

Chapitre

14

Fonctions affines

Définition 14.1 — expression. Soit deux nombres m et p définissent une **fonction affine** f par son expression :

$$\text{pour tout } x \quad f(x) = mx + p$$

- 1) Si $p = 0$, la fonction est **affine et linéaire** $f(x) = mx$.
- 2) Si $m = 0$, la fonction est **affine et constante** $f(x) = p$.

- **Exemple 14.1** 1) f définie par $f(x) = -2x + 4$ est une fonction affine non linéaire, avec
- 2) g définie par $g(x) = 2x$ est une fonction affine et linéaire :
- 3) k définie par $k(x) = -5$ est affine et constante

Proposition 14.2 p est l'image de 0 par f : $f(0) = p$

Proposition 14.3 — taux de variation. m est le coefficient de proportionnalité entre « les écarts sur la variable image y » et « les écarts sur la variable antécédent x ».

$$\text{Pour tout } x_A \text{ et } x_B \quad f(x_A) - f(x_B) = m(x_A - x_B)$$

à retenir : pour tout $x_A \neq x_B$

$$m = \frac{f(x_A) - f(x_B)}{x_A - x_B} = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B}$$

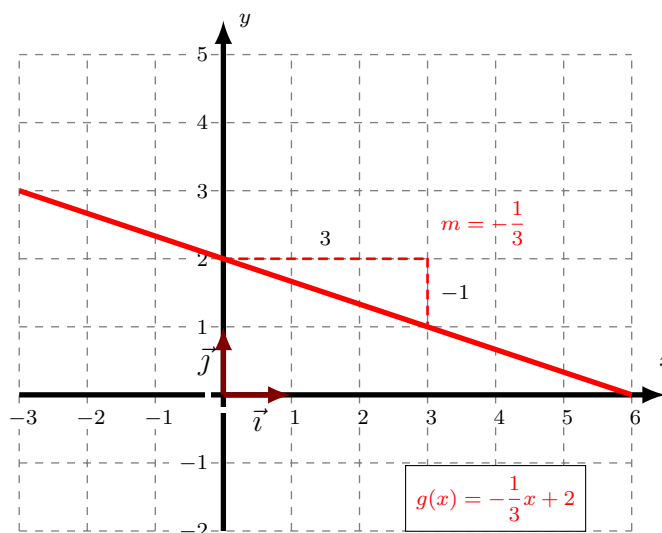
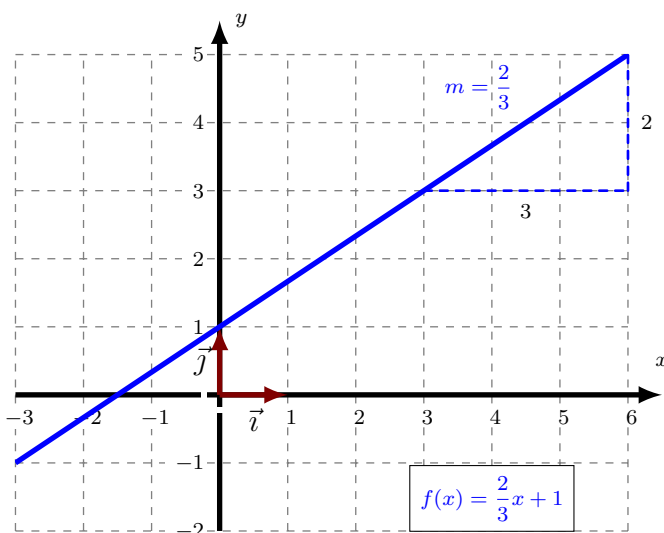


Figure 14.1 – Graphiquement, m est le rapport de l'augmentation verticale sur l'augmentation horizontale. $p = f(0)$ est l'ordonnée à l'origine : ordonnée du point d'intersection avec l'axe (Oy)

14.1 Exercices : fonctions affines

Exercice 1 Indiquer pour chaque fonction si elle est non affine, affine non linéaire ou affine et linéaire.

	non affine	affine, non linéaire	affine et linéaire
1/ $f: x \mapsto -2x + 5$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2/ $f: x \mapsto (x + 6)^2$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3/ $f: x \mapsto (x + 1)$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
4/ $f: x \mapsto 3x^2 + 5$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
5/ $f: x \mapsto -2x$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
6/ $f: x \mapsto \sqrt{2x + 1}$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
7/ $f: x \mapsto 5$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
8/ $f: x \mapsto \frac{-9}{4}x$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
9/ $f: x \mapsto (x + 2)(x - 3)$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
10/ $f: x \mapsto \sqrt{5}x$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Exercice 2 Complétez :

1) Entourer le(s) affirmation(s) correcte(s) :

- A) Une situation de proportionnalité est représentée par une fonction affine
- B) Une fonction affine représente une situation de proportionnalité
- C) Une situation de proportionnalité n'est pas représentée par une fonction affine
- D) Une relation qui n'est pas de proportionnalité n'est pas représentée par une fonction affine.

