(x-0{,}6)$ € le kilo. Le prix total de 2 kg d'orange et 1,75 kg de pommes est 19.20 €. Trouver x.

Exercice 17 Les patates coûtent x € le kilo, et les carrotes coûtent $(x+0{,}45)$ € le kilo. Le prix total de 3 kg de patates et 250 g de carrotes est 7.75 €. Trouver le prix de 2 kg de patates.

Exercice 18 — équations à paramètre.

1. $x=2$ est solution de l'équation $ax-1=0$. Donner une équation vérifiée par a et la résoudre.
2. $x=4$ est solution de l'équation $2ax+x-7=0$. Déterminer a.
3. $x=2$ est solution de l'équation $ax=x^2-x+1$. Déterminer a.
4. La solution de l'équation $3x+8=2$ est l'inverse de la solution de l'équation $2x-a=4x+3$. Déterminer a.
5. 🌵 Pour quelle valeur de k, l'équation $3x+k-5=kx-k+1$ a une infinité de solutions.

■ **Exemple 4.14** Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation d'inconnue x:

$$2x-3+\frac{x+2}{2}-\frac{x-4}{3}=5$$

parenthèses autour des numérateurs

$$(2x-3)+\frac{(x+2)}{2}-\frac{(x-4)}{3}=5$$

multiplier par le dénominateur commun $\times 6$

$$6(2x-3)+\frac{6(x+2)}{2}-\frac{6(x-4)}{3}=6(5)$$

Simplifier

$$6(2x-3)+3(x+2)-2(x-4)=30$$

developper et réduire

$$12x-18+3x+6-2x+8=30$$

$$13x-4=30$$

$$13x=34; \qquad x=\frac{34}{13}$$

Exercice 19 Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes d'inconnue x:

$(E_1)\ \frac{x+1}{4}+\frac{5}{6}=\frac{9}{2}$	$(E_2)\ \frac{x}{2}-\frac{x+5}{3}=\frac{1}{2}$	$(E_3)\ 2x-\frac{x}{2}+\frac{x+1}{4}=6x$	$(E_4)\ \frac{x-5}{3}-2x=\frac{2x+1}{2}$

■ **Exemple 4.15** Transformer les équations suivantes en équations linéaires puis les résoudre.

$$\frac{x+4}{-3x-3}=\frac{7}{2}$$

égalité des produits en croix

$$2(x+4)=7(-3x-3)$$

développer

$$2x+8=-21x-21$$

+21x-8

$$23x=-29$$

$$\mathscr{S}=\frac{-29}{23}$$

$$\frac{2x-3}{3x-2}=\frac{5}{6}$$

$$6(\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots)=5(\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots)$$

$$=$$

$$=$$

$$\mathscr{S}=$$

Exercice 20 Résoudre les équations suivantes.

$(E_1)\ \frac{2x-1}{x+2}=\frac{4}{5}$	$(E_2)\ \frac{6x+1}{3x-2}=5$	$(E_3)\ \frac{5x+2}{2x-3}=0$	$(E_4)\ \frac{5}{2x-3}=\frac{3}{4x-5}$

Exercice 21 — communiquer. Expliquer l'erreur dans la démonstration de l'affirmation $0=1$ suivante :

On suppose que $x=1$

multiplier par x

$$x^2=x$$

ajouter $-x$

$$x^2-x=0$$

factoriser

$$x(x-1)=0$$

multiplier par $\frac{1}{x-1}$

$$\frac{x(x-1)}{x-1}=\frac{0}{x-1}$$

simplifier

$$x=0$$

donc $1=0$

> Beaucoup de formules (ou équations) en sciences font intervenir **plusieurs** variables. Il est souvent nécessaire de savoir exprimer une des variables en fonction des autres.

■ **Exemple 4.16**

1. La force d'attraction F entre deux corps de masses m et M séparés d'une distance de r est donnée par l'équation $F = G\dfrac{mM}{r^2}$.
   Résoudre pour M cette équation (c.à.d. exprimer M en fonction des autres variables).
2. L, l et h sont les trois dimensions d'un pavé droit.
   L'aire totale A vérifie l'équation $A = 2Ll + 2Lh + 2lh$.
   Résoudre pour l cette équation (c.à.d. exprimer l en fonction des autres variables).

solution.

$$\begin{aligned}
F &= G\frac{mM}{r^2} && \textit{Factoriser } M \textit{ dans le MD}\\
F &= \left(\frac{Gm}{r^2}\right)M && \times\frac{r^2}{Gm}\\
\frac{r^2}{Gm}F &= \left(\frac{r^2}{Gm}\right)\left(\frac{Gm}{r^2}\right)M && \textit{simplifier}\\
M &= \frac{r^2F}{Gm}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
A &= 2Ll + 2Lh + 2lh && \textit{Regrouper les termes en } l\\
A &= (2Ll + 2lh) + 2Lh && \textit{ajouter } -2Lh\\
A - 2Lh &= 2Ll + 2lh && \textit{factoriser par } l\\
A - 2Lh &= l(2L + 2h) && \textit{multiplier par } \frac{1}{2L+2h}\\
\frac{A - 2Lh}{2L + 2h} &= \frac{l(2L + 2h)}{2L + 2h} = l
\end{aligned}$$

■

Exercice 22

1. Le périmètre d'un cercle est donné par $P = 2\pi r$. Résoudre pour r.
2. La loi des Gaz parfait est donnée par l'équation $PV = nRT$. Résoudre pour R.
3. La loi universelle de l'attraction est donnée par $F = G\dfrac{mM}{r^2}$. Résoudre pour m.
4. Le périmètre d'un rectangle est donné par $P = 2l + 2L$. Résoudre pour L.

