Chapitre 7

Suites arithmétiques et géométriques

Table 7.1 – Objectifs. À fin de ce chapitre 7…

	Pour m'entraîner ✍		
Je dois **connaître…/savoir faire…**	🪨	💎	💍
Suites arithmétiques			
reconnaitre et justifier qu'une suite est arithmétique	1, 2	4, 5	
identifier et déterminer une forme explicite	3	7	
sens de variation		6	
calcul de sommes de termes consécutifs	8, 9	10, 11	12
petits problèmes		13, 14	
Suites géométriques			
reconnaitre et justifier qu'une suite est géométrique	15, 16	18, 19	
identifier et déterminer une forme explicite		17, 21	
sens de variation et limites		20, 22	
calcul de sommes de termes consécutifs		23, 24	
petits problèmes		25 à 28	
Modélisations et problèmes (selon le temps disponible)			
applications au calcul d'intérêts	34, 35	36, 37	
suites arithmético-géométriques		29	30 à 33
problèmes		38 à 42	43

7.1 Suites arithmétiques

Définition 7.1 Une suite (u_n) est *arithmétique* de *raison* r si la différence entre deux termes consécutifs vaut toujours r :

$$\text{pour tout } n \in \mathbb{N} \qquad u_{n+1} - u_n = r$$

On peut aussi dire que (u_n) vérifie la relation de récurrence $u_{n+1} = u_n + r$.

Proposition 7.1 Pour une suite arithmétique (u_n) de raison r.

$$\text{pour tout } n \text{ et } p \in \mathbb{N}, \qquad u_n - u_p = r(n-p)$$

Démonstration.

$$\begin{aligned}
u_n - u_p &= (u_n - \cancel{u_{n-1}}) + (\cancel{u_{n-1}} - \cancel{u_{n-2}}) + (\cancel{u_{n-2}} - \cancel{u_{n-3}}) + \ldots + (\cancel{u_{p+1}} - u_p) \\
&= \sum_{j=p}^{n-1} (u_{j+1} - u_j) \\
&= \sum_{j=p}^{n-1} r \\
&= r(n-1-p+1) \\
&= r(n-p)
\end{aligned}$$

par définition d'une suite arithmétique

Il y a $n-p+1$ entiers de p à n inclus

■

Corollaire 7.2 — formes explicites. Une suite u arithmétique de raison r :

1. Si le terme de rang 0 est u_0 alors (u_n) vérifie pour tout $n \geqslant 0$: $u_n = u_0 + rn$
2. Si le terme de rang 1 est u_1 alors (u_n) vérifie pour tout $n \geqslant 1$: $u_n = u_1 + r(n-1)$.

Proposition 7.3 — somme de termes consécutifs d'une suite arithmétique. (u_n) de raison r :

$$\sum_{i=p}^{n} u_i = u_p + u_{p+1} + \cdots + u_n = \underbrace{(n-p+1)}_{\text{nombre de termes}} \times \underbrace{\frac{u_p + u_n}{2}}_{\substack{\text{demi somme du premier} \\ \text{et du dernier termes}}}$$

Démonstration.

$$S = u_p + (u_p + r) + (u_p + 2r) + \ldots + u_n$$

$$S = u_n + (u_n - r) + (u_n - 2r) + \ldots + u_p$$

$$2S = \overbrace{(u_p + u_n) + (u_p + u_n) + (u_p + u_n) + \ldots + (u_p + u_n)}^{(n-p+1)\text{ termes}} = (n-p+1)(u_n + u_p)$$

■

Corollaire 7.4 $\displaystyle\sum_{i=p}^{n} i = p + (p+1) + \ldots + n = (n-p+1)\frac{n+p}{2}$

7.2 Suites géométriques

Définition 7.2 Une suite est *géométrique* de *raison* q si le quotient entre deux termes consécutifs vaut toujours q :

$$\text{pour tout } n \in \mathbb{N} \qquad \frac{u_{n+1}}{u_n} = q$$

On peut aussi dire que (u_n) vérifie la relation de récurrence $u_{n+1} = qu_n$.

Proposition 7.5 Pour une suite géométrique $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ de raison q :

$$\text{pour tout } n \text{ et } p \in \mathbb{N}, \qquad \frac{u_n}{u_p} = q^{n-p}$$

Corollaire 7.6 — formes explicites. Une suite u géométrique de raison r :

1. Si le terme de rang 0 est u_0 alors (u_n) vérifie pour tout $n \geqslant 0$: $u_n = u_0 q^n$
2. Si le terme de rang 1 est u_1 alors (u_n) vérifie pour tout $n \geqslant 1$: $u_n = u_1 q^{n-1}$.

R Si $q > 0$ alors pour tout $n \geqslant 0$, on a : $q = \dfrac{u_{n+1}}{u_n}$, $q^2 = \dfrac{u_{n+2}}{u_n}$ et $q^3 = \dfrac{u_{n+3}}{u_n}$ ...

$$q = \sqrt{\frac{u_{n+2}}{u_n}} \qquad q = \sqrt[3]{\frac{u_{n+3}}{u_n}}$$

Proposition 7.7 — somme des termes consécutifs d'une suite géométrique. (u_n) de raison q :

$$\sum_{j=p}^{n} u_j = u_p + u_p q + u_p q^2 + u_p q^3 + \ldots + u_p q^{n-p} = \underbrace{u_p}_{\text{premier terme}} \times \frac{1 - q^{\overbrace{n-p+1}^{\text{nbr de termes}}}}{1 - \underbrace{q}_{\text{raison}}}$$

Démonstration.

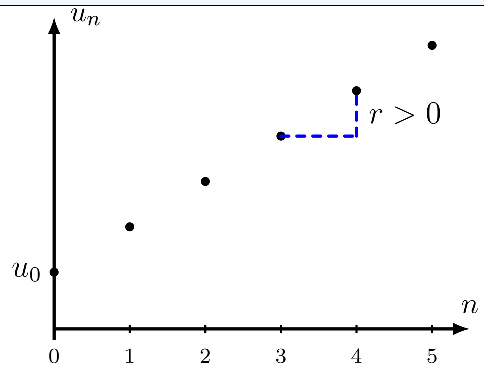
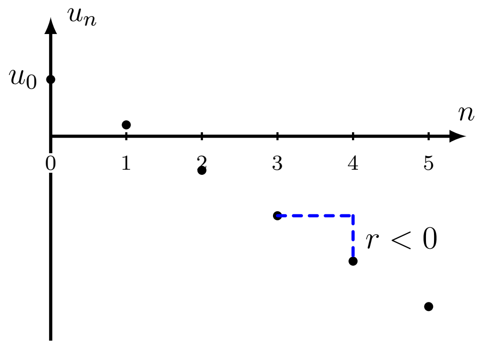
$$\begin{aligned}
(1-q)\sum_{j=p}^{n} u_j &= \sum_{j=p}^{n} u_j - q\sum_{j=p}^{n} u_j \\
&= u_p + u_p q + u_p q^2 + u_p q^3 + \ldots + u_p q^{n-p} \\
&\qquad - u_p q - u_p q^2 - u_p q^3 - \ldots - u_p q^{n-p} - u_p q^{n-p+1} \\
&= u_p - u_p q^{n-p+1} \\
&= u_p\left(1 - q^{n-p+1}\right)
\end{aligned}$$

