

Chapitre Statistiques

11

Objectifs

- Calculer et interpréter une moyenne
- Calculer et interpréter une médiane, une étendue
- Représenter graphiquement des données

11.1 Vocabulaire sur un exemple

■ Exemple 11.1

On mène une enquête sur le salaire mensuel du personnel d'une entreprise.

ensemble des objets (Population)

un objet (Individu)

le descripteur (caractère étudié)

les valeurs du descripteur

L'ensemble des **valeurs récoltées** forme une **série statistique**.

On la note souvent par x , et les valeurs prises par x_i .

$x = \{1200; 1500; 2000; 1200; 1500; 1700; 1500; 1500; 1700; 1500; 1700; 1500; 2100; 2000; 1700; 1200\}$

Effectifs et cumul

Pour une série statistique x :

effectif total noté N et est le nombre d'objets étudiés.

effectif d'une valeur v est le nombre d'objets dont le descripteur vaut v .

effectif cumulé croissant d'une valeur v est le nombre d'objets dont le descripteur a une valeur inférieure ou égale à ce v .

— L'effectif de 1500 est L'effectif de 1800 est

— L'effectif cumulé de 1500 est L'effectif cumulé de 1800 est

Il est pratique de rassembler les données récoltées dans un **tableau des effectifs** :

Fichier de travail  Spreadsheets

Fichier final : bit.ly/2HXYrkk

	A	B	C	D	E	F	G
1	Salaires des employés en euros	1200	1500	1700	2000	2100	Total
2	Effectifs						
3	Fréquences (écriture fractionnaire)						
4	Fréquences (en %)						
5	Effectifs cumulés						
6	Fréquences cumulées (en %)						

Formules tableurs :

$=B2/16$

$=C2/16$

$= B2+C2+D2+E2+F2$

Version experte :

$=B2/\$G\2

$=C2/\$G\2

$= SOMME(B2:F2)$

Définition 11.1 — Fréquences. La **fréquence** (cumulée) d'une valeur est le quotient de l'effectif (cumulé) par l'effectif total N :

$$f = \frac{\text{effectif de la valeur}}{\text{effectif total}} \quad f_{\text{cumulée}} = \frac{\text{effectif cumulé de la valeur}}{\text{effectif total}}$$

L'effectif total N est égal à la somme de tous les effectifs.

Définition 11.2 L'étendue d'une série statistique est la différence entre la plus grande (x_{\max}) et la plus petite valeur (x_{\min}) de cette série.

Étendue =

diagramme de dispersion des objets

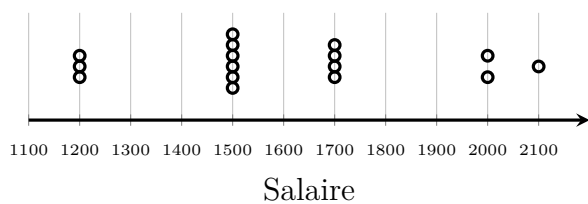


Diagramme bâton des effectifs

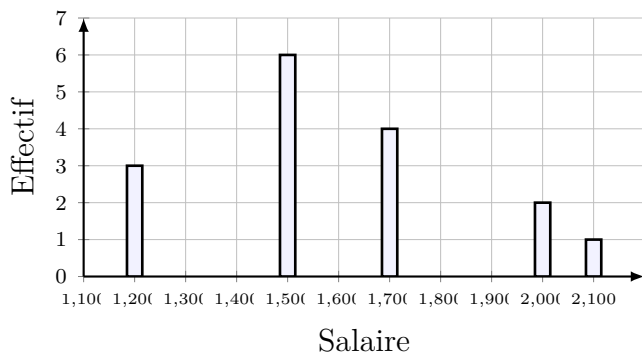
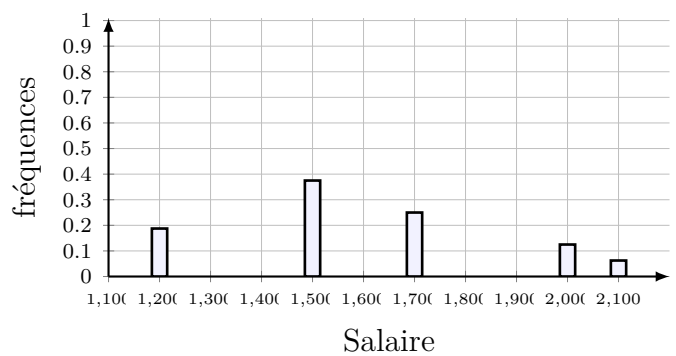
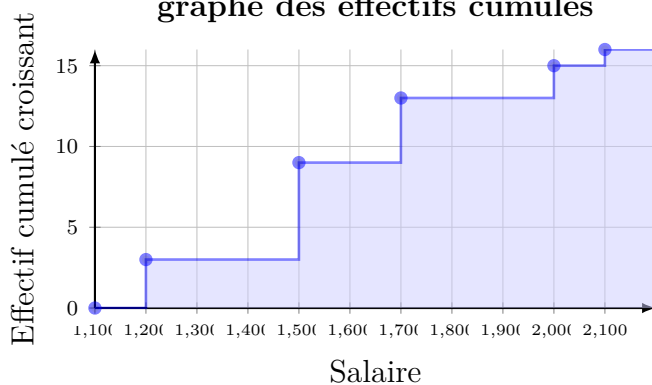