2) Parmi les fonctions suivantes, la fonction () est affine.

- A) $f(x) = -3x + 5$ B) $f(x) = -3x^2$ C) $f(x) = 2x - 1$ D) $f(x) = 2\sqrt{2}$

3) La représentation graphique de la fonction affine d'expression $f(x) = mx - (m - 2)$ passe par l'origine.

- La valeur de m est : A) $m > 2$ B) $m < 2$ C) $m = 2$ D) On ne peut pas savoir

4) Sachant que $a + b = 1$, on peut dire que la représentation graphique de la fonction affine d'expression

- $f(x) = ax + b$ passe par le point : A) $(-1 ; -1)$ B) $(-1 ; 1)$ C) $(1 ; -1)$ D) $(1 ; 1)$

Exercice 3 Complétez :

1) Si $f(x) = 7x + 4$ alors $f(3) = \dots\dots\dots$

2) Si $f(x) = 7 + 2x$ alors l'image de 0 est $\dots\dots\dots$

3) Si $f(x) = -9(x + 1)$ alors la solution de l'équation $f(x) = 9$ est $\dots\dots\dots$

4) Si $f(x) = 3(2 + 3x)$ alors l'antécédent de 6 est $\dots\dots\dots$

5) Sachant que $f(x) = 2x + p$ avec $f(2,5) = 6$ alors $p = \dots\dots\dots$

6) Sachant que $f(x) = 3x + p$ avec $f(-1) = -4$ alors $p = \dots\dots\dots$

7) Sachant que $f(x) = mx + 1$ avec $f(3) = 2,5$ alors $m = \dots\dots\dots$

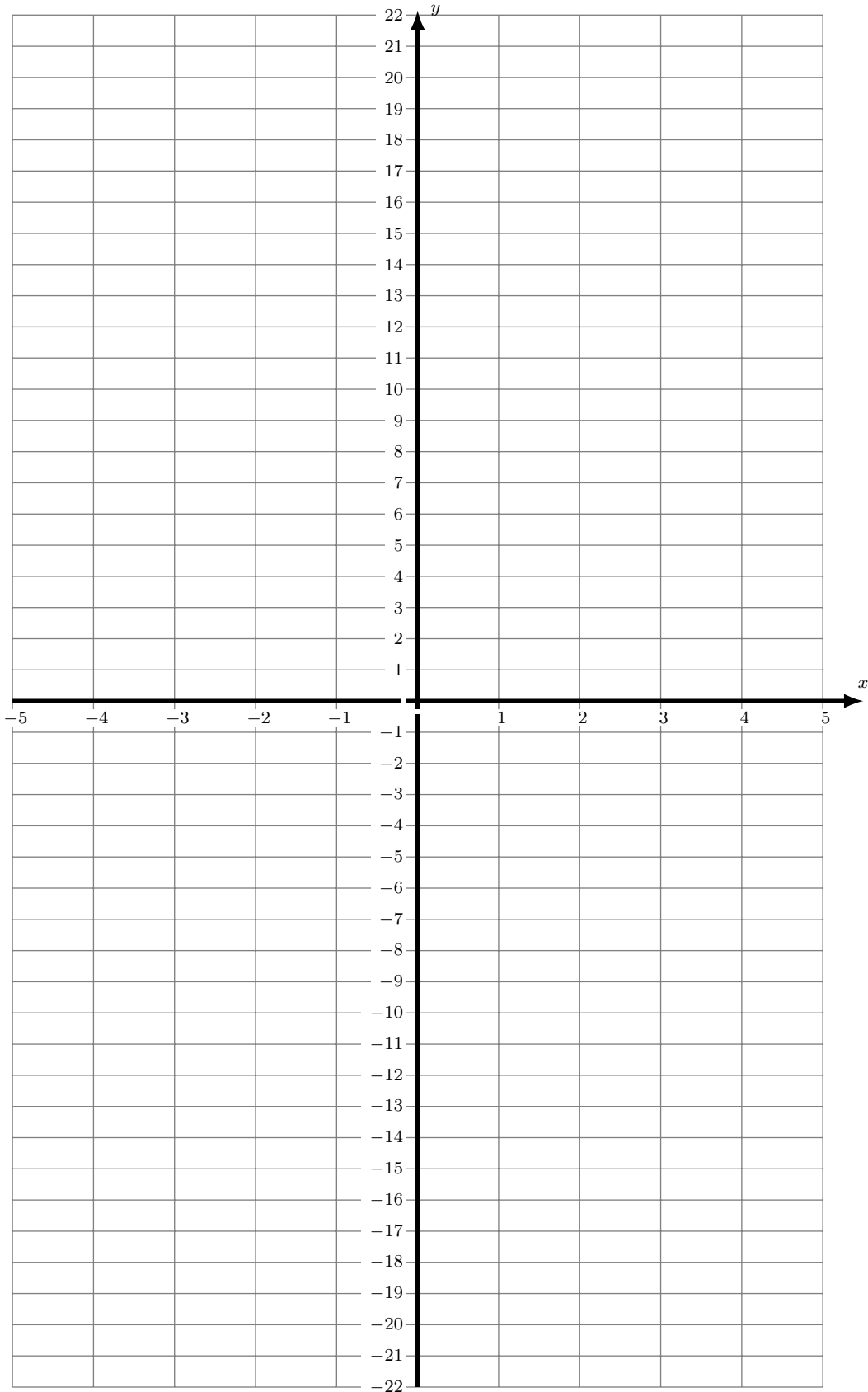
8) Sachant que $f(x) = mx - 1$ avec $f(-2) = 3$ alors $m = \dots\dots\dots$