∎

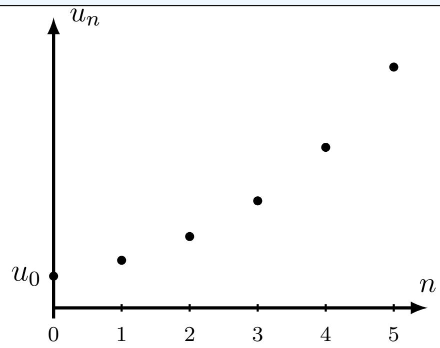
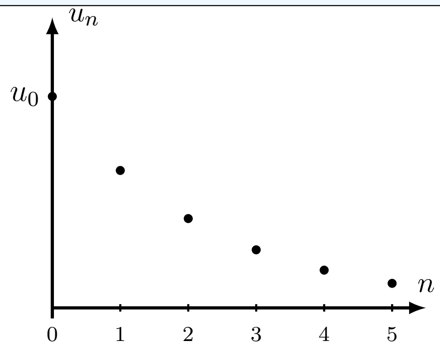
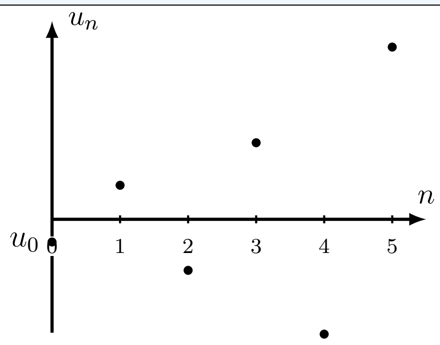
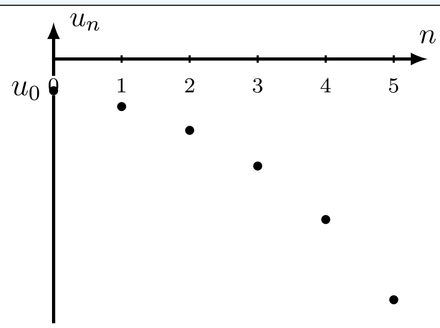
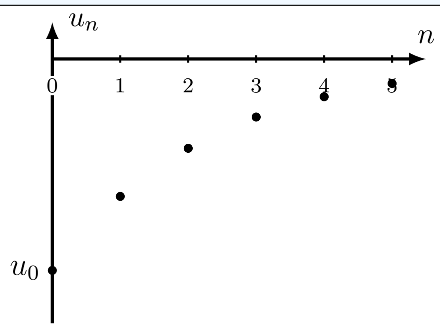
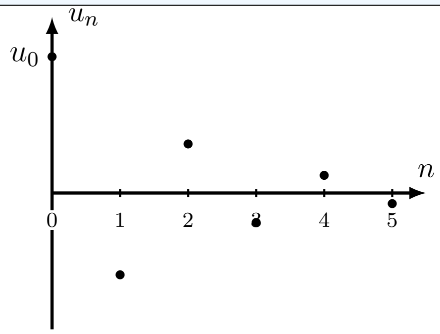
Corollaire 7.8 Pour $q \neq 1$: $\displaystyle\sum_{i=0}^{n} q^i = 1 + q + q^2 + q^3 + \ldots + q^n = \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q}$

7.3 Sens de variation et limites

7.3.1 Suites arithmétiques et modèle linéaire

Suite (u_n) arithmétique de raison r et de premier terme u_0	
raison $r > 0$	raison $r < 0$
	
(u_n) est strictement croissante $\lim\limits_{n\to\infty} u_n = +\infty$	(u_n) est strictement décroissante $\lim\limits_{n\to\infty} u_n = -\infty$

7.3.2 Suites géométriques et modèle exponentiel

$q > 1$ et $u_0 > 0$	$0 < q < 1$ et $u_0 > 0$	$q < -1$
		
(u_n) est strictement croissante $\lim\limits_{n\to\infty} u_n = +\infty$	(u_n) est strictement décroissante $\lim\limits_{n\to\infty} u_n = 0$	(u_n) n'est pas monotone pas de limite
$q > 1$ et $u_0 < 0$	$0 < q < 1$ et $u_0 < 0$	$-1 < q < 0$
		
(u_n) est strictement décroissante $\lim\limits_{n\to\infty} u_n = -\infty$	(u_n) est strictement croissante $\lim\limits_{n\to\infty} u_n = 0$	(u_n) n'est pas monotone $\lim\limits_{n\to\infty} u_n = 0$

7.4 Exercices : suites

7.4.1 Exercices : suites arithmétiques

■ **Exemple 7.1 — reconnaître une suite arithmétique.** Donner la nature de la suite $2;\ -3;\ -8;\ -13;\ \ldots$

solution. Les différences de deux termes consécutifs sont :

$-3-2=-5;\quad -8-(-3)=-5;\ -13-(-8)=-5;$

La suite semble être arithmétique de raison $r=-5$. ■

Exercice 1

Parmi les suites suivantes, préciser celles qui semblent arithmétiques et donner leur raison.

1. $10;\ 8;\ 6;\ 4;\ 2;\ \ldots$
2. $1;\ 2;\ 4;\ 8;\ 10;\ \ldots$
3. $\frac{9}{4};\ 2;\ \frac{7}{4};\ \frac{3}{2};\ \frac{5}{4};\ \ldots$
4. $\frac{1}{3};\ \frac{2}{3};\ 1;\ \frac{4}{3};\ \frac{5}{6};\ \ldots$
5. $3;\ \frac{5}{2};\ 2;\ \frac{3}{2};\ 1;\ \ldots$
6. $5{,}3;\ 5{,}7;\ 6{,}1;\ 6{,}5;\ 6{,}9;\ \ldots$
7. $4;\ 7;\ 10;\ 13;\ 16;\ \ldots$
8. $80;\ 40;\ 20;\ 10,\ 5;\ \ldots$
9. $1^2;\ 2^2;\ 3^2;\ 4^2;\ 5^2;\ \ldots$

■ **Exemple 7.2 — justifier qu'une suite est arithmétique.** Donner la nature des suites :

1. (u_n) définie par $n\geqslant 1$ par $u_n=5-2(n+1)$
2. (v_n) définie par $n\geqslant 0$ par $u_n=(-1)^n$

solution.

1. $$\begin{aligned} u_{n+1}-u_n &= \big(5-2(n+1+1)\big)-\big(5-2(n+1)\big). \\ &= 5-2n-4-5+2n+2 \\ &= -2 \end{aligned}$$ ■

   (u_n) est une suite arithmétique de raison -2.
2. $v_0=1,\ v_1=-1,\ v_2=1,\ v_3=-1.$ (v_n) n'est pas arithmétique.

Exercice 2

Justifier si les suites données par leur forme explicite sont arithmétiques ou non.

1. $u_n=5+3n$
2. $u_n=100-3n$
3. $u_n=3-4(n-2)$
4. $u_n=1+(n-1)4$
5. $u_n=n2^n$
6. $u_n=\dfrac{3(-1)^n}{n}$

■ **Exemple 7.3 — former et utiliser la forme explicite d'une suite arithmétique.** (u_n) de raison 3 avec $u_5=2$.

