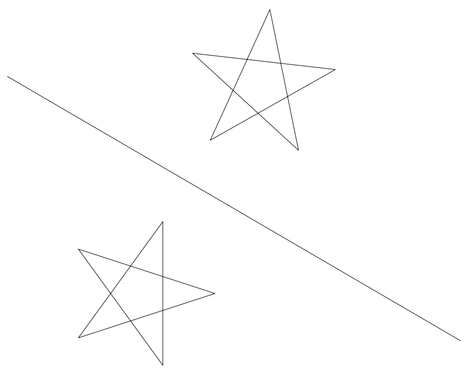
Chapitre

Transformations du plan 2

2.1 La symétrie axiale

Transformer une figure par **symétrie axiale**, c'est la retourner en pliant le long d'un axe. Les deux figures symétriques doivent se su-



perposer parfaitement après un pliage le long de l'axe de symétrie.

Définition 2.1 Les points M' et M sont symétriques par rapport à l'axe Δ lorsque Δ est la **médiatrice** du segment $[MM']$.

L'image d'un point de Δ par la symétrie d'axe Δ est lui-même.

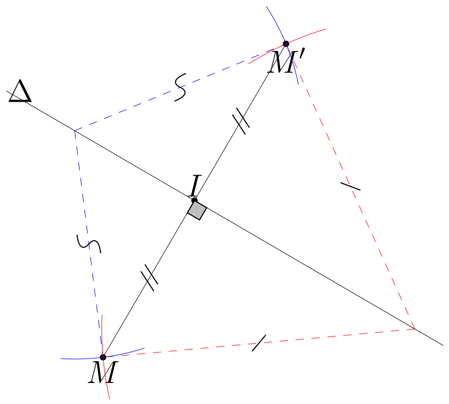


Figure 2.1 – M' est le symétrique de M par rapport à Δ

2.1.1 Exercices : symetries axiales et centrales

2.2 La translation

Transformer une figure par translation, c'est la glisser sans la tourner.

Définition 2.2 La translation qui transforme le point P en Q s'appelle (translation de) vecteur $\overrightarrow{PQ}$. Elle est caractérisée par :

une **direction** parallèle à la droite (PQ)

un **sens** de P vers Q.

une **longueur** la longueur PQ.

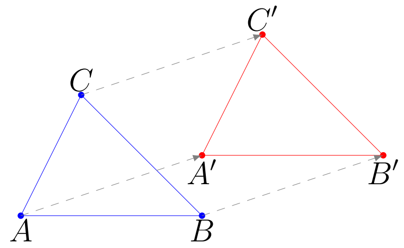


Figure 2.2 – La translation de vecteur $\overrightarrow{AA'}$, transforme le triangle ABC en $A'B'C'$.

2.2.1 Exercices : translations

On peut décrire une translation par un couple vertical $\begin{pmatrix}4\\-3\end{pmatrix}$.

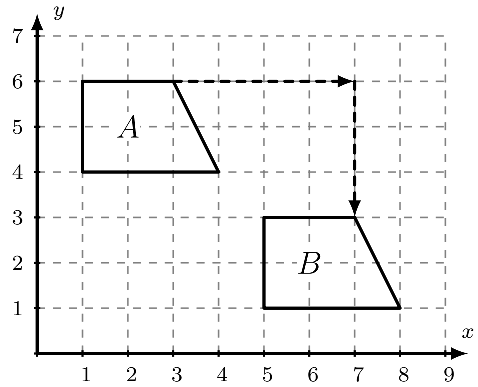
Le nombre du haut représente le déplacement horizontal :

vers la gauche si négatif ou *vers la droite si positif*

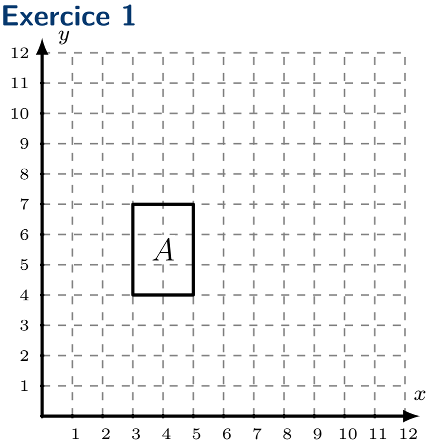
Le nombre du bas représente le déplacement vertical :

vers le bas si négatif ou *vers la haut si positif*

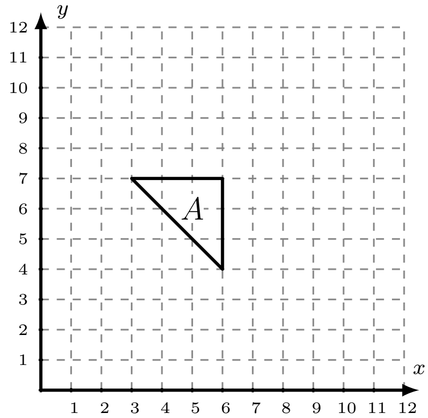
La figure B est l'image de la figure A par la translation $\begin{pmatrix}4\\-3\end{pmatrix}$.



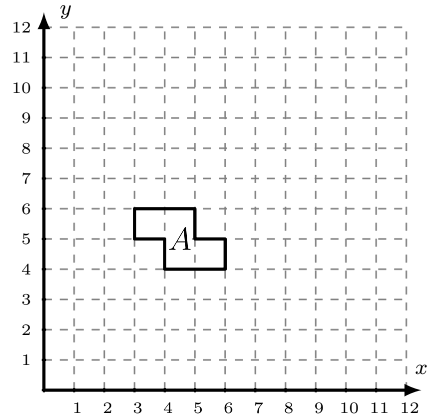
Exercice 1



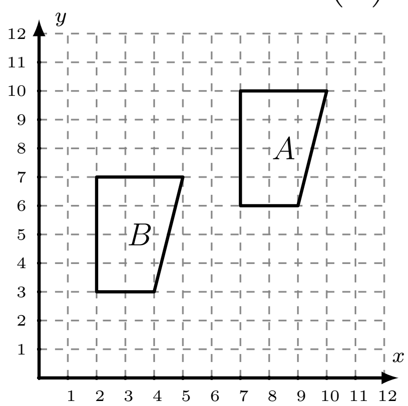
Tracer l'image par la translation $\begin{pmatrix}4\\-3\end{pmatrix}$.



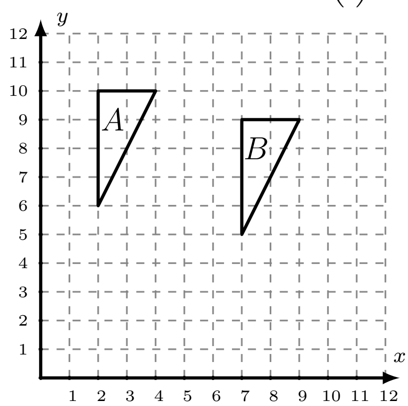
Tracer l'image par la translation $\begin{pmatrix}4\\3\end{pmatrix}$.



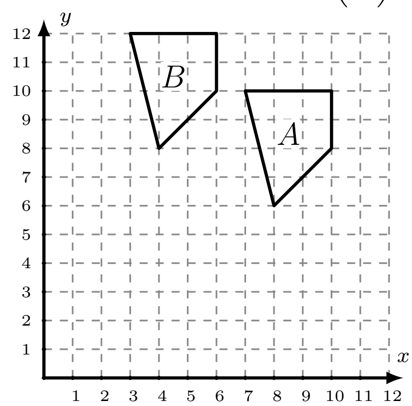
Tracer l'image par la translation $\begin{pmatrix}0\\-3\end{pmatrix}$.



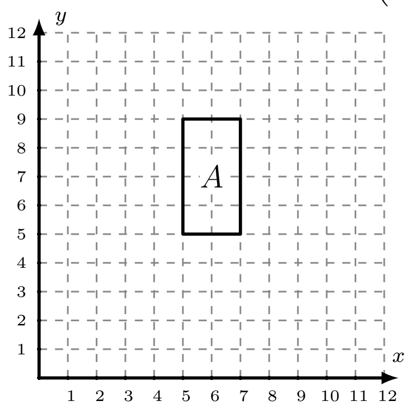
B est l'image de A par la translation $\begin{pmatrix}\dots\\\dots\end{pmatrix}$.



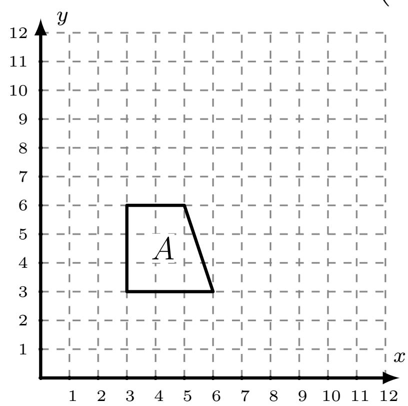
B est l'image de A par la translation $\begin{pmatrix}\dots\\\dots\end{pmatrix}$.



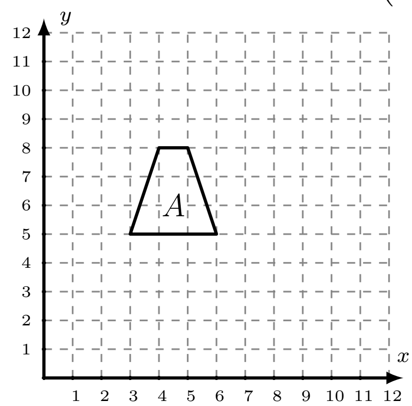
B est l'image de A par la translation $\begin{pmatrix}\dots\\\dots\end{pmatrix}$.