Exercice 4 Représenter les fonctions suivantes. Choisir des points qui vous conviennent.

x	$f(x) = 1x$
x	$g(x) = 2x$
x	$h(x) = 3x$
x	$u(x) = 4x$

Pouvez vous prédire à quoi ressemblerai la représentation graphique de $v(x) = 5x$?

de $w(x) = 100x$?
(faire une figure)

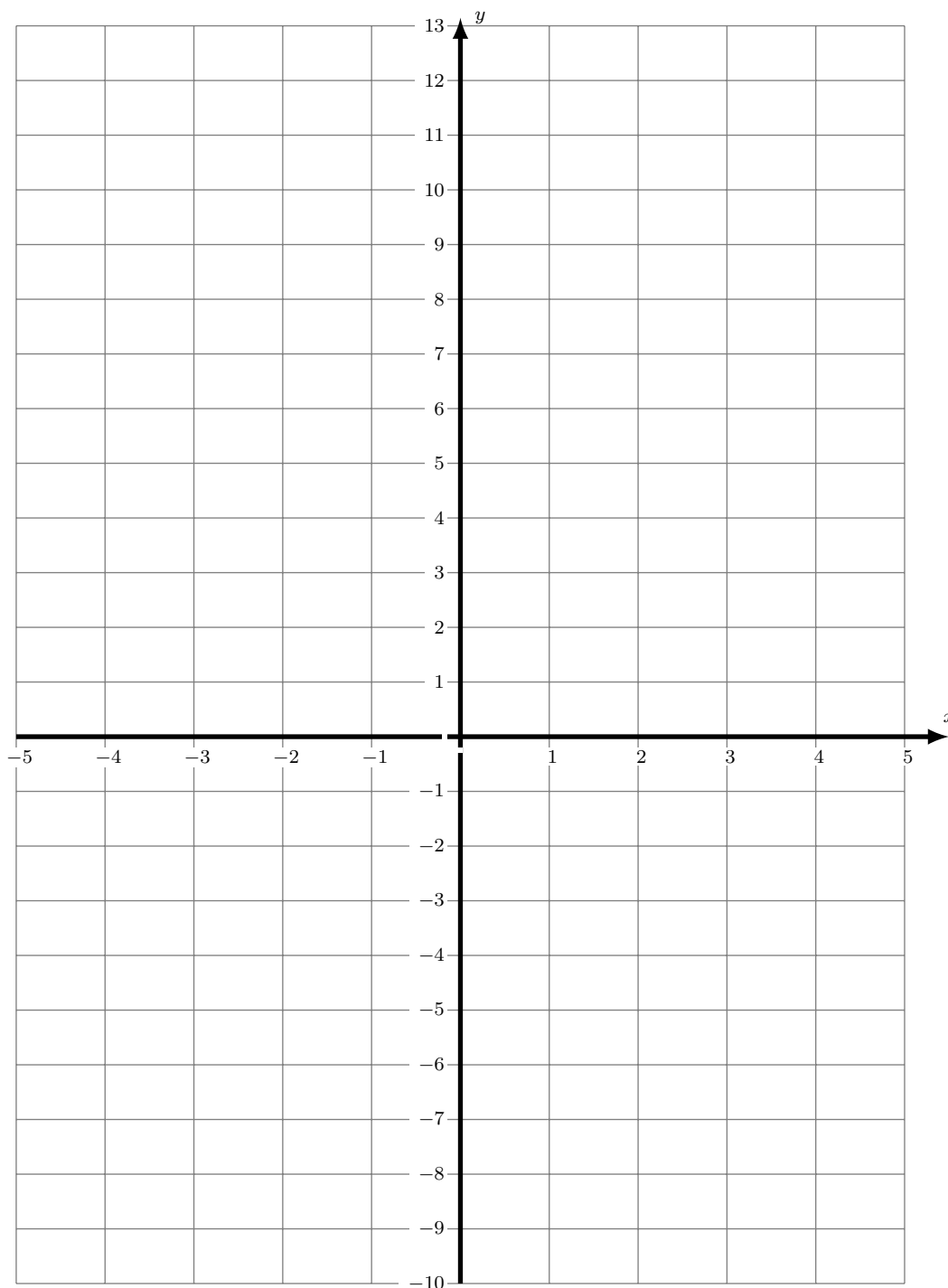


Exercice 5 Représenter les fonctions suivantes. Choisir des points qui vous conviennent.

x	$f(x) = x + 1$
x	$g(x) = x + 3$
x	$h(x) = x - 3$
x	$u(x) = x + 7$