1. Déterminer la forme explicite de u_n pour $n\geqslant 0$.
2. Déterminer les termes de rang 0 et de rang 10.
3. Déterminer le rang n pour lequel $u_n=101$.

solution. ■

1. Pour tout $n \geqslant 0$: $u_n - u_5 = 3(n-5)$, donc $u_n = 3n - 15 + 2 = 3n - 13$.
2. $u_0 = 3(0) - 13 = -13$ et $u_{10} = 3(10) - 13 = 17$
3. On cherche n tel que $u_n = 101$, $3n - 13 = 101$, $\therefore n = 38$.

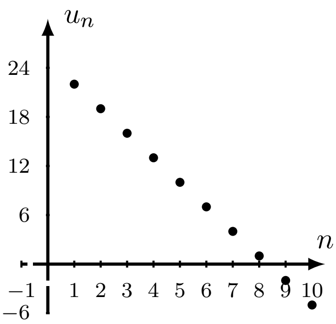
Exercice 3

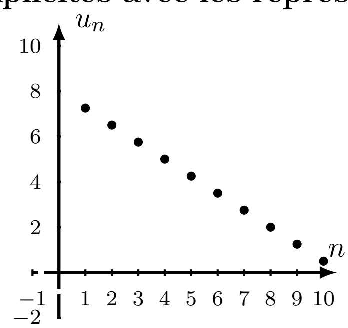
Déterminer les formes explicites des suites (u_n) puis déduire le terme de rang p.

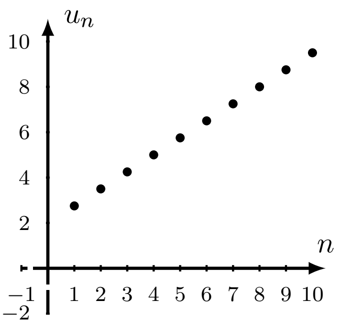
1. (u_n) est arithmétique de raison 3, $u_1 = 1$ et $p = 10$.
2. (u_n) est arithmétique de raison 4, $u_5 = 15$ et $p = 25$.
3. (u_n) est arithmétique de raison -8, $u_2 = 100$ et $p = 12$.
4. (u_n) est arithmétique de raison $-\dfrac{2}{3}$, $u_{10} = 0$ et $p = 15$.
5. (u_n) vérifie la relation de récurrence $u_{n+1} = u_n - 6$, $u_1 = 72$ et $p = 100$.
6. (u_n) vérifie la relation de récurrence $u_{n+1} = u_n - 10$ et $u_2 = 200$ et $p = 10$.
7. (u_n) vérifie la relation de récurrence $u_{n+1} = u_n - \dfrac{1}{8}$ et $u_1 = \dfrac{5}{8}$ et $p = 10$.
8. (u_n) vérifie la relation de récurrence $u_{n+1} = u_n + 0{,}25$ et $u_1 = 0{,}375$ et $p = 100$.

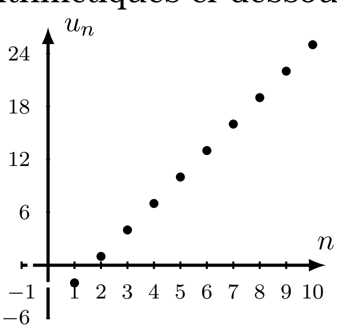
Exercice 4

Associer les formes explicites avec les représentations des suites arithmétiques ci-dessous.









(A) $u_n = -\dfrac{3}{4}n + 8$ (B) $u_n = 3n - 5$ (C) $u_n = 2 + \dfrac{3}{4}n$ (D) $u_n = 25 - 3n$

Exercice 5 — reconnaitre la forme explicite ou par récurrence d'une suite arithmétique.

Compléter :

	arithmétique	non arithmétique
1/ (u_n) définie pour $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = 3n - 2$	☐	☐
2/ (u_n) définie par $u_0 = 3$ et pour $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = u_n - \frac{1}{3}$	☐	☐
3/ (u_n) définie pour $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = 5n - 2$	☐	☐
4/ (u_n) définie par $u_0 = 5$ et pour $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = 2u_n + 5$	☐	☐
5/ (u_n) définie pour $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = n^2 - n$	☐	☐
6/ (u_n) définie pour $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = 2n - 5$	☐	☐
7/ (u_n) définie pour $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = -n + 3$	☐	☐
8/ (u_n) définie par $u_0 = -2$ et pour $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = u_n + 5$	☐	☐

Exercice 6

Donner le sens de variation des suites arithmétiques données par leur forme explicite

(A) $u_n = 15 - \frac{3}{2}n$ (B) $u_n = 0{,}2n + 3$ (C) $u_n = -5 + 2n$ (D) $u_n = -0{,}3n + 8$

■ **Exemple 7.4 — utiliser la relation $u_n - u_p = r(n-p)$ pour déterminer la raison r.**

Déterminer la forme explicite de la suite arithmétique (u_n) sachant que $u_5 = 2$ et $u_{13} = 58$.

solution. r vérifie $u_{13} - u_5 = r(13-5)$, donc $r = \frac{u_{13} - u_5}{13 - 9} = \frac{58 - 2}{13 - 5} = \frac{56}{8} = 7$.

$\therefore$ pour tout $n \geqslant 1$: $u_n = 7(n-2) + u_5 = 7n - 12$ ■

■ **Exemple 7.5 — utiliser la relation $u_n - u_p = r(n-p)$ pour déterminer le nombre de termes.**

Combien d'éléments y-t-il dans la progression arithmétique : 5, 11, 17, 23 ...851.

solution. Il s'agit d'une progression arithmétique de raison $r = 6$.

On pose $u_n = 851$ et $u_p = 5$ alors $u_n - u_p = r(n-p)$, $n - p = \frac{851 - 5}{6} = 141$

$\therefore$ le nombre éléments entre: u_p et u_n inclus est $n - p + 1 = 142$ nombres. ■

Exercice 7

Pour les formes explicites et par récurrence des suites *arithmétiques* suivantes :

1. $u_0 = 3$ et $u_1 = 7$.
2. $u_0 = 3$ et $u_2 = 7$.
3. $u_1 = -4$ et $u_{10} = 38$.
4. $u_1 = 5$ et $u_{100} = -45$.
5. $u_2 = 4$ et $u_8 = -6$.
6. $u_5 = 27$ et $u_{10} = 33$.

Exercice 8

Déterminer le nombre de termes dans les progressions arithmétiques suivantes :

1. $1 ; 3 ; 5 ; 7 ; \dots ; 99$
2. $2 ; 8 ; 14 ; 20 ; \dots ; 488$
3. $0{,}5 ; 0{,}9 ; 1{,}3 ; 1{,}7 ; \dots ; 5{,}3$
4. $35 ; 30 ; 25 ; 20 ; \dots ; -25$
5. $a - 12 ; a - 15 ; a - 18 ; a - 21 ; \dots ; a - 75$
6. $a ; a - 2b ; a - 4b ; a - 6n ; \dots ; a - 32b$ (a et $b \in \mathbb{R}$)

■ **Exemple 7.6 — calculer une somme de termes consécutifs d'une suite arithmétiques.**

1. Déterminer la somme $1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 + 17 + 19 + 21 + 23 + 25 + 27 + 29$.
2. Déterminer la somme des 150 premiers termes de la suite définie pour $n \geqslant 1$ par $u_n = 6n - 1$.

solution. 1. — suite arithmétique de raison 2.