■ **Exemple 4.17** Résoudre pour x les équations suivantes :

$$\begin{aligned}
y &= 5x + 3 && \textit{ajouter}-3\\
y - 3 &= 5x && \textit{multiplier par } \frac{1}{5}\\
\frac{y-3}{5} &= \frac{5x}{5} && \textit{simplifier}\\
\frac{y-3}{5} &= x
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
2yx &= 3x + 5 && \textit{ajouter}-3x \textit{ pour regrouper les termes en } x\\
2yx - 3x &= 5 && \textit{factoriser par } x\\
x(2y - 3) &= 5 && \textit{multiplier par } \frac{1}{2y-3}\\
x = \frac{x(2y-3)}{(2y-3)} &= \frac{5}{2y-3}
\end{aligned}$$

Exercice 23 Résoudre pour x les équations suivantes :

E_1 $y = -3x + 1$	E_3 $3x - 2y = 12$	E_5 $3x - 5xy = y + 1$
E_2 $y = 2x - 3$	E_4 $5x + 7y = 1$	E_6 $12 - 2yx + 5x = 0$

4.4.2 Exercices : systèmes d'équations linéaires à 2 inconnues

Exercice 24 — concepts. Complétez.

1. Le système d'équation $\begin{cases} 2x+3y &= 7 \\ 5x-y &= 9 \end{cases}$ est un système de deux équations d'inconnues et .
   Pour vérifier si $(5;\ -1)$ est solution du système, on vérifie si $x=5$ et $y=-1$ rendent vérifient
   ....du système.
   Le couple $(\ldots\ldots)$ est solution du systeme. **(A)** $(5;-1)$ **(B)** $(-1;3)$ **(C)** $(2;1)$
2. Le couple **(A)** $(-2;7)$ **(B)** $(1;-1)$ **(C)** $(-1;1)$ est solution du systeme $\begin{cases} -8x+y &= -9 \\ -3x+5y &= -8 \end{cases}$.
3. Si $(1;3)$ est solution du système $\begin{cases} x+2y &= b \\ x-5y &= a \end{cases}$, alors $a=$.............. et $b=$...............
4. Si $\begin{cases} 2x-3y=12 \\ x \quad\quad =0 \end{cases}$ alors $2(0)-3y=12$ donc $y=$..
5. Si $\begin{cases} 8x-12y=72 \\ y=0 \end{cases}$ alors $8x-12(0)=72$ donc $x=$ ....
6. Si $\begin{cases} 4x+6y=60 \\ y=5 \end{cases}$ alors $4x+6(\ldots)=60$ donc $x=$..
7. Si $\begin{cases} 18x-12y=36 \\ x \quad\quad =-2 \end{cases}$ alors $18(\ldots)-12(\ldots)=36$ donc $y=$..
8. Si $\begin{cases} 3x+4y=24 \\ y=0 \end{cases}$ alors $3\ldots\ldots+4\ldots\ldots=24$ donc $x=$ ....
9. Si $\begin{cases} x \quad\quad =-4 \\ 3x+4y=24 \end{cases}$ alors $3\ldots\ldots+4\ldots\ldots=24$ donc $y=$ ....
10. Si $\begin{cases} 2x+4y=6 \\ x \quad\quad =y \end{cases}$ alors $2\ldots\ldots+4\ldots\ldots=6$ donc $6x=6y=\ldots\ldots$. On a $x=y=$................
11. Si $\begin{cases} 3x+4y=6 \\ x \quad\quad =-y \end{cases}$ alors $3(\ldots\ldots)+4y=6$ donc $y=\ldots\ldots$ et $x=\ldots\ldots=$.......................
12. Les couples $(x\ ;\ y)$ d'entiers positifs solution de $2x+y=8$ sont ....
13. Si $(x=3;y=5)$ est une solution de $mx-2y=2$ alors $m=$...................................

■ **Exemple 4.18 — Résoudre par substitution.**

$$\begin{cases} 2x + y = 1 \\ 3x + 4y = 14 \end{cases}$$

le coefficient de y dans l'équation 1 est ± 1. Afin d'éviter des fractions, on choisit de résoudre pour y l'équation 1

$$\iff \begin{cases} y = -2x + 1 \\ 3x + 4y = 14 \end{cases}$$

***substituer** l'expression de y dans l'équation 2*

$$\iff \begin{cases} y = -2x + 1 \\ 3x + 4(-2x + 1) = 14 \end{cases}$$

simplifier

$$\iff \begin{cases} y = -2x + 1 \\ -5x + 4 = 14 \end{cases}$$

résoudre pour x l'équation 2

$$\iff \begin{cases} y = -2x + 1 \\ x = -2 \end{cases}$$

substituer la valeur de x dans l'équation 1

$$\iff \begin{cases} y = -2(-2) + 1 = 5 \\ x = -2 \end{cases}$$

$(-2\ ;\ 5)$ est l'unique couple solution

$$\begin{cases} 2(-2) + (5) = 1 \\ 3(-2) + 4(5) = 14 \end{cases}$$

vérification

Exercice 25 — choisir l'inconnue la plus simple à substituer. Compléter :

$$(S_1)\begin{cases} 3x + y = 1 \\ 4x - 3y = 10 \end{cases} \quad (S_2)\begin{cases} 4x + 28y = 44 \\ x - 16y = 34 \end{cases} \quad (S_3)\begin{cases} 3x - y = 15 \\ 5x - 4y = 8 \end{cases} \quad (S_4)\begin{cases} -x + 5y = 75 \\ 10x + 3y = -8 \end{cases} \quad (S_5)\begin{cases} x - 5y = 2 \\ 2x + y = 3 \end{cases}$$

