

1.5 Exercices classiques : choisir la forme adaptée

Exercice 1 — Grand classique. Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = 2x^2 + 4x - 16$.

- 1) Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$ on a $f(x) = (2x + 4)(x - 2)$
- 2) Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$ on a $f(x) = 2(x + 1)^2 - 18$
- 3) Choisir la forme la plus adaptée pour répondre aux questions suivantes :

a) Complétez le tableau de variation de f :

| | | |
|--------|-----------|-----------|
| x | $-\infty$ | $+\infty$ |
| $f(x)$ | | |

- b) Résoudre l'équation $f(x) = 0$, inconnue x .
- c) Calculez $f(0)$.
- d) Quel est le minimum de f sur \mathbb{R} .
- e) Résoudre l'équation $f(x) = -16$, inconnue x .
- f) Résoudre l'inéquation $f(x) > 0$, inconnue x .

Exercice 2 Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = 3x^2 + 14x + 15$ et \mathcal{P} sa représentation graphique.

- 1) Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$ on a $f(x) = (x + 3)(3x + 5)$.
- 2) Montrer par complétion au carré que $f(x) = 3\left(x + \frac{7}{3}\right)^2 - \frac{4}{3}$
- 3) Choisir la forme la plus adaptée pour répondre aux questions suivantes :

- a) Quel est le sommet de la parabole \mathcal{P} .
- b) Résoudre l'équation $f(x) = 0$, inconnue x .
- c) Calculer $f(\sqrt{2})$.
- d) Quel est le nombre de solutions de l'équation $f(x) = -1$, inconnue x .

e) Complétez le tableau de signe :

| | | |
|--------|-----------|-----------|
| x | $-\infty$ | $+\infty$ |
| $f(x)$ | | |

- f) Résoudre l'équation $f(x) = 15$, inconnue x .

Exercice 3 Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = 4x^2 + 8x + 3$ et \mathcal{P} sa représentation graphique.

- 1) Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$ on a $f(x) = (2x + 1)(2x + 3)$.
- 2) Montrer par complétion au carré que $f(x) = 4(x + 1)^2 - 1$
- 3) Choisir la forme la plus adaptée pour répondre aux questions suivantes :

- a) Quel est le sommet de \mathcal{P} ?
- b) Calculer $f(-\sqrt{2})$ et $f(0)$.
- c) Montrer que pour tout x , $f(x) \geq -1$.
- d) Résoudre l'équation $f(x) = 0$, inconnue x .
- e) Résoudre l'équation $f(x) = 3$, inconnue x .
- f) Résoudre l'équation $f(x) = 9$, inconnue x .

Exercice 4 Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = (x + 5)^2 - (3x - 4)(x + 5)$.

- 1) Factoriser et montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x) = -2(x + 5)(x - \frac{9}{2})$.
- 2) Montrer que $f(x) = -2x^2 - x + 45$.
- 3) Montrer par complétion au carré que $f(x) = -2\left(x + \frac{1}{4}\right)^2 + 45,125$.
- 4) Choisir la forme la plus adaptée pour répondre aux questions suivantes :
 - a) Calculer $f(0)$ et $f(-1)$.
 - b) Donner l'équation réduite de l'axe de symétrie de la représentation graphique \mathcal{P} .
 - c) Résoudre l'inéquation $f(x) > 0$, inconnue x .
 - d) Résoudre l'équation $f(x) = 45$, inconnue x .
 - e) Quel est le maximum de f ?

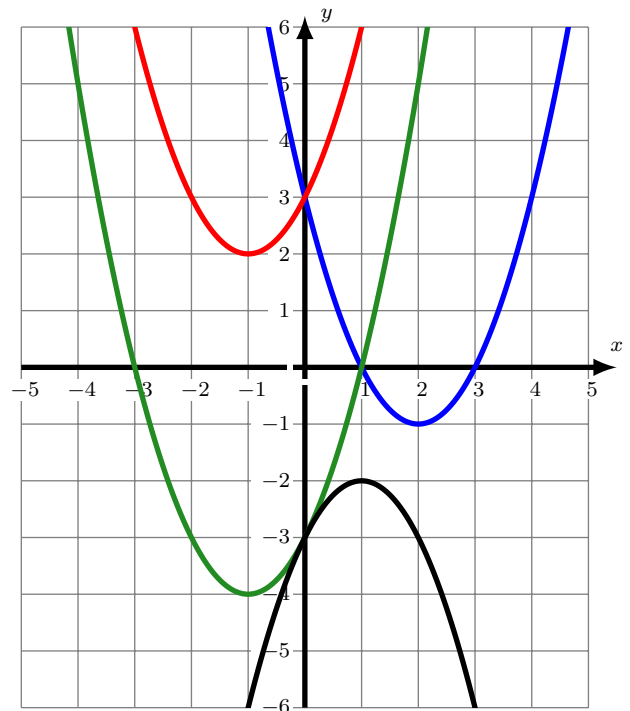
Exercice 5 — Rapidité et sans calculatrice. Associez chaque fonction donnée par son expression à sa représentation. Justifiez votre choix.

$$f_1(x) = (x - 1)(x - 3)$$

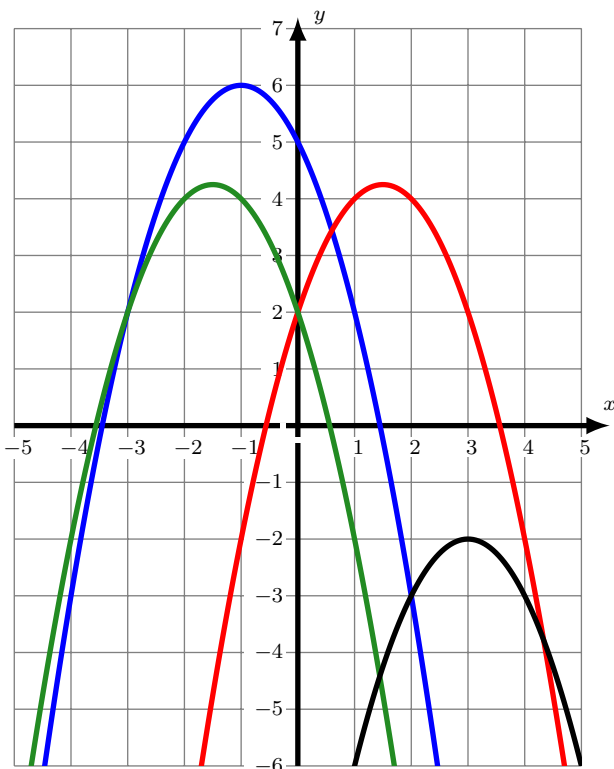
$$f_2(x) = x^2 + 2x - 3$$

$$f_3(x) = (x + 1)^2 + 2$$

$$f_4(x) = -x^2 + 2x - 3$$



Exercice 6 — Rapidité et sans calculatrice. Associez chaque fonction donnée par son expression à sa représentation. Justifiez votre choix.



$$f_1(x) = -(x - 1)(x + 3) + 2$$

$$f_2(x) = -x(x + 3) + 2$$

$$f_3(x) = -(x - 3)^2 - 2$$

$$f_4(x) = -x^2 + 3x + 2$$