Pouvez vous prédire à quoi ressemblerai la représentation graphique de $v(x) = x + 12$?

de $w(x) = x + 1000$?



Une fonction affine définie par $f(x) = mx + c$ est représentée par une droite **non verticale** d'équation $y = mx + c$. Dans l'équation $y = mx + c$ d'une droite non verticale, m est la pente.

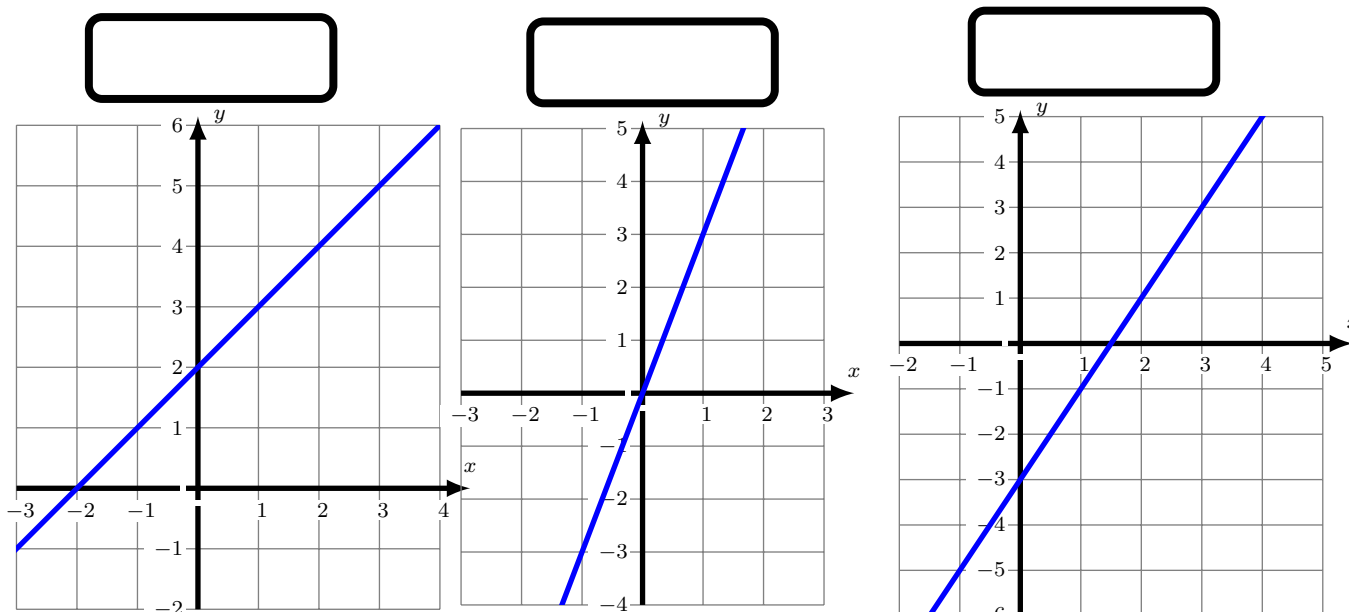
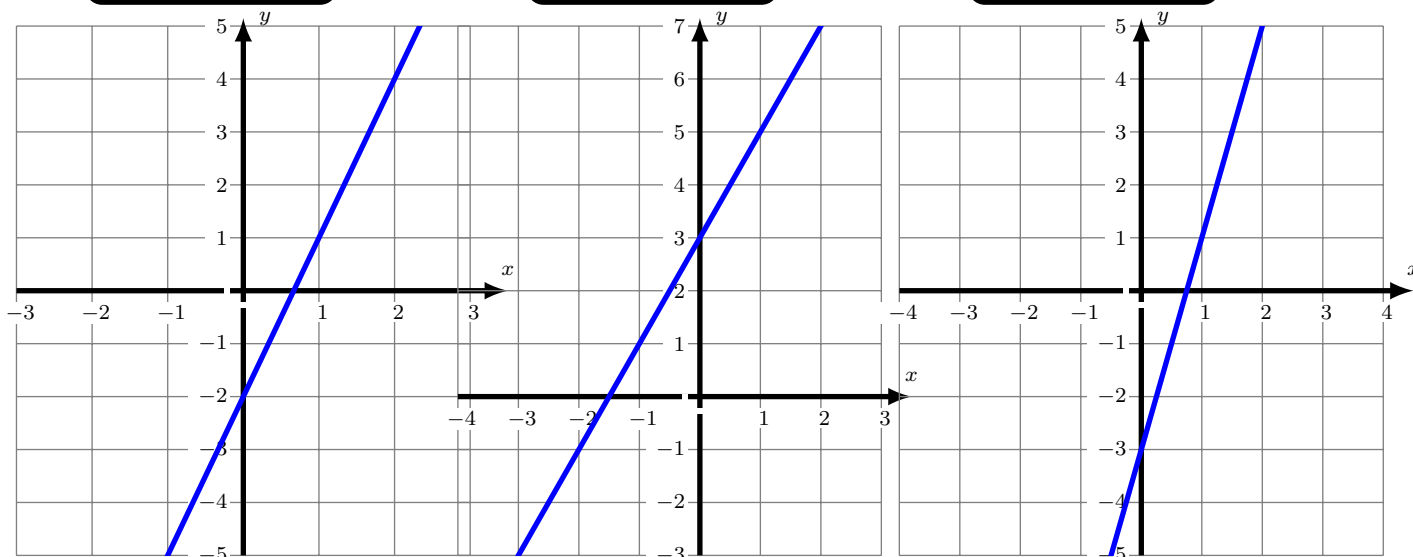
■ **Exemple 14.4** La droite d'équation $y = 7x - 2$ est de pente $m = 7$