Diagramme des fréquences

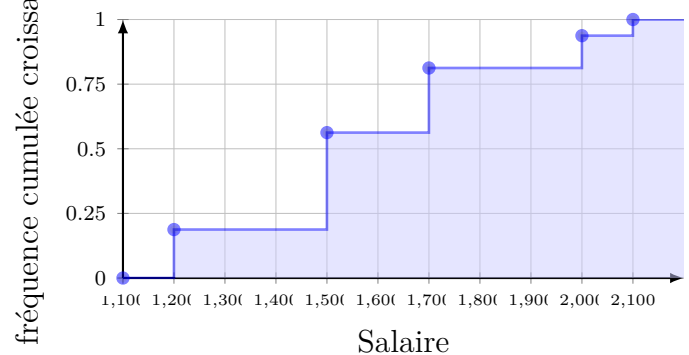


graphe des effectifs cumulés



fréquence cumulée croissante

graphe des fréquence cumulées



11.2 Valeurs centrales d'une série statistiques : Moyenne et Médiane

Définition 11.3 La **moyenne** (du descripteur) d'une série statistique est la somme des valeurs prises par les objets (les individus) divisée par l'effectif total.

■ Exemple 11.2

Reprenons la série statistique des salaires dans notre entreprise de $N = 16$ personnes.

$$x = \{1200; 1500; 2000; 1200; 1500; 1700; 1500; 1500; 1700; 1500; 1700; 1500; 2100; 2000; 1700; 1200\}$$

$$\bar{x} = \frac{1200+1500+2000+1200+1500+1700+1500+1500+1700+1500+1700+1500+2100+2000+1700+1200}{16}$$

$$=$$

Si les valeurs du descripteur sont regroupées par classes $x_1; \dots; x_p$ d'effectifs associés $n_1; \dots; n_p$.

valeurs du descripteur	x_1	x_2	\dots	x_p
effectif de la valeur	n_1	n_2	\dots	n_p

La moyenne de la série statistique est la **moyenne** des valeurs **pondérée** par les **effectifs** correspondants :

$$\bar{x} = \frac{x_1 n_1 + x_2 n_2 + \dots + x_p n_p}{n_1 + n_2 + \dots + n_p}$$

$$\bar{x} = \frac{x_1 n_1 + x_2 n_2 + \dots + x_p n_p}{N}$$

$$\bar{x} = \frac{n_1}{N} x_1 + \frac{n_2}{N} x_2 + \dots + \frac{n_p}{N} x_p$$

■ Exemple 11.3

Reprenons la série statistique des salaires dans notre entreprise de $N = 16$ personnes.

	A	B	C	D	E	F	G
1	Salaires des employés en euros	1200	1500	1700	2000	2100	Total
2	Effectifs	3	6	4	2	1	16
3	Fréquences (écriture fractionnaire)	3/16	6/16	4/16	2/16	1/16	1

En utilisant les effectifs des valeurs :

$$\bar{x} =$$

En utilisant les fréquences des valeurs :

$$\bar{x} =$$

Définition 11.4 — La médiane. On suppose que les valeurs de la série statistique sont rangés dans l'ordre croissant $x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_p$.

La médiane de la série statistique est la valeur notée **Me** qui sépare la série en deux parties de même effectif.