1. Pour résoudre le système (S_1), on choisit de résoudre pour ...... l'équation .... On peut écrire : $y =$ ....
   On ..... dans l'équation ......pour avoir : $4x - 3(\dots\dots\dots\dots\dots) = 10$.
2. Pour résoudre le système (S_2), on choisit de résoudre pour ...... l'équation .... On peut écrire : ...... $=$...............................
3. Pour résoudre le système (S_3), on choisit de résoudre pour ...... l'équation .... On peut écrire : ...... $=$...............................
4. Pour résoudre le système (S_4), on choisit de résoudre pour ...... l'équation .... On peut écrire : ...... $=$...............................
5. Pour résoudre le système (S_5), on choisit de résoudre pour x l'équation .... On peut écrire : $x =$ ....
   Ou de résoudre pour y l'équation .... Avec $y =$......................

Exercice 26 Résoudre les systèmes suivants d'inconnue (x, y) par substitution.

$$(S_1)\begin{cases} 2x + y = 3 \\ x + 2y = -3 \end{cases} \quad (S_2)\begin{cases} 2x - y = 3 \\ -4x + 2y = 22 \end{cases} \quad (S_3)\begin{cases} x + 2y = -3 \\ -4x + 2y = 22 \end{cases} \quad (S_4)\begin{cases} 73x + 0{,}5y = 93 \\ 50x - y = 10 \end{cases}$$

■ **Exemple 4.19 — Résoudre par élimination.**

$$\begin{cases} 2x-3y=5 \\ 5x+2y=3 \end{cases}$$

on souhaite éliminer l'inconnue x. Pour cela $\begin{cases} 5L_1 \to L_1 \\ -2L2 \to L2 \end{cases}$

$$\overset{5L_1\to L_1}{\underset{-2L2\to L2}{\Longleftrightarrow}} \begin{cases} 10x-15y=25 \\ -10x-\ \ 4y=-6 \end{cases}$$

on élimine l'inconnue x par addition $L1+L2 \to L1$

$$\overset{L1+L2\to L1}{\Longleftrightarrow} \begin{cases} 0x-19y=19 \\ -10x-\ \ 4y=-6 \end{cases}$$

on résout $L1$ pour y

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y=-1 \\ -10x-4y=-6 \end{cases}$$

substituer la valeur trouvée de y dans $L2$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y=-1 \\ -10x-4(-1)=-6 \end{cases}$$

résoudre $L2$ pour x.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y=-1 \\ x\ \ =1 \end{cases}$$

$(1\ ;\ -1)$ est l'unique couple solution

vérification

$$\begin{cases} 2(1)-3(-1)=5 \\ 5(1)+2(-1)=3 \end{cases}$$

Exercice 27 — choix des coefficients pour multiplier les équations. Compléter.

1. Pour le système $\begin{cases} 2x+2y=18 \\ -2x+6y=30 \end{cases}$ l'addition $L1+L2$ donne $\ldots\ldots\ldots = \ldots\ldots$. Donc $y=\ldots\ldots$
2. Pour éliminer l'inconnue y, on peut : $\ldots\ldots L1 \to L1$ et $\ldots\ldots L2 \to L2$
   $\begin{cases} 2x-3y=5 \\ 5x+2y=3 \end{cases} \Longleftrightarrow \begin{cases} \ldots\ldots x-\ldots\ldots y=\ldots\ldots \\ \ldots\ldots x-\ldots\ldots y=\ldots\ldots \end{cases}$ L'addition $L1+L2$ donne $\ldots\ldots x=\ldots\ldots$
3. Pour éliminer l'inconnue x, on peut : $\ldots\ldots L1 \to L1$ et $\ldots\ldots L2 \to L2$
   $\begin{cases} x+2y=-3 \\ -4x+2y=22 \end{cases} \Longleftrightarrow \begin{cases} \ldots\ldots x-\ldots\ldots y=\ldots\ldots \\ \ldots\ldots x-\ldots\ldots y=\ldots\ldots \end{cases}$ L'addition $L1+L2$ donne $\ldots\ldots y=\ldots\ldots$
4. Pour éliminer l'inconnue y, on peut : $\ldots\ldots L1 \to L1$ et $\ldots\ldots L2 \to L2$
   $\begin{cases} x+2y=-3 \\ -4x+2y=22 \end{cases} \Longleftrightarrow \begin{cases} \ldots\ldots x-\ldots\ldots y=\ldots\ldots \\ \ldots\ldots x-\ldots\ldots y=\ldots\ldots \end{cases}$ L'addition $L1+L2$ donne $\ldots\ldots x=\ldots\ldots$
5. Pour éliminer l'inconnue y, on peut : $\ldots\ldots L1 \to L1$ et $\ldots\ldots L2 \to L2$
   $\begin{cases} 3x+4y=9 \\ 5x+6y=14 \end{cases} \Longleftrightarrow \begin{cases} \ldots\ldots x-\ldots\ldots y=\ldots\ldots \\ \ldots\ldots x-\ldots\ldots y=\ldots\ldots \end{cases}$ L'addition $L1+L2$ donne $\ldots\ldots x=\ldots\ldots$

Exercice 28 Résoudre les systèmes suivants d'inconnue (x,y) par élimination.

