



## Évaluation n° 10 Suites (2) et Dérivations (3)

durée  $\approx$  1h 45min

mars 2023

NOM : .....

Prénom : .....

email : (si changement) .....

☐3C ☐2A ☐2B ☐2C ☐1B2

☐0 ☐1 ☐2 ☐3

☐0 ☐1 ☐2 ☐3 ☐4 ☐5 ☐6 ☐7 ☐8 ☐9

Aucun document n'est autorisé. L'usage de la calculatrice est autorisé.

**La clarté de la rédaction sera prise en compte dans la notation. Le total des points est 30.**

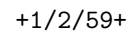
*Toute action volontaire rendant impossible ou difficile l'identification ou la correction de la copie engendre une dégradation de la note finale.*

### Exercice 1

- 1) Exprimer la somme  $\sum_{i=1}^n i = 1 + 2 + 3 + \dots + n$  en fonction de  $n \geq 1$ .
- 2) Déterminer  $n \geq 1$  tel que  $\sum_{i=1}^n i = 4\,950$ .

☐0 ☐0.5 ☐1 ☐1.5 ☐2 ☐2.5 ☐3 ☐3.5 ☐4

Réservé



- 1) Déterminer la raison  $r$  de la suite et écrire une relation de récurrence vérifiée par  $(u_n)$
- 2) Donner la forme explicite de la suite  $(u_n)$
- 3) Existe-t-il un terme de la suite égal à 387 ? Justifier votre réponse.

Réservé

This image shows a single sheet of white paper with horizontal ruling lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There are no margins or other markings on the paper.



**Exercice 3** Soit la suite  $v_n$  définie pour tout  $n \in \mathbb{N}$  par  $v_n = 5 \times 2^{3n+1}$ .

- 1) Calculer  $v_0$ ,  $v_1$  et  $v_2$ .
- 2) Soit  $n$  un entier naturel. Exprimer  $v_{n+1}$  en fonction de  $n$ .
- 3) Montrer que  $(v_n)$  est une suite géométrique et donner sa raison.
- 4) Donner la relation de récurrence vérifiée par la suite  $(v_n)$ .
- 5) Montrer que  $\sum_{i=1}^{25} v_i = k(8^{25} - 1)$  ou  $k$  est une fraction à préciser.

☐ 0 ☐ 0.5 ☐ 1 ☐ 1.5 ☐ 2 ☐ 2.5 ☐ 3 ☐ 3.5 ☐ 4 ☐ 4.5 ☐ 5 ☐ 5.5 ☐ 6

Réservé



**Exercice 4** On considère la suite géométrique  $(u_n)$  définie pour  $n \geq 1$ , de raison  $q$ . On suppose que  $u_1 = 64$ .

- 1) Exprimer  $u_2$  et  $u_3$  à l'aide de  $q$
- 2) On suppose que  $u_3 - u_2 = 20$ . En déduire que  $q$  vérifie  $16q^2 - 16q - 5 = 0$ .
- 3) Sachant que la suite  $(u_n)$  converge vers 0, déterminer  $q$ . Justifiez votre choix.
- 4) Donner une forme explicite de  $(u_n)$  et déterminer  $u_4$ .