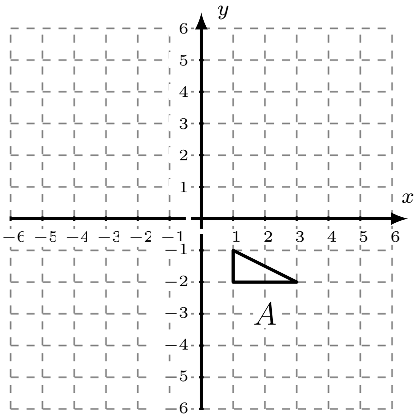
Tracer l'image par la translation $\begin{pmatrix}3\\1\end{pmatrix}$.



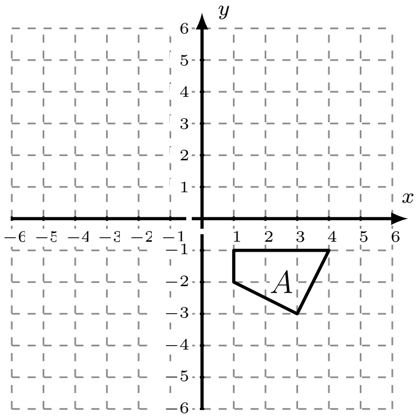
Tracer l'image par la translation $\begin{pmatrix}3\\5\end{pmatrix}$.



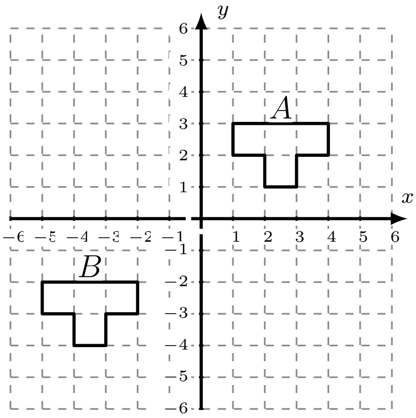
Tracer l'image par la translation $\begin{pmatrix}4\\-4\end{pmatrix}$.



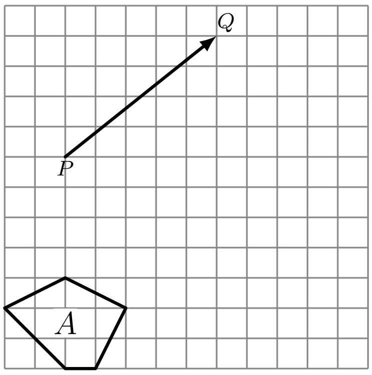
Tracer l'image par la translation $\begin{pmatrix}-5\\4\end{pmatrix}$.



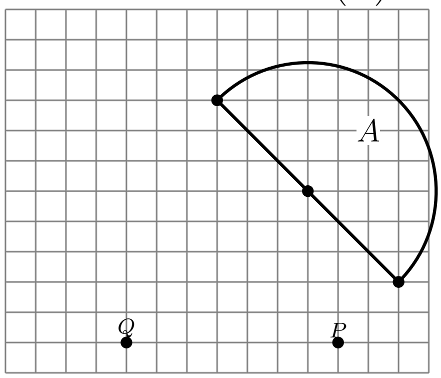
Tracer l'image par la translation $\begin{pmatrix}-5\\-2\end{pmatrix}$.



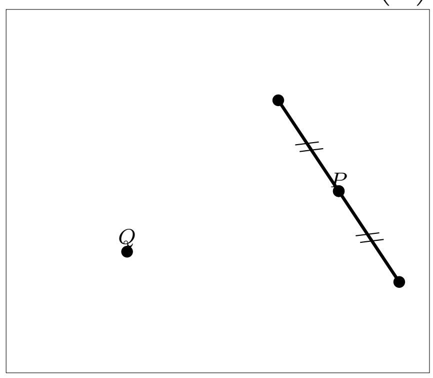
B est l'image de A par la translation $\begin{pmatrix}\dots\\\dots\end{pmatrix}$.



Tracer l'image par la translation de vecteur $\overrightarrow{PQ}$



Tracer l'image par la translation qui transforme P en Q



Tracer l'image par la translation qui transforme P en Q

Exercice 2 Complétez

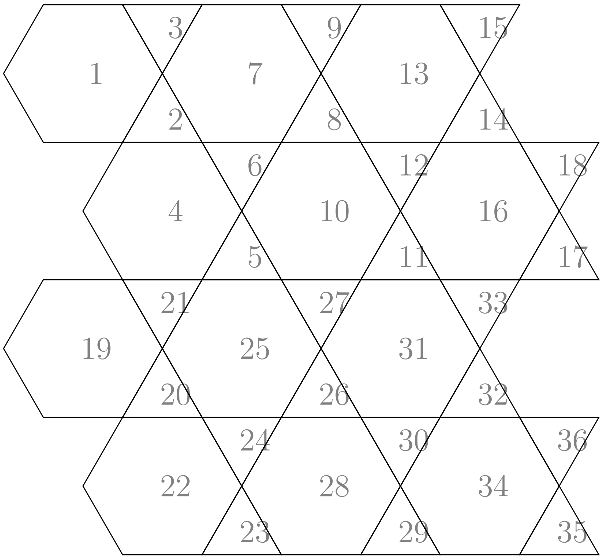
1) Dans la translation qui transforme la figure 63 en la figure 120, l'image de la figure 58 est la figure ....
2) Dans la translation qui transforme la figure 43 en la figure 89, l'image de la figure 58 est la figure ....
3) Dans la translation qui transforme la figure 85 en la figure 98, l'image de la figure 58 est la figure ....
4) Dans la translation qui transforme B ent E, l'image de la figure 36 est la figure ....
5) Dans la translation qui transforme A ent C, l'image de la figure 98 est la figure ....
6) Dans la translation qui transforme E ent C, l'image de la figure 40 est la figure ....

114	115	116	117	118	119	120	121	122	123
104	105	106	107	108	109	110	111	112	113
94	95	96	97	98	99	100	101	102	103
84	85	86	87	88	89	90	91	92	93
74	75	76	77	78	79	80	81	82	83
64	65	66	67	68	69	70	71	72	73
54	55	56	57	58	59	60	61	62	63
44	45	46	47	48	49	50	51	52	53
34	35	36	37	38	39	40	41	42	43
24	25	26	27	28	29	30	31	32	33

Exercice 3 Complétez

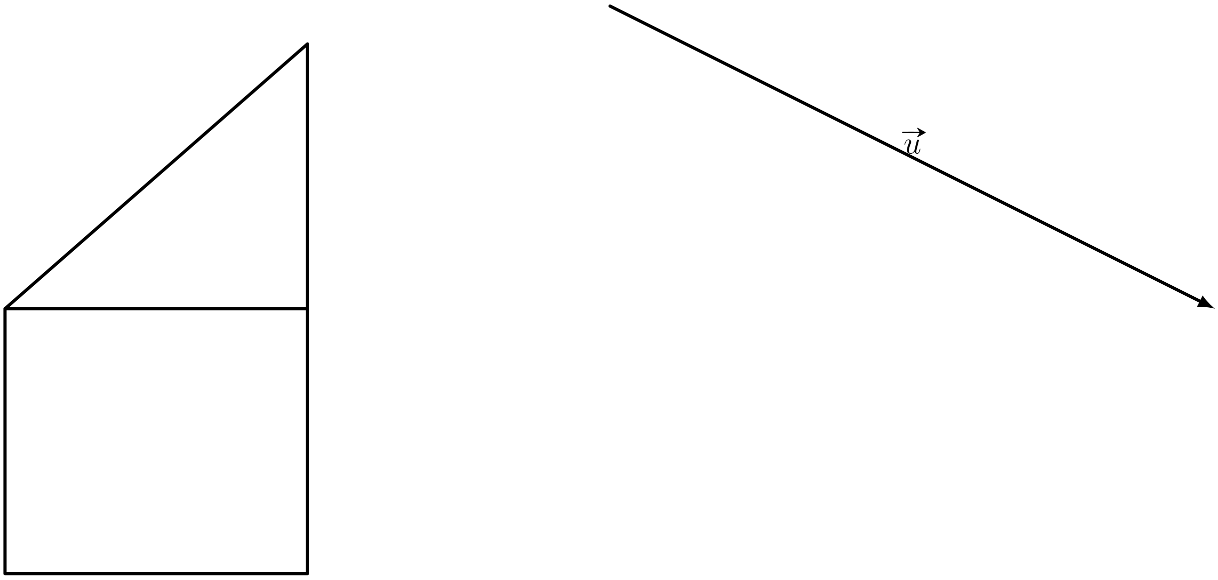
1) ABC est un triangle rectangle en C et d'hypoténuse de longueur 5 cm. A', B' et C' sont les images par une translation. Alors $\widehat{A'C'B'} =$ .... et $A'B' =$ ....
2) Dans une translation, chaque point d'une figure se déplace d'une .... distance dans la .... direction, et la figure image a la .... forme et la .... aire.
3) Si B est l'image de A par la translation qui transforme C en D, alors ($ABCD/ABDC$) est un parallélogramme (faire un schéma).