$(S_1)\begin{cases} 2x+3y=-11 \\ 3x-5y=12 \end{cases}$ $(S_2)\begin{cases} 6x-5y=2 \\ -7x+3y=1 \end{cases}$ $(S_3)\begin{cases} -6x+4y=23 \\ 6x+2y=19 \end{cases}$ $(S_4)\begin{cases} 2x-7y=11 \\ -5x+13y=-17 \end{cases}$

■ **Exemple 4.20 — systèmes sans solutions et systèmes ayant une infinité de solutions.**

$$\begin{cases} 8x-2y=5 \\ -12x+3y=7 \end{cases}$$

$$\underset{2L2\to L2}{\overset{3L_1\to L_1}{\Longleftrightarrow}} \begin{cases} 24x-6y=15 \\ -24x-6y=14 \end{cases}$$

$$\overset{L1+L2\to L1}{\Longleftrightarrow} \begin{cases} 0=29 \\ -24x-6y=14 \end{cases}$$

$\mathscr{S}=\varnothing$

$$\begin{cases} 3x-6y=12 \\ 4x-8y=16 \end{cases} \underset{3L2\to L2}{\overset{4L_1\to L_1}{\Longleftrightarrow}} \begin{cases} 12x-24y=48 \\ 12x-24y=48 \end{cases}$$

$$\Longleftrightarrow 12x-24y=48$$

On pose $x=t$

$$12t-24y=48$$

Résoudre pour y

$$y=\frac{1}{2}t-2$$

$\mathscr{S}=\left\{\left(t\ ;\ \frac{1}{2}t-2\right)\ \middle|\ t\in\mathbb{R}\right\}$

Tous les couples $(t\ ;\ \frac{1}{2}t-2)$, avec $t\in\mathbb{R}$ sont solutions.

Exercice 29 Résoudre les systèmes suivantes. Pour les systèmes ayant une infinités de solutions donner leur solution sous la forme de l'exemple 4.20.

$$(S_1)\begin{cases} x+4y=8 \\ 3x+12y=2 \end{cases} \quad (S_2)\begin{cases} -3x+5y=2 \\ 9x-15y=-6 \end{cases} \quad (S_3)\begin{cases} 2x-6y=10 \\ -3x+9y=-15 \end{cases} \quad (S_4)\begin{cases} 2x-3y=-8 \\ 14x-21y=3 \end{cases}$$

Exercice 30 Le couple $(x=-1;y=1)$ est solution du système $\begin{cases} 3x-2y=a+1 \\ x+3y=2b-3a \end{cases}$. Trouvez a et b.

Pour les exercices 31 à 34, exprimer la solution $(x;y)$ en fonction de a et b.

Exercice 31 Soit $a\neq 1$. $\begin{cases} x+y=0 \\ x+ay=1 \end{cases}$

Exercice 32 Soit $a\neq b$. $\begin{cases} ax+by=0 \\ x+y=1 \end{cases}$

Exercice 33 Soit $a^2-b^2\neq 0$. $\begin{cases} ax+by=1 \\ bx+ay=1 \end{cases}$.

Exercice 34 Soit $a\neq b$. $\begin{cases} ax+by=0 \\ a^2x+b^2y=1 \end{cases}$.

4.4.3 Exercices : modéliser par un système linéaire

Exercice 35

On cherche deux nombres x et y dont la somme vaut 34 et la différence vaut 10. Donner un système vérifié par x et y et le résoudre.

Exercice 36

La somme de deux nombres x et y est égale au double de leur différence. Le plus grand est 6 de plus que le double du plus petit. Donner un système vérifié par x et y et le résoudre.

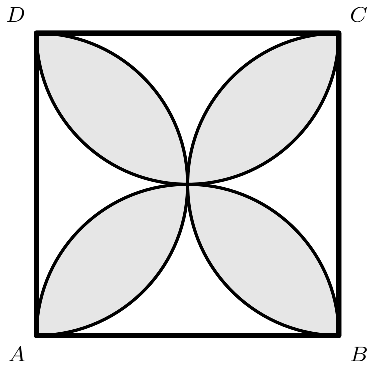
Exercice 37

Travailler 45 jours dans deux entreprises différentes a rapporté à Jim 3487 €. Il gagnait 134 € par jour dans l'entreprise A et 75 € par jour dans l'entreprise B.

On note x le nombre de jours travaillés dans l'entreprise A, et y dans l'entreprise B. Donner un système linéaire vérifié par x et y et le résoudre.

Exercice 38

Soit le carré $ABCD$ de côté 2 à l'intérieur duquel on a tracé les demi-cercles de diamètres respectifs $[AB]$, $[BC]$, $[CD]$ et $[DA]$.



On pose x l'aire d'un pétale gris, et y l'aire d'une des 4 figures blanches.

1. Donner un système vérifié par x et y et le résoudre.
2. En déduire les aires de la surface coloriée et de celle qui ne l'est pas. Laquelle est la plus grande ?

Exercice 39 — **Un problème du canotier.** Naomi remonte 4 km d'une rivière à contre-courant ent $1{,}5$h. Pour le retour, elle met 45 min. On suppose qu'elle rame à cadence contante $x$km/h par rapport à l'eau, et que la vitesse du courant est égale à $y$km/h.

1. Exprimer en fonction de x et y, la vitesse de déplacement du bateau à l'aller et au retour.
2. Donner un système d'équations vérifié par x et y et le résoudre.

