Chapitre

Géométrie dans l'espace 14

Objectifs

1. ✓ se repérer sur une sphère (latitude, longitude).
2. ✓ construire et mettre en relation différentes représentations des solides étudiés au cours du cycle (représentations en perspective cavalière, vues de face, de dessus, en coupe, patrons) et leurs sections planes.

Consulter le livret geogebra qui accompagne le cours Partie A et Partie C

Exercices du manuel

Définitions et formules, solides semblables 12, 13, 17, 21, 22 page 270

Coordonnées dans un repère et sur la sphère 23, 24, 25, 26 page 271

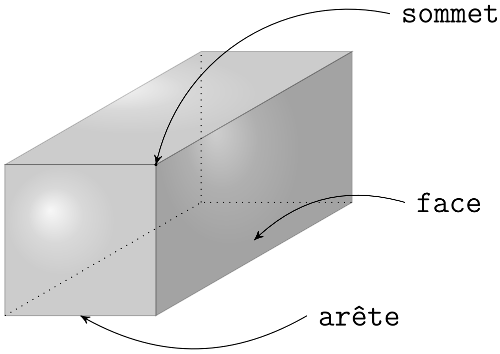
Sections de solides 29, 30, 31, 32 page 271

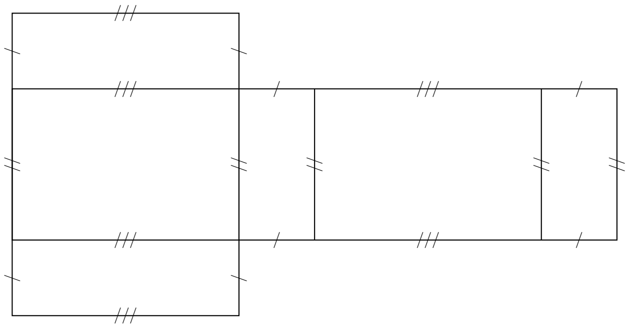
Des classiques du brevet 36 page 274 ou 48 page 277

Chemins le long de la sphère 45 page 276. attention erreur dans énoncé, il s'agit de la distance le long du 50^{e} parallèle et non celle à vol d'oiseau.

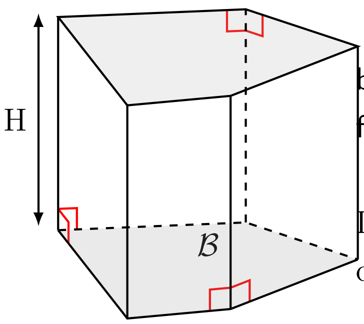
14.1 Anatomie de quelques solides et leur patrons

14.1.1 Pavé droit





14.1.2 Prismes droits



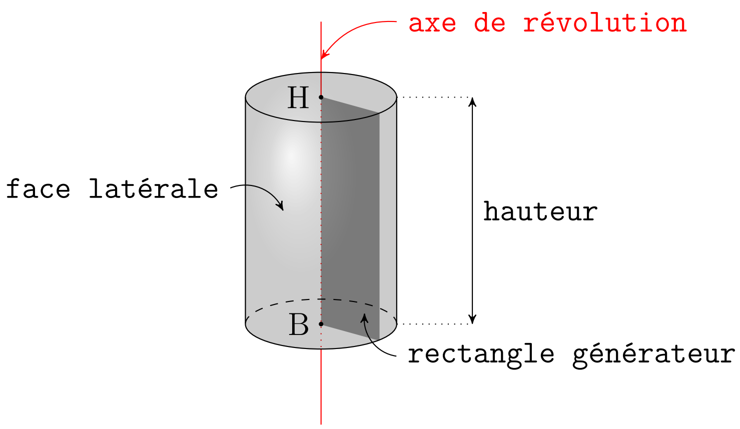
Un **prisme droit** est un solide qui a :