Exercice 4

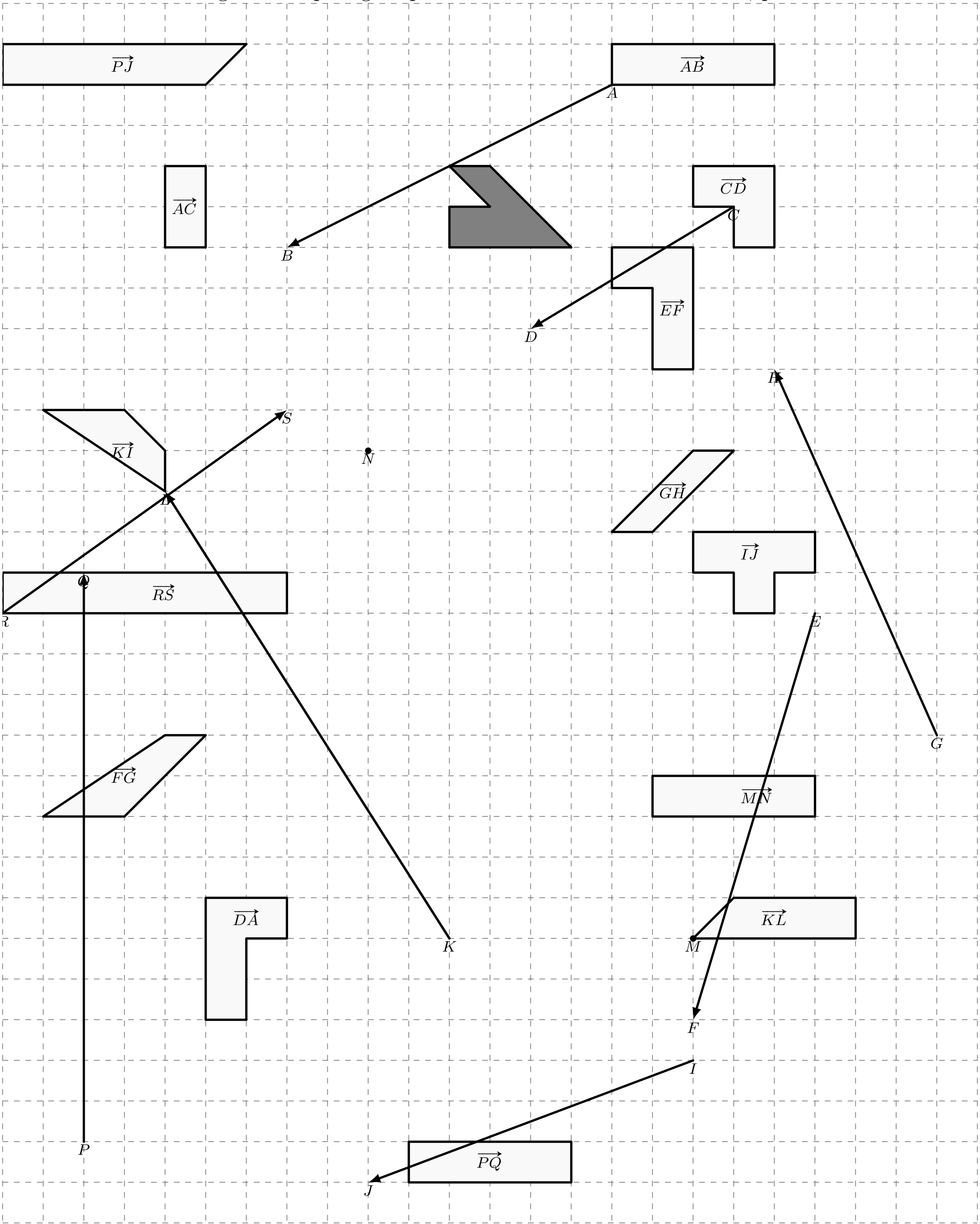


1) L'image de la figure 14 par la translation transformant la figure 14 en 23 est la figure . . . .
2) L'image de la figure 13 par la translation transformant la figure 14 en 23 est la figure . . . .
3) L'image de la figure 15 par la translation transformant la figure 14 en 23 est la figure . . . .
4) L'image de la figure . . . . par la translation transformant la figure 7 en 16 est la figure 28
5) L'image de la figure . . . . par la translation transformant la figure 8 en 26 est la figure 22

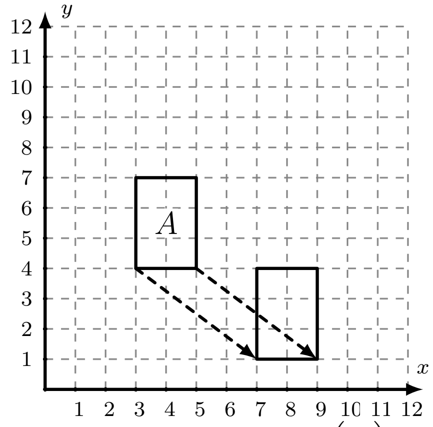
Exercice 5 — animation. Construis l'image de la figure ci-dessous par la translation de vecteur $\vec{u}$.



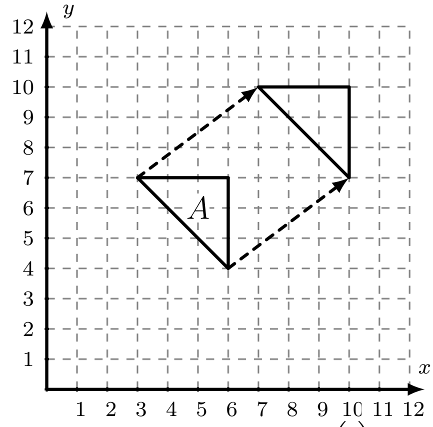
Exercice 6 Trace l'image de chaque figure par la translation de vecteur donné, pour retrouver le mot caché.



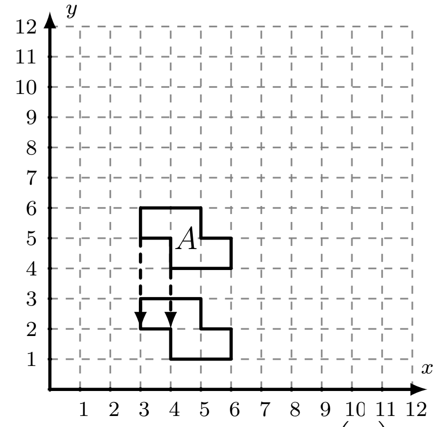
solution de l'exercice 1.



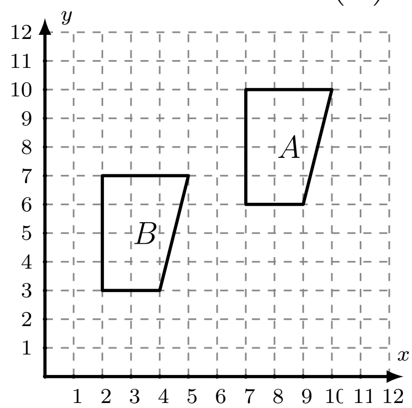
Tracer l'image par la translation $\begin{pmatrix}4\\-3\end{pmatrix}$.



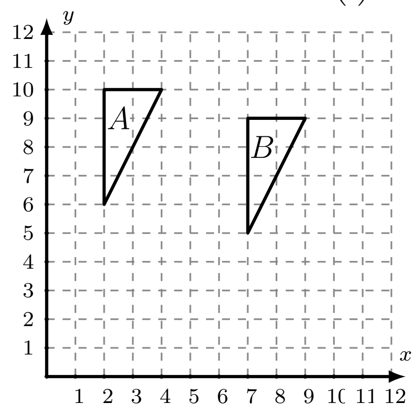
Tracer l'image par la translation $\begin{pmatrix}4\\3\end{pmatrix}$.



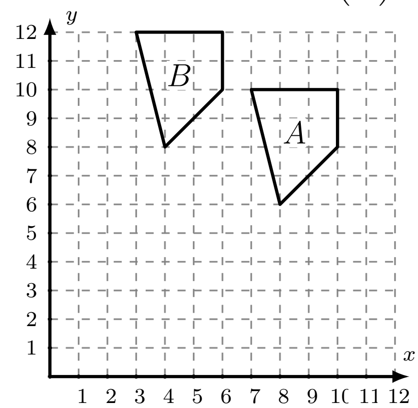
Tracer l'image par la translation $\begin{pmatrix}0\\-3\end{pmatrix}$.



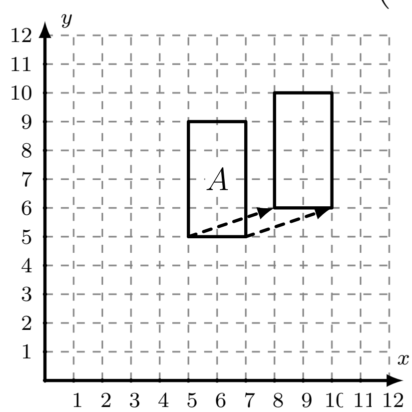
B est l'image de A par la translation $\begin{pmatrix}-5\\-3\end{pmatrix}$.



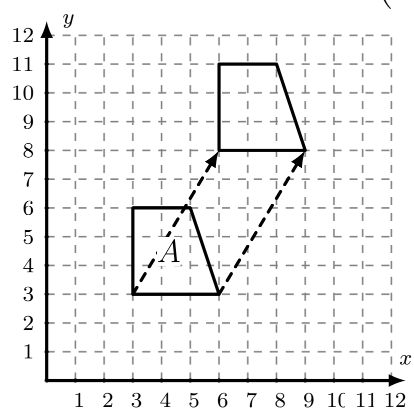
B est l'image de A par la translation $\begin{pmatrix}5\\-1\end{pmatrix}$.



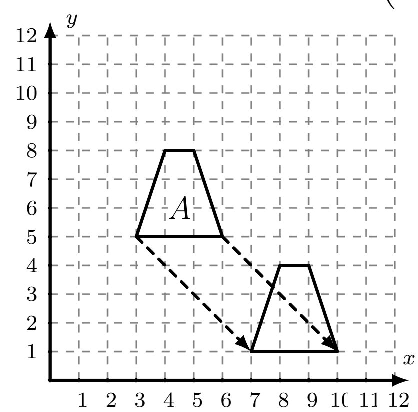
B est l'image de A par la translation $\begin{pmatrix}4\\-2\end{pmatrix}$.



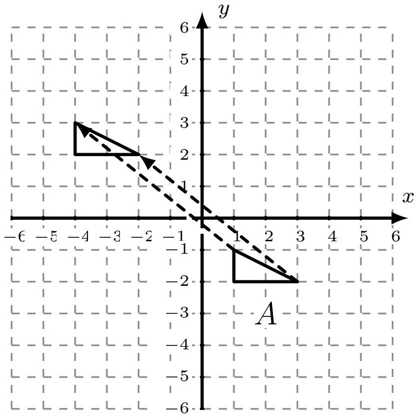
Tracer l'image par la translation $\begin{pmatrix}3\\1\end{pmatrix}$.