- ▮ La moitié (50%) des individus ont une valeur qui est **plus petite ou égale** à cette médiane
- ▮ La moitié (50%) des individus ont une valeur qui est **plus grande ou égale** à cette médiane

■ **Exemple 11.4**

Calculons les médianes pour chacune des deux séries :

1. **Série A** : $= \{6; 1; 7; 20; 5; 2; 4\}$.

2. **Série B** : $= \{5; 8; 6; 11; 8; 10; 18; 14\}$.

Proposition 11.5 — Méthode de calcul de la médiane. Pour déterminer la médiane d'une série statistique d'effectif total N , on range les valeurs par ordre croissant :

- ▮ Si N est **impair**, la médiane est la **valeur centrale**
- ▮ Si N est **pair**, la médiane est la **demi-somme des deux valeurs centrales**.

Exercice 1

Calculer le salaire médian d'un membre du personnel de l'[11.1](#) et **interpréter** le résultat.

Méthode 1 à partir des données brutes :

$$x = \{1200; 1500; 2000; 1200; 1500; 1700; 1500; 1500; 1700; 1500; 1700; 1500; 2100; 2000; 1700; 1200\}$$

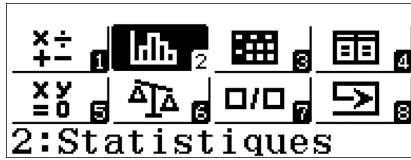
Méthode 2 à partir d'un tableau des effectifs :

	A	B	C	D	E	F	G
1	Salaires des employés en euros	1200	1500	1700	2000	2100	Total
2	Effectifs	3	6	4	2	1	16
3	Effectifs cumulés						

11.3 Point calculatrice

Choisir l'onglet statistiques **MENU** **2**, et sélectionner « 1 variable » puis rentrer les données de la série.

(⚠ ne pas mélanger valeurs et effectifs !)



```
1:1 variable
2:y=ax+b
```

	\times	EFF
1	1200	3
2	1500	6
3	1700	4
4	2000	2

1200

Pour afficher la moyenne et la médiane, appuyer sur **OPTN** puis choisir « Cal à 1 variable ». Le premier écran affiche la moyenne \bar{x} , et le deuxième la médiane et l'effectif total N .

```
1:Sélect type
2:Éditeur
3:Calc à 1 variab
4:Calc stat
```

```
 $\bar{x}$  =1593,75
 $\Sigma x$  =25500
 $\Sigma x^2$  =41790000
 $\sigma^2 x$  =71835,9375
 $\sigma x$  =268,0222705
 $s^2 x$  =76625
```

```
sx =276,8122107
n =16
min(x) =1200
Q1 =1500
med =1500
Q3 =1700
```

Réglages Si vous n'avez pas de colonnes pour les effectifs, aller dans réglages **SECONDE** **MENU** **▼** **1**, choisir statistiques et activer la colonnes effectifs.

```
1:Statistiques
2:Tableur
3:Tableau
4:Algorithme
```

```
Effectif ?
1:Activé
2:Désactivé
```

11.4 Exercices

Exercice 1

1. La moyenne de 4 nombres est 22. Les 3 premiers sont 22, 28 et 25. Trouver le 4^e.
2. La moyenne de 5 nombres est 22. Les 4 premiers sont 20, 28, 25 et 17. Trouver le 5^e.
3. La moyenne de 6 nombres est 15. La moyenne des 5 premiers est 20. Trouver le 6^e.
4. La moyenne de 5 nombres est 11. La moyenne des 3 premiers est 8, les derniers sont égaux. Trouver les 2 derniers.

Exercice 2

Soit la série statistique $x = \{15; \quad 5; \quad a; \quad 7; \quad 9; \quad 17\}$. Pour quelle valeur de a , la moyenne des 3 premier nombres de la série x est égale à la moyenne des 4 derniers ?

Exercice 3

Dans une classe il y a 15 filles dont la taille moyenne est 1,65m et 10 garçons dont la taille moyenne est 1,80m. Calculer la taille moyenne des élèves de la classe.

■ Exemple 11.6

On étudie le poids des baggages des clients. Les valeurs des descripteurs sont regroupées par classes.

Masse x (en kg)	$0 < x \leq 8$	$8 < x \leq 16$	$16 < x \leq 24$	$24 < x \leq 32$
Centre de la classe				
Effectif	3	6	7	4

Pour calculer la moyenne de cette série :

Étape 1 Calculer le centre de chaque classe en faisant la moyenne des deux bornes de l'intervalle.