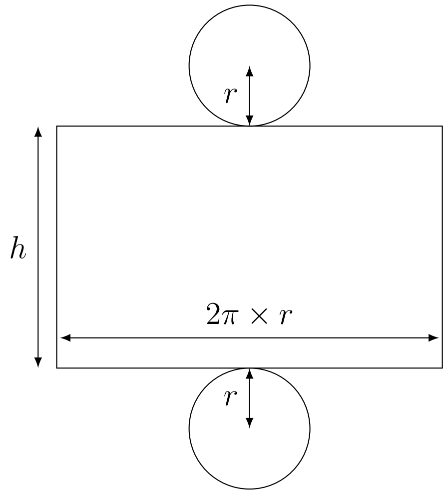
bases 2 faces polygonales parallèles et superposables

faces latérales des faces **rectangulaires** et **perpendiculaires aux bases**

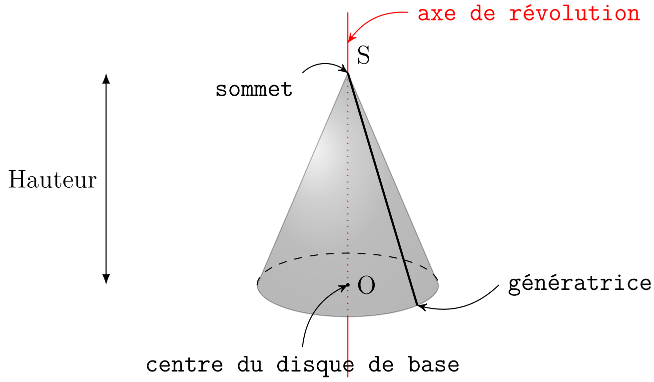
Le **pavé droit** (parallélépipède) et le **cube** sont des types particuliers de prismes.

