Chapitre 11

Fonctions linéaires

Table 11.1 – Objectifs. À fin de ce chapitre 11…

	Pour m'entraîner ✍		
Je dois **connaître…/savoir faire…**	🪨	💎	💍
Fonctions linéaires			
déterminer et utiliser l'expression d'une fonction linéaire		1 à 6	
Utiliser et compléter des tableau de valeurs	7, 8, 9		
Représentation graphiques de fonctions linéaires	10, 11		
Situations de proportionnalité			
Traduire une situation de proportionnalité en expression		12, 13, 14	
Problèmes de vitesses	15	16 à 20	22
pourcentages et proportions	23 à 26	27	
taux d'évolution et coefficient multiplicateur		28 29	
problèmes d'évolution	30 à 35	36, 37, 38	41
Problèmes			
annales de brevet		21, 39, 40	

11.1 Définition algébrique des fonctions linéaires

Définition 11.1 La fonction f définie sur $\mathbb{R}$ est *affine* s'il existe un nombre m tel que :

$$\text{pour tout nombre } x \qquad f(x) = mx$$

« mx » est un*terme linéaire* en x.

Corollaire 11.1 L'image de 0 par f est 0 : $f(0) = 0$

Corollaire 11.2 Pour une fonction affine f définie par $f(x) = mx$:

$$\text{Pour tout } x \text{ non nul} \qquad m = \frac{f(x)}{x} = \frac{y}{x}$$

Le coefficient m est le *coefficient de proportionnalité* entre l'antécédent x et l'image y.

■ **Exemple 11.1 — tableau de valeur.**

Un tableau de proportionnalité est un tableau de valeur d'une fonction linéaire.

x	0	3	15	21	105
y	0	8	40	55	280

$$\times m = \frac{y}{x} = \frac{8}{3} = \frac{40}{15} = \frac{55}{21} = \frac{280}{105}$$

Ce tableau de proportionnalité est un tableau de valeur de la fonction f définie par $f(x) = \dfrac{8}{3}x$.

11.2 Représentation graphiques de fonctions linéaires

Théorème 11.3 — admis. La représentation graphique de la fonction *linéaire* f définie par $f(x) = mx$, est la *droite* D (*non verticale*) :

— « $y = mx$ » est l'équation réduite de la droite D.

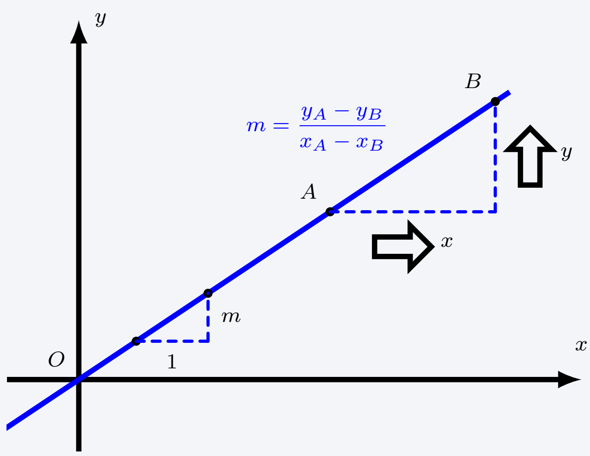
Un point appartient à D lorsque ses coordonnées vérifient l'équation de la droite.

— D passe par l'origine $O(0\ ;\ 0)$

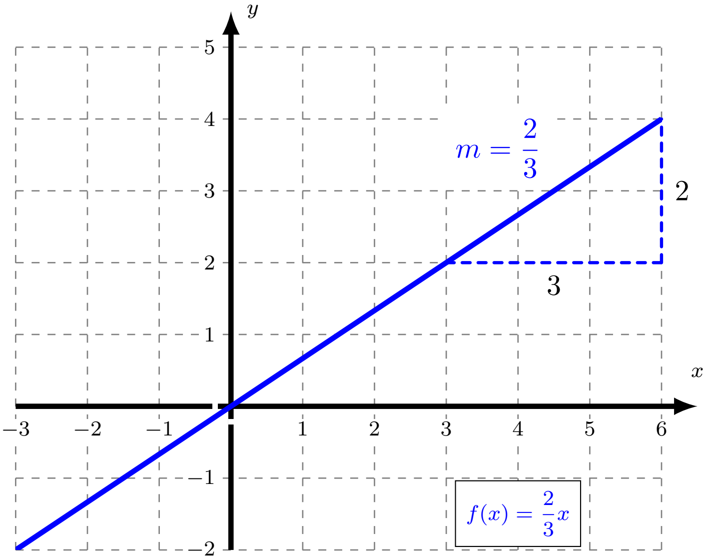
— m est la pente de la droite D.

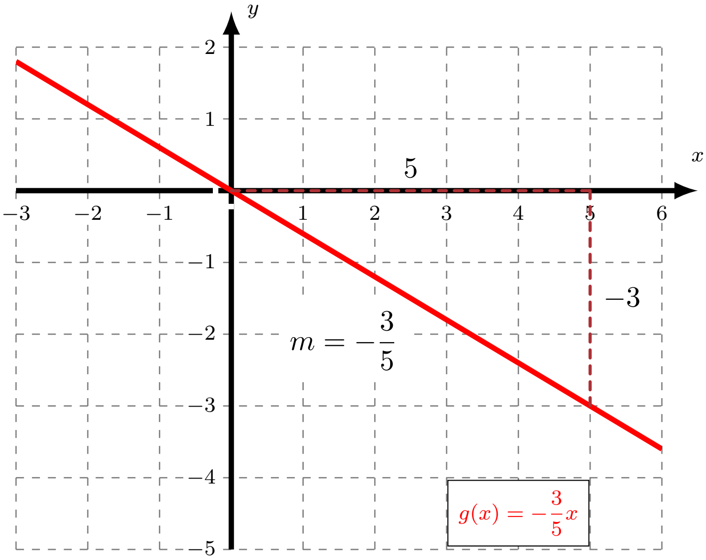
Pour tous points $A(x_A\ ;\ y_A)$ et $B(x_B\ ;\ y_B)$ de D :

$$m = \frac{f(x_A) - f(x_B)}{x_A - x_B} = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B} = \frac{\Uparrow y}{\Rightarrow x}$$



■ **Exemple 11.2** Les représentations graphiques des fonctions linéaires f et g définies par $f(x) = \frac{2}{3}x$ et $g(x) = -\frac{2}{5}x$ sont des *droites non verticales* passant par l'origine $O(0\ ;\ 0)$.





11.3 Évolution, taux d'évolution et coefficient multiplicateur

Définition 11.2 — Le P%. désigne P centièmes$= \dfrac{P}{100}$.

Définition 11.3 — U de V. désigne $U \times V$.

Définition 11.4

Une *évolution* est un couple $(V_I ; V_F)$ d'une valeur initiale et d'une valeur finale.

Si $V_F > V_I$ c'est une appréciation, augmentation, ou inflation

Si $V_F < V_I$ c'est une dépréciation, ou réduction.

Définition 11.5

Une évolution $V_I \mapsto V_F$ de taux TE correspond à une multiplication par $CM = 1 + TE$.

$$V_I \xrightarrow[\nearrow TE]{\times CM} V_F$$

Coefficient Multiplicateur $= 1 +$ Taux d'Évolution

Valeur Initiale $\times\, CM =$ Valeur Finale

R Si $TE > 0$, taux d'évolution positif, il s'agit d'une augmentation $CM > 1$.
Si $TE < 0$, taux d'évolution négatif, il s'agit d'une diminution $CM < 1$.