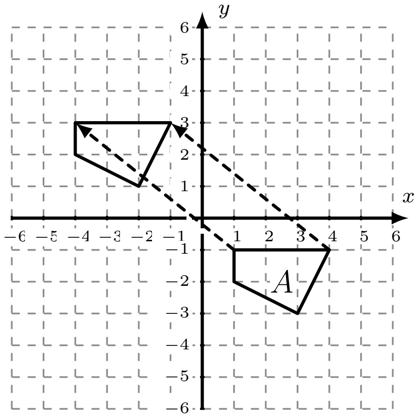
Tracer l'image par la translation $\begin{pmatrix}3\\5\end{pmatrix}$.



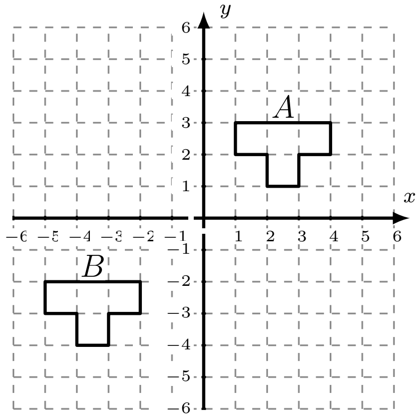
Tracer l'image par la translation $\begin{pmatrix}4\\-4\end{pmatrix}$.



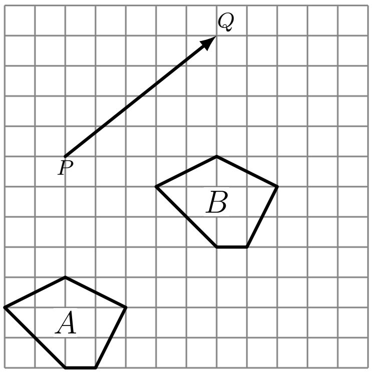
Tracer l'image par la translation $\begin{pmatrix}-5\\4\end{pmatrix}$.



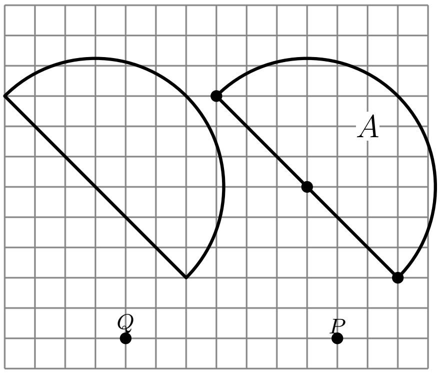
Tracer l'image par la translation $\begin{pmatrix}-5\\-2\end{pmatrix}$.



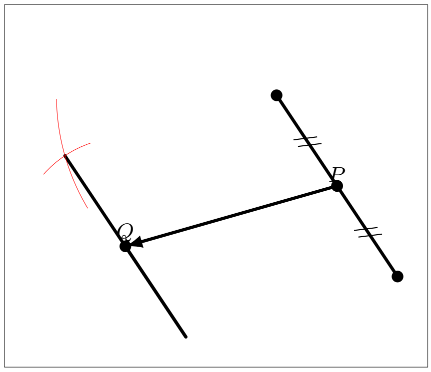
B est l'image de A par la translation $\begin{pmatrix}-6\\-5\end{pmatrix}$.



Tracer l'image par la translation de vecteur $\overrightarrow{PQ}$



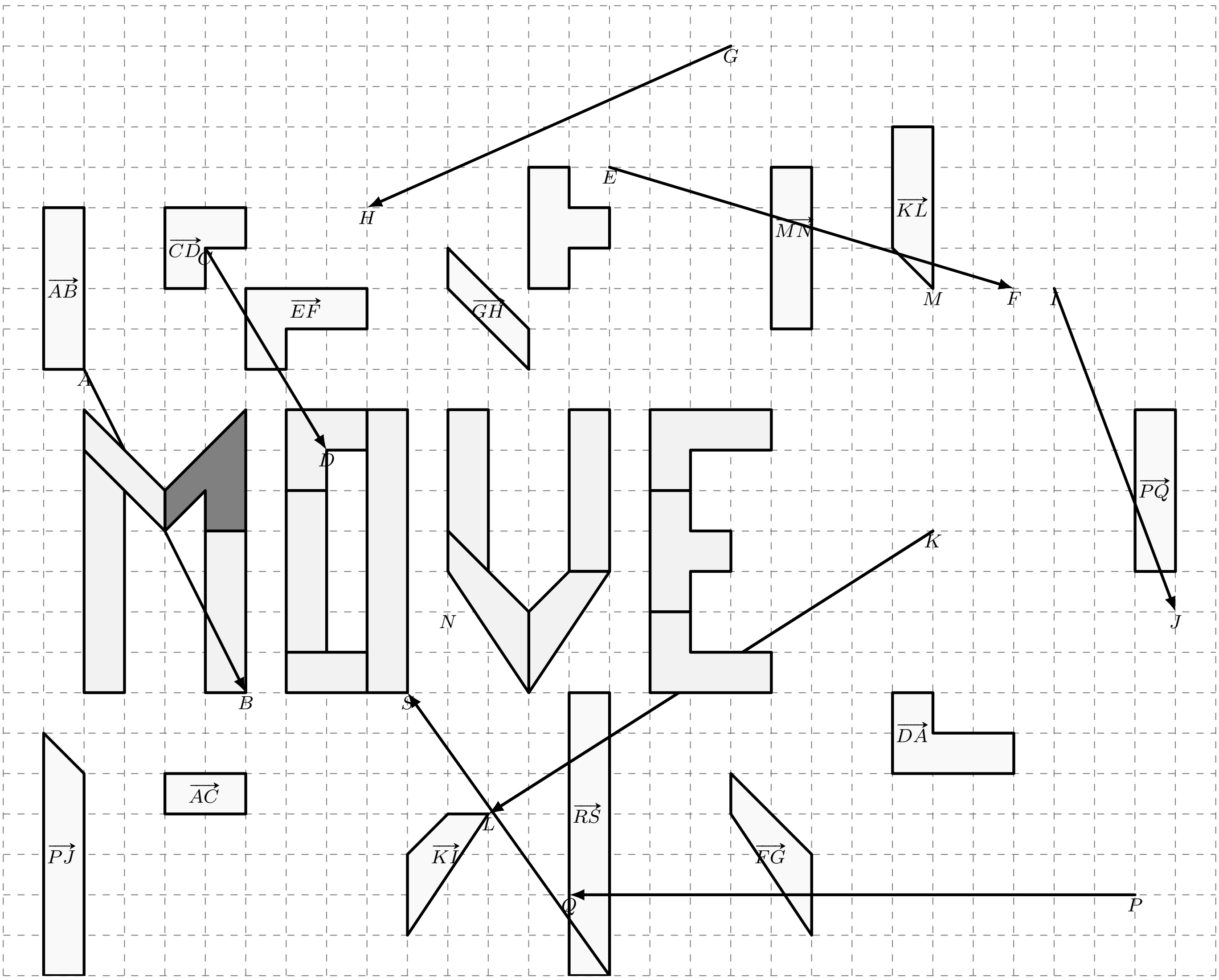
Tracer l'image par la translation qui transforme P en Q



Tracer l'image par la translation qui transforme P en Q

■

solution de l'exercice 6. ■



2.3 Figures égales

Définition 2.3 — figures égales. Deux figures sont égales si elles sont superposables : elles ont la même forme et la même taille.

■ **Exemple 2.1** Les triangles ABC et IJK de la figure 2.3 sont égaux. On a les 6 égalités suivantes :

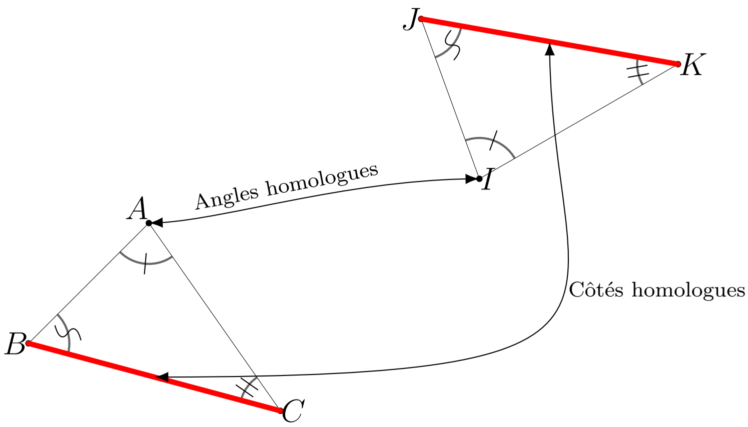
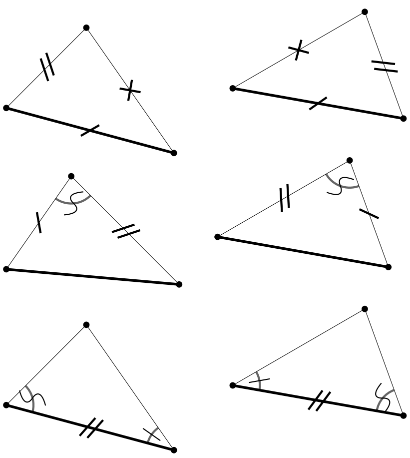


Figure 2.3 – ABC et IJK sont égaux.

$\widehat{A} = \widehat{I}$	$\widehat{B} = \widehat{J}$	$\widehat{C} = \widehat{K}$
$BC = JK$	$AC = IK$	$AB = IJ$

Pour dire que les triangles sont égaux on écrira : $ABC \cong IJK$. Attention à l'ordre à respecter pour signaler les sommets homologues :

$$ABC \cong IJK$$



Postulat 2.2 — Critère CCC. Si deux triangles ont leurs trois côtés respectivement égaux, alors ils sont égaux.