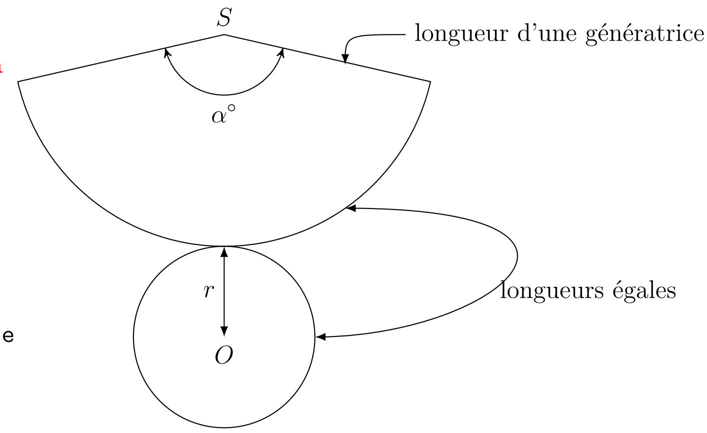
14.1.3 Cylindre de révolution



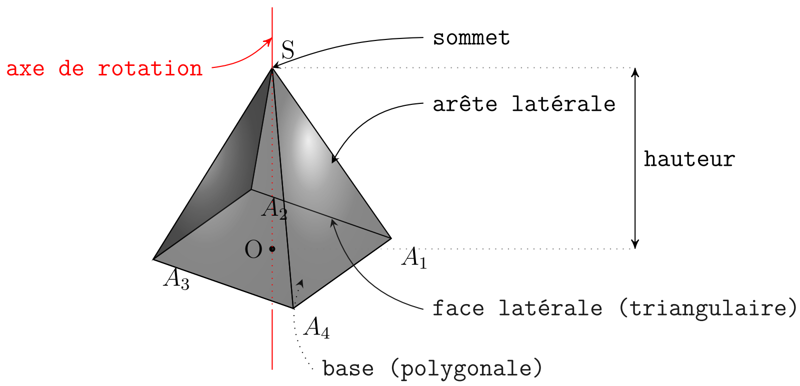


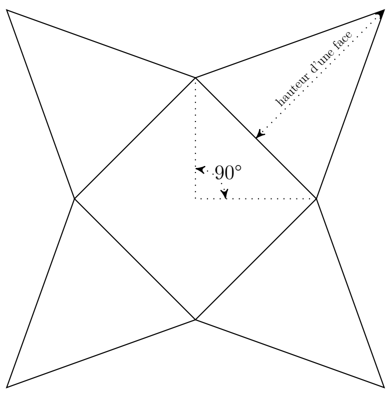
14.1.4 Le cône de révolution

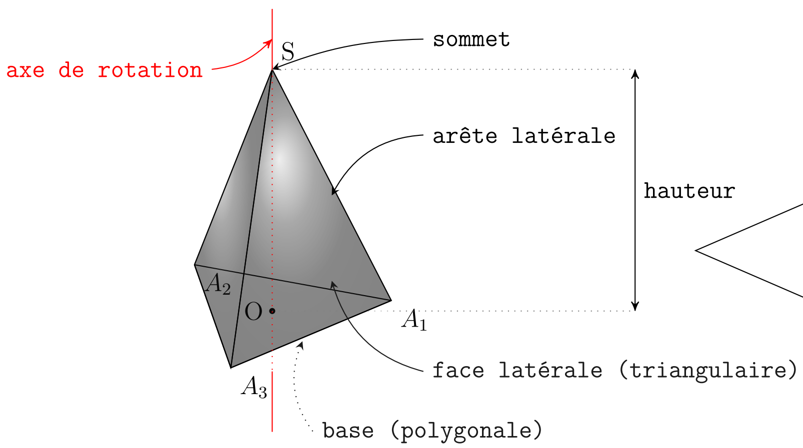


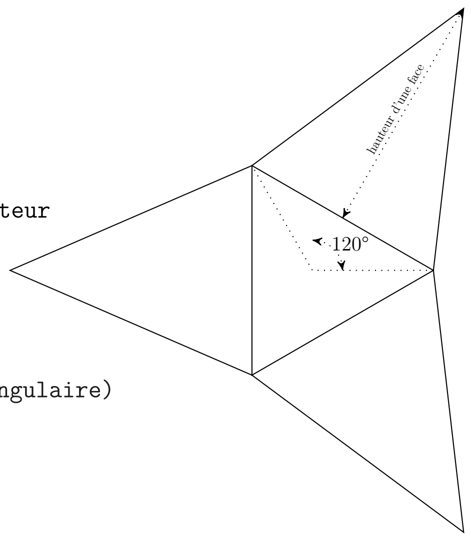


14.1.5 Les pyramides à bases carré et triangle équilatéral (tétraèdre)









14.2 Exercices : sections de solides et révisions de géométrie

Exercice 1 — QCM.

1. Quelle est la nature de la section plane obtenue en coupant un **pavé droit** par un plan parallèle à une face ?

   ① disque

   ② parallélogramme non rectangle

   ③ parallélogramme rectangle

   ④ triangle

   ⑤ on ne peut pas savoir

2. Quelle est la nature de la section plane obtenue en coupant un **cube** par un plan parallèle à une arête ?

   ① carré

   ② disque

   ③ parallélogramme non rectangle

   ④ parallélogramme rectangle

   ⑤ triangle

   ⑥ on ne peut pas savoir

3. Quelle est la nature de la section plane obtenue en coupant un **cube** par un plan parallèle à une face ?

   ① carré

   ② disque

   ③ parallélogramme non rectangle

   ④ parallélogramme rectangle

   ⑤ triangle

   ⑥ on ne peut pas savoir

4. Quelle est la nature de la section plane obtenue en coupant un cylindre de révolution par un plan parallèle à son axe ?

   ① carré

   ② disque

   ③ parallélogramme non rectangle

   ④ parallélogramme rectangle

   ⑤ on ne peut pas savoir

5. Quelle est la nature de la section plane obtenue en coupant un cylindre de révolution par un plan parallèle à une base ?