— $u_n = 29$, $u_p = 1$, on a $u_n - u_p = 2(n-p)$, $n - p = \frac{29 - 1}{2} = 14$. Il y a 15 termes.

— $S = 15 \times \frac{1 + 29}{2} = 225$

2. — (u_n) est une suite arithmétique car $u_{n+1} - u_n = (6(n+1) - 1) - (6n - 1) = 6$.

alternative : forme explicite affine en n de taux de variation 6

— le 1$^{\text{er}}$terme est $u_1 = 6(1) - 1 = 5$, le 150$^{\text{e}}$terme est $u_{150} = 6(150) - 1 = 899$

— $S = \displaystyle\sum_{j=1}^{150} u_j = 150 \times \frac{u_{150} - u_1}{2} = 150 \times \frac{899 - 5}{2} = 133800$

■

Exercice 9

Calculer la somme des termes de la suite arithmétique dans les cas suivants :

1. a) Le premier terme est 7. Le dernier terme est 61, et il y a 10 termes.
   b) Le premier terme est -10. La raison de la suite est 4, et il y a 13 termes.
   c) Le premier terme est 21. La raison de la suite est -6, et le dernier terme est -117.
2. a) $1 + 2 + 3 + 4 + \ldots + 100$
   b) $50 + 51 + 52 + 53 + \ldots + 100$
   c) $1 + 3 + 5 + 7 + \ldots + 99$
   d) $3 + 6 + 9 + 12 + \ldots + 198$
   e) $5 + 9 + 13 + 17 + \ldots + 41$
   f) $3 + 8 + 13 + 18 + \ldots + 43$

Exercice 10

Déterminer les sommes suivantes. Vous justifierez qu'il s'agit de sommes de termes consécutifs de suites arithmétiques.

1. $\displaystyle\sum_{k=10}^{1000} 1$
2. $\displaystyle\sum_{n=1}^{50} n$
3. $\displaystyle\sum_{k=1}^{100} 2k$
4. $\displaystyle\sum_{n=10}^{100} 6n$
5. $\displaystyle\sum_{n=51}^{100} 7n - \sum_{n=1}^{50} 1$
6. $\displaystyle\sum_{n=1}^{400} (2n-1)$
7. $\displaystyle\sum_{n=1}^{250} (1000-n)$
8. $\displaystyle\sum_{k=3}^{26} (2k+3)$

Exercice 11

1. Montrer que pour tout $n \geqslant 1$ on a $S(n) = 1 + 3 + 5 + \ldots + (2n-1) = n^2$
2. Montrer que pour tout $n \geqslant 1$ on a $S(n) = 1 + 6 + 11 + \ldots + (5n+1) = 3n^2 + 4n + 1$

Exercice 12

La somme des n premiers termes d'une suite arithmétique est 297. Sachant que le premier terme est 45, la raison est -3, quelle est la valeur de n ?

Exercice 13

(u_n) est une suite arithmétique de premier terme $u_0 = a$ et de raison b.

1. Sachant que $u_9 = 48$, écrire une équation vérifiée par a et b.
2. Sachant que $u_2 + u_3 + u_4 = 36$, montrer que $3a + 9b = 36$
3. Déterminer a et b.

Exercice 14

(u_n) est une suite arithmétique de premier terme $u_0 = a$ et de raison b. Déterminer a et b sachant que $u_3 = 7$ et $u_1 + u_2 + u_3 + \ldots + u_8 = 176$. *Indication : vous justifierez que* $8a + 36b = 176$.

7.4.2 Exercices : suites géométriques

■ **Exemple 7.7 — reconnaître une suite géométrique.**

1. Donner la nature de la suite $12;\ 36;\ 108;\ 324;\ \dots$
2. Donner la nature de la suite $-\frac{1}{3};\ \frac{1}{9};\ -\frac{1}{27};\ \frac{1}{81};\ \dots$

solution. 1. Les quotients de deux termes consécutifs sont : $\frac{36}{12}=3;\quad \frac{108}{36}=3;\ \frac{324}{108}=3;$

La suite semble être géométrique de raison $r=3$.

2. Les quotients de deux termes consécutifs sont : $\frac{1/9}{-1/3}=-\frac{1}{3};\quad \frac{-1/27}{1/9}=-\frac{1}{3};\ \frac{1/81}{-1/27}=-\frac{1}{3};$

La suite semble être géométrique de raison $r=-\frac{1}{3}$.

■

Exercice 15

Parmi les suites suivantes, préciser celles qui semblent arithmétiques et donner leur raison.

1. $5;\ 15;\ 45;\ 135;\ \dots$
2. $3;\ 12;\ 21;\ 30;\ \dots$
3. $3;\ 12;\ 48;\ 192;\ \dots$
4. $36;\ 27;\ 18;\ 9;\ \dots$
5. $1;\ -\frac{1}{2};\ \frac{1}{4};\ -\frac{1}{8};\ \dots$
6. $5;\ 1;\ 0{,}2;\ 0{,}04;\ \dots$
7. $1;\ \frac{1}{2};\ \frac{1}{3};\ \frac{1}{4};\ \dots$
8. $9;\ -6;\ 4;\ -\frac{8}{3};\ \dots$
9. $\frac{1}{5};\ \frac{2}{7};\ \frac{3}{9};\ \frac{4}{11};\ \dots$

■ **Exemple 7.8 — justifier qu'une suite est géométrique.** Donner la nature des suites :

1. (u_n) définie par $n \geqslant 0$ par $u_n = 4(3)^n$
2. (v_n) définie par $n \geqslant 1$ par $u_n = n(-1)^n$

solution.
1. $\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{4(3)^{n+1}}{4(3)^n} = 3$. (u_n) est une suite géométrique de raison 3.
2. $v_1=-1,\ v_2=2,\ v_3=-3,\ v_4=4$. (v_n) n'est pas géométrique.

■

Exercice 16

Justifier si les suites données par leur forme explicite sont géométrique ou non.

1. $u_n = 2(10)^n$
2. $u_n = 2^n - 1$
3. $u_n = 0{,}753^{n+1}$
4. $u_n = 5^{2n-1}$
5. $u_n = n2^n$
6. $u_n = \frac{2}{(-5)^n}$

■ **Exemple 7.9 — former et utiliser la forme explicite d'une suite géométrique (u_n) de raison $1{,}05$ avec $u_5 = 20$.** 1.

Déterminer la forme explicite de u_n pour $n \geqslant 0$.