La droite d'équation $y = 3 + 4x$ est de pente $m = 4$

Dans l'équation $y = mx + c$ d'une droite non verticale, c est l'ordonnée à l'origine. C'est l'ordonnée du point d'abscisse $x = 0$ (intersection avec l'axe des ordonnées)

Exercice 6 Écrire les expressions des fonctions affines représentées ci-dessous.

$f(x) =$



Exercice 7 Préciser pour chaque fonction affine, la pente de la droite qui la représente :

- | | | | | | |
|--------------------|-------------|--------------------|-------------|--------------------|-------------|
| 1) $f(x) = 6x - 2$ | $m = \dots$ | 3) $f(x) = 8x - 3$ | $m = \dots$ | 5) $f(x) = 2 + 3x$ | $m = \dots$ |
| 2) $f(x) = 2x + 5$ | $m = \dots$ | 4) $f(x) = x + 4$ | $m = \dots$ | 6) $f(x) = 5 + x$ | $m = \dots$ |

Exercice 8 Préciser pour chaque fonction affine, les coordonnées du point d'intersection de la droite représentative avec l'axe des ordonnées :

- | | | | | | |
|--------------------|------------------|-------------------|------------------|--------------------|------------------|
| 1) $f(x) = 4x - 1$ | $(\dots; \dots)$ | 3) $f(x) = 6x$ | $(\dots; \dots)$ | 5) $f(x) = 2$ | $(\dots; \dots)$ |
| 2) $f(x) = 1 + x$ | $(\dots; \dots)$ | 4) $f(x) = x - 4$ | $(\dots; \dots)$ | 6) $f(x) = 5x - 1$ | $(\dots; \dots)$ |

Exercice 9 Parmi les fonctions suivantes, entourez celle dont la droite représentative passe par le point de coordonnées $(0 ; 5)$

- A) $f(x) = 4x + 5$ B) $f(x) = 5x + 3$ C) $f(x) = 3 + 5x$ D) $f(x) = 5x - 0$

■ Exemple 14.5

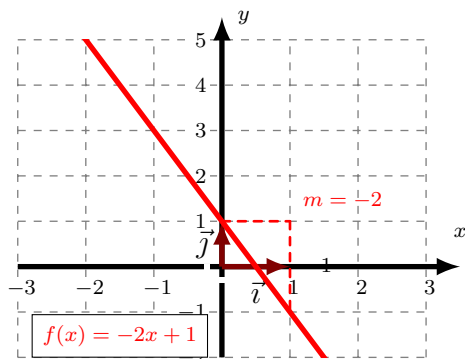
Déterminer l'expression réduite de la fonction affine représentée par la droite non verticale ci-contre :

La pente de la droite est -2 .