4.4.4 Exercices : valeur absolue

■ **Exemple 4.21 — Je fais.** Simplifier les expressions suivantes

$A = \|3-10\|$	$B = \|3(-6)\|$	$C = \|-14+20\|$	$D = 3\|-15+10\|$
$= \|-7\|$	$= \|\ldots\ldots\|$	$= \|\ldots\ldots\|$	$= 3\|\ldots\ldots\|$
$=$	$=$	$=$	$=$

Exercice 40 — **À vous.** Simplifier les expressions suivantes :

$|4-15| = \ldots\ldots\ldots\ldots$

$-3|6-12| = \ldots\ldots\ldots\ldots$

$|(-7)(-4)| = \ldots\ldots\ldots\ldots$

$|15+26| = \ldots\ldots\ldots\ldots$

$7|3(-4)| = \ldots\ldots\ldots\ldots$

$-|15-46| = \ldots\ldots\ldots\ldots$

$|3(-4)| + |2(-18)| = \ldots\ldots\ldots\ldots$

$-3|26-12| = \ldots\ldots\ldots\ldots$

$|5-4| - |-6| = \ldots\ldots\ldots\ldots$

$|3| + 2|-10| = \ldots\ldots\ldots\ldots$

$|-2 + (-4\times 2)| = \ldots\ldots\ldots\ldots$

$-2|1+4| = \ldots\ldots\ldots\ldots$

$||-6| - |-4|| = \ldots\ldots\ldots\ldots$

$\dfrac{-1}{|-1|} = \ldots\ldots\ldots\ldots$

$-1 - |1 - |-1|| = \ldots\ldots\ldots\ldots$

$\left|\dfrac{7-12}{12-7}\right| = \ldots\ldots\ldots\ldots$

$\left|\sqrt{5}-5\right| = \ldots\ldots\ldots\ldots$

$|10-\pi| = \ldots\ldots\ldots\ldots$

Exercice 41 — valeur absolue pour mesurer l'écart. Entourer les égalités qui correspondent à l'énoncé. Plusieurs réponses sont possibles.

1/ L'écart entre 3 et 2 vaut...	$\lvert 2-3\rvert$	$\lvert 3-2\rvert$	$\lvert 3+2\rvert$
2/ L'écart entre 3 et -2 vaut...	$\lvert -2-3\rvert$	$\lvert 3-2\rvert$	$\lvert 3+2\rvert$
3/ L'écart entre -2 et -5 vaut...	$\lvert -2-5\rvert$	$\lvert -2+5\rvert$	$\lvert -5+2\rvert$
4/ L'écart entre x et 3 vaut 1	$\lvert x+3\rvert=1$	$\lvert x-3\rvert=1$	$\lvert -x+3\rvert=1$
5/ L'écart entre x et -2 vaut 1	$\lvert x+2\rvert=1$	$\lvert x-2\rvert=1$	$\lvert x+1\rvert=-2$

Exercice 42 — Vrai ou faux ?.

	Vrai	Faux
1/ $\lvert -5\rvert=5$	☐	☐
2/ $\lvert 8\rvert=8$	☐	☐
3/ $\lvert 3-5\rvert=-2$	☐	☐
4/ $\lvert -7-5\rvert=2$	☐	☐
5/ $\lvert 3-5\rvert=\lvert 3+5\rvert$	☐	☐
6/ $\lvert 3-5\rvert=\lvert -5-3\rvert$	☐	☐
7/ $\lvert 7-5\rvert=\lvert 5-7\rvert$	☐	☐
8/ $\lvert -7-5\rvert=\lvert 7+5\rvert$	☐	☐
9/ $\lvert \frac{1}{6}-\frac{1}{2}\rvert=\frac{1}{3}$	☐	☐
10/ $\lvert \frac{-4}{7}\rvert=\frac{4}{7}$	☐	☐

	Vrai	Faux
1/ $\lvert -\sqrt{2}\rvert=1{,}414\,213$	☐	☐
2/ $\lvert \pi-3\rvert=\pi-3$	☐	☐
3/ $\lvert \sqrt{3}-1\rvert=-(1-\sqrt{3})$	☐	☐
4/ $\lvert \sqrt{3}-2\rvert=-(2-\sqrt{3})$	☐	☐
5/ $\lvert \sqrt{5}-2\rvert=1-\sqrt{5}$	☐	☐
6/ $\lvert 10^5\rvert=10^5$	☐	☐
7/ $\lvert 10^{-3}\rvert=10^3$	☐	☐
8/ $\lvert -10^{-3}\rvert=10^3$	☐	☐
9/ $\lvert 10^3-10^4\rvert=10^3+10^4$	☐	☐
10/ $\lvert 10^3-10^{-4}\rvert=10^3-10^{-4}$	☐	☐

Pour une expression X, et $C\in\mathbb{R}$:

- Si $C\geqslant 0$. On a $\lvert X\rvert=C \iff X=C$ ou $X=-C$
- Si $C<0$. Alors $\lvert X\rvert=C$ n'a pas de solutions.

■ **Exemple 4.22** Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

$$\begin{aligned}&\lvert 2x-5\rvert=3\\ \iff\ & 2x-5=3 \text{ ou } 2x-5=-3\\ \iff\ & 2x=8 \text{ ou } 2x=2\\ \iff\ & x=4 \text{ ou } x=1\\ & \mathscr{S}=\{1\ ;\ 4\}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\iff\ & 2\lvert x\rvert-5=3\\ \iff\ & 2\lvert x\rvert=8\\ \iff\ & \lvert x\rvert=4\\ \iff\ & x=4 \text{ ou } x=-4\\ & \mathscr{S}=\{-4\ ;\ 4\}\end{aligned}$$

Exercice 43 Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes d'inconnue x.

