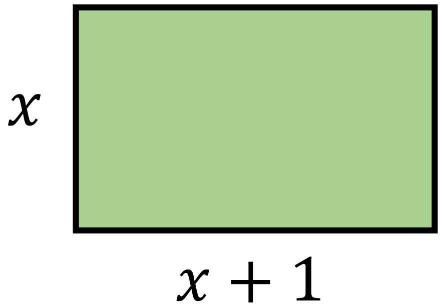
Suites définies par récurrence

Résolution d’équations par itération

Rectangle d'aire = 15 cm^2



Donne une équation d'inconnue x,
pour l'aire du rectangle.

$$x(x+1) = 15 \qquad x^2 + x = 15$$

Comment résoudre cette équation ?

On peut utiliser la formule quadratique avec $x^2 + x - 15 = 0$

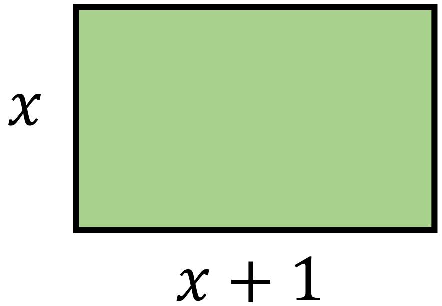
On peut procéder par essai erreur :

$x = 3$ Aire = 12 cm^2

$x = 4$ Aire = 20 cm^2

$x = 3.5$ Aire = 15.75 cm^2

Rectangle d'aire = 15 cm^2



Donne une équation d'inconnue x,
pour l'aire du rectangle.

$$x(x+1) = 15 \qquad x^2 + x = 15$$

Comment résoudre cette équation ?

On peut créer une équation ou l'inconnue x est fonction d'elle même

x est la valeur à tester (entrée).

$$x = \frac{15}{x+1}$$

sortie.

Il y a une valeur positive qui rend l'égalité vraie en x (les deux membres sont égaux).

Si l'entrée est **trop grande**, comment cela affecte la sortie ?

Si l'entrée est **trop petite**, comment cela affecte la sortie ?

$$\boxed{x^2 + x = 15}$$

$$x = \frac{15}{x+1}$$

On pouvait utiliser la formule quadratique..

Nous avons formé une nouvelle équation, et on l'utilise pour tester certaines valeurs.

Aucune de ses entrées/sorties sont ne vérifient l'équation, elles ne sont pas solution !

Entrée		**Sortie**
$x = 4$	$\frac{15}{4+1}$	3
$x = 3{,}75$	$\frac{15}{3{,}75+1}$	$3{,}157\ldots$
$x = 3{,}15$	$\frac{15}{3{,}15+1}$	$3{,}607\ldots$
$x = 3$	$\frac{15}{3+1}$	$3{,}75\ldots$

Les sorties sont **inférieures** aux entrées. Pourquoi ?

Les sorties sont **supérieures** aux entrées. Pourquoi ?

Quelle valeur de x vérifie l'équation ?

Itération

Effectue les 3 premières étapes d'une itération :

$$x_{n+1} = \frac{15}{x_n + 1}$$

'La valeur *suivante* de x…'

'…est égale à…'

'…la valeur *actuelle* de x substituée dans l'équation.'

Itération

Effectue les 3 premières étapes d'une itération :

$$x_{n+1} = \frac{15}{x_n + 1}$$

On part d'une valeur initiale. $x_0 = 4$

x_1 ou x_0

$x_2 = \frac{15}{4+1}$=3

$x_3 = \frac{15}{3+1}$=3,75

$x_4 = \frac{15}{3,75+1}$=3,157…

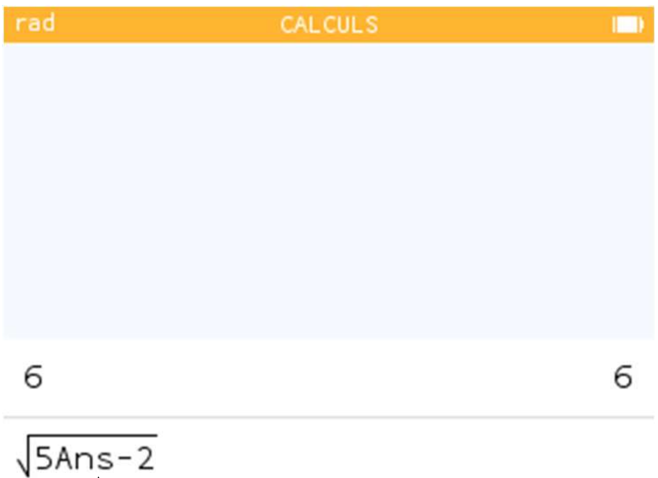
x_{10}=

DEMO # Itération **À VOUS**

Trouve les 5 premiers termes de la suite :

$$x_{n+1} = \sqrt{5x_n - 2}$$

$$x_1 = 6$$



Taper : [6] [EXE]

Taper : [√■] [5] [Ans] [−] [2]