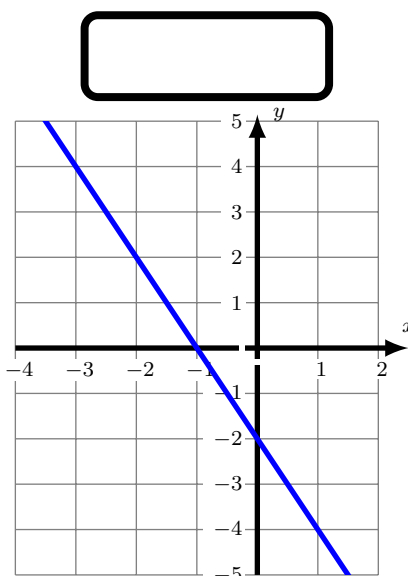
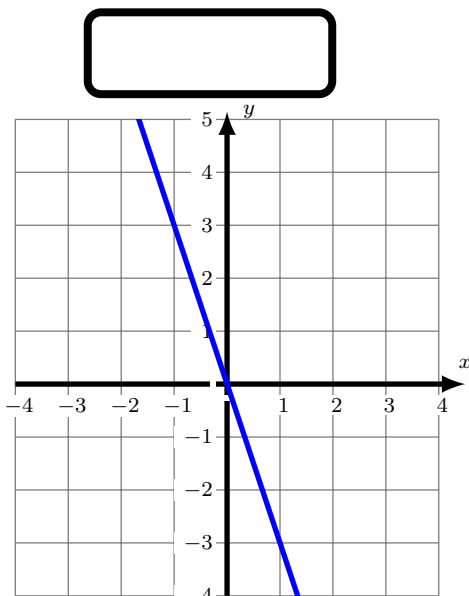
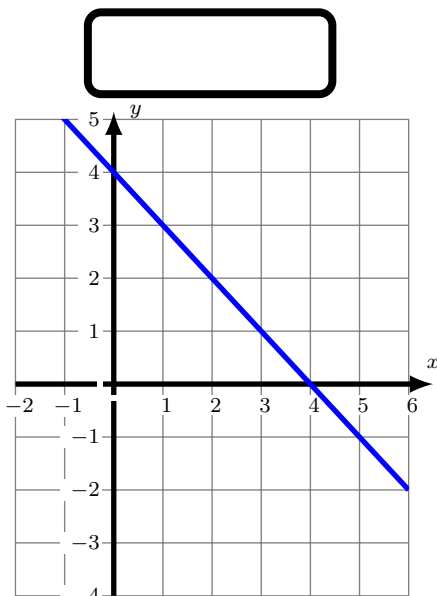
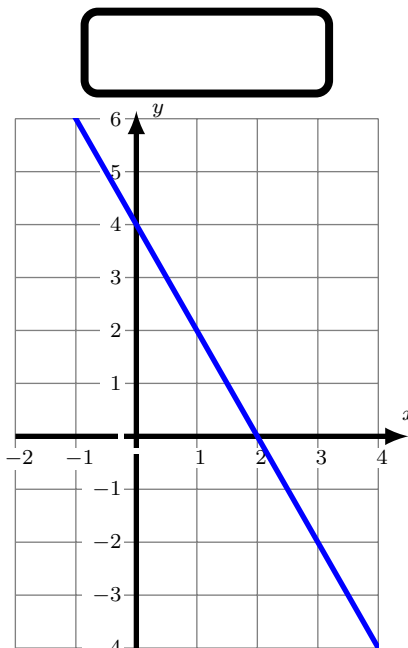
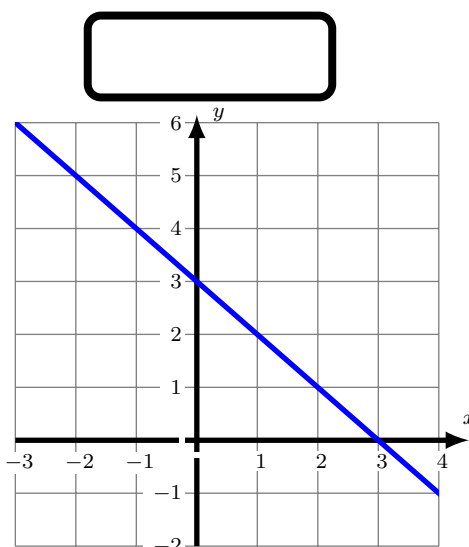
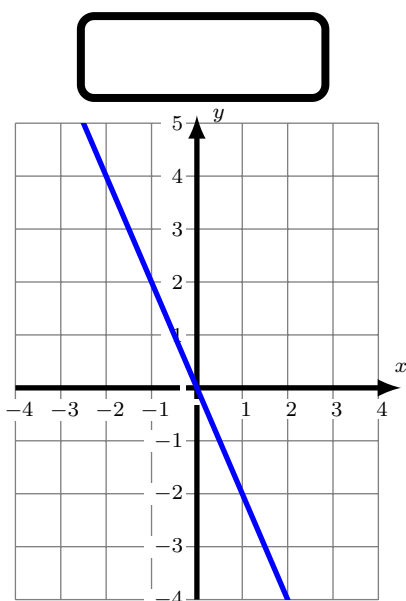
L'ordonnée à l'origine est 1 .