Proposition 11.4 Pour une évolution $V_I \mapsto V_F$ on a :

$$CM = \frac{V_F}{V_I} \qquad \text{et} \qquad TE = \frac{V_F - V_I}{V_I}$$

11.4 Exercices

11.4.1 Exercices : fonctions linéaires

Exercice 1

Pour les fonctions linéaires suivantes, préciser la valeur du coefficient m :

$f_1(x) = 0$ .... $m =$	$f_6(x) = 2x + 3x$ .... $m =$ ....
$f_2(x) = 5x$ .... $m =$	$f_7(x) = -x$ .... $m =$ ....
$f_3(x) = (7-1)x$ .... $m =$	$f_8(x) = \dfrac{5}{6}x$ .... $m =$ ....
$f_4(x) = x$ .... $m =$	$f_9(x) = \dfrac{x}{3}$ .... $m =$ ....
$f_5(x) = x \times 3$ .... $m =$	$f_{10}(x) = -\dfrac{2x}{3}$ .... $m =$ ....

Exercice 2

Soit la fonction f définie par $f(x) = 5x$.

1. Déterminer l'image de 2.
2. Résoudre l'équation $f(x) = 13$ et en déduire l'antécédent de 13.

Exercice 3

Soit la fonction g définie par $g(x) = -3x$.

1. Déterminer $g(3)$ et $g(5)$.
2. Résoudre l'équation $g(x) = -9$ et en déduire l'antécédent de -9.

Exercice 4

La fonction linéaire f définier par $f(x) = mx$. Sachant que $f(12) = 42$.

1. Déterminer le coefficient m puis déduire l'expression de f.
2. Quelle est l'image de -3 par f ?

Exercice 5

Une fonction linéaire g définier par $g(x) = mx$.

1. Sachant que $g(-17) = 52{,}87$, déterminer le coefficient m de g
2. Donner l'expression de g et déduire $g(-10)$.
3. Déterminer l'antécédent de 1 par g.

Exercice 6

Une fonction linéaire h est telle que $h(14) = -2{,}1$.

1. Déterminer l'expression de la fonction h.
2. Résoudre l'équation $h(x) = 5$.

Exercice 7 Parmi les tableaux de valeurs suivants, lesquels ne sont pas ceux d'une fonction linéaire ?

x	3	15	21	-105
$y = \dots x$	8	40	55	-280

$\times \dots$

x	-5	15	8	-35
$y = \dots x$	7	-21	$-11{,}2$	50

$\times \dots$

Exercice 8 Compléter les tableaux de valeurs de fonctions linéaires suivants :

x	0	1		
$y = \dots x$	0	3	6	-9

$\times \dots$

x	0	1	3	-5
$y = \dots x$	0	$\frac{5}{3}$		

$\times \dots$

x	5	1		
$y = \dots x$	7		5	7

$\times \dots$

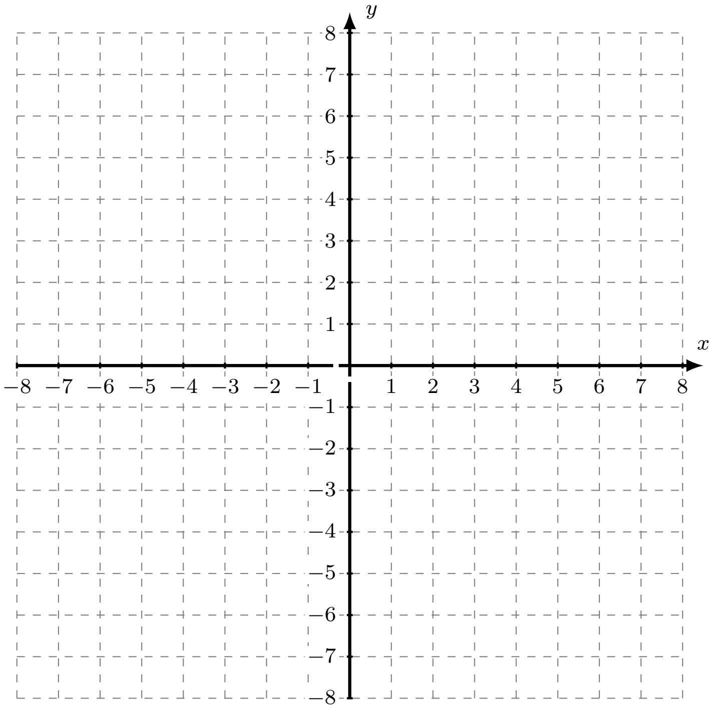
x	-4			
$y = \dots x$	3	4	3	7

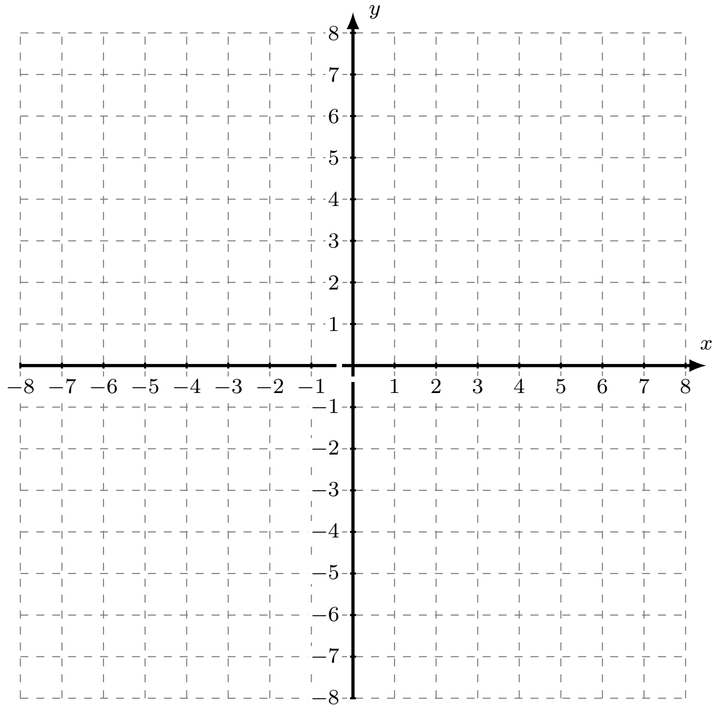
$\times \dots$

Exercice 9 Soit les fonctions linéaires f et g données par $f(x) = \frac{3}{2}x$ et $g(x) = -\frac{5}{4}x$. Compléter leurs tableaux de valeurs puis tracer leurs représentations graphiques.