Taper : [EXE] pour faire l'itération suivante

DEMO

Itération

À VOUS

Trouve les 5 premiers termes de la suite :

$$x_{n+1} = \sqrt{5x_n - 2}$$

$$x_1 = 6$$

$$x_2 = 5.29\ldots$$

$$x_3 = 4.94\ldots$$

$$x_4 = 4.76\ldots$$

$$x_5 = 4.67\ldots$$

Trouve les 5 premiers termes de la suite :

$$x_{n+1} = \sqrt{4x_n - 7}$$

$$x_1 = 10$$

$$x_2 = 5.74\ldots$$

$$x_3 = 3.99\ldots$$

$$x_4 = 2.99\ldots$$

$$x_5 = 2.23\ldots$$

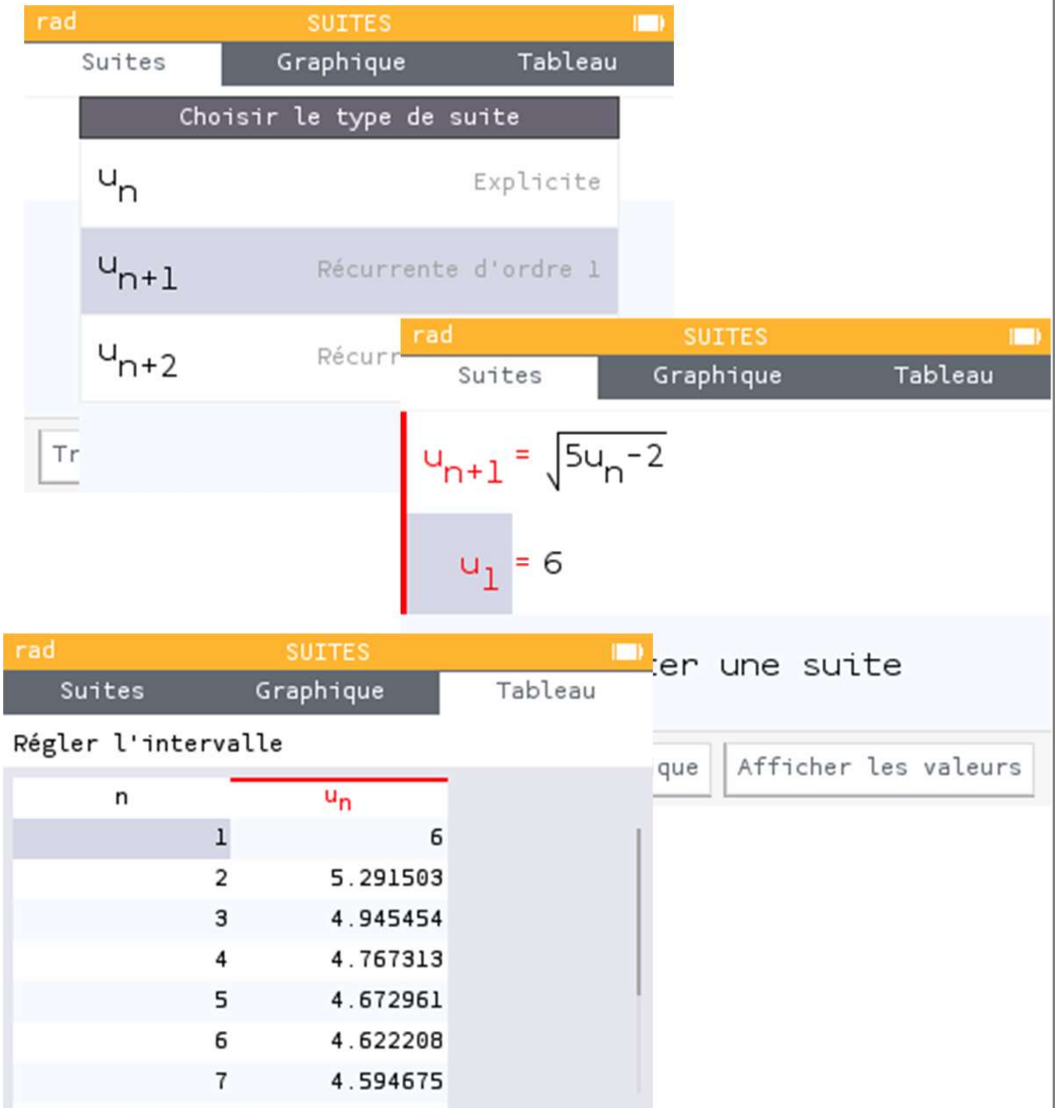
Que ce passe-t-il si on poursuit l’itération ?

DEMO Itération **À VOUS**

Trouve les 5 premiers termes de la suite :

$$x_{n+1} = \sqrt{5x_n - 2}$$

$$x_1 = 6$$



Trouve les 5 premiers termes de la suite :