L'expression réduite est $f(x) = -2x + 1$.

On peut aussi écrire $f(x) = 1 - 2x$.



Exercice 10 Écrire les expressions des fonctions affines représentées ci-dessous.



Exercice 11 Préciser pour chaque fonction affine, la pente de la droite qui la représente :

- | | | | | | |
|--------------------|------------------|---------------------|------------------|--------------------|------------------|
| 1) $f(x) = 7 - 4x$ | $m = \dots\dots$ | 3) $f(x) = -3x + 4$ | $m = \dots\dots$ | 5) $f(x) = 6x - 1$ | $m = \dots\dots$ |
| 2) $f(x) = 7 - x$ | $m = \dots\dots$ | 4) $f(x) = -2 - 5x$ | $m = \dots\dots$ | 6) $f(x) = 1 + 4x$ | $m = \dots\dots$ |

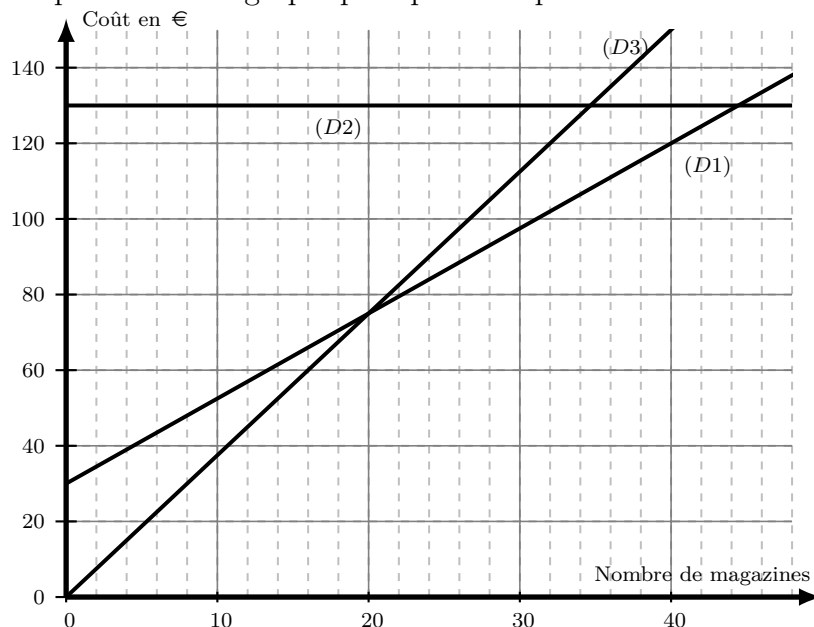
Exercice 12 — Brevet : Polynésie 2018.

environ 20 min

Une personne s'intéresse à un magazine sportif qui paraît une fois par semaine. Elle étudie plusieurs formules d'achat de ces magazines qui sont détaillées ci-après.

- Formule A - Prix du magazine à l'unité: 3,75 € ;
- Formule B - Abonnement pour l'année: 130 € ;
- Formule C - Forfait de 30 € pour l'année et 2,25 € par magazine.

On donne ci-dessous les représentations graphiques qui correspondent à ces trois formules.



- 1) Associer chaque formule d'achat avec sa représentation graphique.
- 2) En utilisant le graphique, répondre aux questions suivantes.