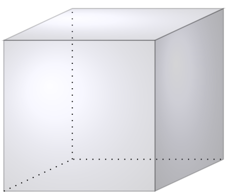
   ① carré

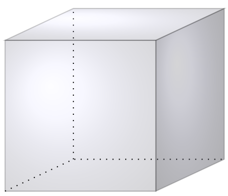
   ② disque

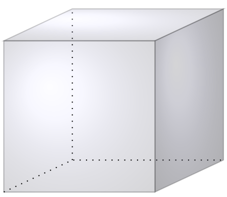
   ③ parallélogramme non rectangle

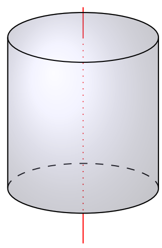
   ④ parallélogramme rectangle

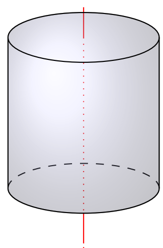
   ⑤ on ne peut pas savoir

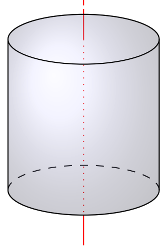








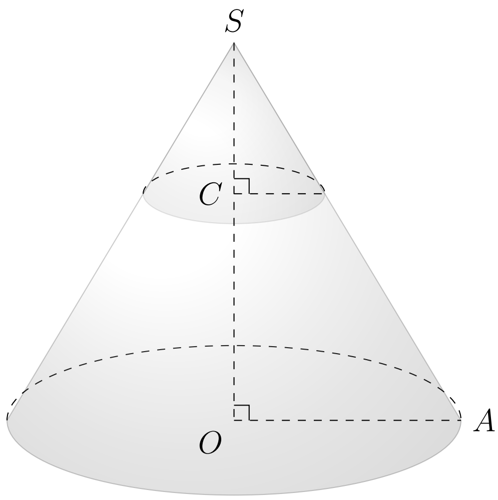


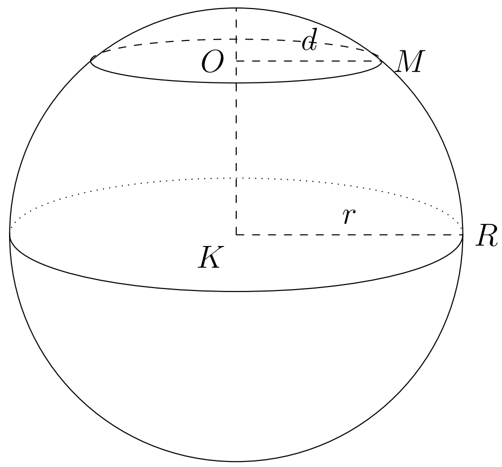


Exercice 2 — Section d'un cône.

Soit le cône de révolution de sommet S et de base le disque de centre O et de rayon 113 cm. On a $OS = 208$ cm.

On coupe ce cône par un plan parallèle à sa base et qui passe par le point C. $SC = 84$ cm. Calculer le rayon de la section plane obtenue au mm près ainsi que son aire au mm^2 près.





Exercice 3 — Section d'une sphère.

Soit la sphère S de centre K et de rayon r. On coupe cette sphère par un plan. La section plane obtenue est un cercle de centre O et de rayon d.

Les questions sont indépendantes.

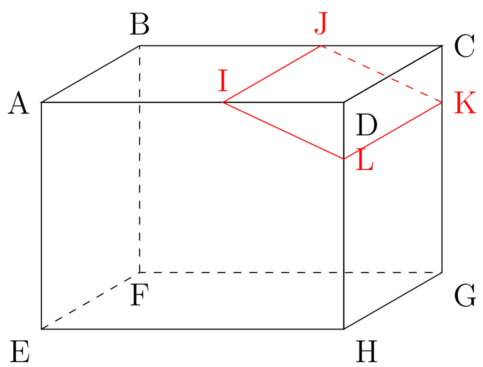
1. Sachant que $r = 65{,}60$ cm et $KO = 14{,}40$ cm, calculer d.
2. Sachant que $d = 25{,}50$ cm et $r = 28{,}90$ cm, calculer l'angle $\widehat{MKR}$.
3. Sachant que $r = 66{,}70$ cm et $\widehat{MKR} = 48°$, calculer le périmètre de la parallèle passant par M.
4. Sachant que $d = 18{,}30$ cm et $KO = 46$ cm, calculer la longueur d'un méridien au millimètre près.

Exercice 4 — Section d'un pavé droit.