x	-6	-4	-2	0	2	4
$f(x)$						

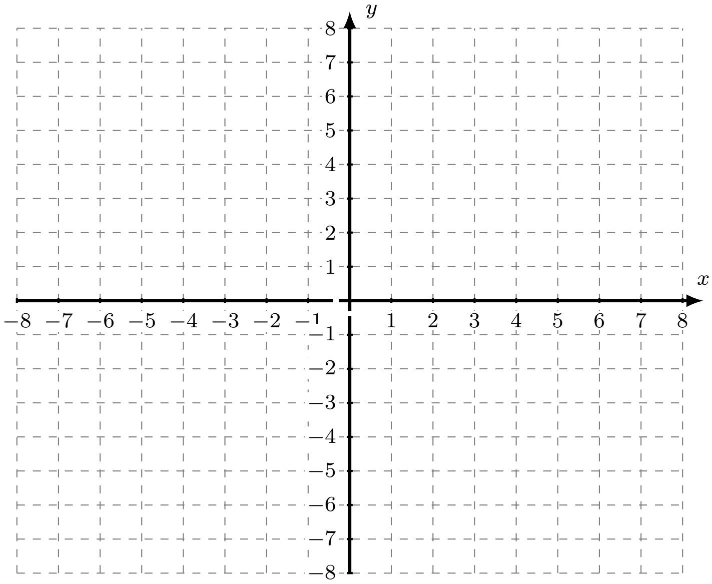
x	-6	-4	-2	0	2	4
$g(x)$						

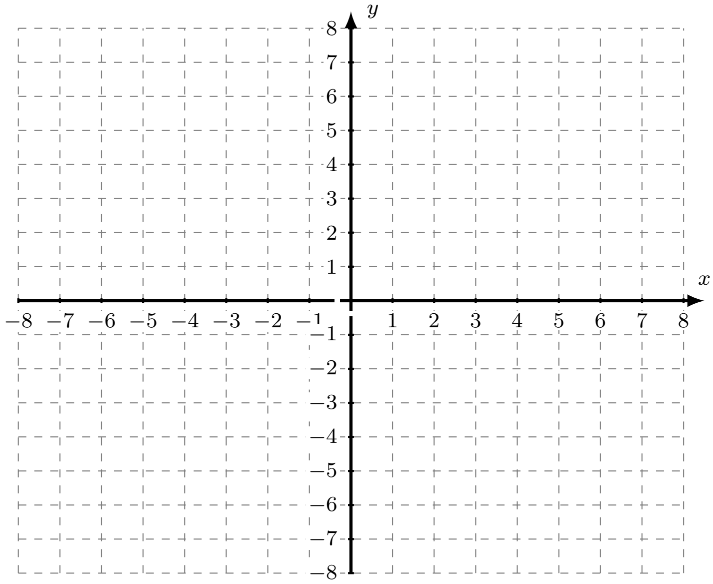


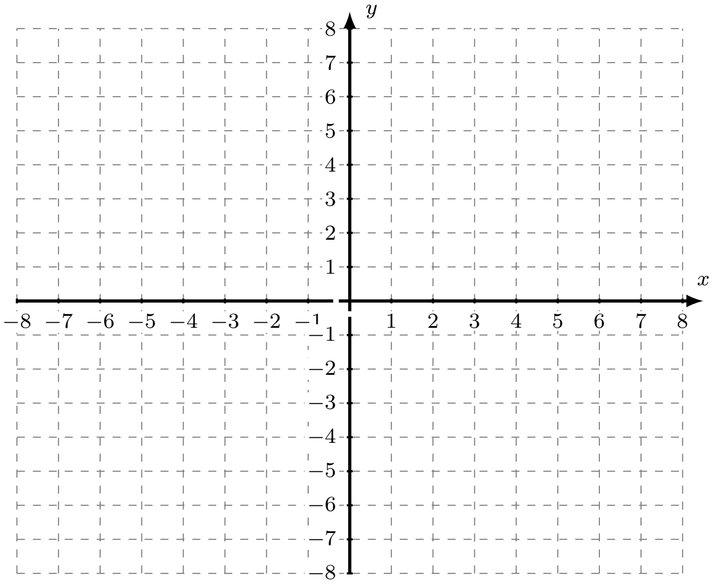


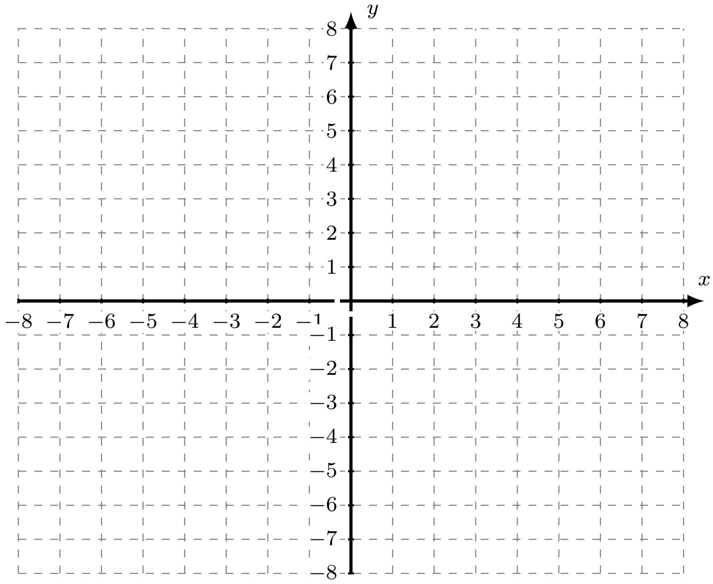
Exercice 10 Sans utiliser de tableau de valeurs, représenter les fonctions linéaires suivantes.

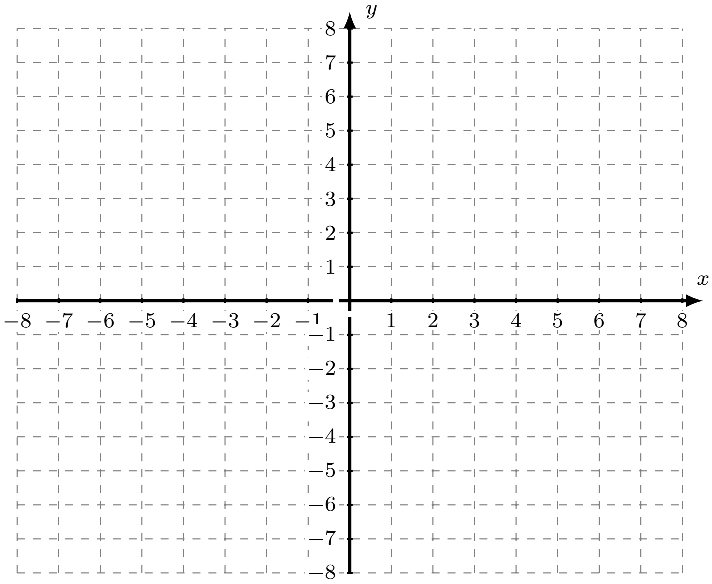
$f_1(x) = 2x$ $\quad f_2(x) = \dfrac{4}{3}x$ $\quad f_3(x) = -3x$ $\quad f_4(x) = \dfrac{1}{3}x$ $\quad f_5(x) = -\dfrac{x}{2}$ $\quad f_6(x) = -\dfrac{3}{4}x$