(E_1) $\lvert 3x+5\rvert=1$

(E_2) $\lvert 2x\rvert=3$

(E_3) $3\lvert x\rvert+5=4$

(E_4) $\lvert 4x-3\rvert=-1$

(E_5) $\lvert x-4\rvert=0{,}01$

(E_6) $-2\lvert x-5\rvert+11=6$

4.5 Exercices : solutions et éléments de réponse

solution de l'exercice 1 . ■

solution de l'exercice 2 . ■

solution de l'exercice 3 .

	Vrai	Faux
1/ 70 est solution de l'équation $x^{300} = 1$ d'inconnue x	☐	☒
2/ 3 est une solution de l'équation $(x-5)^2 = 4$ inconnue x	☒	☐
3/ -3 est une solution de l'équation $(x-5)^2 = 4$ inconnue x	☐	☒
4/ $\sqrt{3}$ et $-\sqrt{3}$ sont solutions de l'équation $x^2 + 2 = 5$ inconnue x	☒	☐
5/ $\sqrt{3}$ est une solution de l'équation $(2-x)(2+x) = 1$ inconnue x	☒	☐

■

solution de l'exercice 4 .

	Vrai	Faux
1/ Le couple $(x = -3\ ;\ y = 3)$ est solution de l'équation $6x + 3y = -2$	☐	☒
2/ Le couple $(x = -\frac{2}{3}\ ;\ y = \frac{2}{3})$ est solution de l'équation $6x + 3y = -2$	☒	☐
3/ Le couple $(x = 0\ ;\ y = -1)$ est solution de l'équation $-9x - 7y = -7$	☐	☒
4/ Le couple $(x = 3\ ;\ y = -5)$ est solution de $(x-2)(y+5) = 0$	☒	☐
5/ Le couple $(x = 1\ ;\ y = 1)$ est l'unique solution de l'équation $xy = 1$	☐	☒
6/ Le couple $(x = -6\ ;\ y = 8)$ est une solution de $x^2 + y^2 = 10^2$	☒	☐

■

solution de l'exercice 5 . $S_1 = \{-7\}$; $S_2 = \left\{-\dfrac{1}{3}\right\}$; $S_3 = \{100\}$; $S_4 = \{72\}$; $S_5 = \{-162\}$; $S_6 = \{-100\}$; $S_7 = \{72\}$; $S_8 = \{32\}$; $S_9 = \{0\}$; $S_10 = \{-20\}$; ■

solution de l'exercice 6 . $S_1 = \left\{\dfrac{9}{5}\right\}$; $S_2 = \left\{-\dfrac{17}{3}\right\}$; $S_3 = \{10\}$; $S_4 = \left\{\dfrac{119}{2}\right\}$; $S_5 = \left\{-\dfrac{14}{27}\right\}$; $S_6 = \left\{-\dfrac{117}{49}\right\}$; $S_7 = \left\{\dfrac{33}{2}\right\}$; $S_8 = \left\{-\dfrac{11}{8}\right\}$; ■

solution de l'exercice 7 . $S_1 = \left\{\dfrac{3}{5}\right\}$; $S_2 = \left\{\dfrac{4}{5}\right\}$; $S_3 = \left\{-\dfrac{27}{4}\right\}$; $S_4 = \{40\}$; $S_5 = \left\{\dfrac{9}{11}\right\}$; $S_6 = \left\{-\dfrac{3}{4}\right\}$; $S_7 = \{-3\}$; $S_8 = \{\}$; $S_9 = \{\}$; ■

solution de l'exercice 8 . $S_1 = \left\{\dfrac{10}{3}\right\}$; $S_2 = \{12\}$; $S_3 = \left\{\dfrac{13}{3}\right\}$; $S_4 = \{37\}$; ■

solution de l'exercice 9 . $S_1 = \{6\}$; $S_2 = \{15\}$; $S_3 = \{7\}$; $S_4 = \{5\}$; ■

solution de l'exercice 10 . $S_1 = \{60\}$; $S_2 = \{100\}$; $S_3 = \{-25\}$; $S_4 = \{74\}$; ■

solution de l'exercice 11 . $S_1 = \{32\}$; $S_2 = \{13\}$; $S_3 = \{25\}$;

Pour le triangle ABC, $\widehat{ACB} = 2(32) + 26 = 90°$.

Pour le triangle DEF, $2(13) + 16 = 5(13) - 23 = 42°$, DEF est isocèle en F

Pour $SHIP$, $5(25) - 15 = 110°$ et $2(25) + 20 = 70°$ sont supplémentaires donc (SP) et (HI) sont parallèles. De même pour $3(25)-5 = 70°$ et $5(25)-15 = 110°$ donc (PI) et (SH) sont parallèles. ■

solution de l'exercice 12 .

1. $20x = 55$, $x = 2.25$
2. $6(4x + 2) = 204$, $x = 48$
3. $45x = 63$, $x = 1.6$
4. $4(3x - 1) = 176$, $x = 11.25$
5. $2(5 + x + 8) = 40$, $x = 7$
6. $2(5x + (x - 2)) = 152$, $x = 13$.