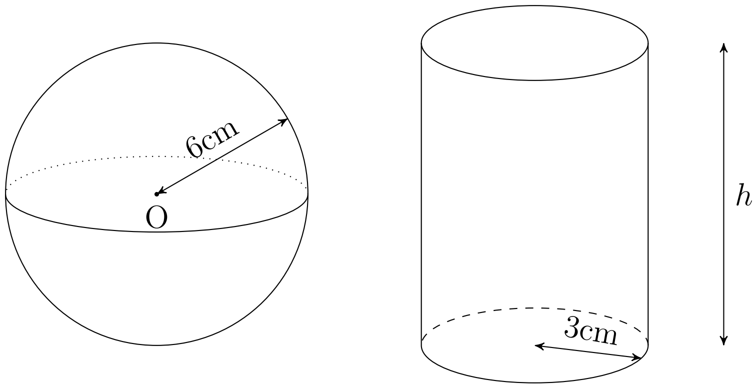
$ABCDEFGH$ est un parallélépipède rectangle dont les dimensions sont : $AB = 197$ cm , $BC = 394$ cm et $AE = 306$ cm . $IJKL$ est la section plane du parallélépipède obtenue n coupant par un plan parallèle à l'arête $[DC]$.

Sachant que $AI = 228$ cm et $DL = 181$ cm.

1. Quelle est la nature du quadrilatère $IJKL$?
2. Déterminer ses dimensions au mm près.
3. Calculer l'aire de $IJKL$ au mm^2 près.
4. Déterminer l'angle $\widehat{DIL}$ au degré près.



Exercice 5



Les questions sont indépendantes

1. Les 2 solides ont la même hauteur. Quel est le ratio de leurs volumes ?
2. $h = 10$. Exprimer à l'aide de π l'aire de la surface totale du cylindre.
3. La sphère a le même volume que le cylindre. Quelle est la hauteur h du cylindre ?
4. La surface totale du cylindre est le double de celle de la sphère. Trouver h.
5. Le plus long bâton qui rentre dans boule mesure 12cm. Le plus long bâton qui rentre dans le cylindre mesure 20cm. Trouver h. Donner une valeur approchée avec 3 chiffres significatifs.
6. La longueur de l'équateur d'un globe mesure 54π cm. Quel est le ratio du volume du globe sur celui de cette boule ?

solution de l'exercice 2.

rayon = 45,60 cm et Aire = 6 423,42 cm^2 ■

solution de l'exercice 3.

1. $d = 64$ cm
2. $KO = 13{,}60$ cm
3. $\widehat{MKR} = 28°$
4. environ 155,50 cm

■

solution de l'exercice 4.

1. un rectangle
2. longueur = 245,60 cm et largeur = 197 cm
3. Aire = 48 382,25 cm^2
4. $\widehat{DIL} \approx 47°$

■

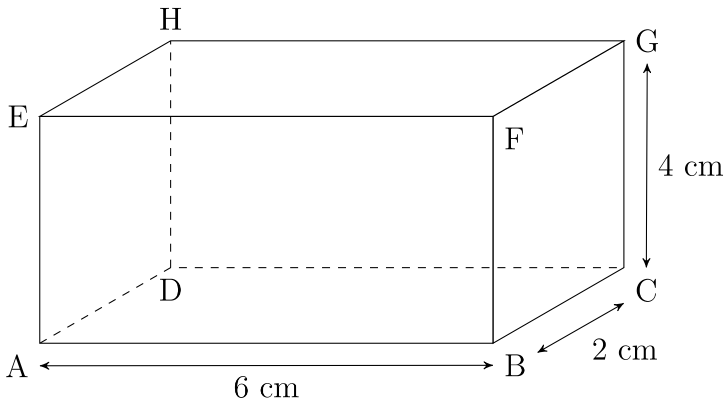
solution de l'exercice 5.

1. ratio est $288\pi : 108\pi = 8 : 3$
2. 78π
3. 32 cm
4. $h = 45$
5. $\sqrt{364} \approx 19,1$ cm
6. $(54\pi)^3 : (12\pi)^3 = 729 : 8$