Postulat 2.3 — Critère CAC. Si deux triangles ont un angle égal compris entre deux côtés respectivement égaux, alors ils sont égaux.

Postulat 2.4 — Critère ACA. Si deux triangles ont un côté égal adjacent à deux angles respectivement égaux, alors ils sont égaux.

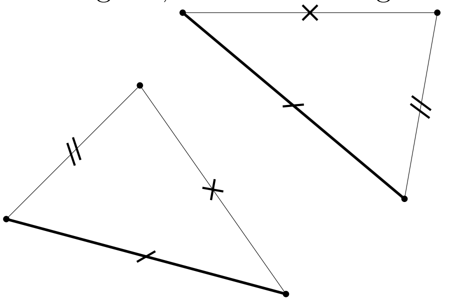
R Il n'y a pas de critère ACC

R Avoir 2 angles homologues égaux (donc aussi 3) n'est pas suffisant pour dire que les triangles sont égaux.

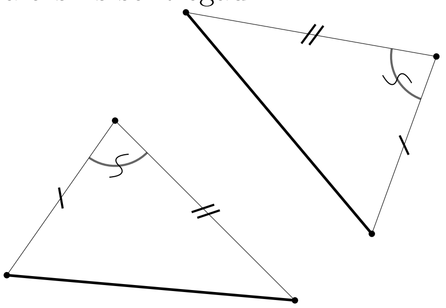
2.3.1 Exercices : triangles égaux

> Pour établir que deux figures sont égales, il faut démontrer qu'elles ont la même forme et la même taille.
> Pour des triangles, il suffit de satisfaire une des trois conditions suivantes :

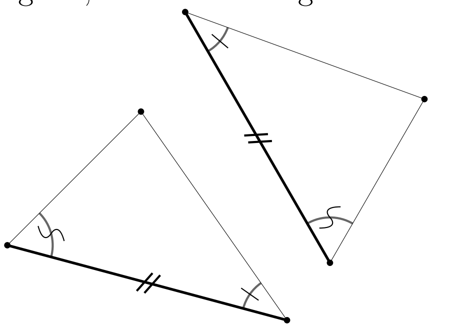
Critère CCC Si deux triangles ont leurs trois côtés respectivement égaux, alors ils sont égaux.



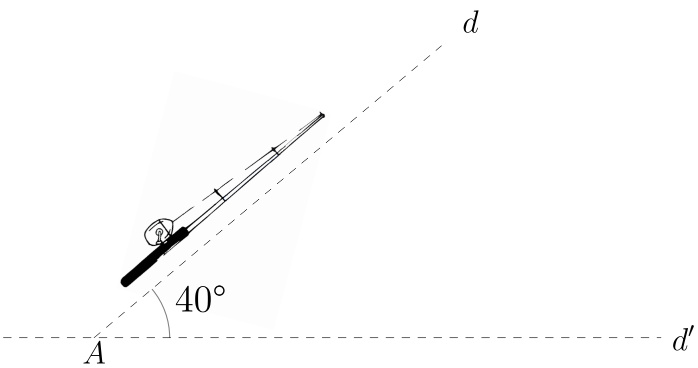
Critère CAC Si deux triangles ont un angle égal compris entre deux côtés respectivement égaux, alors ils sont égaux.



Critère ACA Si deux triangles ont un côté égal adjacent à deux angles respectivement égaux, alors ils sont égaux.



Exercice 1 — Un critère ACC ?.

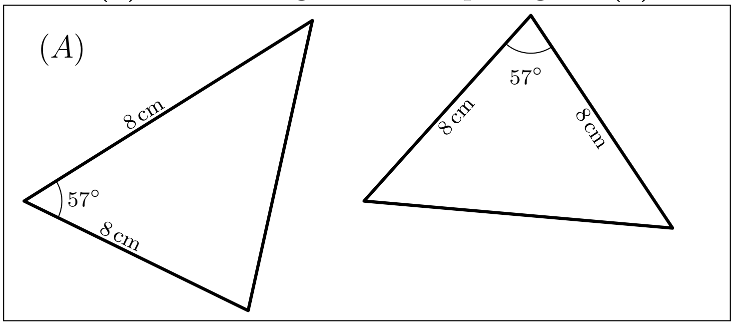


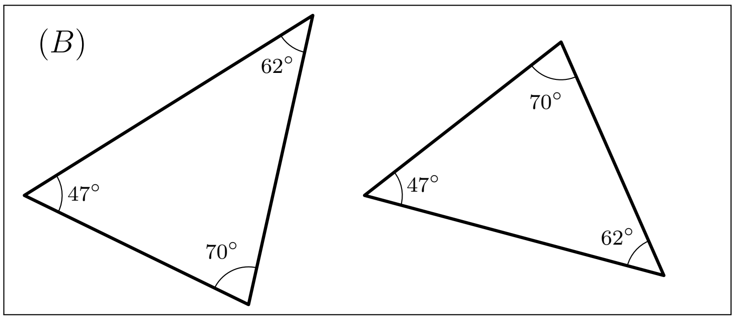
1) Placer le point B sur la demi-droite $[Ad)$ tel que $AB = 4{,}5$ cm.
2) Tracer l'arc de cercle de centre B et de rayon 3,5 cm.
3) On désigne par C et D les intersections de l'arc de cercle avec (Ad').
4) Complétez :
   $\widehat{CAB} \ldots \widehat{DAB}$; $BC = \ldots\ldots$. Les trianles ABC et ABD ....égaux.

Exercice 2 — Un critère AAA ?.

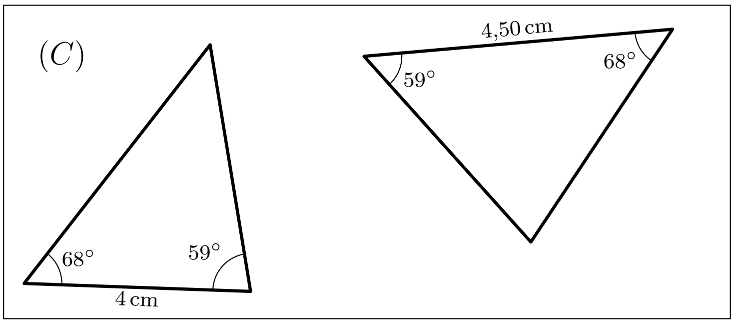
1) Placer C afin que le triangle ABC soit équilatéral.
2) Complétez le dessin pour tracer un triangle équilatéral IJK.
3) Complétez : $\widehat{A} \ldots \widehat{I}$; $\widehat{B} \ldots \widehat{J}$; $\widehat{C} \ldots \widehat{K}$.
   Les trianles ABC et IJK ....égaux.

Exercice 3 Pour les paires de triangles suivantes préciser **(1)** si les triangles sont égaux et préciser le critère utilisé **(2)** si les triangles ne sont pas égaux **(3)** si on manque d'informations pour conclure.

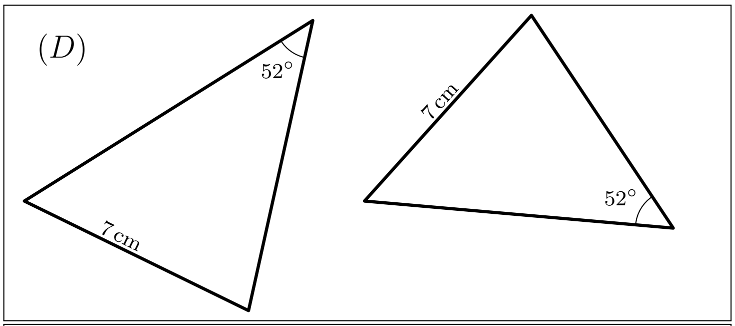




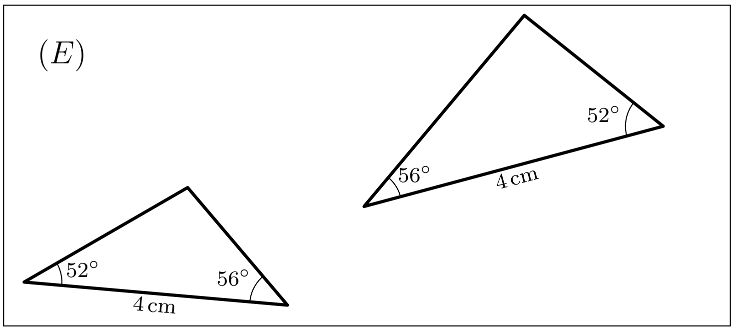
(C)



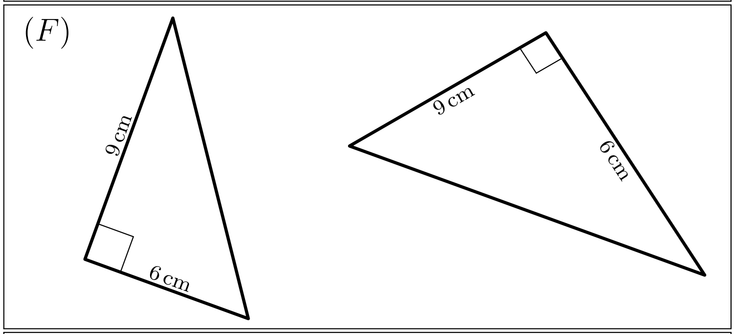
(D)



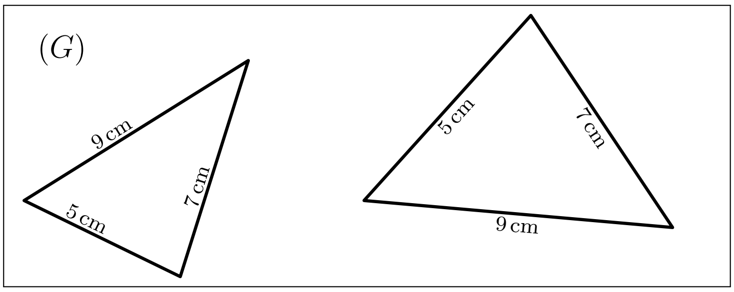
(E)