Étape 2 Calculer la moyenne pondérée de la série en prenant comme valeurs les centres des classes.

Exercice 4

Calculer les moyennes de chacune des séries statistiques suivantes.

Masse x (en kg)	Effectif	Masse x (en kg)	Effectif	Masse x (en kg)	Effectif	Masse x (en kg)	Effectif
$0 < x \leq 10$	1	$0 < x \leq 20$	6	$1 < x \leq 21$	6	$1 < x \leq 21$	6
$10 < x \leq 20$	2	$20 < x \leq 40$	8	$21 < x \leq 41$	8	$21 < x \leq 41$	8
$20 < x \leq 30$	4	$40 < x \leq 60$	4	$41 < x \leq 61$	4	$41 < x \leq 81$	24
$30 < x \leq 40$	3	$60 < x \leq 80$	20	$61 < x \leq 81$	20		

Exercice 5

Un concours est organisé dans deux centres d'examens. Dans le premier centre, les garçons ont obtenu 13 de moyenne et les filles 12 de moyenne. Dans le second centre, les garçons ont obtenu 9 de moyenne

et les filles 8 de moyenne.

Le président du jury en déduit que les garçons ont eu de meilleurs résultats que les filles. Est-ce si sûr?

Sachant qu'il y avait 58 garçons et 104 filles dans le premier centre, et 87 garçons et 32 filles dans le second centre, calculer la moyenne générale des garçons puis celle des filles. Conclure.

Exercice 6

Dans une classe la moyenne générale des élèves est 11/20. Il y a 30% de filles dont la moyenne est deux points au dessus de celle des garçons. Calculer la moyenne générale des filles de cette classe, puis celle des garçons

Exercice 7

Calculer la médiane de chacune des séries statistiques suivantes. Justifier votre choix.

- | | |
|---------------------------------|----------------------------------|
| 1. $x = \{-33; 3; 7; 11; 210\}$ | 4. $x = \{2; 4; 3; 6; 7; 8\}$ |
| 2. $x = \{33; 3; 7; 11; 210\}$ | 5. $x = \{2; 4; 3; 6; 7; -8\}$ |
| 3. $x = \{33; 3; -7; 11; 210\}$ | 6. $x = \{2; -3; 4; -6; 7; -8\}$ |

Exercice 8

L'entraîneur d'un club d'athlétisme a relevé les performances de ses lanceuses de poids sur cinq lancers. Voici une partie des relevés qu'il a effectués (il manque trois performances pour une des lanceuses) :

		Lancers				
		n° 1	n° 2	n° 3	n° 4	n° 5
Perfor- mances (en mètre)	So- lenne	17,8	17,9	18	19,9	17,4
	Ra- chida	17,9	17,6	18,5	18	19
	Sarah	18	?	19,5	?	?

La série d'une des lanceuses a pour moyenne 18,2 m, médiane de 18 m et d'étendue 2,5 m.

- Expliquer pourquoi ces caractéristiques ne concernent ni les résultats de Solenne, ni ceux de Rachida.
- Les caractéristiques données sont donc celles de Sarah. Son meilleur lancer est de 19,5 m.

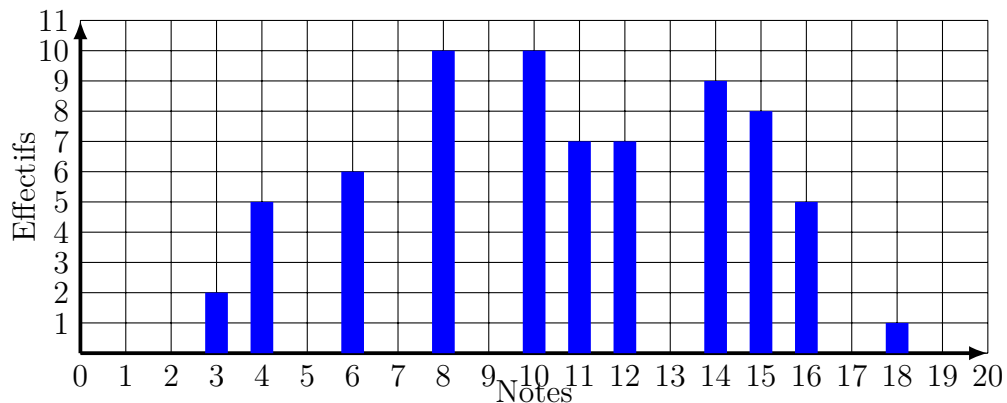
Indiquer quels peuvent être les trois lancers manquants de Sarah ?