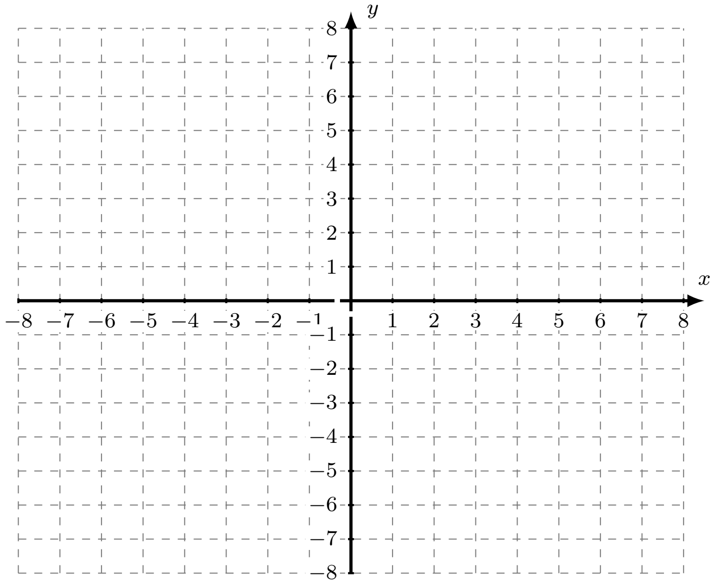




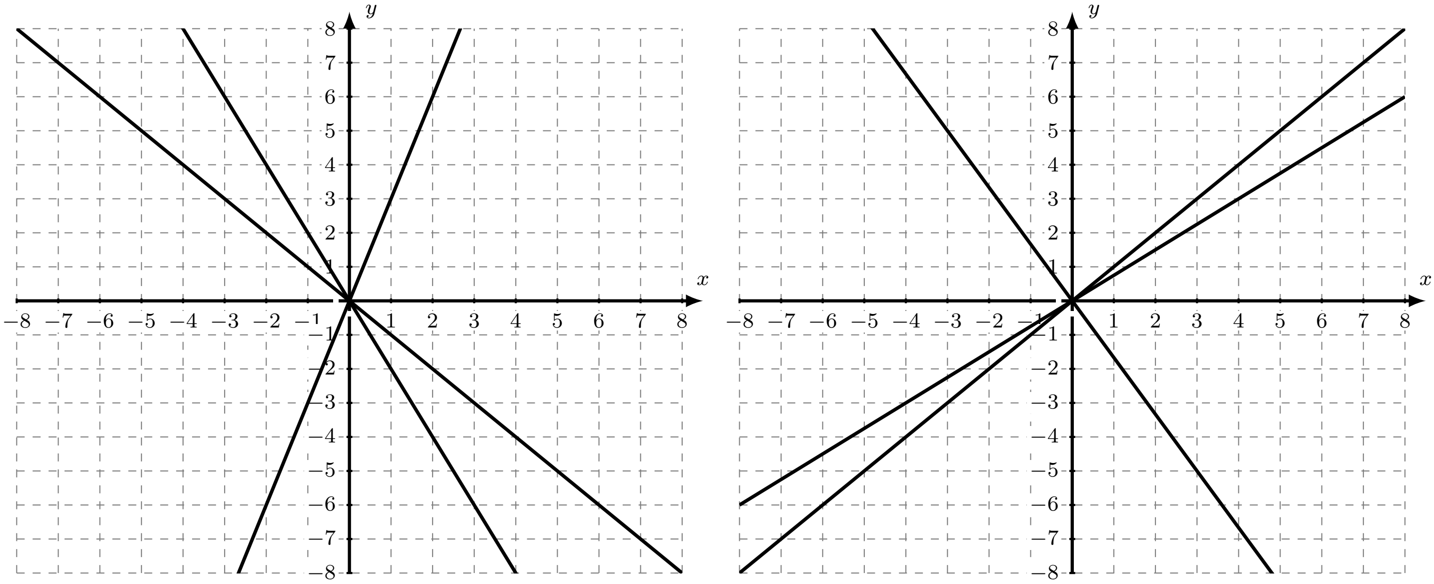








Exercice 11 Pour chacune des fonctions linéaires représentées ci-dessous , déterminer la pente de la droite puis l'expression de la fonction représentée.



11.4.2 Exercices : modéliser des situations de proportionnalité

Une variable Y est proportionnelle à une variable X signifie « il existe un nombre k tel que $Y = kX$. »

Le nombre k est indépendant des valeurs prises par X et Y.

■ **Exemple 11.3** A est proportionnel à B. Si $A = 10$ alors $B = 2$. Trouver A lorsque $B = 12$

Équation générale $A = kB$

Trouver k $10 = k \times 2$ donc $k = 5$

Nouvelle équation $A = 5B$

Trouver la valeur à l'aide de l'équation $A = 5 \times 12 = 60$

A	10	?
B	2	12

$\times k$

Exercice 12 Complétez

1. y est proportionnel à x. Si $x = -4$ alors $y = 20$.

   Équation générale ....

   Trouver k ....

   Nouvelle équation ....

2. y est proportionnel à x. Si $y = 55$ alors $x = 5$. Trouver y lorsque $x = 9$.

   Équation générale ....

   Trouver k ....

   Nouvelle équation ....

   Trouver la valeur à l'aide de l'équation ....

3. N est proportionnel à L. Si $N = 1{,}8$ alors $L = 0{,}6$. Trouver N lorsque $L = 2{,}5$.

   Équation générale ....

   Trouver k ....

   Nouvelle équation ....

   Trouver la valeur à l'aide de l'équation ....

4. y est proportionnel à x. Si $y = 255$ alors $x = 5$. Trouver x lorsque $y = 7{,}5$.

   Équation générale ....

   Trouver k ....

   Nouvelle équation ....

   Trouver la valeur à l'aide de l'équation ....

■ **Exemple 11.4**

y est proportionnel à x. Si $x = 8$ alors $y = 36$. Trouver x (et y) lorsque $y - x = 154$

Équation générale : $y = kx$

Trouver k **:** $36 = k \times 8$ donc $k = \dfrac{36}{8} = \dfrac{9}{2}$

Nouvelle équation : $y = \dfrac{9}{2}x$

Trouver la valeur à l'aide de l'équation : $\dfrac{9}{2}x - x = 154$ donc $3{,}5x = 154$, donc $x = \dfrac{154}{3.5} = 44$.

Exercice 13 Complétez

1. y est proportionnel à x. Si $y = 28$ alors $x = 21$. Trouver x (et y) lorsque $y + x = 56$

   Équation générale ....

   Trouver k ....

   Nouvelle équation ....

   Trouver les valeurs à l'aide de l'équation ....

   ....

2. y est proportionnel à x. Si $y = 12$ alors $x = 15$. Trouver x (et y) lorsque $y + 2x = 36{,}75$

   Équation générale ....

   Trouver k ....

   Nouvelle équation ....

   Trouver les valeurs à l'aide de l'équation ....

   ....

Exercice 14

On suppose que la consomation en essence d'un véhicule donné est proportionnelle à la distance qu'il parcourt. Un bus consomme 30 L d'essence tous les 120 km, et une camionnette 12 L tous les 50 km. On note x la distance parcourue du trajet en km.

1. Exprime l'essence consommée b par le bus en fonction de x.
2. Exprime l'essence consommée c par le camion en fonction de x.
3. Marc voyage en camionnette. S'il prenait le bus il consommerait 22,5 L de plus. Écrire une équation en x et déterminer x.

11.4.3 Exercices : retour sur les problèmes de vitesses

Dans un mouvement uniforme, la distance parcourue d est proportionnel au temps écoulé t.

La vitesse moyenne est le quotient de la distance parcourue par le temps de parcours.

$$d = v \times t \qquad v = \frac{d}{t} = \frac{\text{distance parcourue}}{\text{temp écoulé}} \qquad t =$$

L'unité officielle est le mètre par seconde ($\mathrm{m\,s^{-1}}$), mais on utilise souvent le kilomètre par heure ($\mathrm{km\,h^{-1}}$) .

■ **Exemple 11.5** Déterminer la distance parcourue d en $t = 2\text{h}52\text{min}$ à la vitesse $45\ \mathrm{km\,h^{-1}}$.

$$t = 2\text{h}52\text{min} = 2 + \frac{52}{60}\text{h} = \frac{172}{60}\text{h} \qquad d = vt = 45\ \mathrm{km\,h^{-1}} \times \frac{52}{60} = 129\ \mathrm{km}t$$

Exercice 15

Pour chacun des déplacements uniformes données, détérminer la grandeur demandée.

1. $v = 52\ \mathrm{km\,h^{-1}}$, $t = 2{,}5$ h. $d =$ ....
2. $v = 17\ \mathrm{km\,h^{-1}}$, $t = 3$ h. $d =$ ....
3. $v = 22\ \mathrm{km\,h^{-1}}$, $t = 2$ h50 min ....
   $d =$ ....
4. $v = 62\ \mathrm{km\,h^{-1}}$, de 10h40 à 14h30. $t =$ ....
   $d =$ ....
5. $v = 95\ \mathrm{km\,h^{-1}}$, $t = 3\text{h}\ 50\text{min}$= ....
   $d =$ ....
6. $v = 25{,}3\ \mathrm{km\,h^{-1}}$, $t = 3\text{h}\ 23\text{min}$= ....
   $d =$ ....
7. $v = 400\ \mathrm{km\,h^{-1}}$, $d = 1\,000$ km
   $t =$ ....