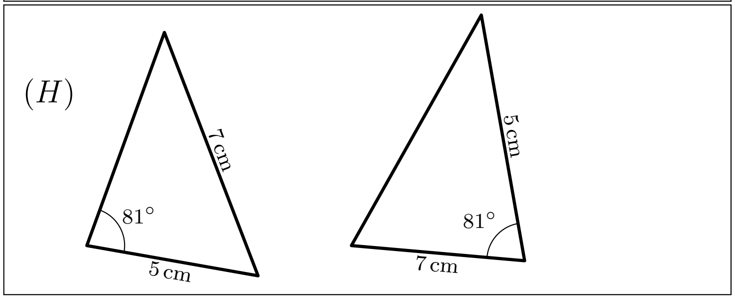
(F)



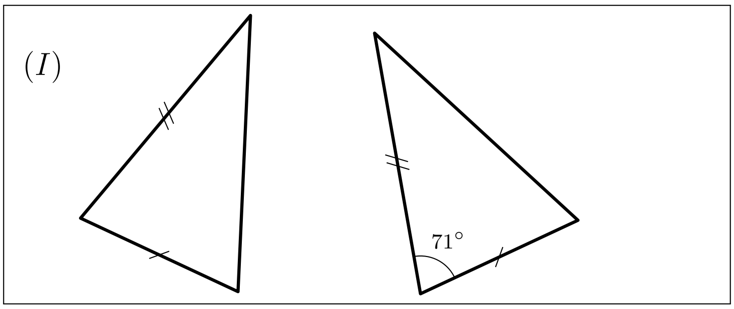
(G)



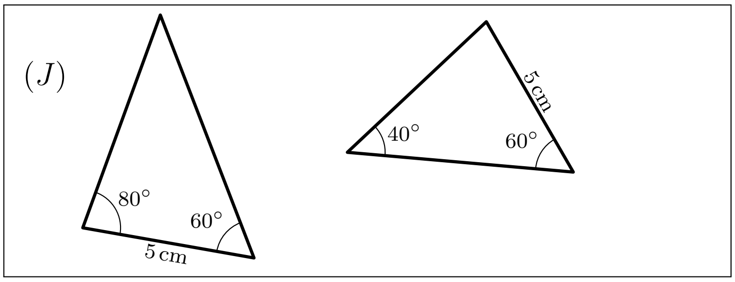
(H)



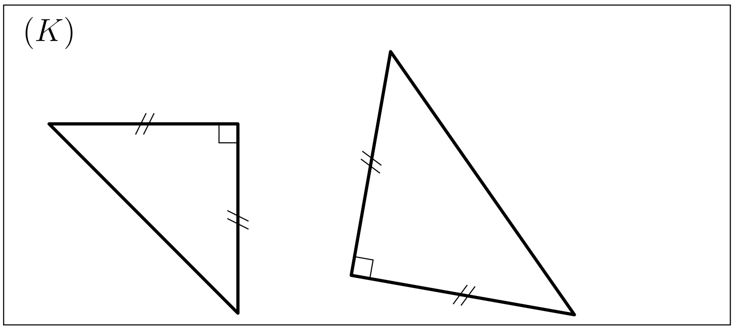
(I)



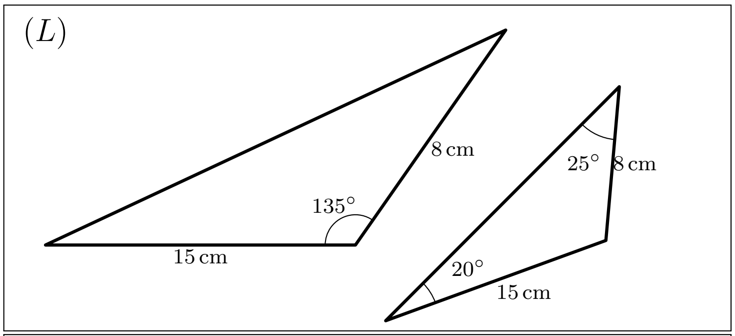
(J)



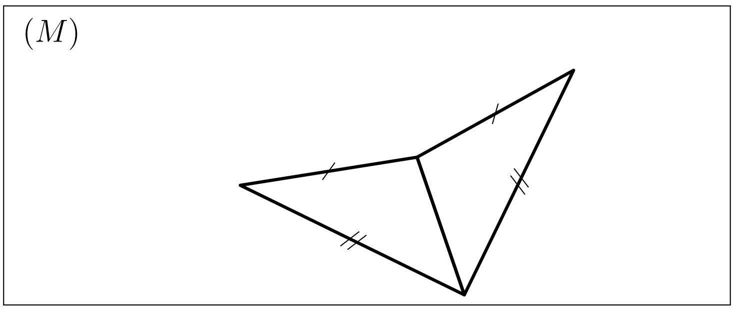
(K)



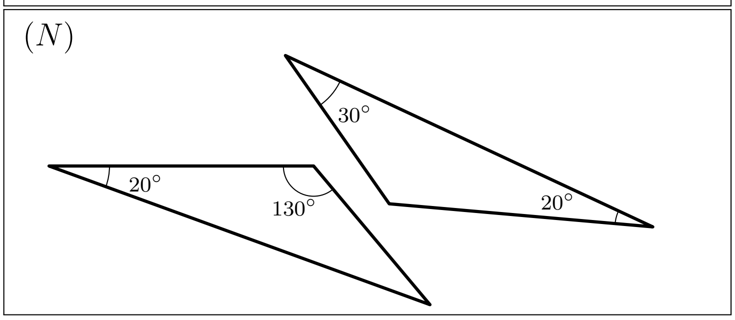
(L)



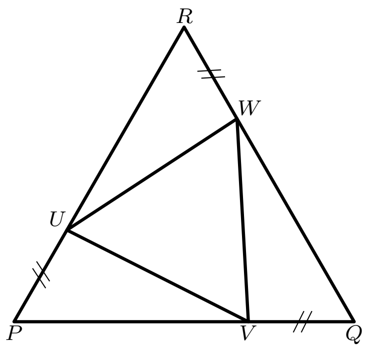
(M)



(N)



Exercice 4 Dans la figure ci-contre, PRQ est un triangle équilatéral de côté 4. On suppose que $PU = RW = VQ = 1$. Complétez pour **justifier** que UVW est aussi un triangle équilatéral.



Le triangle PRQ est équilatéral, on peut écrire : ......= ......=......,

et $\widehat{VPU} =$ .... ;$\widehat{RQP} =$ .... ;$\widehat{PRQ} =$ ....

$PV =$ ...... − ...... = ... De même $QR = RU =$ ....

On a $\widehat{UPV} =$ ......, $UP =$ ...... et $PV =$ ....

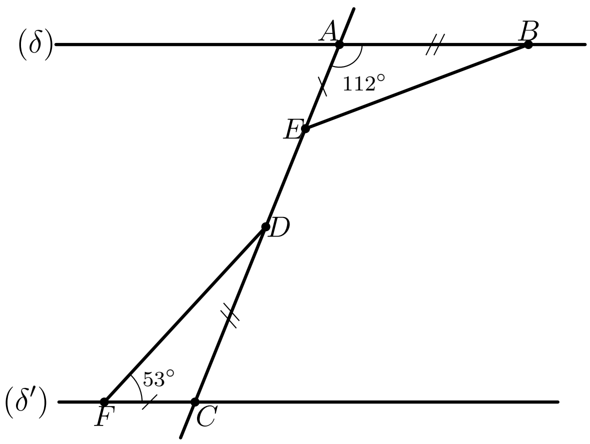
D'après le critère ....les triangles UPV et VQW sont égaux.

On a $\widehat{UPV} =$ ......, $UP =$ ...... et $PV =$ ....

D'après le critère ....les triangles UPV et RUW sont égaux.

Les côtés ....UV, VW et UW sont de même longueurs. Le triangle UVW est équilatéral.

Exercice 5 Dans la figure ci-contre, les droites (δ) et (δ') sont parallèles, $AE = FC$ et $AB = CD$. Complétez pour **justifier** qur $\widehat{ABE} = 15°$



Les angles $\widehat{EAB}$ et $\widehat{FCD}$ sont égaux car se sont deux angles ....(homologues/correspondants).

$FC =$ ......, $AB =$ ......, et $\widehat{EAB} = \widehat{FCD}$. D'après le critère . . , les triangles FCD et AEB sont égaux.

Les angles (homologues/correspondants) sont égaux :

$\widehat{ABE} =$ ...... et $\widehat{AEB} =$ ....

La somme des angles d'un triangle est égale à .... On a $\widehat{AEB} =$ ...... − ...... − ...... =........

Exercice 6 B est un point du segment $[AC]$. $ABDE$ et $CDGF$ sont des carrés. Complétez afin de **justifier** que les droites (EC) et (BG) sont égales.

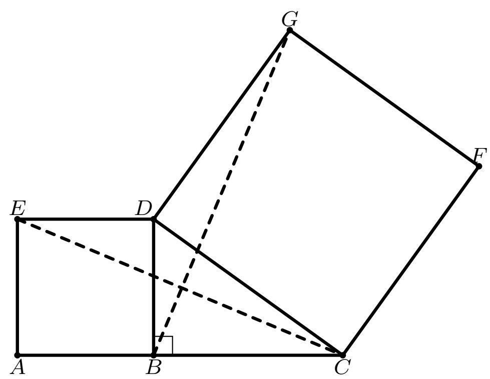
$ED =$ ...... et $DC =$ ...... car $ABDE$ et $CDGF$ sont des carrés.

$\widehat{EDC} =$ ...... + $\widehat{BDC}$, et $\widehat{BDG} =$ ...... + ...