2. Déterminer les terme de rang 0 et de rang 15.

solution.
1. Pour tout $n \geqslant 0$: $\frac{u_n}{u_5} = q^{n-5}$, donc $u_n = 20 \times 1{,}05^{n-5}$.
2. $u_0 = 20 \times 1{,}05^{0-5} \approx 15.67$ et $u_{15} = 201{,}05^{15-5} \approx 32{,}577$

■

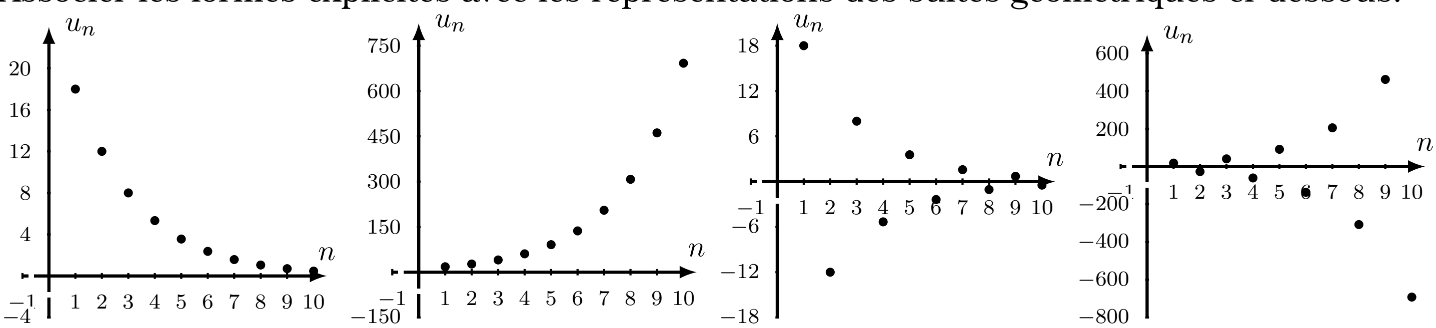
Exercice 17

Déterminer les formes explicites des suites (u_n) puis déduire le terme de rang p.

1. (u_n) est géométrique de raison 6, $u_4 = 1$ et $p = 10$.
2. (u_n) est géométrique de raison $\frac{1}{2}$, $u_1 = 4$ et $p = 10$.
3. (u_n) est géométrique de raison $\frac{-1}{3}$, $u_1 = 6$ et $p = 12$.
4. (u_n) est géométrique de raison $\sqrt{3}$, $u_1 = 1$ et $p = 8$.
5. (u_n) vérifie la relation de récurrence $u_{n+1} = 5u_n$ et $u_0 = 4$ et $p = 10$.
6. (u_n) vérifie la relation de récurrence $u_{n+1} = -2u_n$ et $u_1 = \frac{1}{3}$ et $p = 5$.
7. (u_n) vérifie la relation de récurrence $u_{n+1} = \frac{u_n}{2}$ et $u_5 = 3$ et $p = 0$.
8. (u_n) vérifie la relation de récurrence $u_{n+1} = 1{,}02u_n$ et $u_1 = 500$ et $p = 40$.

Exercice 18

Associer les formes explicites avec les représentations des suites géométriques ci-dessous.



(A) $u_n = 18\left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}$ (B) $u_n = 18\left(\frac{-2}{3}\right)^{n-1}$ (C) $u_n = 18\left(\frac{3}{2}\right)^{n-1}$ (D) $u_n = 18\left(\frac{-3}{2}\right)^{n-1}$

Exercice 19 — **reconnaitre la forme explicite ou par récurrence d'une suite géométrique.** Compléter

	géométrique	non géométrique
1/ u définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = 4^{n-5}$	☐	☐
2/ u définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = 7(0.5)^n$	☐	☐
3/ u définie par $u_0 = 5$ et pour tout n, $u_{n+1} = 1{,}05u_n$	☐	☐
4/ u définie par $u_0 = 3$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = \frac{u_n}{2}$	☐	☐
5/ u définie pour tout n, $u_{n+1} = 1{,}1n$	☐	☐
6/ u définie pour tout n, $u_{n+1} = n^4$	☐	☐
7/ u définie par $u_0 = 5$ et pour tout n, $u_{n+1} = 5u_n + 1$	☐	☐
8/ u définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = 3^{1-n}$	☐	☐

Exercice 20

Donner le sens de variation et la limite des suites géométriques données ci-dessous :

1. $u_{n+1} = -1{,}25u_n$.
2. $u_{n+1} = 0{,}8u_n$.
3. $u_n = 12(-0{,}75)^{n-1}$
4. $u_n = 12(-0{,}4)^{n-1}$
5. $u_n = 2(1{,}3)^{n-1}$
6. $u_n = 10(1{,}5)^{n-1}$

■ **Exemple 7.10 — utiliser la relation $\frac{u_n}{u_p} = q^{(n-p)}$ pour déterminer la raison q.**

Déterminer la forme explicite des suites suivantes :

1. pour $n \geqslant 0$, (u_n) est géométrique, $u_0 = \frac{1}{6}$ et $u_1 = \frac{1}{4}$.
2. pour $n \geqslant 1$, (u_n) est géométrique, $u_1 = 7$, $u_3 = 63$ et la suite est croissante.

solution.

1. $q = \frac{u_1}{u_0} = \frac{1/4}{1/6} = \frac{3}{2}$. Pour $n \geqslant 0$, $u_n = u_0 q^n = \frac{1}{6}\left(\frac{3}{2}\right)^n$.
2. $q^2 = \frac{u_3}{u_1} = \frac{63}{7} = 9$. $q = -3$ où $q = 3$.
   La suite étant croissante, $q > 0$. Donc pour tout $n \geqslant 1$: $u_n = u_1 q^{n-1} = 7(3)^{n-1}$

■

Exercice 21

Déterminer les formes explicites et par récurrence des suites *géométriques* suivantes :

1. $u_0 = 3$ et $u_1 = 12$.
2. $u_0 = 6$, et $u_1 = 9$.
3. $u_0 = 1$, et $u_2 = 9$. (u_n) est croissante.
4. $u_0 = 12$ et $u_2 = 48$, (u_n) est monotone.
5. $u_1 = 4$ et $u_3 = 108$. (u_n) est non monotone.
6. $u_5 = 6$ et $u_8 = 6000$.
7. $u_1 = 16$ et $u_4 = \frac{27}{4}$
8. $u_2 = 3$ et $u_3 = \frac{3}{64}$. (u_n) est décroissante.
9. $u_5 = 486$, et $u_7 = 4374$. (u_n) est croissante.
10. $u_3 = 9$ et $u_5 = 2304$. (u_n) est décroissante.

Exercice 22 Indiquer le sens de variation des suites suivantes.

	croissante	décroissante	non monotone
1/ (u_n) définie pour $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = 3n - 2$	☐	☐	☐
2/ (u_n) définie par $u_0 = 3$ et pour $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = u_n + 1$	☐	☐	☐
3/ (u_n) définie par $u_0 = 5$ et pour $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = 2u_n$	☐	☐	☐
4/ (u_n) définie par $u_0 = -3$ et pour $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = 3u_n$	☐	☐	☐
5/ (u_n) définie par $u_0 = -1$ et pour $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = 0.5u_n$	☐	☐	☐
6/ (u_n) définie pour $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = 0.95^n$	☐	☐	☐
7/ (u_n) définie pour $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = 1.10^n$	☐	☐	☐
8/ (u_n) définie pour $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = 2^n + 1$	☐	☐	☐
9/ (u_n) définie pour $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = -3^n + 1$	☐	☐	☐
10/ (u_n) définie pour $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = 1.05^n + 3$	☐	☐	☐
11/ (u_n) définie pour $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = 5 + 0.3^n$	☐	☐	☐
12/ (u_n) définie pour $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = 3 - 0.25^n$	☐	☐	☐
13/ (u_n) définie pour $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = 3 + (-0.80)^n$	☐	☐	☐

■ **Exemple 7.11 — calculer une somme de termes consécutifs d'une suite géométrique.**

1. Déterminer la somme $\sum_{i=1}^{12} 4(0{,}3)^{i-1}$.
2. Déterminer la somme $3+\frac{3}{10}+\frac{3}{10^2}+\ldots+\frac{3}{10^n}$

solution. 1. — $u_n = 4(0{,}3)^{n-1}$ suite géométrique de raison $\frac{u_{n+1}}{u_n} = 0{,}3$. *on reconnait la forme explicite générale* aq^n

— on somme les termes $u_1 = 4(0{,}3)^{1-1} = 4$ à u_{12}, donc $12-1+1 = 12$ termes.