$$x_{n+1} = \frac{4}{5 - x_n}$$

$$x_1 = 3$$

$$x_2 = 2$$

$$x_3 = 1.33 \ldots$$

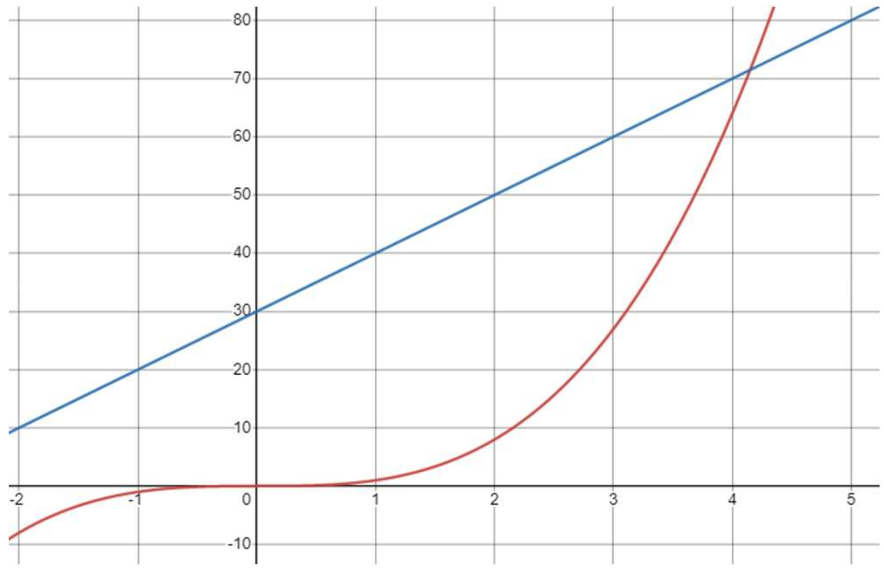
$$x_4 = 1.09 \ldots$$

$$x_5 = 1.02 \ldots$$

$$x^3 - 10x = 30$$

$$x^3 = 10\,x + 30$$

$$x = \sqrt[3]{10\,x + 30}$$



Entrée		Sortie
$x = 4$	$\sqrt[3]{10 \times 4 + 30}$	$4{,}121\ldots$
$x = 4{,}1$	$\sqrt[3]{10 \times 4{,}1 + 30}$	$4{,}140\ldots$
$x = 4{,}3$	$\sqrt[3]{10 \times 4{,}3 + 30}$	$4{,}179\ldots$
$x = 5$	$\sqrt[3]{10 \times 5 + 30}$	$4{,}308\ldots$

Les sorties sont **supérieures** aux entrées. Pourquoi ?

Les sorties sont **inférieures** aux entrées. Pourquoi ?

Quelle valeur de x vérifie l'équation ?

Itération

Effectue les 3 premières étapes d'une itération :

$$x_{n+1} = \sqrt[3]{10x_n + 30}$$

'La valeur *suivante* de x…'

'…est égale à…'

'…la valeur *actuelle* de x substituée dans l'équation.'

Itération

Effectue les 3 premières étapes d'une itération :

$$x_{n+1} = \sqrt[3]{10x_n + 30}$$

On part d'une valeur initiale.

$$x_1 = 4$$

x_1 ou x_0

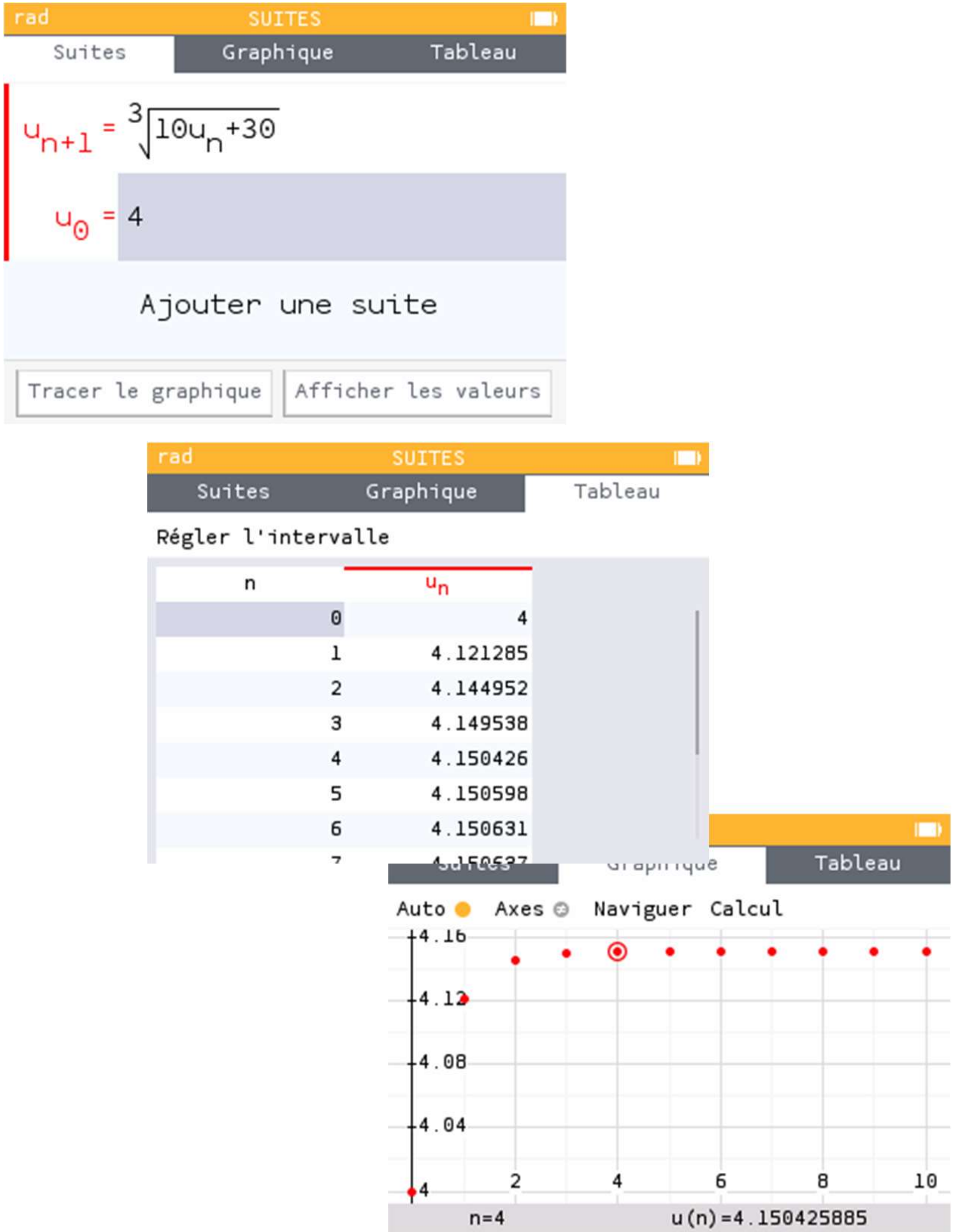
$$x_2 = \sqrt[3]{10 \times 4 + 30} = 4,121...$$