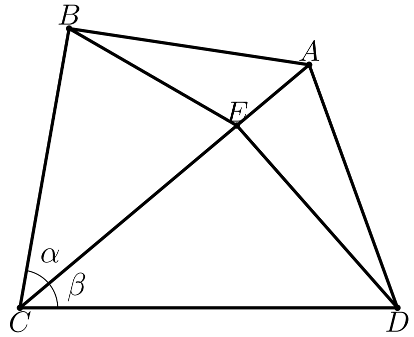
Les angles .... sont égaux.

D'après le critère ...... les triangles EDC et DBG sont égaux.

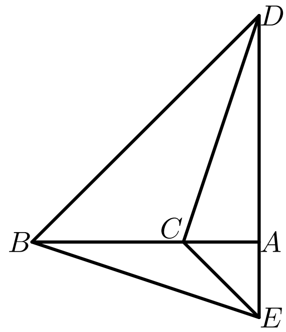
Les côtés (correspondants/homologues/amicaux) EC et BG sont de mêmes longueurs.



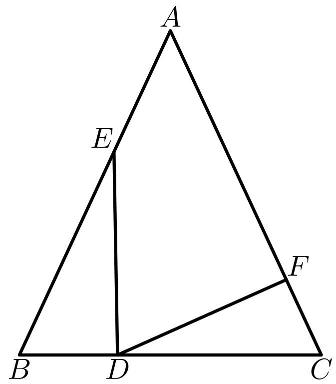
Exercice 7 Sur la figure, $BC = CE$, $AC = CD$ et $\alpha = \beta$. Trouver deux triangles égaux et justifier par le critère adapté.



Exercice 8 Sur la figure, A est le pied de la hauteur issue de B. C est sur le segment $[AB]$, et on a $AC = AE$ et $AB = AD$. Trouvez deux triangles égaux et justifier par le critère adapté.

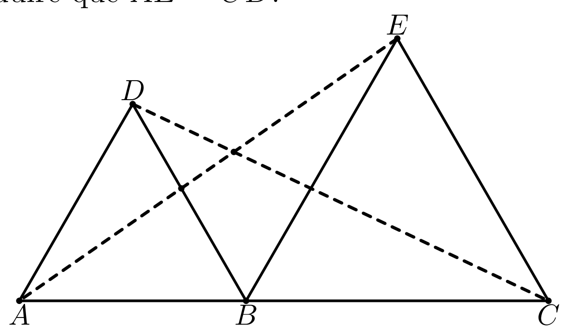


Exercice 9 Sur le diagramme, $\widehat{B} = \widehat{C} = 65°$, $BD = CF$ et $BE = CD$. Justifiez que le triangle EDF est isocèle.



Exercice 10 B est un point du segment $[AC]$. Les triangles ABD et BCE sont situés du même côté du segment $[AC]$ et sont équilatéraux.

Montrer que les triangles ABE et BCD sont égaux et en déduire que $AE = CD$.



2.4 Scratch débranché

```
Quand 🏴 est cliqué
stylo en position d'écriture
répéter (6) fois
    avancer de (50) pas
    tourner ↻ de (60) degrés
```

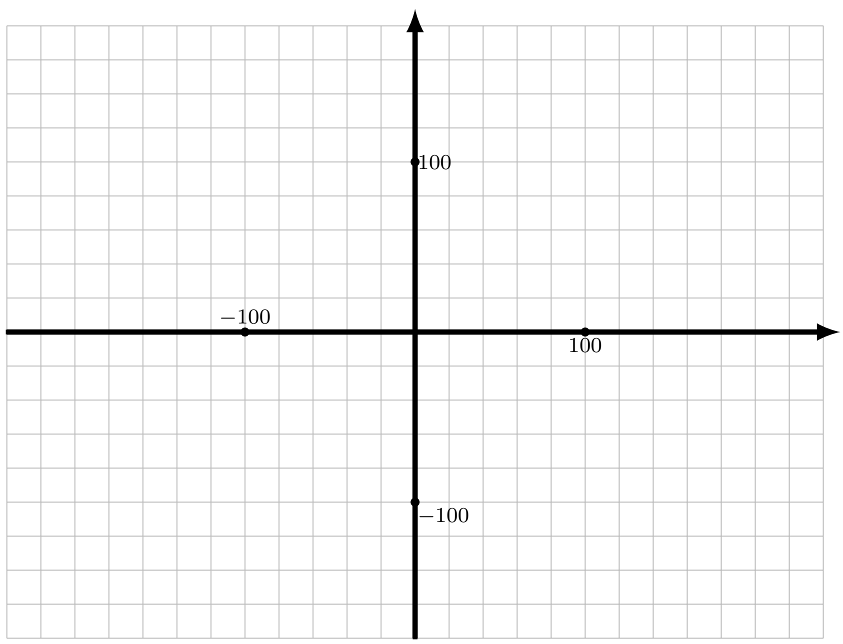
```
Quand 🏴 est cliqué
stylo en position d'écriture
répéter (6) fois
    avancer de (50) pas
    tourner ↻ de (120) degrés
```

On peut, donner un nom un script et y faire appel depuis un autre script. Par exemple les blocks `triangle` et `carré` exécutent les scripts suivants :

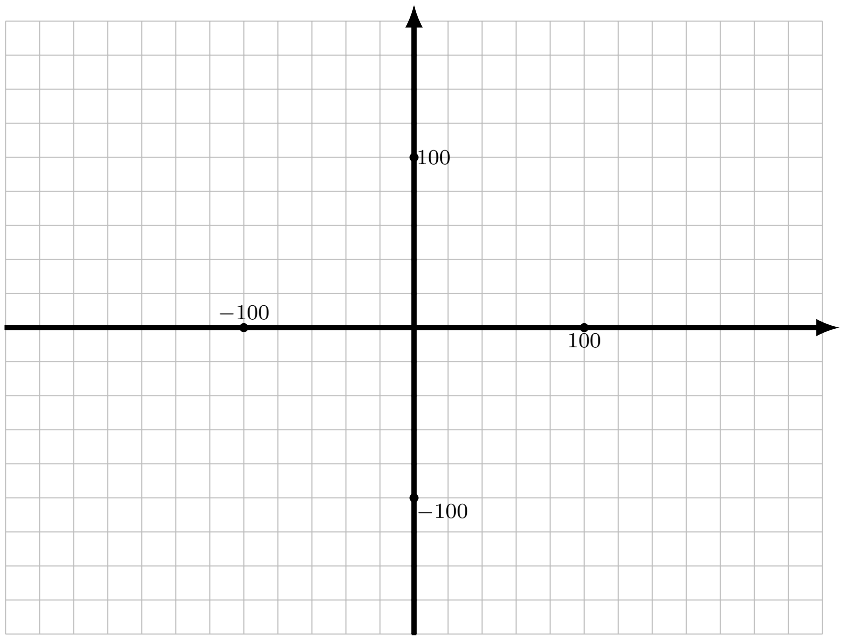
```
définir triangle
répéter (3) fois
    avancer de (côté) pas
    tourner ↺ de (120) degrés
```

```
définir carré
répéter (4) fois
    avancer de (côté) pas
    tourner ↺ de (90) degrés
```

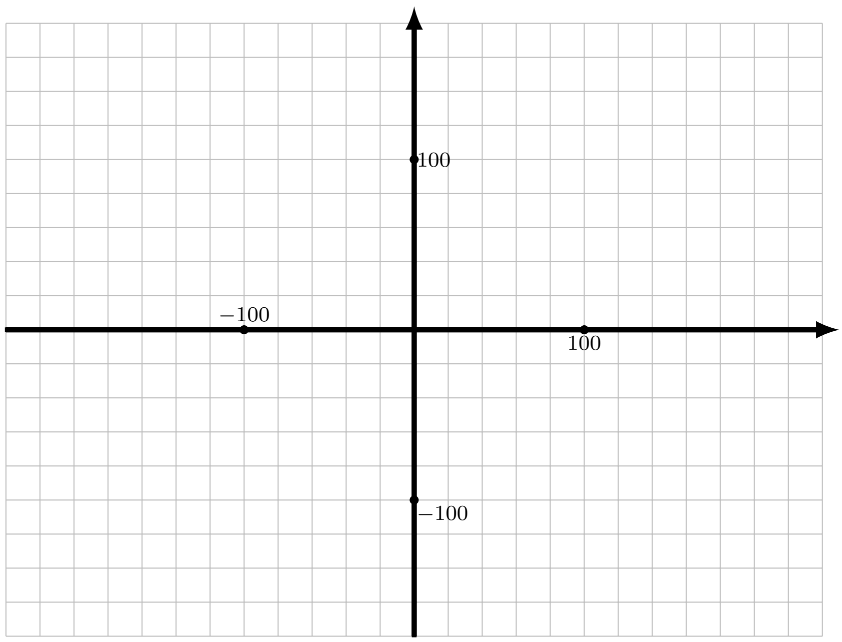
```
Quand 🏴 est cliqué
effacer tout
aller à x:(−20) y:(−60)
s'orienter à (90) degrés
Mettre [côté ▽] à (80)
stylo en position écriture
carré
avancer de (côté) pas
Ajouter à [côté ▽] (40)
triangle
relever le stylo
```