■

solution de l'exercice 13 . Il faut $4x + 2 = 2x + 7$, donc $x = 2.5$. Le périmètre est alors $2(2x + 7 + 10 - 2x) = 34$. ■

solution de l'exercice 14 . Il faut $3x+5 = 6x-7$, donc $x = 4$. On déduit que y vérifie $y(3x+5) = 51$, donc $17y = 51$, $y = 3$. ■

solution de l'exercice 15 . On note x la largeur d'un rectangle. x vérifie $56 = x + (6 + x) + (x) + (6) + (x + 6) + (x) + (x + 6) + (x) + (6) + (x + 6)$, $56 = 8x + 36$. Donc $x = 2.5$. L'aire de la figure est $4 \times 2.5 \times 8.5 = 85$cm^2. ■

solution de l'exercice 16 . $x = \{5.4\}$; ■

solution de l'exercice 17 . $x = \{2.35\}$; Deux kilos de patates coûtent 4,7 € ■

solution de l'exercice 18 . 1. $2a - 1 = 0$, $a = \frac{1}{2}$.

2. $8a - 3 = 0$, $a = \frac{3}{8}$.
3. $2a = 3$, $a = \frac{3}{2}$.
4. $x = \frac{-1}{2}$ est solution de $2x - a = 4x + 3$. Donc $a = -2(\frac{-1}{2}) + 3 = 4$

5. Il faut $k = 3$, ainsi on a une identité $3x + 3 - 5 = 3x - 3 + 1$

■

solution de l'exercice 19 . $S_1 = \left\{\frac{41}{3}\right\}$; $S_2 = \{13\}$; $S_3 = \left\{\frac{1}{17}\right\}$; $S_4 = \left\{-\frac{13}{16}\right\}$; ■

solution de l'exercice 20 . $S_1 = \left\{\frac{13}{6}\right\}$; $S_2 = \left\{\frac{11}{9}\right\}$; $S_3 = \left\{-\frac{2}{5}\right\}$; $S_4 = \left\{\frac{8}{7}\right\}$; ■

solution de l'exercice 21 . ■

solution de l'exercice 22 . ■

solution de l'exercice 23 . $S_1 : x = \left\{\frac{1}{3} - \frac{y}{3}\right\}$; $S_2 : x = \left\{\frac{y}{2} + \frac{3}{2}\right\}$; $S_3 : x = \left\{\frac{2y}{3} + 4\right\}$; $S_4 : x = \left\{\frac{1}{5} - \frac{7y}{5}\right\}$; $S_5 : x = \left\{\frac{y+1}{5y+3}\right\}$; $S_6 : x = \left\{\frac{12}{2y-5}\right\}$; ■

solution de l'exercice 24 . ■

solution de l'exercice 25 . ■

solution de l'exercice 26 . $S_1 = \{x : 3, \ y : -3\}$; $S_2 = \{x : -2, \ y : 7\}$; $S_3 = \{x : -5, \ y : 1\}$; $S_4 = \{x : 1, \ y : 40\}$; ■

solution de l'exercice 27 . ■

solution de l'exercice 28 . $S_1 = \{x : -1, \ y : -3\}$; $S_2 = \left\{x : -\frac{11}{17}, \ y : -\frac{20}{17}\right\}$; $S_3 = \left\{x : \frac{5}{6}, \ y : 7\right\}$; $S_4 = \left\{x : -\frac{262}{9}, \ y : -\frac{89}{9}\right\}$; ■

solution de l'exercice 29 . $S_1 = []$; $S_2 = \left\{x : \frac{5y}{3} - \frac{2}{3}\right\}$; $S_3 = \{x : 3y + 5\}$; $S_4 = []$; ■

solution de l'exercice 30 . $S_1 = \{a : -6, \ b : -8\}$; ■

solution de l'exercice 31 . $S_1 = \left\{x : -\frac{1}{a-1}, \ y : \frac{1}{a-1}\right\}$; ■

solution de l'exercice 32 . $S_1 = \left\{x : -\frac{b}{a-b}, \ y : \frac{a}{a-b}\right\}$; ■

solution de l'exercice 33 . $S_1 = \left\{x : \frac{1}{a+b}, \ y : \frac{1}{a+b}\right\}$; ■

solution de l'exercice 34 . $S_1 = \left\{x : \frac{1}{a^2 - ab}, \ y : -\frac{1}{ab - b^2}\right\}$; ■

solution de l'exercice 35 . $S_1 = \{x : 22, \ y : 12\}$; ■

solution de l'exercice 36 . $S_1 = \{x : 18, \ y : 6\}$; ■

solution de l'exercice 37 . $S_1 = \left\{x : \frac{112}{59},\ y : \frac{2543}{59}\right\}$; ■

solution de l'exercice 38 . $S_1 = \{x : -1+\pi,\ y : 2-\pi\}$; ■

solution de l'exercice 39 . (x, y) vérifie $\begin{cases} 1.5(x-y) = 4 \\ 0.75(x+y) = 4 \end{cases}$ $S_1 = \{x : 4.0,\ y : 1.3333333333333\}$; ■

solution de l'exercice 40 . ■

solution de l'exercice 41 . ■

solution de l'exercice 42 .