$$x_3 = \sqrt[3]{10 \times 4,121 + 30} = 4,144$$

$$x_4 = \sqrt[3]{10 \times 4,144 + 30} = 4,149$$

L'itération se rapproche de …

La valeur de x continue de croître.



Résoudre des cubiques par itération

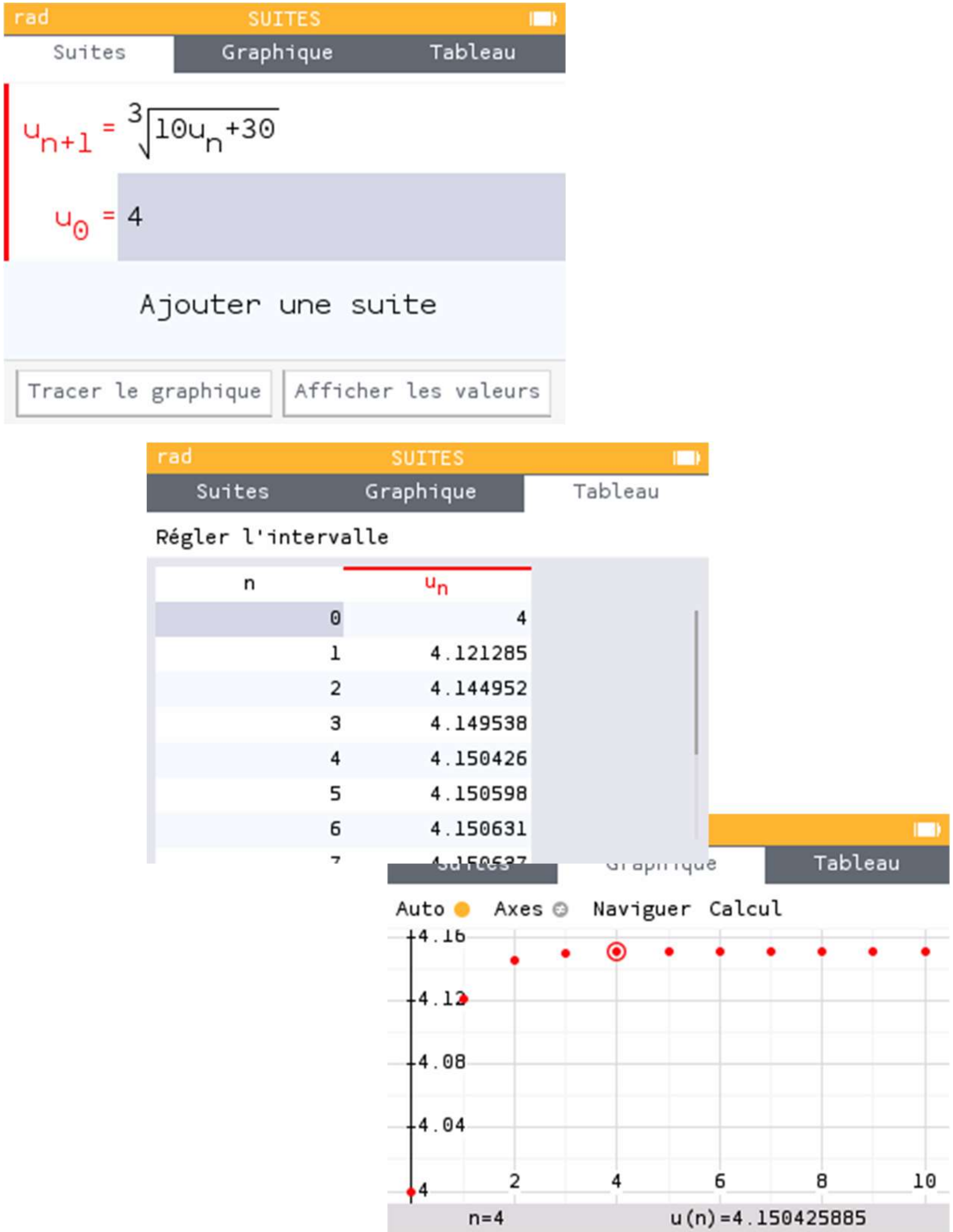
Équation cubique : $x^3 - 10x = 30$

(réarrangement)