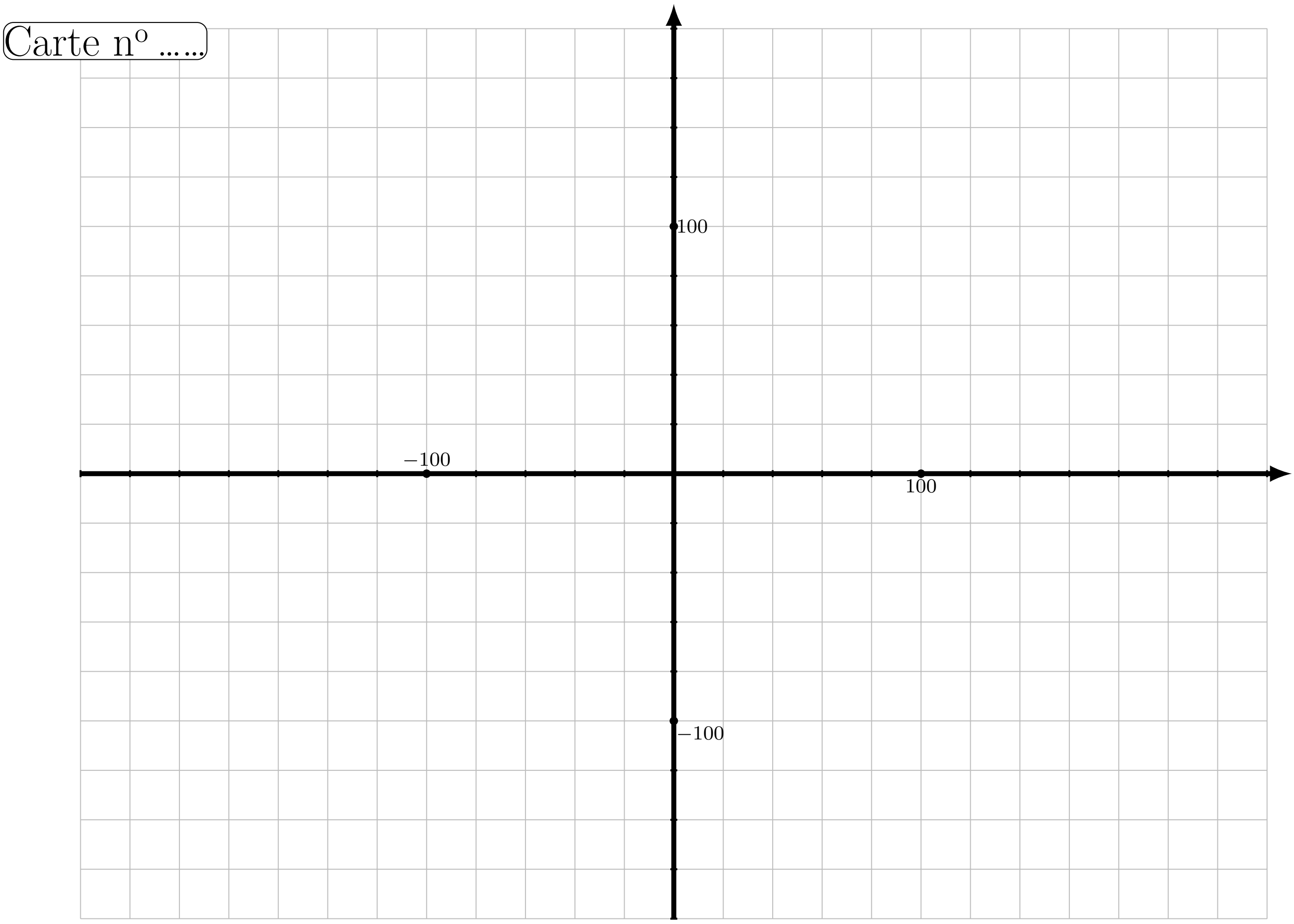


```
Quand 🏴 est cliqué
effacer tout
aller à x: (−20) y: (−60)
s'orienter à (90) degrés
Mettre [côté ▽] à (80)
stylo en position écriture
carré
s'orienter à (0) degrés
Ajouter à [côté ▽] (−40)
triangle
relever le stylo
```




```
Quand 🏴 est cliqué
effacer tout
aller à x: (−200) y: (−100)
s'orienter à (90) degrés
Mettre [côté ▽] à (100)
répéter (5) fois
    triangle
    avancer de (côté) pas
    Ajouter à [côté ▽] (−20)
```





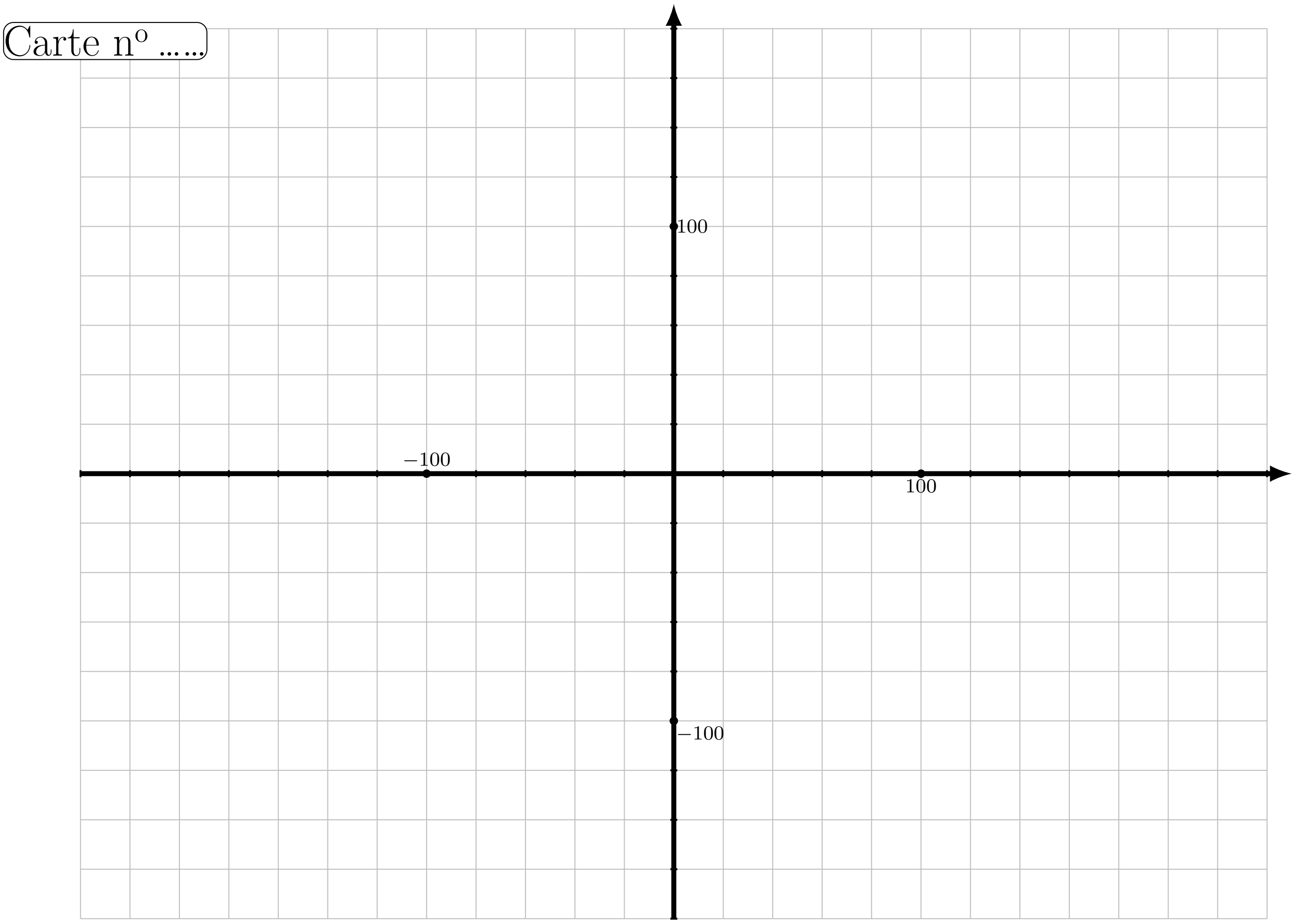
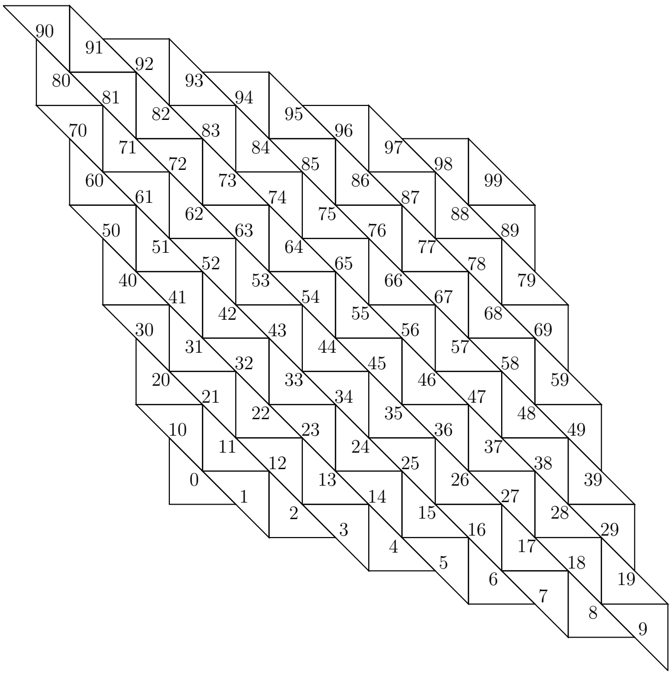


Figure 2.4 – Fiche solution

2.5 Exercices : extra

Exercice 1

1) Dans la translation qui transforme la figure 63 en la figure 89 quelle est le numéro de l'image de la figure 40 ?
2) Dans la translation qui transforme la figure 75 en la figure 82 quelle est le numéro de l'image de la figure 36 ?
3) Dans la translation qui transforme la figure 11 en la figure 26 quelle est le numéro de l'image de la figure 71 ?
4) Dans la translation qui transforme la figure 55 en la figure 48 quelle est le numéro de de la figure dont l'image est la figure 37 ?
5) Dans la translation qui transforme la figure 35 en la figure 26 quelle est le numéro de de la figure dont l'image est la figure 88 ?



Exercice 2 Trace l'image de chaque figure par la translation de vecteur qui lui est voisin.