A.5 Stage réussite février 2024

A.5.1 Savoir-faire 1 : calcul de la fonction dérivée (1)

$f(x)$	$f'(x)$	**Nom de la règle**
$x \mapsto c$ constante	$x \mapsto 0$	dériver d'une constante
$x \mapsto x^n$	$x \mapsto nx^{n-1}$	dériver $x \mapsto x^n$
$x \mapsto cu(x)$	$x \mapsto cu'(x)$	constante fois une fonction
$x \mapsto u(x)+v(x)$	$x \mapsto u'(x)+v'(x)$	règle d'addition

Table A.1 – Règles simples de calcul de la fonction dérivée

Exemple A.19 — dérivée de somme, ou d'une multiplication par consante.

Donner le domaine de définition puis de dérivabilité et l'expressoin de la dérivée :

1. $f(x) = 3x^2 - 2x + 4$

   combinaison de $x \mapsto x^2$ et $x \mapsto x$ et $x \mapsto 4$, dérivable sur $\mathbb{R}$

   $D = \mathbb{R}$ et $D' = \mathbb{R}$

   $f'(x) = 3(2x) - 2(1) + 0 = 6x - 2$

2. $f(x) = \sqrt{x} + 2x$

   combinaison de $x \mapsto \sqrt{x}$, définie sur $[0;+\infty[$ et dérivable sur $]0;+\infty[$ et $x \mapsto x$, dérivable sur $\mathbb{R}$

   $D = [0;+\infty[\qquad D' =]0;+\infty[$

   $f'(x) = \dfrac{1}{2\sqrt{x}} + 2(1) = \dfrac{1}{2\sqrt{x}} + 2$

3. $f(x) = 7x - \dfrac{4}{x} + \dfrac{3}{x^3}$

   combinaison de $x \mapsto \dfrac{1}{x}$ et $x \mapsto \dfrac{1}{x^3}$ définies et dérivables sur $\mathbb{R}^*$ et $x \mapsto x$, dérivable sur $\mathbb{R}$

   $D = \mathbb{R}^*$ et $D' = \mathbb{R}^*$

   $f(x) = 7x - 4x^{-1} + 3x^{-3}$

   $f'(x) = 7(1) - 4(-x^{-2}) + 3(-3x^{-4})$

   $f'(x) = 7 + \dfrac{4}{x^2} - \dfrac{9}{x^4}$

Exercice 1 Donner le domaine, le domaine de dérivation et l'expression de la fonction dérivée :

$f_1(x) = 8x - 2$

$f_2(x) = -7$

$f_3(x) = 6x^2 - 3x + 7$

$f_4(x) = \pi x^4 + \dfrac{3}{x^9}$

$f_5(x) = \dfrac{8}{x}$

$f_6(x) = -2x^3$

$f_7(x) = -x - 3\sqrt{2}$

$f_8(x) = 5\sqrt{x}$

$f_9(x) = \dfrac{2}{x^2}$

$f_{10}(x) = \dfrac{-10}{x^8}$

$f_{11}(x) = \sqrt{2x}$

$f_{12}(x) = 2 - x\sqrt{3}$

Exercice 2 Donner le domaine, le domaine de dérivation et l'expression de la fonction dérivée :

$f_1(x) = x^7 + 2x^5 - 2x - 1$

$f_2(x) = 2x^4 + 4x^3 + 5\sqrt{x}$

$f_3(x) = 5x^6 - 3x^2 + 5$

$f_4(x) = 4x^8 + 3x^2 - 4 - x^{-3}$

$f_5(x) = 5x^{-3} + 2x^{-2} - 3x^{-1}$

$f_6(x) = 2\sqrt{x} + \dfrac{2}{x^6}$

$f_7(x) = \dfrac{1}{3x^5} - \dfrac{2}{x^3} + \dfrac{2x^3}{3}$

$f_8(x) = 3x^6 + 5x^2 - 2 + \dfrac{4}{x}$

$f_9(x) = \dfrac{x^{-2} - 3x^2 + 2x^7}{3x^5}$

correction exercice 1.

$f_1'(x) = 8$; $f_2'(x) = 0$; $f_3'(x) = 12x - 3$; $f_4'(x) = 4\pi x^3 - \dfrac{18}{x^7}$; $f_5'(x) = -\dfrac{8}{x^2}$; $f_6'(x) = -6x^2$;
$f_7'(x) = -1$; $f_8'(x) = \dfrac{5}{2\sqrt{x}}$; $f_9'(x) = -\dfrac{4}{x^3}$; $f_{10}'(x) = \dfrac{80}{x^9}$; $f_{11}'(x) = \dfrac{\sqrt{2}}{2\sqrt{x}}$; $f_{12}'(x) = -\sqrt{3}$; ■

correction exercice 2.

$f_1'(x) = 7x^6 + 10x^4 - 2$; $f_2'(x) = 8x^3 + 12x^2 + \dfrac{5}{2\sqrt{x}}$; $f_3'(x) = 30x^5 - 6x$; $f_4'(x) = 32x^7 + 6x + \dfrac{3}{x^4}$;
$f_5'(x) = \dfrac{3}{x^2} - \dfrac{4}{x^3} - \dfrac{15}{x^4}$; $f_6'(x) = -\dfrac{12}{x^7} + \dfrac{1}{\sqrt{x}}$; $f_7'(x) = 2x^2 + \dfrac{6}{x^4} - \dfrac{5}{3x^6}$; $f_8'(x) = 18x^5 + 10x - \dfrac{4}{x^2}$;
$f_9'(x) = \dfrac{4x}{3} + \dfrac{3}{x^4} - \dfrac{7}{3x^8}$; ■