— $S = u_1 \frac{1-q^{13}}{1-q} = 4 \times \frac{1-0{,}3^{13}}{1-0{,}3} \approx 5{,}714$

2. — (u_n) est une suite géométrique de raison $q = \frac{1}{10} = 0{,}1$.

— le 1$^{\text{er}}$terme est $u_1 = 3$, la forme explicite est $u_n = 3q^{n-1} = 3\,(0{,}1)^{n-1}$.

— $S = \frac{3}{10^0}+\frac{3}{10^1}+\frac{3}{10^2}+\ldots+\frac{3}{10^n} = \sum_{i=1}^{n+1} 3\,(0{,}1)^{i-1} = 3 \times \frac{1-0{,}1^{n+1}}{1-0{,}1} = \frac{10}{3}(1-0{,}1^{n+1})$

■

Exercice 23

Calculer la somme des termes de la suite géométriques dans les cas suivants :

1. Le premier terme est $u_1 = 3$, la raison est 2, et il y a 7 membres.
2. Le premier terme est $u_1 = 1$, la raison est -3 et il y a 6 termes.
3. Le premier terme est $u_1 = 5$, la raison est $\frac{1}{2}$ et il y a 5 termes.
4. $S = u_1 + u_2 + \ldots + u_{10}$ avec $u_0 = 1000$ et pour tout $n \geqslant 1$: $u_{n+1} = 0{,}85 u_n$.
5. $S = u_5 + u_6 + \ldots + u_{25}$ avec $u_0 = 5$ et pour tout $n \geqslant 1$: $u_{n+1} = 1{,}05 u_n$.

Exercice 24

Déterminer les sommes suivantes. Vous justifierez qu'il s'agit de sommes de termes consécutifs de suites géométriques.

1. $\sum_{k=1}^{10} \frac{1}{2^k}$
2. $\sum_{n=1}^{20} 3^n$
3. $\sum_{i=5}^{100} (-2)^i$
4. $\sum_{n=1}^{9} (-2)^{n-1}$
5. $\sum_{n=1}^{10} \left(\frac{5}{2}\right)^{n-1}$
6. $\sum_{i=1}^{10} 2\left(\frac{1}{4}\right)^{i-1}$
7. $\sum_{i=0}^{6} 500(1{,}04)^{2i}$
8. $\sum_{n=0}^{25} 5\left(-\frac{1}{3}\right)^{n}$

Exercice 25

La suite (u_n) définie par $u_0 = 1$ et pour $n \geqslant 0$: $u_{n+2} = u_{n+1} + u_n$. On suppose que la suite (u_n) est géométrique de raison q.

1. Exprimer u_{n+2} et u_{n+1} à l'aide de q et u_n et déterminer une équation vérifiée par q.
2. On suppose que $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 0$. Déterminer q et la forme explicite de (u_n).

Exercice 26

La suite (u_n) vérifie pour $n \geqslant 0$ la relation $2u_{n+2} = 3u_{n+1} - u_n$, avec $u_0 = 1$. On suppose que u est une suite géométrique décroissante de raison q. Déterminer la forme explicite de (u_n).

Exercice 27

Soit les suites (u_n) et (S_n) définies pour $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = \dfrac{1}{2^n}$ et $S(n) = \dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{2^2} + \dfrac{1}{2^3} + \ldots + \dfrac{1}{2^{n-1}}$.

1. Montrer que la suite (u_n) est géométrique.
2. Déterminer $S_{n+1} - S_n$ et en déduire que (S_n) est strictement croissante.
3. Exprimer $S(n)$ à l'aide de n et en déduire $\lim\limits_{n\to\infty} S(n)$.

Exercice 28

Soit une suite (u_n) tel que pour tout $n \geqslant 1$, la somme des premiers n termes d'une suite géométrique est égale à $5(3^n - 1)$

1. Quelle est la somme des 90 premiers termes ?
2. Montrer que pour tout $n \geqslant 1$ on a $u_n = k(3^n)$. Déterminer k.

Soit une suite (u_n) vérifiant la relation de récurrence $u_{n+1} = qu_n + r$.

— Si $q = 1$, $u_{n+1} = u_n + r$, la suite (u_n) est arithmétique de raison r.

— Si $r \neq 0$, $u_{n+1} = qu_n$, la suite (u_n) est géométrique de raison q.

— Si $r \neq 0$ et $q \neq 1$ la suite est dite *arithmético-géométrique*. Elle n'est ni arithmétique, ni géométrique.

Exercice 29 — Grand classique.

L'objectif de cet exercice est de déterminer l'expression explicite de la suite (u_n) définie par $u_0 = 3$ et pour tout $n \geqslant 0$ la relation $u_{n+1} = 1{,}25u_n + 5$.

1. Calculer u_1 et u_2.
2. Déterminer la solution l solution de l'équation $l = 1{,}25l + 5$.
3. On défini la suite (v_n) sur $n \geqslant 0$ par $v_n = u_n - l$.
   a) Déterminer v_0
   b) Exprimer v_{n+1} en fonction de u_n.
   c) Exprimer u_n en fonction de v_n.
   d) Montrer que la suite (v_n) est géométrique de raison $1{,}25$.
   e) Donner la forme explicite de la suite (v_n).
4. En déduire que tout $n \geqslant 0$, $u_n = 23(1{,}25)^n - 20$.
5. Justifier la limite de la suite (u_n).

R Le comportement d'une suite arithmético-géométrique dépend de la valeur initiale u_0. Tracer le diagramme type colimaçon des suites :

1. (u_n) avec $u_0 = 6$ et $u_{n+1} = 0{,}5u_n + 3$
2. (v_n) avec $v_0 = 8$ et $v_{n+1} = 0{,}5v_n + 3$
3. (w_n) avec $w_0 = 4$ et $w_{n+1} = 0{,}5w_n + 3$

Exercice 30 — entrainement.

Soit u la suite définie par $u_0 = 250$ et, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = 0{,}72u_n + 420$.