8. $v = 18\ \mathrm{km\,h^{-1}}$, $d = 22$ km.

   $t =$ ....

Exercice 16

Détermine la vitesse moyenne en $\mathrm{km\,h^{-1}}$ dans les cas suivants :

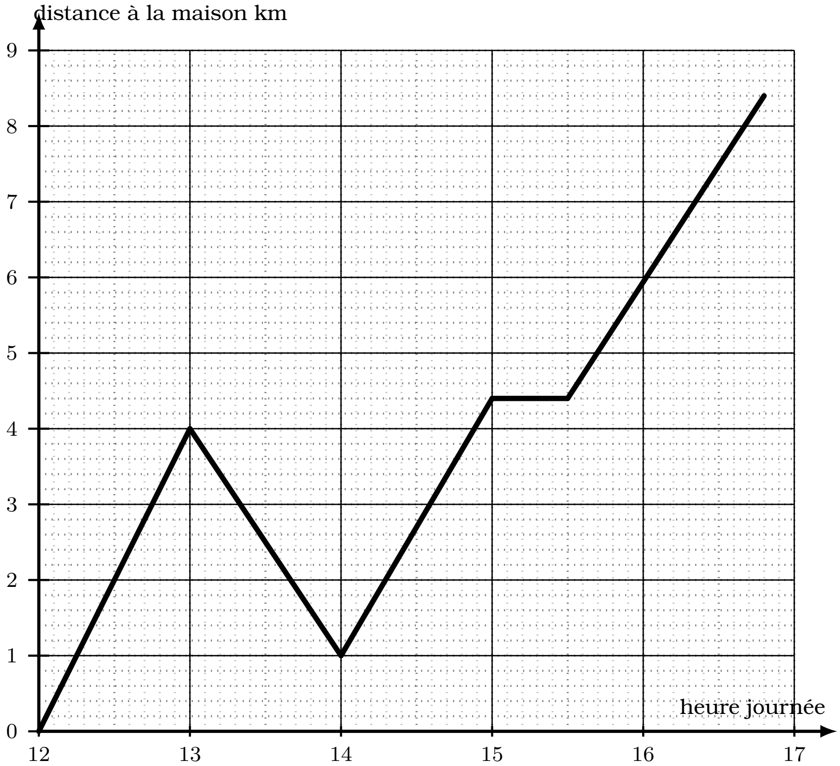
1. une voiture parcourt 71,2 km en 51 min
2. une voiture parcourt 468 km en 5 h37 min
3. un avion fait Londre-Frankfort de 634 km dure 86 min

Exercice 17

Lors d'une promenade, Tasha decide de retourner dans un magasin, et plus tard s'arrète pour une demi heure.

À l'aide du graphique ci-contre déterminer les vitesse moyennes :

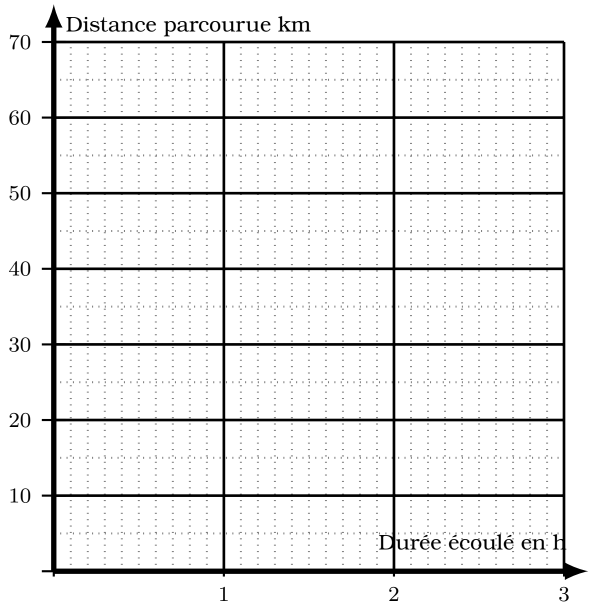
1. lors de la première heure de trajet.
2. lors du trajet de retour vers le magasin.
3. lors du trajet entre le magasin et leur pause.
4. lors du trajet après la pause.



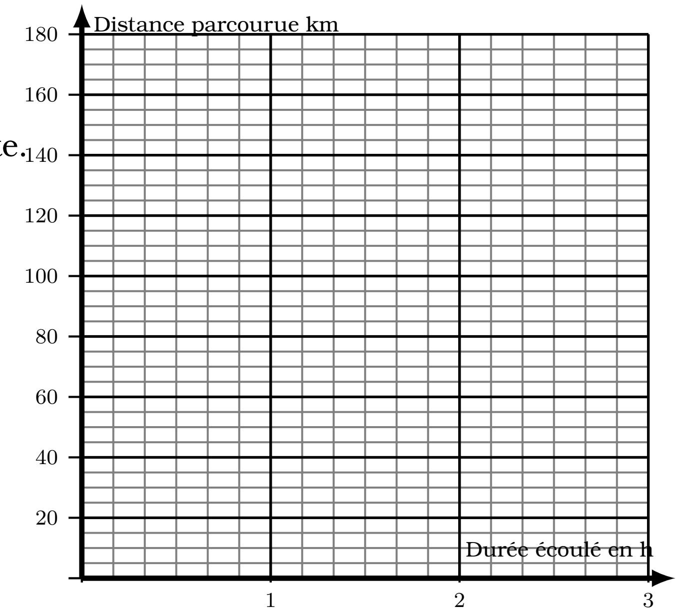
Exercice 18

Un cycliste roulant à vitesse constante a effectué 36 km en 1 h20 min.

1. Représenter sur le graphe de gauche la distance parcourue en fonction de la durée écoulée.
2. Déterminer graphiquement (montrer les traces sur le graphique) :
   a) La distance parcourue en 2 h20 min.
   b) Le temps mis pour parcourir 45 km.



Exercice 19



Un motocycliste et un cycliste partis en même temps sur la même route roulent à vitesse constante.

Le premier a parcouru 80 km en 1 h 20 min, et le second 35 km en 1 h10 min.

1. Représenter sur le graphe de droite les distances parcourues en fonction de la durée écoulée.
2. Déterminer graphiquement (montrer les traces sur le graphique):
   a) L'avance en km du motocycliste au bout de 2 h30 min.
   b) L'intervalle de temps séparant les passages au kilomètre 65 km.