Formule de récurrence : $x_{n+1} = \sqrt[3]{10x_n + 30}$

Valeur initiale : $x_0 = 4$

x_0	**4**
x_1	4,121…
x_2	4,144…
x_3	
x_4	
x_5	
x_6	
x_7	
x_8	
x_9	
x_{10}	



Résoudre des cubiques par itération

Équation cubique : $x^3 - 10x = 30$

(réarrangement)

Formule de récurrence : $x_{n+1} = \sqrt[3]{10x_n + 30}$

Valeur initiale : $x_0 = 4$

x_0	**4**
x_1	4,121…
x_2	4,144…
x_3	4,149…
x_4	4,150…
x_5	4,150598…
x_6	4,150631…
x_7	4,150637…
x_8	4,150639…
x_9	4,150639…
x_{10}	

$x = 4{,}150$
Valeur approchée de la solution à 3 décimales près !

$x = 4{,}150639$
Valeur approchée de la solution à 6 décimales près !

Résoudre des cubiques par itération

Équation cubique : $x^3 - 10x = 30$

(réarrangement)

Formule de récurrence : $x_{n+1} = \sqrt[3]{10x_n + 30}$

Valeur initiale : $x_0 = 4$

x_0	**4**
x_1	4,121...
x_2	4,144...
x_3	
x_4	
x_5	
x_6	
x_7	
x_8	
x_9	
x_{10}	

Résoudre des cubiques par itération

Équation cubique : $x^3 - 10x = 30$

(réarrangement)

Formule de récurrence : $x_{n+1} = \sqrt[3]{10x_n + 30}$

Valeur initiale : $x_0 = 5$

x_0	**5**
x_1	4,308...
x_2	4,181...
x_3	
x_4	
x_5	
x_6	
x_7	
x_8	
x_9	
x_{10}	

Résoudre des cubiques par itération

Équation cubique : $x^3 - 10x = 30$

(réarrangement)

Formule de récurrence : $x_{n+1} = \sqrt[3]{10x_n + 30}$

Valeur initiale : $x_0 = 4$

x_0	**4**
x_1	4,121…
x_2	4,144…
x_3	4,149…
x_4	4,150…
x_5	4,150598…
x_6	4,150631…
x_7	4,150637…
x_8	4,150639…
x_9	4,150639…
x_{10}	

$x = 4{,}150$
Valeur approchée de la solution à 3 décimales près !

$x = 4{,}150639$
Valeur approchée de la solution à 6 décimales près !

Résoudre des cubiques par itération

Équation cubique : $x^3 - 10x = 30$

(réarrangement)

Formule de récurrence : $x_{n+1} = \sqrt[3]{10x_n + 30}$

Valeur initiale : $x_0 = 5$

x_0	**5**
x_1	4,308…
x_2	4,181…
x_3	
x_4	
x_5	
x_6	
x_7	
x_8	
x_9	
x_{10}	

Résoudre des cubiques par itération

Équation cubique : $x^3 - 10x = 30$

(réarrangement)

Formule de récurrence : $x_{n+1} = \sqrt[3]{10x_n + 30}$

Valeur initiale : $x_0 = 4$

x_0	**4**
x_1	4,121…
x_2	4,144…
x_3	4,149…
x_4	4,150…
x_5	4,150598…
x_6	4,150631…
x_7	4,150637…
x_8	4,150639…
x_9	4,150639…
x_{10}	

$x = 4{,}150$
Valeur approchée de la solution à 3 décimales près !

$x = 4{,}150639$
Valeur approchée de la solution à 6 décimales près !

$$\lim_{n\to\infty} x_n \approx 4{,}150639$$

Résoudre des cubiques par itération

Équation cubique : $x^3 - 10x = 30$

(réarrangement)

Formule de récurrence : $x_{n+1} = \sqrt[3]{10x_n + 30}$

Valeur initiale : $x_0 = 5$

x_0	**5**
x_1	4,308…
x_2	4,181…
x_3	4,156…
x_4	4,151…
x_5	4,150…
x_6	4,1506…
x_7	4,15064…
x_8	4,15064…
x_9	4,150639…
x_{10}	

$x = 4{,}150$
Valeur approchée de la solution à 3 décimales près !