■

Exercice 6

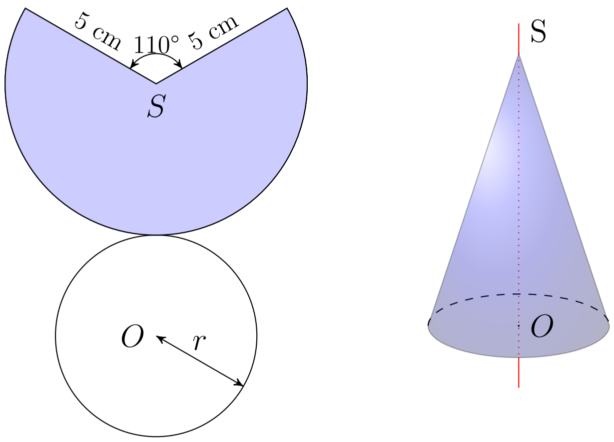
Soit le pavé droit ci-dessous de hauteur largeur 6 cm, de profondeur 2 cm et de hauteur 4 cm.



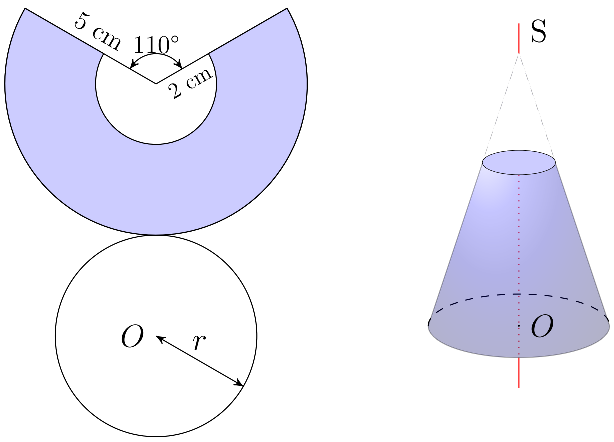
Les questions sont indépendantes

1. Calculer l'aire du pavé.
2. Calculer la longueur AC.
3. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{GAC}$ au dixième près.
4. Un pavé semblable à $ABCDEFGH$ a pour volume $4,374$ mm^3.
   Quels sont les dimensions de ce pavé ?
5. Une fourmi située en A veut rejoindre le sommet G en restant sur la surface extérieure du pavé.
   Quel est la longueur du plus court chemin possible ?

Exercice 7



1. Calculer le périmètre du secteur bleu. Donner le résultat à 3 chiffres significatifs.
2. Exprime l'aire du secteur bleu à l'aide de π.
3. Quelle est l'aire de la base du cône ? Donner le résultat à 3 chiffres significatifs.
4. Quel est le volume du cône ?
5. On enlève un secteur de rayon 2 cm. On plie la figure obtenue pour former un tronc ci-dessous. Calculer le volume du tronc.



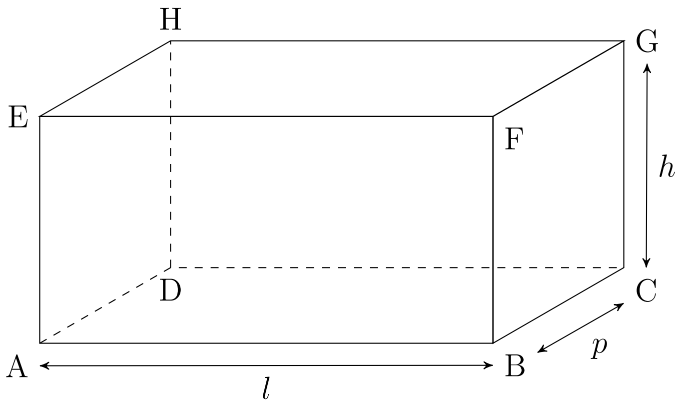
Réponses.

1. 31,8 cm	2. $\dfrac{625}{36}\pi$ cm^2	3. $37,9$ cm^2	4.	5. 42,5 cm^3

■

Exercice 8

Soit le pavé droit ci-dessous de hauteur largeur l cm, de profondeur p cm et de hauteur h cm.