Exercice 20

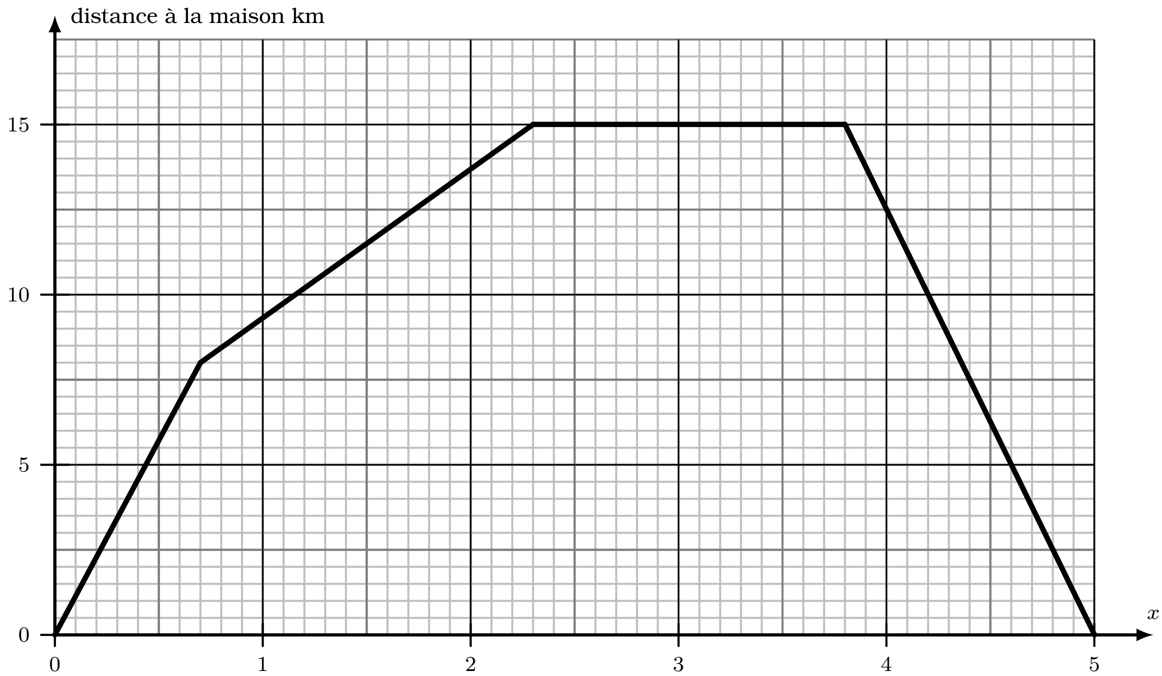
Complétez pour décrire le trajét représenté ci-dessous :

« En sortant de chez lui, un cycliste fait _________ km à la vitesse de _________ km h^{-1}.

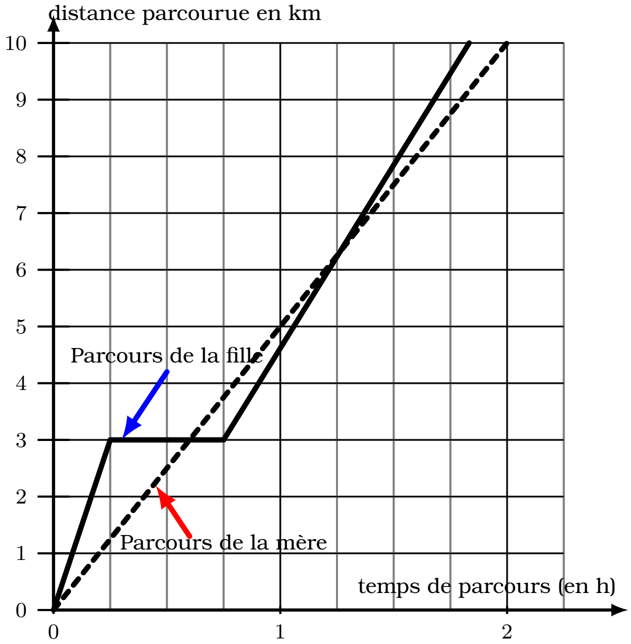
_________ min après avoir quitté la maison le cycliste ralenti à la vitesse de km h^{-1} pour _________ h.

Arrivé à _________ km de la maison, il prend une pause de _________ h.

Il prend le chemin du retour à la vitesse de _________ km h^{-1} »



Exercice 21 — DNB Amérique du Sud novembre 2021.



Une mère et sa fille rentrent chez elles à pied en empruntant le même trajet de 10 kilomètres. La mère décide de s'y rendre en marchant et sa fille en courant. Le graphique ci-dessous modélise les parcours de la mère et de la fille depuis leur départ.

1. a) Indiquer le temps mis par la mère pour rentrer chez elle, avec la précision que permet la lecture du graphique.
   b) Déterminer la vitesse moyenne en km/h de la mère sur l'ensemble de son parcours.
   c) La distance parcourue par la mère est-elle proportionnelle au temps ?
2. La fille est partie à 16 h et est arrivée chez elle à 17 h 50. Elle a fait une pause durant sa course.
   a) Indiquer la durée de la pause de la fille, avec la précision que permet la lecture graphique.
   b) Quand a-t-elle couru le plus vite: avant ou après sa pause ?
3. Combien de fois la mère et la fille se sont retrouvées au même endroit et au même moment, au cours de leur trajet ?
4. Dans cette question, on note f la fonction qui, au temps de parcours x (exprimé en heure) de la mère depuis le départ, associe la distance parcourue (exprimée en kilomètre) par la mère depuis le départ.
   Parmi les propositions suivantes, quelle est l'expression de $f(x)$: $f(x) = \frac{1}{5}x$; $\quad f(x) = 5x$; $\quad f(x) = x + 5$.

> La moyenne des vitesses sur chaque portion de trajet n'est pas la vitesse moyenne sur la totalité du trajet.

Exercice 22

Calculer la distance et la durée de la totalité du trajet pour chacune des situations suivantes. En déduire la vitesse moyenne de l'ensemble en $\text{km}\,\text{h}^{-1}$.

1. 36 min à 20 $\text{km}\,\text{h}^{-1}$ puis 2 h 20 min à 90 $\text{km}\,\text{h}^{-1}$
2. 2 h 20 min à 110 $\text{km}\,\text{h}^{-1}$, une pause de 25 min , puis 1 h 30 min à 145 $\text{km}\,\text{h}^{-1}$
3. trajet aller de 12 km à 80 $\text{km}\,\text{h}^{-1}$, et le retour en 60 km h

11.4.4 Exercices : révision pourcentages, proportions, ratios

Le % désigne un centième. Ainsi $p\% = \dfrac{p}{100}$.

■ **Exemple 11.6** $0{,}2 = 0{,}20 = 20\%$ et $0{,}035 = 3{,}5\%$

Exercice 23 Écrire les nombres suivants sous forme de pourcentages.

$\dfrac{23}{100} =$ ....

$0{,}05 =$ ....

$0{,}15 =$ ....

$0{,}035 =$ ....

$0{,}3 =$ ....

$2 =$ ....

$0{,}5 + 2\% =$ ....

$0{,}12 + 5\% =$ ....

$\dfrac{3}{50} + 3\% =$ ....

$1{,}2 + 4{,}8\% =$ ....

« k **de** X » désigne $k \times X$.

Exercice 24 Calcule les valeurs demandées et montrant le calcul à réaliser.

$\dfrac{2}{3}$ de $24 = \dfrac{2}{3} \times 24 =$ ....

12% de $150 = 0{,}12 \times 150 =$ ....

5% de $180 =$ ....

15% de $90 =$ ....

1% de $23 =$ ....

72% de $110 =$ ....

23% de $110 =$ ....

0.5% de $60 =$ ....

100% de $24 =$ ....

200% de $24 =$ ....

$\dfrac{1}{8}$ de $-64 =$ ....

105% de $40 =$ ....

140% de $130 =$ ....

$\dfrac{1}{4}$ de 20% de $150 =$ ....

15% de $\dfrac{1}{3}$ de $96 =$ ....

40% de $\dfrac{2}{5}$ de $90 =$ ....

Exercice 25

Écrire une équation vérifiée par x et déterminer le.

1. $\dfrac{1}{5}$ de x est 7 ....
2. $\dfrac{3}{4}$ de x est 18 ....
3. $\dfrac{7}{2}$ de x est 49 ....
4. 15% de x est 24 ....
5. 60% de x est 120 ....
6. 40% de x est 3200 ....
7. x de 35 vaut 60 ....
8. x de 60 vaut 35 ....

> La proportion de Y parmi X est la fraction $\dfrac{Y}{X}$.