☐ 0 ☐ 0.5 ☐ 1 ☐ 1.5 ☐ 2 ☐ 2.5 ☐ 3 ☐ 3.5 ☐ 4 ☐ 4.5 ☐ 5 ☐ 5.5 ☐ 6

Réservé

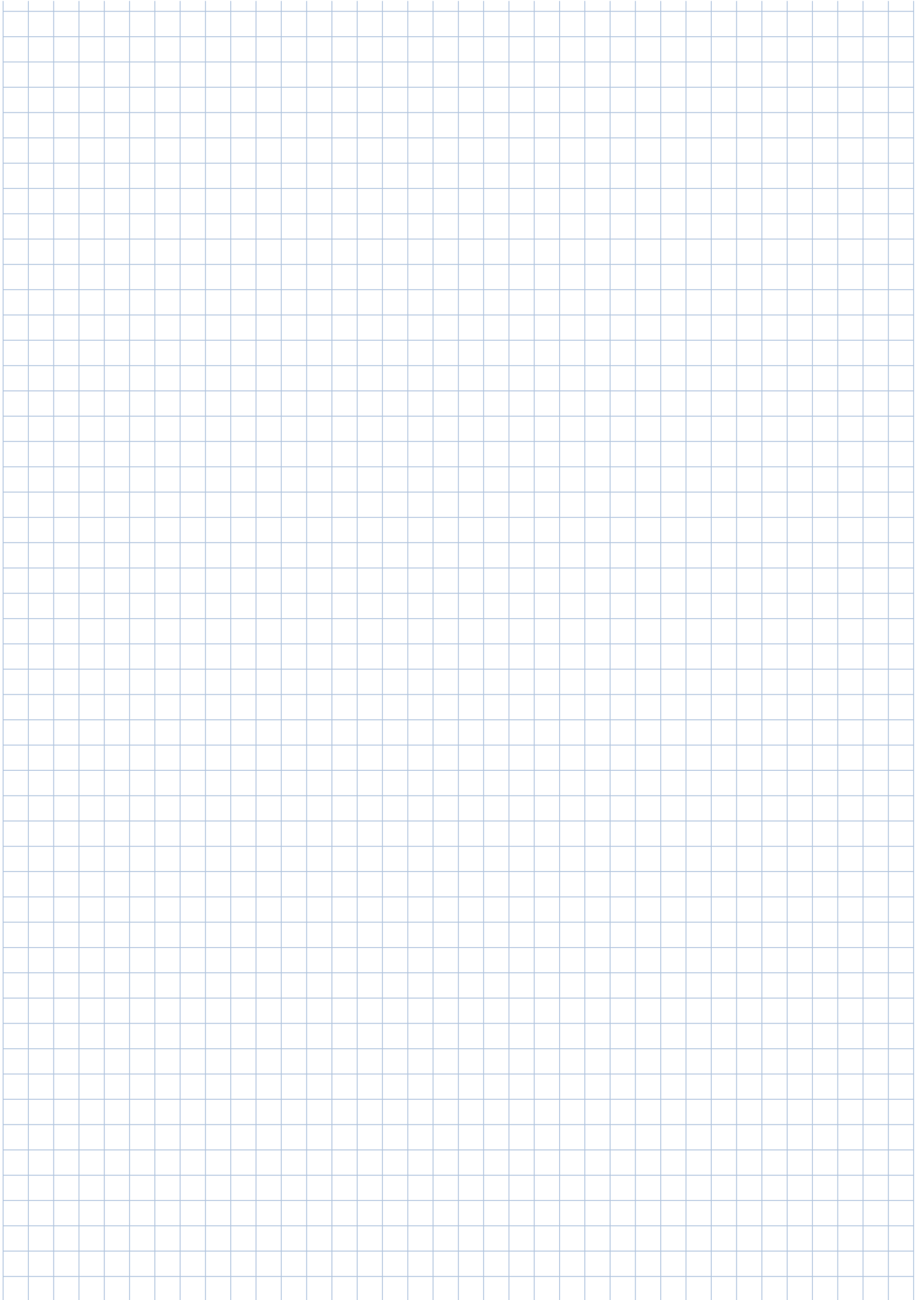


**Exercice 5** On considère la fonction  $g$  définie par  $g(x) = \frac{x^2 + 9}{x - 4}$ . On note par  $\mathcal{C}_g$  sa courbe représentative. Le domaine de définition de la fonction  $g$  est :  $\mathcal{D}_g = ] -\infty ; 4 [ \cup ] 4 ; +\infty [$ .

- 1) Étudier le signe de la fonction  $P$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $P(x) = x^2 - 8x - 9$ .
- 2) Montrer que pour tout réel  $x \in \mathcal{D}_g$ ;  $g'(x) = \frac{x^2 - 8x - 9}{(x - 4)^2}$ .
- 3) En déduire les variations de la fonction  $g$  et dresser son tableau de variations.
- 4) À l'aide du tableau de variation, déterminer les valeurs de  $k$  pour lesquelles l'équation  $f(x) = k$  n'a aucune solution.

☐ 0 ☐ 0.5 ☐ 1 ☐ 1.5 ☐ 2 ☐ 2.5 ☐ 3 ☐ 3.5 ☐ 4 ☐ 4.5 ☐ 5 ☐ 5.5 ☐ 6  
☐ 6.5 ☐ 7 ☐ 7.5 ☐ 8 ☐ 8.5 ☐ 9

Réservé





## Évaluation n° 10 Suites (2) et Dérivations (3)

durée  $\approx$  1h 45min

mars 2023

NOM : .....

Prénom : .....

email : (si changement) .....

☐3C ☐2A ☐2B ☐2C ☐1B2

☐0 ☐1 ☐2 ☐3

☐0 ☐1 ☐2 ☐3 ☐4 ☐5 ☐6 ☐7 ☐8 ☐9

Aucun document n'est autorisé. L'usage de la calculatrice est autorisé.