1. Calculer u_1 et u_2.
2. Résoudre l'équation $l = 0{,}72l + 420$.
3. Soit (v_n) la suite définie, pour tout $n \in \mathbb{N}$, par $v_n = u_n - 1500$.
   a) Calculer v_0.
   b) Exprimer v_{n+1} en fonction de u_n.
   c) Exprimer u_n en fonction de v_n.
   d) Montrer que que (v_n) géométrique et préciser sa raison.
   e) En déduire l'expression de v_n en fonction de n.
4. En déduire que pout tout $n \geqslant 0$: $u_n = 1500 - 1250 \times 0{,}72^n$.
5. Justifier la limite de la suite (u_n).

Exercice 31 — entrainement.

Soit u la suite définie par $u_0 = 2$ et, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = 3u_n + 4$.

1. Résoudre l'équation $l = 3l + 4$.
2. Soit (v_n) la suite définie, pour tout $n \in \mathbb{N}$, par $v_n = u_n + 2$. Montrer que (v_n) est une suite géométriue de raison 3 et donner la forme explicite de (v_n).
3. En déduire que pout tout $n \geqslant 0$: $u_n = 3^n - 2$.
4. Quel est le sens de variation et la limite de la suite (u_n) ?

Exercice 32 — entrainement.

Soit la suite u définie par $u_0 = 15$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$: $u_{n+1} = 0.75u_n + 3$. En suivant la démarche des exercices précédents montrer que $u_n = 3(0{,}75)^n + 12$ et déduire la limite.

Exercice 33 — entrainement.

Soit la suite u définie par $u_0 = 1$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$: $u_{n+1} = 0{,}5u_n + 0.25$. En suivant la démarche de l'exercice précédent montrer que $u_n = 0{,}5^{n+1} + 0.5$ et déduire la limite.

7.4.3 Modélisations à l'aide de suites arithmétiques ou géométriques

Dans un plan d'épargne, les intérêts sont dit *simples* lorsqu'ils sont calculés chaque année sur la base de la *somme placée au départ*.

On note u_0 le placement de départ, et u_n leplacement après n échéances. La suite (u_n) est une suite *arithmétique* $u_{n+1} = u_n + CMu_0 = u_n + (1 + TE)u_0$

Exemple 7.12

Un placement 200 € en intérêts *simples* de 3%, rapporte $3\% \times 200$ chaque année.

$u_0 = 200$. On a la relation de récurrence : $u_{n+1} = u_n + 0.03u_0 = u_n + 6$

Le capital accumulé est une suite *arithmétique* de raison 6.

Après 5 échéances est $u_5 = \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$ et après n échéances $u_n = \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$

Dans un plan d'épargne, les intérêts sont dit *composés* lorsqu'ils sont calculés sur la base de la *somme totale accumulée à l'échéance précédente*.

On note u_0 le placement de départ, et u_n le placement après n échéances. La suite (u_n) est une suite *géométrique* $u_{n+1} = CM \times u_n = (1 + TE)u_n$

Exemple 7.13

Un placement 200 € en intérêts **composés** de 3%, augmente de 3% chaque année. Le placement est multiplié par 1.03 chaque année.

$u_0 = 200$ et la relation de récurrence : $u_{n+1} = 1{,}03u_n$

Le capital accumulé est une suite *géométrique* de raison $1{,}03$.

Après 5 échéances est $u_5 = \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$ et après n échéances $u_n = \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$

Exercice 34

Dans chaque cas u_n désigne le montant d'un placement après n échéances. Préciser la relation de récurrence ainsi que la forme explicite.

1. intérêts composés 5%, $u_0 = 2000€$
2. intérêts composés 2%, $u_0 = 4000€$
3. intérêts composés 1%, $u_0 = 10000€$
4. intérêts simples 6%, $u_0 = 100€$
5. intérêts simples 2%, $u_0 = 3500€$
6. intérêts composés 10%, $u_1 = 400€$
7. dépréciation composée de 7%, $u_0 = 500€$
8. dépréciation composée de 12%, $u_0 = 100€$
9. dépréciation composée de 9%, $u_0 = 300€$
10. intérêts composés 4%, $u_3 = 200€$
11. intérêts composés 3%, $u_5 = 100€$
12. dépréciation composés de 3%, $u_2 = 200€$

Pour un placement P à taux annuel r, mais à intérêts composés mensuels, le placement après 12 mois vaut $P\left(1+\dfrac{r}{12}\right)^{12}$

Exemple 7.14

1. Pour un placement P de taux annuel 3% à intérêts composés mensuels, le placement après 12 mois vaut $\left(1+\dfrac{0{,}03}{12}\right)^{12}P = (1{,}002\ 5)^{12}P \approx (1{,}030\ 4)P$.
2. Pour un placement P de taux annuel 3% à intérêts composés trimestriels, le placement après 12 mois (4 trimestres) vaut $\left(1+\dfrac{3}{4}\right)^{4}P = (1{,}007\ 5)^{4}P \approx (1{,}030\ 3)P$.

Exercice 35

Un placement de 2500 € au taux annuel de 2%. Déterminer le montant après 20 ans dans les cas suivants :

1. taux composés évalués annuellement.
2. taux composés évalués par semestre.
3. taux composés évalués par trimestre.
4. taux composés évalués par mois.
5. taux composés évalués quotidiennement.

La constante d'Euler a été introduite par Jacob Bernoulli en 1683 dans la modélisation de taux d'intérêts composés continus comme étant la limite $\mathrm{e} = \lim\limits_{n\to+\infty}\left(1+\dfrac{1}{n}\right)^{n} \approx 2{,}718$

Exercice 36

On dépose une mensualité de 100 € au début de chaque mois. Ce placement est au taux annuel de 6%, et les intérêts sont composés mensuellement. Après 5 ans (60 mois) le capital s'évalue à $P = 100\left(1+\dfrac{0{,}06}{12}\right)+100\left(1+\dfrac{0{,}06}{12}\right)^{2}+\ldots+100\left(1+\dfrac{0{,}06}{12}\right)^{60}$. Déterminer P.

Exercice 37

On dépose une mensualité de m € au début de chaque mois. Ce placement est au taux annuel de r, et les intérêts sont composés mensuellement. À la fin de t années sans retrait possible le capital s'évalue à :

$$C = m\left(1+\frac{r}{12}\right)+m\left(1+\frac{r}{12}\right)^{2}+\ldots+m\left(1+\frac{r}{12}\right)^{12t}$$

Montrer que $C = m\left[\left(1+\dfrac{r}{12}\right)^{12t}-1\right]\left(1+\dfrac{12}{r}\right)$.

R Explication de la formule :

— Le dépot de m € au début du premier mois s'apprécie sur $12t$ mois complets : $m\left(1+\dfrac{r}{12}\right)^{12t}$

— Le dépot de m € au début du j^{e} mois, s'apprécie sur $12t-j+1$ mois : $m\left(1+\dfrac{r}{12}\right)^{12t-j+1}$

— Le dépot de m € au au début du $12t^{\text{e}}$ mois , s'apprécie sur 1 mois restant, $m\left(1+\dfrac{r}{12}\right)^{1}$

Exercice 38

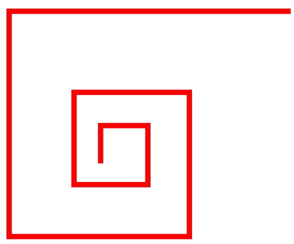
Montrer que $\sum_{r=1}^{15}(2^r - 12r) = 64094$.