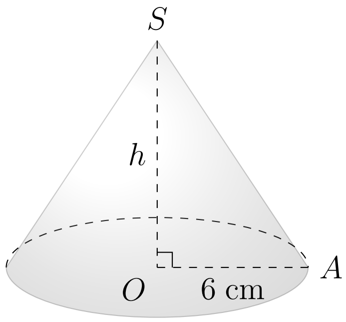
1. $l = (x - 4)$, $p = (x - 2)$ et $h = 4x$.
   Exprimer l'aire totale en fonction de x sous forme simplifiée réduite.
2. La largeur d'un pavé droit est 4 fois sa hauteur , et la profondeur est le tiers de sa largeur. L'aire totale est 3072 cm^2.
   Quel est le volume du pavé ?
3. La largeur, hauteur et profondeur sont dans le ratio $2 : 3 : 5$. L'aire totale est 3038 cm^2.
   Quel est le volume du pavé ?
4. La largeur est le triple de la profondeur, et la hauteur est 4 cm de plus que la profondeur. L'aire totale est 910 cm^2. Calculer le volume du plus grand cylindre droit qui rentre dans le pavé.

Réponses.

1.
2. $2(2a \times 3a + 3a \times 5a + 2a \times 5a) = 3038$. $a = 7$. Les dimensions sont 14, 21 et 35. Le volume est 10290 cm^3
3. $2(a \times 4a + a \times \dfrac{4a}{3} + 4a \times \dfrac{4a}{3}) = 3072$. $a = 12$. Les dimensions sont 12, 16 et 48. Le volume est de 9216 cm^3
4. Les dimensions sont 7, 11 et 21. Le cylindre le plus grand est celui dont la base est sur la face 7×11.
   Volume est 257.25π cm^3

■

Exercice 9



Les questions sont indépendantes

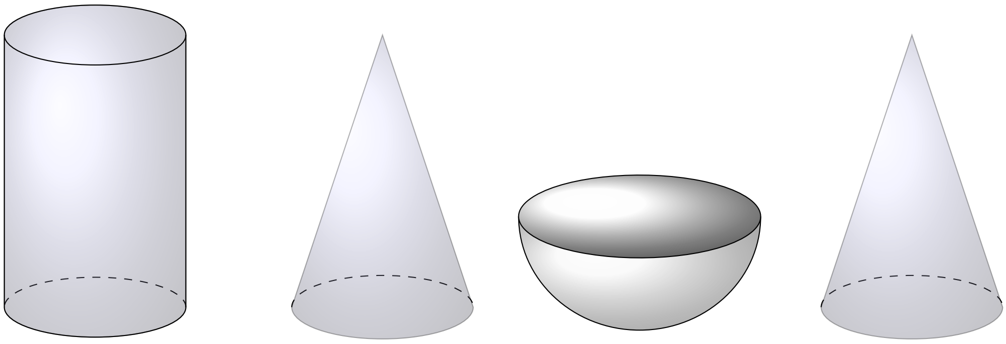
1. Quelle est la hauteur h sachant que le volume du cône est $565,5$ cm^3 ?
2. Quel est le volume pour $h = 4,8$ cm ?
3. Quel angle fait la génératrice avec la verticale lorsque $h = 4,8$ cm ? Arrondir au dizième près.
4. Quelle est la surface totale du cône pour $h = 4.8$ cm ?
5. Le cône est en or. Le volume du cône est $87,5$ cm^3 et pèse 1688,75 g. Quelle est la masse volumique de l'or ?

Réponses.

1. 15 cm
2. 180.96 cm^3
3.
4. 257.9 cm^2
5. 19.3 g/cm^3

■

Exercice 10



Les questions sont indépendantes.

1. Le volume du cylindre vaut 144π cm^3. La base du cylindre a pour rayon 3 cm.
   Calculer l'aire de la surface latérale.
2. Le volume du cône vaut 144π cm^3. La base du cône a pour rayon 3 cm.
   Calculer l'aire de la surface latérale.
3. Le volume de la demi-boule est de 144π cm^3.
   Calculer sa surface.
4. Le volume du tronc est de 144π cm^3. Le rayon de la base inférieure est de 3 cm. Le rayon de la base supérieuret est 1 cm.
   Calculer la surface latérale.

Réponses.

1. $h = 16$ et 114π cm^2
2. $h = 48$, et la génératrice vaut $\sqrt{2313}$. L'aire est $3\pi(3 + \sqrt{2313})$ cm^2
3. $r = 6$, et l'aire vaut 108π cm^2
4. $A = 449.8$ cm^2

■