Exercice 9

- Créer une série statistique de 3 valeurs de moyenne 42, de médiane 35 et dont l'étendue est 25.
- Créer une série statistique de 7 valeurs de moyenne 42, de médiane 35 et dont l'étendue est 25.
- Créer une série statistique de 7 valeurs de moyenne 42, de médiane 35 et dont l'étendue est 32.

Exercice 10

Le diagramme en bâtons ci-dessous donne la répartition des notes au dernier contrôle commun, de deux classes de Seconde d'un lycée.



1. Quels sont les objets et le descripteur étudié ?

2. Compléter le tableau suivant :

Notes	3	4	6	8	10	11	12	14	15	16	18	To- tal
Effectifs												
E.C.C.												X

3. Calculer l'étendue de la série statistique.

4. Calculer la moyenne de la série statistique. Ecrire le calcul à effectuer.

5. Calculer la médiane. Justifier le choix et interpréter le résultat.

Exercice 11

Voici les tailles, en cm, de jeunes plants de blé 10 jours après la mise en germination.

Taille (en cm)	0	10	15	17	18	19	20	21	22
Effectif	1	4	6	2	3	3	4	4	2

1. Quels sont les objets et le descripteur étudié ?

2. Donner l'effectif total de cette série.

3. Calculer l'étendue de cette série statistique.

4. Donner la moyenne de cette série statistique. Écrire le calcul à effectuer.

5. Déterminer la médiane de cette série. Justifier le choix et interpréter ce résultat.

Exercice 12

On donne la série suivante donnant l'âge des élèves d'un lycée :

Valeur	14	15	16	17	18	19
Effectif	50	250	300	200	150	50

a) Calculer la moyenne de cette série. Donner l'arrondi à l'unité. **Détailler les calculs.**

b) Déterminer la médiane. **Justifier le choix.**

Exercice 13

20 minutes

Document n° 1

Le surpoids est devenu un problème majeur de santé, celui-ci prédispose à beaucoup de maladies et diminue l'espérance de vie.

L'indice le plus couramment utilisé est celui de masse corporelle (IMC).

Document n° 2

L'IMC est une grandeur internationale permettant de déterminer la corpulence d'une personne adulte entre 18 ans et 65 ans.

Il se calcule avec la formule suivante : $IMC = \frac{\text{masse}}{\text{taille}^2}$ avec « masse » en kg et « taille » en m.

Normes : $18,5 \leq IMC < 25$ corpulence normale

$25 \leq IMC < 30$ surpoids

$IMC > 30$ obésité

1. Dans une entreprise, lors d'une visite médicale, un médecin calcule l'IMC de six des employés. Il utilise pour cela une feuille de tableur dont voici un extrait :

	A	B	C	D	E	F	G
1	Taille (en m)	1,69	1,72	1,75	1,78	1,86	1,88
2	Masse (en kg)	72	85	74	70	115	85
3	IMC (*)	25,2	28,7	24,2	22,1	33,2	24,0
4	(*) valeur approchée au dixième						

- a) Combien d'employés sont en situation de surpoids ou d'obésité dans cette entreprise ?
 b) Laquelle de ces formules a-t-on écrite dans la cellule B3, puis recopiée à droite, pour calculer l'IMC ?

$$= 72 / 1,69^2$$

$$= B1 / (B2 * B2)$$

$$= B2 / (B1 * B1)$$

$$= \$B2 / (\$B1 * \$B1)$$

2. Le médecin a fait le bilan de l'IMC de chacun des 41 employés de cette entreprise. Il a reporté les informations recueillies dans le tableau suivant dans lequel les IMC ont été arrondis à l'unité près.

IMC	20	22	23	24	25	29	30	33	Total
Effectif	9	12	6	8	2	1	1	2	41

- a) Calculer une valeur approchée, arrondie à l'entier près, de l'IMC moyen des employés de cette entreprise.
 b) Quel est l'IMC médian ? Interpréter ce résultat.
 c) On lit sur certains magazines : « On estime qu'au moins 5 % de la population mondiale est en surpoids ou est obèse ». Est-ce le cas pour les employés de cette entreprise ?