$x = 4{,}150639$
Valeur approchée de la solution à 6 décimales près !

$$\lim_{n\to\infty} x_n \approx 4{,}150639$$

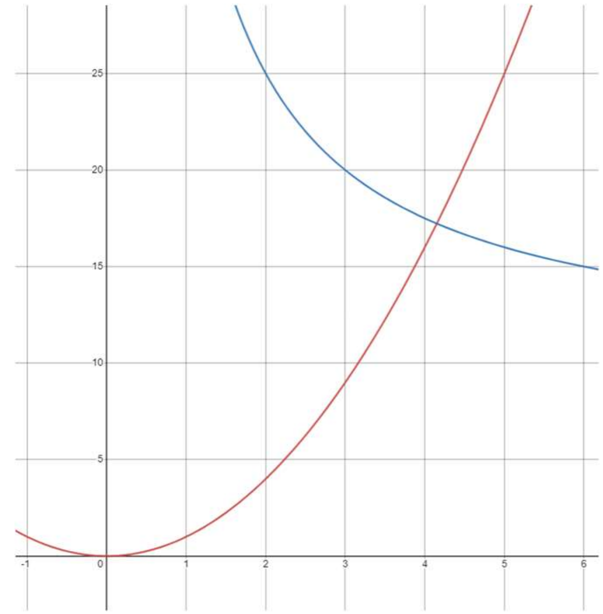
$$\boxed{x^3 - 10x = 30}$$

$$x(x^2 - 10) = 30$$

$$x^2 - 10 = \frac{30}{x}$$

$$x^2 = 10 + \frac{30}{x}$$

$$x = \sqrt{10 + \frac{30}{x}}$$



Entrée		**Sortie**
$x = 4$	$\sqrt{10 + \frac{30}{4}}$	$4{,}183\ \ldots$
$x = 4{,}183$	$\sqrt{10 + \frac{30}{4{,}18}}$	$4{,}143\ \ldots$
$x = 4{,}143$	$\sqrt{10 + \frac{30}{4{,}143}}$	$4{,}152\ \ldots$
$x = 5$	$\sqrt{10 + \frac{30}{5}}$	4

On se rapproche de la valeur solution de l'équation mais en prenant des valeurs tantôt **supérieures** tantôt **inférieures** à la solution cherchée…

Résoudre des cubiques par itération

Équation cubique : $x^3 - 10x = 30$

(réarrangement)

Formule de récurrence : $x_{n+1} = \sqrt{10 + \frac{30}{x_n}}$

Valeur initiale : $x_0 = 4$

x_0	**4**
x_1	4,1833…
x_2	4,143835…
x_3	
x_4	
x_5	
x_6	
x_7	
x_8	
x_9	
x_{10}	

Résoudre des cubiques par itération

Équation cubique : $x^3 - 10x = 30$

(réarrangement)

Formule de récurrence : $x_{n+1} = \sqrt{10 + \frac{30}{x_n}}$

Valeur initiale : $x_0 = 5$

x_0	**5**
x_1	4
x_2	4,183…
x_3	
x_4	
x_5	
x_6	
x_7	
x_8	
x_9	
x_{10}	

Suite décalée de 1 rang

Résoudre des cubiques par itération

Équation cubique : $x^3 - 10x = 30$

(réarrangement)

Formule de récurrence : $x_{n+1} = \sqrt{10 + \dfrac{30}{x_n}}$

Valeur initiale : $x_0 = 4$

x_0	**4**
x_1	4,1833…
x_2	4,143835…
x_3	4,152…
x_4	4,150339…
x_5	4,150701…
x_6	4,150625…
x_7	4,150641…
x_8	4,1506382…
x_9	4,1506389…
x_{10}	

$x = 4{,}150$
Valeur approchée de la solution à 3 décimales près !

$x = 4{,}150638$
Valeur approchée de la solution à 6 décimales près !

$$\lim_{n\to\infty} x_n \approx 4{,}150639$$

Résoudre des cubiques par itération

Équation cubique : $x^3 - 10x = 30$

(réarrangement)

Formule de récurrence : $x_{n+1} = \sqrt{10 + \dfrac{30}{x_n}}$

Valeur initiale : $x_0 = 5$

x_0	**5**
x_1	4
x_2	4,183…
x_3	4,143835…
x_4	4,152…
x_5	4,150339…
x_6	4,150701…
x_7	4,150625…
x_8	4,150641…
x_9	4,1506382…
x_{10}	4,1506389…

Suite décalée de 1 rang

$$\lim_{n\to\infty} x_n \approx 4{,}150639$$

Résoudre des cubiques par itération

Équation cubique : $x^3 + 2x = 40$
(réarrangement)

Formule de récurrence : $x_{n+1} =$

Valeur initiale : $x_0 = 3$ ou 4

$x_0 = 3$	
x_1	3,239…
x_6	
x_7	
x_8	

$x_0 = 4$	
x_1	3,17802…
x_5	
x_6	
x_7	

Résoudre des cubiques par itération

Équation cubique : $x^3 + 2x = 40$
(réarrangement)

Formule de récurrence : $x_{n+1} =$

Valeur initiale : $x_0 = 3$ ou 4

$x_0 = 3$	
x_1	3,366…
x_5	
x_{10}	
x_{15}	

$x_0 = 4$	
x_1	3,17802…
x_5	
x_{10}	
x_{15}	

Résoudre des cubiques par itération

Équation cubique : $x^3 + 2x = 40$

(réarrangement)

Formule de récurrence : $x_{n+1} = \sqrt[3]{10x_n + 30}$

Valeur initiale : $x_0 = 3$ ou 4

$x_0 = 3$		$x_0 = 4$	
x_1	3,239…	x_1	3,17802…
x_6	3,22524…	x_5	3,22524…
x_7	“	x_6	“
x_8	“	x_7	“

Converge plus rapidement vers sa limite

$$\lim_{n\to\infty} x_n \approx 3{,}22524\ldots$$

Résoudre des cubiques par itération

Équation cubique : $x^3 + 2x = 40$

(réarrangement)