■ **Exemple 11.7** La proportion de 12 parmi 15=$\dfrac{12}{15} = \dfrac{4}{5} = 0{,}8 = 80\%$

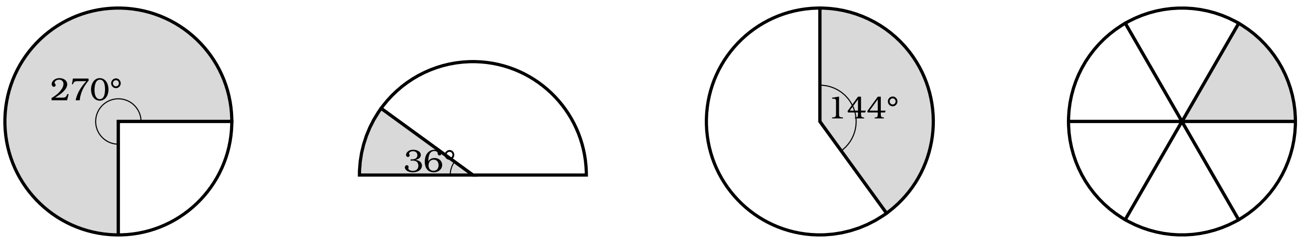
■ **Exemple 11.8** « $\dfrac{3}{5}$ de 50 »= $\dfrac{3}{5} \times 50 = 30$

■ **Exemple 11.9** Écrire 12 comme un pourcentage de 50.

solution. La proportion de k de 12 parmi 50 : $k = \dfrac{12}{50} = 0{,}24 = 24\%$ ■

Exercice 26

1. Écrire 8 comme un pourcentage de 50 : ....
2. Écrire 20 centimes comme fraction de 4€..
3. Écrire 2 400 m comme proportion de 5 km ....
4. Le prix d'un abonnement train a augmenté de 42€ à 49€. Écrire l'augmentation comme pourcentage du prix de départ. ....
   ....
5. Écrire 16€ comme pourcentage de 12€ ....
6. Écrire 24€ comme pourcentage de 8€..
7. Pour chaque figure préciser le pourcentage de la partie grisée.



Exercice 27

1. Dans une école de 1 800 élèves, 25% font partie d'un club. De ceux qui font partie d'un club, $\frac{1}{5}$ font des compétitions locales. Quel est le nombre d'élèves faisant l'AS ?
2. Tasha gagne 72€ par jour. Après une augmentation, sa paye est $\dfrac{6}{5}$ de son ancien salaire. Donner son nouveau salaire.
3. Dans un test sur 48 points, Alice a 87,5% des points, Béa a $\dfrac{5}{8}$ des points, et Carl a 8 points. Quel élève a la plus grande note ?

11.4.5 Exercices : taux d'évolution et coefficient multiplicateur

Exercice 28 Compléter afin d'associer les TE avec les CM correspondants à l'évolution donnée.

taux d'évolution TE	Augmentation/diminution	coefficient multiplicateur CM
$\frac{1}{5} = 0{,}2 = 20\%$	augmenter de $\frac{1}{5} = 0{,}2 = 20\%$	$\times(1+\frac{1}{5}) = \frac{6}{5} = 1{,}2 > 1$
$0{,}07 = +7\%$	augmenter de 7%	$\times\ 1{,}07$
$\frac{-1}{3}$	diminuer de $\frac{1}{3}$	$\times(1-\frac{1}{3}) = \frac{2}{3} < 1$
$-0{,}07 =$		
	augmenter de 70%	
	diminuer de 10%	
	augmenter de 10%	
	augmenter de $\frac{1}{6}$	
	augmenter de 200%	
	diminuer de 4%	
	diminuer de 12%	
	augmenter de $\frac{1}{5}$	
	diminuer de $0{,}25$	
	diminuer de $0{,}25\%$	
		$\times$ 1,22
-0,72		
0,82		
0,92		
	diminuer de 1%	
		$\times$ 0,89
	augmenter de 0,1%	
	diminuer de 0,1%	

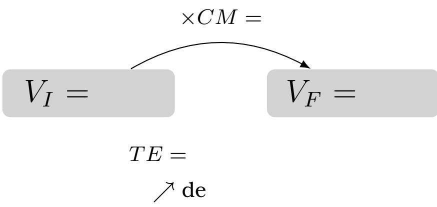
■ **Exemple 11.10** Une multiplication par $CM = 1{,}023$ correspond à une évolution de taux $TE = CM - 1 = 1{,}023 - 1 = 0{,}023 = 2{,}3\%$. C'est une augmentation de $2{,}3\%$

■ **Exemple 11.11** Une diminution de $3{,}2\%$ correspond à une évolution de taux $TE = -3{,}2\% = -0{,}032$. C'est une multiplication par $CM = 1 + TE = 1 - 0{,}032 = 0{,}968$

Exercice 29 — concepts. Complétez.

1. Une augmentation de 3% est une évolution de taux $TE =$ ....
   Elle correspond à une multiplication par $CM = \ldots + \ldots\ldots =$ ....
2. Une augmentation de 5% est une évolution de taux $TE =$ ....
   Elle correspond à une multiplication par $CM = \ldots + \ldots\ldots =$ ....
3. Une diminution de 7% est une évolution de taux $TE = -$ ....
   Elle correspond à une multiplication par $CM = \ldots + \ldots\ldots =$ ....
4. Une diminution de 10% est une évolution de taux $TE = -$ ....
   Elle correspond à une multiplication par $CM = \ldots + \ldots\ldots =$ ....
5. Multiplier par $CM = 1.2$ correspond à une évolution de taux $TE =$ ....
   C'est une (augmentation/diminution) de ......%.
6. Multiplier par $CM = 1.075$ correspond à une évolution de taux $TE =$ ....
   C'est une (augmentation/diminution) de ......%.
7. Multiplier par $CM = 0.95$ correspond à une évolution de taux $TE = \ldots\ldots - \ldots\ldots = \ldots\ldots\ldots$
   C'est une (augmentation/diminution) de ......%.
8. Multiplier par $CM = 0.7$ correspond à une évolution de taux $TE = \ldots\ldots - \ldots\ldots = \ldots\ldots\ldots$
   C'est une (augmentation/diminution) de ......%.
9. Une évolution de 1.50 € à 1.86 € correspond à une multiplication par $CM = \dfrac{\boxed{}}{\boxed{}} = \boxed{}$.
   C'est une évolution de taux $TE = \boxed{} - 1 = \boxed{} = \boxed{}\%$.
10. Une évolution de 40 € à 24 € correspond à une multiplication par $CM = \dfrac{\boxed{}}{\boxed{}} = \boxed{}$.
    C'est une évolution de taux $TE = \boxed{} - 1 = \boxed{} = \boxed{}\%$.
11. Une évolution de 320 € à 288 € est de taux $TE = \dfrac{\boxed{} - \boxed{}}{\boxed{}} = \boxed{} = \boxed{}\%$.
12. Une évolution de 90 € à 100 € est de taux $TE = \dfrac{\boxed{} - \boxed{}}{\boxed{}} = \boxed{} = \boxed{}\%$.

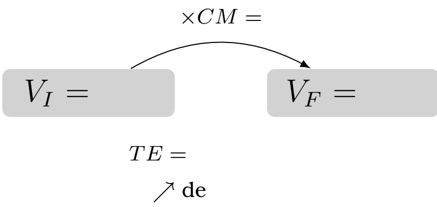
Exercice 30



Le prix de ma taxe d'habitation était de 917 € l'année dernière et il a augmenté de 2 %.

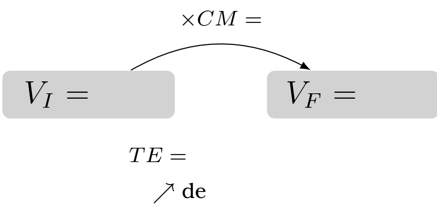
1. Compléter : $917e \times \ldots\ldots\ldots\ldots = V_F$
2. Sans calculer le montant de l'augmentation retrouver le mantant final.