Les traits de construction devront apparaître sur le graphique

- a) En choisissant la formule A, quelle somme dépense-t-on pour acheter 16 magazines dans l'année ?
 - b) Quel est le nombre maximal de magazines que l'on peut acheter avec la formule C pour 120 € ?
 - c) Si on décide de ne pas dépasser un budget de 100 € pour l'année, quelle est alors la formule qui permet d'acheter le plus grand nombre de magazines ?
- 3) Indiquer la formule la plus avantageuse selon le nombre de magazines achetés dans l'année.

Exercice 13 — Brevet Centres étrangers 2018.

environ 25 min

Sur une facture de gaz, le montant à payer tient compte de l'abonnement annuel et du prix correspondant au nombre de kilowattheures (kWh) consommés. Deux fournisseurs de gaz proposent les tarifs suivants :

	Prix du kWh	Abonnement annuel
Tarif A (en €)	0,060 9	202,43
Tarif B (en €)	0,057 4	258,39

En 2016, la famille de Romane a consommé 17 500 kWh. Le montant annuel de la facture de gaz correspondant était de 1 268,18 €.

- 1) Quel est le tarif souscrit par cette famille ?

Depuis 2017, cette famille diminue sa consommation de gaz par des gestes simples (baisser le chauffage de quelques degrés, réduire le temps sous l'eau dans la douche, etc.).

- 2) En 2017, cette famille a gardé le même fournisseur de gaz, mais sa consommation en kWh a diminué de 20 % par rapport à celle de 2016.

- a) Déterminer le nombre de kWh consommés en 2017.
- b) Quel est le montant des économies réalisées par la famille de Romane entre 2016 et 2017 ?
- 3) On note x le nombre de kWh consommés sur l'année. On modélise les tarifs A et B respectivement par les fonctions f et g avec $f(x) = 0,0609x + 202,43$ et $g(x) = 0,0574x + 258,39$.
- a) Quelles sont la nature et la représentation graphique de ces fonctions ?
- b) Résoudre l'inéquation: $f(x) = g(x)$ et interpréter le résultat.

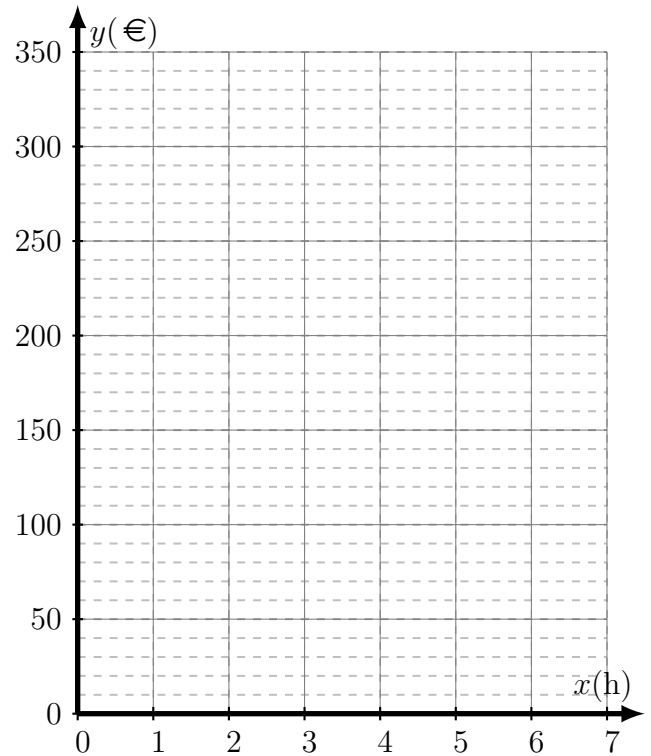
Exercice 14

Un Plombier facture son déplacement 60 € puis ajoute un tarif horaire fixe de 40 €.

- a) Le plombier fait le déplacement, mais après inspection de la situation décide de ne pas intervenir. Quel est le montant total de son intervention ?
- b) Même question s'il travaille 1 heure.
- c) On note :

$$\begin{cases} x = \text{temps pour terminer} \\ y = \text{facture totale en } \text{€} \end{cases}$$

Exprimer y en fonction de x et représenter graphiquement la relation entre la facture et le temps pour terminer.



Exercice 15

Le prix d'un parcours en taxi se compose d'une prise en charge de 5 € à laquelle on ajoute une part proportionnelle à la longueur du parcours de 2 € par km.

- a) Quel est le prix d'un parcours de 12 km ?
- b) On note :

$$\begin{cases} x = \text{longueur du parcours} \\ y = \text{facture totale du taxi } \text{€} \end{cases}$$

Exprimer y en fonction de x et représenter graphiquement la relation de la facture en fonction de la longueur du parcours.