Formule de récurrence : $x_{n+1} = \sqrt{-2 + \frac{40}{x_n}}$

Valeur initiale : $x_0 = 3$ ou 4

$x_0 = 3$		$x_0 = 4$	
x_1	3,366…	x_1	3,17802…
x_5	3,24279…	x_5	
x_{10}	3,223923	x_{10}	3,229
x_{15}		x_{15}	

$$\lim_{n\to\infty} x_n \approx 3{,}22\ldots$$

Résoudre des cubiques par itération

Équation cubique : $x^3 + 10x = 51$
(réarrangement)

Formule de récurrence : $x_{n+1} =$

Valeur initiale : $x_0 = 2$ ou 3

$x_0 = 2$		$x_0 = 3$	
x_1	3,141…	x_1	2,758…
x_7		x_6	
x_{11}		x_{10}	
x_{17}		x_{17}	

Résoudre des cubiques par itération

Équation cubique : $x^3 + 10x = 51$
(réarrangement)

Formule de récurrence : $x_{n+1} =$

Valeur initiale : $x_0 = 2$ ou 3

$x_0 = 2$		$x_0 = 3$	
x_1	3,937…	x_1	2,64…
x_5		x_{18}	
x_6		x_{19}	

Résoudre des cubiques par itération

Équation cubique : $x^3 + 10x = 51$

(réarrangement)

Formule de récurrence : $x_{n+1} = \sqrt[3]{-10x_n + 51}$

Valeur initiale : $x_0 = 2$ ou 3

$x_0 = 2$		$x_0 = 3$	
x_1	3,141…	x_1	2,758…
x_7	2,83…	x_6	2,83…
x_{11}	2,831	x_{10}	2,8310…
x_{17}	2,831023	x_{17}	2,831023

Converge lentement

$$\lim_{n\to\infty} x_n \approx 2{,}83102\ldots$$

Résoudre des cubiques par itération

Équation cubique : $x^3 + 10x = 51$

(réarrangement)

Formule de récurrence : $x_{n+1} = \sqrt{-10 + \frac{51}{x_n}}$

Valeur initiale : $x_0 = 2$ ou 3

$x_0 = 2$		$x_0 = 3$	
x_1	3,937…	x_1	2,64…
x_5	5,627…	x_{18}	5,28
x_6	NAN	x_{19}	NAN

Suite non définie. L'itération ne peut se poursuivre au-delà d'un certain rang !

Résoudre des cubiques par itération

Équation cubique : $x^3 + 2x = 1$

(réarrangement)

Formule de récurrence : $x_{n+1} =$

Valeur initiale : $x_0 = 0$ ou 1

$x_0 = 0$	
x_1	1
x_2	
x_{15}	
x_{16}	

$x_0 = 1$	
x_1	-1
x_2	
x_{14}	
x_{15}	

Résoudre des cubiques par itération

Équation cubique : $x^3 + 2x = 1$

(réarrangement)

Formule de récurrence : $x_{n+1} =$

Valeur initiale : $x_0 = 0$ ou 1

$x_0 = 0$	
x_1	

$x_0 = 1$	
x_1	
x_2	

Résoudre des cubiques par itération

Équation cubique : $x^3 + 2x = 1$

(réarrangement)

Formule de récurrence : $x_{n+1} = \sqrt[3]{-2x_n + 1}$

Valeur initiale : $x_0 = 0$ ou 1

$x_0 = 0$		$x_0 = 1$	
x_1	1	x_1	-1
x_2	-1	x_2	1,44…
x_{15}	1,1524038…	x_{14}	1,1524038…
x_{16}	-1,269937	x_{15}	-1,269937

Pas de convergence.
La série alterne entre deux valeurs
1,524038 et -1,269937

Résoudre des cubiques par itération

Équation cubique : $x^3 + 2x = 1$

(réarrangement)

Formule de récurrence : $x_{n+1} = \sqrt{-2 + \frac{1}{x_n}}$

Valeur initiale : $x_0 = 0$ ou 1

$x_0 = 0$		$x_0 = 1$	
x_1	NAN	x_1	1
		x_2	NAN

Suite non définie.
L'itération ne peut se poursuivre au-delà d'un certain rang !

Résoudre des cubiques par itération

Équation cubique : $x^3 + 4x = 10$
(réarrangement)

Formule de récurrence : $x_{n+1} =$

Valeur initiale : $x_0 = 1$ ou 2

$x_0 = 1$	
x_1	1,817
x_{12}	
x_{19}	
x_{24}	

$x_0 = 2$	
x_1	-1
x_{12}	
x_{20}	
x_{25}	

Résoudre des cubiques par itération

Équation cubique : $x^3 + 4x = 10$
(réarrangement)

Formule de récurrence : $x_{n+1} =$

Valeur initiale : $x_0 = 1$ ou 2

$x_0 = 1$	
x_1	
x_2	
x_3	
x_4	

$x_0 = 2$	
x_1	1
x_5	

Résoudre des cubiques par itération

Équation cubique : $x^3 + 4x = 10$

(réarrangement)