	Vrai	Faux
1/ $\lvert -5\rvert = 5$	☒	☐
2/ $\lvert 8\rvert = 8$	☒	☐
3/ $\lvert 3-5\rvert = -2$	☐	☒
4/ $\lvert -7-5\rvert = 2$	☐	☒
5/ $\lvert 3-5\rvert = \lvert 3+5\rvert$	☐	☒
6/ $\lvert 3-5\rvert = \lvert -5-3\rvert$	☐	☒
7/ $\lvert 7-5\rvert = \lvert 5-7\rvert$	☒	☐
8/ $\lvert -7-5\rvert = \lvert 7+5\rvert$	☒	☐
9/ $\lvert \frac{1}{6}-\frac{1}{2}\rvert = \frac{1}{3}$	☒	☐
10/ $\lvert \frac{-4}{7}\rvert = \frac{4}{7}$	☒	☐

	Vrai	Faux
1/ $\lvert -\sqrt{2}\rvert = 1{,}414\,213$	☐	☒
2/ $\lvert \pi-3\rvert = \pi-3$	☒	☐
3/ $\lvert \sqrt{3}-1\rvert = -(1-\sqrt{3})$	☒	☐
4/ $\lvert \sqrt{3}-2\rvert = -(2-\sqrt{3})$	☐	☒
5/ $\lvert \sqrt{5}-2\rvert = 1-\sqrt{5}$	☐	☒
6/ $\lvert 10^5\rvert = 10^5$	☒	☐
7/ $\lvert 10^{-3}\rvert = 10^3$	☐	☒
8/ $\lvert -10^{-3}\rvert = 10^3$	☐	☒
9/ $\lvert 10^3-10^4\rvert = 10^3+10^4$	☐	☒
10/ $\lvert 10^3-10^{-4}\rvert = 10^3-10^{-4}$	☒	☐

■

solution de l'exercice 43 . $S_1 = \left\{-\frac{5}{3}\right\}$; $S_2 = \{\}$; $S_3 = \{\}$; $S_4 = \{3.99, 4.01\}$; $S_5 = \left\{\frac{5}{2}, \frac{15}{2}\right\}$; ■

4.6 Club maths : équations simples et moins simples

Problème 1

Résoudre dans $\mathbb{R}$ en développant et en simplifiant les équations suivantes d'inconnue x :

$$(E_1) \quad (x-1)^2+(x+3)^2=2(x-2)(x+1)+38$$

$$(E_2) \quad 5(x^2-2x-1)+2(3x-2)=5(x+1)^2$$

Problème 2 Résoudre les équations suivantes en se ramenant à des équations linéaires.

$$(E_1) \quad \frac{4x+7}{x-1}=\frac{12x+5}{3x+4}$$

$$(E_2) \quad \frac{7}{x-5}=\frac{4}{x+1}+\frac{3}{x-2}$$

Problème 3 Résoudre les systèmes suivants :

$$(S_1)\begin{cases} 4x+7\left(y+\dfrac{10}{11}\right)=1 \\ 5x-\left(y+\dfrac{10}{11}=11\right) \end{cases} \qquad (S_2)\begin{cases} \dfrac{x-5}{2}+\dfrac{y-3}{4}=5 \\ \dfrac{x-5}{6}+\dfrac{y-3}{4}=3 \end{cases} \qquad (S_3)\begin{cases} \dfrac{x+3}{y-5}=5 \\ \dfrac{x-1}{y+3}=\dfrac{1}{9} \end{cases}$$

Problème 4

Le couple solution du système $\begin{cases} 3x-4y=5k+11 \\ 2x+3y=k-5 \end{cases}$ est aussi solution de $x+y=0$. Trouvez k.

Problème 5

Le couple solution du système $\begin{cases} 3x+2y=2a \\ 4x-3y=6a+2 \end{cases}$ est aussi solution de $x+y=0$. Trouvez a.

Problème 6

Le couple solution $(x;y)$ du système $\begin{cases} 2x-y=1 \\ 3x+3my=-21 \end{cases}$ est aussi solution de l'équation $4x+y=17$. Trouvez m.

Problème 7

Les systèmes $\begin{cases} 2x-y=7 \\ ax+y=b \end{cases}$ et $\begin{cases} x+by=a \\ 3x+y=8 \end{cases}$ ont même couple solution $(x;y)$. Trouvez a et b.

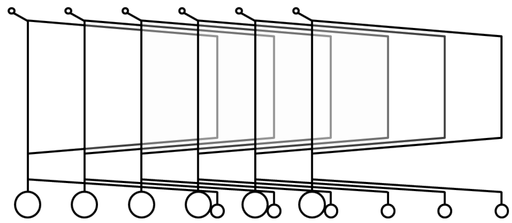
solution du problème 1. Chacune des 2 équations admet 1 solution, et leur somme vaut 3. ■

Problème 8

James dit à Zoé : « Si je te donnais le quart de l'argent que j'ai, tu aurais la moitié de ce qu'il me resterait ». Et Zoé lui répond : « Si je te donnais 5 €, il me resterait la moitié de l'argent que j'ai. ».

Quelle somme d'argent détiennent James et Zoé au total ?

Problème 9



Dans un supermarché, il y deux rangées de caddies bien compactes. La première rangée fait 2,9 m de long, et compte 10 caddies. La deuxième compte 20 caddies et mesure 4,9 m de long.

Quelle est la longueur d'un caddie ?

Problème 10

Un temple accueille 100 moines anciens ou novices. Ils consomment 100 pains chaque jour. Cependant chaque moine ancien a droit à trois pains quotidiens, alors que trois novices partagent un pain.

Combien de moines novices et anciens se trouvent dans ce temple ?

Problème 11

Charlie et Tania se sont mariés il y a six ans, au moment où le rapport de leurs âges était de $\frac{13}{11}$. Ils ont eu leur premier enfant il y a quatre ans, au moment où le rapport de leurs âges était de $\frac{7}{6}$.

Lorsque leur fils aura 15 ans, quel âge auront-ils ?

Problème 12

Combien de litres de lait à 4% de matière grasse doit-on ajouter à du lait à 1% de matière grasse pour obtenir 12 litres de lait à 2% de matière grasse ?