Exercice 39

L'iode 131 est un isotope radioactif utilisé en médecine pour la radiothérapies dans les cancers de la thyroïde. Le patient doit prendre une gélule contenant $0,01$ mg d'iode 131 au début de son traitement. Chaque jour, les noyaux d'iode 131 se désintègrent et la masse de la substance radioactive diminue de 8%. On note u_n la masse diode 131 en mg présente dans la patient n jours après l'ingestion de la gélule.

1. Donner la valeur de u_0 et de u_1.
2. Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n. Quelle est la nature de la suite u_n ?
3. En déduire l'expression de u_n en fonction de n.
4. Déterminer au bout de combien de jours la masse diode 131 dans le patient devient inférieur à $0,001$mg.
5. On appelle demi-vie, le temps nécessaire pour que la moitié des noyaux radioactifs d'iode 131 se désintègrent. Déterminer la valeur de la demi-vie de l'iode 131.

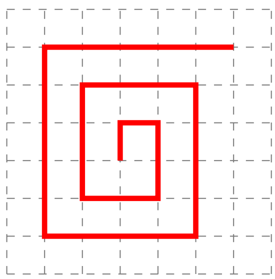
Exercice 40



Un élève a programme le dessin ci-contre formé d'une spirale formée de segments perpendiculaires. Le premier segment est de 4 mm de long, et chaque segment est 25% plus long que le précédent. On note u_n la longueur du $n-^{\text{e}}$ segment.

1. Détermine la longueur des 8 premiers segments tracés en mm.
2. Donner une relation de récurrence vérifiée par la suite (u_n).
   En déduire la forme explicitie de (u_n).
3. Détermine la longueur de la spirale en m formée de 20 segments.

Exercice 41



Un élève a programme le dessin ci-contre formé d'une spirale formée de segments perpendiculaires. On note u_n la longueur du $n-^{\text{e}}$ segment.

1. Détermine la longueur des 8 premiers segments tracés en mm.
2. Donner une relation de récurrence vérifiée par la suite (u_n).
   En déduire la forme explicitie de (u_n).
3. Détermine la longueur de la spirale en m formée de 20 segments.

Exercice 42 — Suite auxiliaire.

Soit la suite u définie par $u_0 = 0.5$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$: $u_{n+1} = \dfrac{u_n}{1 + 2u_n}$.

On pose la suite auxiliaire v définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $v_n = \dfrac{1}{u_n} + 1$

1. Calculer les termes v_0 à v_4.
2. Montrer que pout tout $n \in \mathbb{N}$: $v_{n+1} = \dfrac{1}{u_n} + 3$.
3. En déduire que v est une suite arithmétique, et donner son expression.
4. En déduire la forme explicite de la suite u.

Exercice 43 — mise en situation : un roman-problème type bac.

Un parc d'attraction propose à ses visiteurs des pass annuels donnant accès illimité à l'ensemble du site. En 2019, 5000 visiteurs achètent le pass. Chaque année, le directeur de parc prévoit que 90% de ces visiteurs renouvelleront leur pass et 800 nouveaux visiteurs en achèteront un. On note u_n le nombre de visiteurs ayant un pass annuel en $2019 + n$.

1. Déterminer la valeur de u_0 et u_1.
2. Justifier que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = 0,9u_n + 800$.
3. Soit (v_n) la suite définie par $v_n = u_n - 8000$.
   a) Justifier que la suite (v_n) est géométrique.
   b) Donner l'expression de v_n en fonction de n.
   c) En déduire l'expression de u_n en fonction de n.
4. Combien peut-on prévoir qu'il y aura de visiteurs détenteur du pass annuel en 2040 ?

7.5 Exercices : solutions et éléments de réponse

correction exercice 1 .

■

correction exercice 2 .

■

correction exercice 3 .

■

correction exercice 4.

■

correction exercice 5.

	arithmétique	non arithmétique
1/ u définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = 3n - 2$	☒	☐
2/ u définie par $u_0 = 3$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$ on $u_{n+1} = u_n - \frac{1}{3}$	☒	☐
3/ u définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = 5n - 2$	☒	☐
4/ u définie par $u_0 = 5$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$ $u_{n+1} = 2u_n + 5$	☐	☒
5/ u définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = n^2 - n$	☐	☒
6/ u définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = 2n - 5$	☒	☐
7/ u définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = -n + 3$	☒	☐
8/ u définie par $u_0 = -2$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$ on a $u_{n+1} = u_n + 5$	☒	☐

■

correction exercice 6.

■

correction exercice 7.

■

correction exercice 8.

■

correction exercice 9.

■

correction exercice 10.

■

correction exercice 11.

■

correction exercice 12.

■

correction exercice 13.

■

correction exercice 14.

■

correction exercice 15.

■

correction exercice 16.

■

correction exercice 17.

	géométrique	non géométrique
1/ u définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = 4^n$	☒	☐
2/ u définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = 7 \times 0.5^n$	☒	☐
3/ u définie par $u_0 = 5$ et pour tout n, $u_{n+1} = 1{,}05u_n$	☒	☐
4/ u définie par $u_0 = 3$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = \dfrac{u_n}{2}$	☒	☐
5/ u définie pour tout n, $u_{n+1} = 1{,}1n$	☐	☒
6/ u définie pour tout n, $u_{n+1} = n^4$	☐	☒
7/ u définie par $u_0 = 5$ et pour tout n, $u_{n+1} = 5u_n + 1$	☐	☒
8/ u définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = 3^{-n}$	☒	☐

■

correction exercice 18.

■

correction exercice 19.

■

correction exercice 21.

■

correction exercice 20.

■

correction exercice 22.

	croissante	décrois-sante	non monotone
1/ u définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = 3n - 2$	☒	☐	☐
2/ u définie par $u_0 = 3$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = u_n + 1$	☒	☐	☐
3/ u définie par $u_0 = 5$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = 2u_n$	☒	☐	☐
4/ u définie par $u_0 = -3$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = 3u_n$	☐	☒	☐
5/ u définie par $u_0 = -1$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = 0.5u_n$	☒	☐	☐
6/ u définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = 0.95^n$	☐	☒	☐
7/ u définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = 1.10^n$	☒	☐	☐
8/ u définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = 2^n + 1$	☒	☐	☐
9/ u définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = -3^n + 1$	☐	☒	☐
10/ u définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = 1.05^n + 3$	☒	☐	☐
11/ u définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = 5 + 0.3^n$	☐	☒	☐
12/ u définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = 3 - 0.25^n$	☐	☒	☐
13/ u définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = 3 + (-0.80)^n$	☐	☐	☒

■

correction exercice 23.

■

correction exercice 24.

■

correction exercice 25.

■

correction exercice 26.

■

correction exercice 27.

■

correction exercice 28.

■

correction exercice 29.

■

correction exercice 30.

■

correction exercice 31.

■

correction exercice 32.

■

correction exercice 33.

■

correction exercice **??**.

■

correction exercice **??**.

■

correction exercice **??**.

■

correction exercice **??**.

■

correction exercice 38.

■

correction exercice 39.

■

correction exercice 40.

■

correction exercice 41.

■

correction exercice 42.

■

correction exercice 43.

■