Formule de récurrence : $x_{n+1} = \sqrt[3]{-4x_n + 10}$

Valeur initiale : $x_0 = 1$ ou 2

$x_0 = 1$		$x_0 = 2$	
x_1	1,817	x_1	-1
x_{12}	1,556	x_{12}	
x_{19}	1,1524038…	x_{20}	
x_{24}	1,556773…	x_{25}	1,556773…

Convergente lente

Résoudre des cubiques par itération

Équation cubique : $x^3 + 4x = 10$

(réarrangement)

Formule de récurrence : $x_{n+1} = \sqrt{-4 + \frac{10}{x_n}}$

Valeur initiale : $x_0 = 1$ ou 2

$x_0 = 1$		$x_0 = 2$	
x_1	2,44	x_1	1
x_2	0,28…		
x_3	5,51…		
x_4	NAN	x_5	NAN

L'itération ne peut se poursuivre au-delà d'un certain rang !

Résoudre des cubiques par itération

Équation cubique : $x^3 + 10x = 25$
(réarrangement)

Formule de récurrence : $x_{n+1} =$

Valeur initiale : $x_0 = 1$ ou 2

$x_0 = 1$	
x_1	2,46…
x_2	
x_{21}	
x_{22}	

$x_0 = 2$	
x_1	-1
x_{100}	
x_{200}	
x_{350}	

Résoudre des cubiques par itération

Équation cubique : $x^3 + 10x = 25$
(réarrangement)

Formule de récurrence : $x_{n+1} =$

Valeur initiale : $x_0 = 1$ ou 2

$x_0 = 1$	
x_1	
x_2	

$x_0 = 2$	
x_1	
x_4	
x_5	

Résoudre des cubiques par itération

Équation cubique : $x^3 + 10x = 25$

(réarrangement)

Formule de récurrence : $x_{n+1} = \sqrt[3]{-10x_n + 25}$

Valeur initiale : $x_0 = 1$ ou 2

$x_0 = 1$	
x_1	2,46…
x_2	0,69…
x_{21}	3,618034…
x_{22}	-2,236068…

$x_0 = 2$	
x_1	-1
x_{100}	
x_{200}	
x_{350}	1,858289…

Suite qui oscille entre 3,618034 et -2,236068…

Convergente très lente vers 1,858289…

$$\lim_{n\to\infty} x_n \approx 1{,}858289\ldots$$

Résoudre des cubiques par itération

Équation cubique : $x^3 + 10x = 25$

(réarrangement)

Formule de récurrence : $x_{n+1} = \sqrt{-10 + \frac{25}{x_n}}$

Valeur initiale : $x_0 = 1$ ou 2

$x_0 = 1$	
x_1	3,8…
x_2	NAN

$x_0 = 2$	
x_1	1,58…
x_4	5,57…
x_5	NAN

L'itération ne peut se poursuivre au-delà d'un certain rang !

Résoudre des cubiques par itération

Équation cubique : $x^3 - 4x = 10$
(réarrangement)

Formule de récurrence : $x_{n+1} =$

Valeur initiale : $x_0 = 2$ ou 3

$x_0 = 2$	
x_1	2,627…
x_2	
x_5	
x_9	

$x_0 = 3$	
x_1	2,802…
x_2	
x_5	
x_8	

Résoudre des cubiques par itération

Équation cubique : $x^3 - 4x = 10$
(réarrangement)

Formule de récurrence : $x_{n+1} =$

Valeur initiale : $x_0 = 2$ ou 3

$x_0 = 2$	
x_1	3
x_2	
x_3	
x_4	

$x_0 = 3$	
x_1	1,58…
x_4	
x_5	

Résoudre des cubiques par itération

Équation cubique : $x^3 - 4x = 10$
(réarrangement)

Formule de récurrence : $x_{n+1} = \sqrt[3]{4x_n + 10}$

Valeur initiale : $x_0 = 2$ ou 3

$x_0 = 2$		$x_0 = 3$	
x_1	2,627…	x_1	2,802…
x_2	0,69…	x_2	2,762…
x_5		x_5	
x_9	2,760818…	x_8	2,760818…

Convergente vers 2,760818…

Résoudre des cubiques par itération

Équation cubique : $x^3 - 4x = 10$
(réarrangement)

Formule de récurrence : $x_{n+1} = \sqrt{4 + \frac{10}{x_n}}$

Valeur initiale : $x_0 = 2$ ou 3

$x_0 = 2$		$x_0 = 3$	
x_1	3	x_1	1,58…
x_2	2,77		
x_3	2,75	x_4	
x_4	2,76	x_5	

Convergente vers 2,760818…

$$\lim_{n\to\infty} x_n \approx 2{,}760818\ldots$$

Résoudre des cubiques par itération

Équation cubique : $x^3 - 3x = 2$

(réarrangement)

Formule de récurrence : $x_{n+1} = \sqrt[3]{3x_n + 2}$

Valeur initiale : $x_0 = 1$ ou 3

$x_0 = 1$	
x_1	

$x_0 = 3$	
x_1	

Résoudre des cubiques par itération

Équation cubique : $x^3 - 3x = 2$

(réarrangement)

Formule de récurrence : $x_{n+1} = \sqrt{3 + \frac{2}{x_n}}$

Valeur initiale : $x_0 = 1$ ou 3

$x_0 = 1$	
x_1	

$x_0 = 3$	
x_1	