Exercice 31



Il y a 6 ans, la population d'une ville était de $29\,000$ habitants. Depuis, elle a diminué de 26 %. Sans calculer le montant de la diminution, déterminer le nombre d'habitants actuel de cette ville.

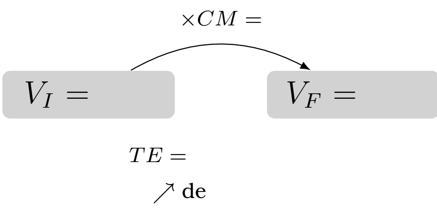
Exercice 32



Un article coûtait $6,20$ € et son prix a augmenté de 40 %.

Sans calculer le montant de l'augmentation, déterminer son nouveau prix.

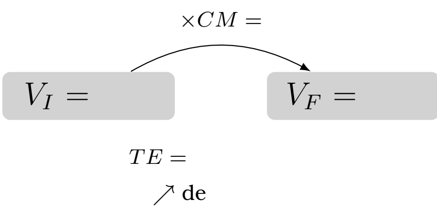
Exercice 33



Après une augmentation de 40 % un article coûte maintenant $4,06$ €.

1. Compléter: $VI \times \ldots\ldots\ldots = 4,06$
2. Déterminer le prix avant l'augmentation.

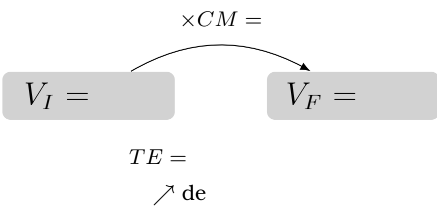
Exercice 34



Après une augmentation de 9 % le prix de ma facture annuelle de gaz est maintenant $1154,31$ €.

1. Compléter : Ancien prix $\times \ldots\ldots\ldots = 1154,31$ €.
2. Déterminer le prix avant l'augmentation.

Exercice 35



Soldé à -40 % un article coûte maintenant 414 €.

1. Compléter : Ancien prix $\times \ldots\ldots\ldots = 1154,31$ €
2. Déterminer le prix avant les soldes.

■ **Exemple 11.12** Déterminer le taux d'évolution dans les cas suivants :

1. Valeur de départ : 88 €. Valeur finale : 22 €
2. Valeur de départ : 80 €. Valeur finale : 125 €

solution.

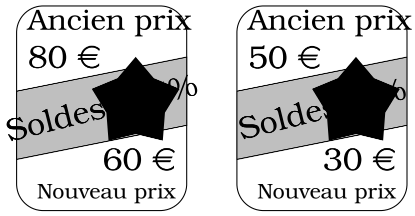
1. $TE = \dfrac{VF - VI}{VI} = \dfrac{22 - 88}{88} = -0.75 = -75\%$, diminution de 75%.
2. $TE = \dfrac{VF - VI}{VI} = \dfrac{125 - 80}{80} = 0.5625 = +56.25\%$. augmentation de 56.25%

■

Exercice 36 — d'après DNB.

Les étiquettes ci-dessous étaient utilisées durant les soldes.

Quels nombres se cachent sous les étoiles ?



Exercice 37

Exprimer les augmentations/diminutions suivantes en pourcentage.

1. En 5 ans, la population d'une ville est passé de $820\ 000$ habitants à $721\ 600$.
2. En 10 ans, la population d'une ville est passé de $64\ 000$ habitants à $78\ 720$.
3. En 2020, il y avait $1\ 000$ élèves dans un lycée. En 2021, ils sont $1\ 100$.
4. Le prix de ma taxe d'habitation est passé de 928 € à $937,28$ €.

Exercice 38 — entrainement.

Déterminer les taux d'évolution des évolutions suivantes

1. Valeur initiale : 125 €. Valeur finale : 100 €
2. Valeur initiale : 16 €. Valeur finale : 12.5 €
3. Valeur initiale : 100 €. Valeur finale : 36 €
4. Valeur initiale : 20 €. Valeur finale : 36 €
5. Valeur initiale : 20 €. Valeur finale : 18 €
6. Valeur initiale : 200 €. Valeur finale : 160 €
7. Valeur initiale : 160 €. Valeur finale : 200 €
8. Valeur initiale : 22 €. Valeur finale : 40 €
9. Valeur initiale : 22 €. Valeur finale : 88 €
10. Valeur initiale : 125 €. Valeur finale : 80 €

Exercice 39

Le montant de la TVA (taxe sur la valeur ajoutée) est généralement 20% du prix HT (hors taxe).

Le prix TTC (toutes taxes comprises) est égal au prix HT augmenté de 20%.

1. Quel est le coefficient multiplicateur entre prix HT et TVA ? entre prix HT et prix TTC ?
2. Le prix hors taxe d'une chemise est 80 €. Calculer le prix TTC.
3. Le prix TTC d'un pull est égal à 135 €. Quel était le prix HT ?
4. Le prix TTC d'une veste est 159 €. Quel est le montant de la TVA ?

Exercice 40 — Brevet, Nouvelle Calédonie 2018.

Un prix TTC (Toutes Taxes Comprises) s'obtient en ajoutant la taxe appelée TGC (Taxe Générale sur la Consommation) au prix HT (Hors Taxes). En Nouvelle-Calédonie, il existe quatre taux de TGC selon les cas : 22 %, 11 %, 6 % et 3 %.

Alexis vient de faire réparer sa voiture chez un carrossier. Voici un extrait de sa facture qui a été tâchée par de la peinture. Les colonnes B, D et E désignent des prix en francs.

	A	B	C	D	E
1	**Référence**	Prix HT	TGC (en %)	Montant TGC	Prix TTC
2	Phare avant	64 000	22 %	14 080	78 080
3	Pare-chocs	18 000	22 %		21 960
4	Peinture	11 700	11 %	1 287	12 987
5	Main d'œuvre	24 000		1 440	25 440
6				**TOTAL À RÉGLER (en Francs)**	**138 467**

1. Quel est le montant TGC pour le pare-chocs ?
2. Quel est le pourcentage de la TGC qui s'applique à la main d'œuvre?
3. La facture a été faite à l'aide d'un tableur.

   Quelle formule a été saisie dans la cellule E6 pour obtenir le total à payer ?

Exercice 41 — bilan. Compléter le tableau

Prix de départ	taux d'évolution	Augmentation/diminution	Coefficient Multiplicateur	Prix final	Variation absolue
72 €	-20%				
72 €				54 €	
	20%			54 €	
	-20%			54 €	
54 €					+54 €
40 €			$\times 0{,}7$		
				108 €	-27 €
96 €				108 €	
			$\times 1{,}3$	91 €	
	+25%			98.40 €	
130 €			$\times 1{,}007$		
98.40 €					-19.68 €

11.5 Exercices : solutions et éléments de réponse

solution de l'exercice 1. ■

solution de l'exercice 6. ■

solution de l'exercice 7. ■

solution de l'exercice 8. ■

solution de l'exercice 9. ■

solution de l'exercice 10. ■

solution de l'exercice 11. ■

solution de l'exercice 12. ■

solution de l'exercice 13. ■

solution de l'exercice 14. ■

solution de l'exercice 15. ■

solution de l'exercice 20. ■

solution de l'exercice 21. ■

solution de l'exercice 22. ■

solution de l'exercice 23. ■

solution de l'exercice27. ■

solution de l'exercice 28. ■

solution de l'exercice 29. ■

solution de l'exercice 30. ■

solution de l'exercice 35. ■

solution de l'exercice 36. ■

solution de l'exercice 37. ■

solution de l'exercice 38. ■

solution de l'exercice 39. ■

solution de l'exercice 40. ■

solution de l'exercice 41. ■