**La clarté de la rédaction sera prise en compte dans la notation. Le total des points est 30.**

*Toute action volontaire rendant impossible ou difficile l'identification ou la correction de la copie engendre une dégradation de la note finale.*

### Exercice 1

1) Exprimer la somme  $\sum_{i=1}^n i = 1 + 2 + 3 + \dots + n$  en fonction de  $n \geq 1$ .

2) Déterminer  $n \geq 1$  tel que  $\sum_{i=1}^n i = 4\,950$ .

☐0 ☐0.5 ☐1 ☐1.5 ☐2 ☐2.5 ☐3 ☐3.5 ☐4

Réservé



**Exercice 2** Soit  $(u_n)$  une suite arithmétique tel que  $u_0 = 3$  et  $u_4 = 23$ .

- 1) Déterminer la raison  $r$  de la suite et écrire une relation de récurrence vérifiée par  $(u_n)$
- 2) Donner la forme explicite de la suite  $(u_n)$
- 3) Existe-t-il un terme de la suite égal à 387 ? Justifier votre réponse.

☐ 0 ☐ 0.5 ☐ 1 ☐ 1.5 ☐ 2 ☐ 2.5 ☐ 3 ☐ 3.5 ☐ 4 ☐ 4.5 ☐ 5

Réservé





**Exercice 3** Soit la suite  $v_n$  définie pour tout  $n \in \mathbb{N}$  par  $v_n = 5 \times 2^{3n+1}$ .

- 1) Calculer  $v_0$ ,  $v_1$  et  $v_2$ .
- 2) Soit  $n$  un entier naturel. Exprimer  $v_{n+1}$  en fonction de  $n$ .
- 3) Montrer que  $(v_n)$  est une suite géométrique et donner sa raison.
- 4) Donner la relation de récurrence vérifiée par la suite  $(v_n)$ .
- 5) Montrer que  $\sum_{i=1}^{25} v_i = k(8^{25} - 1)$  ou  $k$  est une fraction à préciser.

☐ 0
 ☐ 0.5
 ☐ 1
 ☐ 1.5
 ☐ 2
 ☐ 2.5
 ☐ 3
 ☐ 3.5
 ☐ 4
 ☐ 4.5
 ☐ 5
 ☐ 5.5
 ☐ 6

Réservé



**Exercice 4**  $k$  est un réel.  $(u_n)$  est une suite arithmétique tel que  $u_1 = k + 4$ ,  $u_2 = 4k - 2$  et  $u_3 = k^2 - 2$ .

- 1) Montrer que  $k^2 - 7k + 6 = 0$ .
- 2) Déterminer les valeurs possibles de  $k$  et la raison  $r$  de la suite pour chaque cas.
- 3) On suppose que la suite  $(u_n)$  est décroissante. Donner la forme explicite de la suite  $(u_n)$ .

☐ 0 ☐ 0.5 ☐ 1 ☐ 1.5 ☐ 2 ☐ 2.5 ☐ 3 ☐ 3.5 ☐ 4 ☐ 4.5 ☐ 5 ☐ 5.5 ☐ 6

Réservé



**Exercice 5** On considère la fonction  $f$  définie sur l'intervalle  $D_f = ]-2 ; +\infty[$  par  $f(x) = \frac{x^2 + x - 1}{x + 2}$ .

On note  $\mathcal{C}_f$  sa courbe représentative dans un repère orthogonal du plan. On admet que la fonction  $f$  est dérivable sur l'intervalle  $D_f$  et on note  $f'$  sa dérivée.

- 1) Étudier le signe de la fonction  $P$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $P(x) = x^2 + 4x + 3$ .
- 2) Montrer que pour tout réel  $x$  de l'intervalle  $] - 2 ; + \infty[$  on  $f'(x) = \frac{P(x)}{(x+2)^2}$
- 3) En déduire les variations de  $f$  et dresser son tableau de variations sur  $] - 2 ; + \infty[$ .

Vous donnerez le minimum de la fonction  $f$  sur  $] - 2 ; + \infty[$  et la valeur exacte pour laquelle il est atteint.

- 4) Déterminer le coefficient directeur de la tangente  $T$  à la courbe  $\mathcal{C}_f$  au point d'abscisse 2.

☐ 0 ☐ 0.5 ☐ 1 ☐ 1.5 ☐ 2 ☐ 2.5 ☐ 3 ☐ 3.5 ☐ 4 ☐ 4.5 ☐ 5 ☐ 5.5 ☐ 6  
☐ 6.5 ☐ 7 ☐ 7.5 ☐ 8 ☐ 8.5 ☐ 9

Réservé

