Exercice 10 — renforcement. Résoudre les équations suivantes d'inconnue x.

(E_1) $x^2 - 3x - 4 = 0$
(E_2) $x^2 = 2(x-1)$
(E_3) $x^2 - 4\sqrt{3}x + 10 = 0$
(E_4) $-5x^2 - 3x + 2 = 0$
(E_5) $5x^2 - 2x - 7 = 0$
(E_6) $-2x^2 + 6x + 1 = 0$

solutions. $S_1 = \{-1, 4\}$; $S_2 = \{\}$; $S_3 = \left\{-\sqrt{2}+2\sqrt{3}, \sqrt{2}+2\sqrt{3}\right\}$; $S_4 = \left\{-1, \frac{2}{5}\right\}$; $S_5 = \left\{-1, \frac{7}{5}\right\}$; $S_6 = \left\{\frac{3}{2} - \frac{\sqrt{11}}{2}, \frac{3}{2} + \frac{\sqrt{11}}{2}\right\}$; ■

Défi Exprimer à l'aide de $m \neq 0$ les solutions de $mx^2 + (4m+1)x + 4m + 2 = 0$ d'inconnue x.

3.3 Exercices : le discriminant

Exercice 11 Sans résoudre, entourez l'équation quadratique ayant deux solutions réelles distinces.

(E_1) $x^2 + 1 = 0$ | (E_2) $x^2 + 2x + 3 = 0$ | (E_3) $x^2 + 2x + 1 = 0$ | (E_4) $x^2 + 2x - 2 = 0$

Exercice 12 Sans résoudre, entourez l'équation quadratique ayant une solution unique.

(E_1) $x^2 + 2 = 0$ | (E_2) $x^2 + x + 3 = 0$ | (E_3) $x^2 + x - 1 = 0$ | (E_4) $4x^2 - 4x + 1 = 0$

Exercice 13 Complétez les espaces.

1) Pour une équation quadratique sous forme standard $ax^2 + bx + c = 0$, $(a \neq 0)$ le discriminant est donné par $\Delta =$ ....

   Si Δ est ...., l'équation a deux solutions disctinces.
   Si Δ est ...., l'équation a une unique solution.

   Si $\Delta < 0$, l'équation ....solutions réelles.

   Si $\Delta \geqslant 0$, les solutions de l'équation sont $r_1 =$ .... et $r_2 =$ ....

2) Le discriminant de l'équation $2x^2 + 4x - 1 = 0$ vaut $\Delta =$ ....
3) Le discriminant de l'équation $\frac{2}{3}x - x^2 - \frac{1}{3} = 0$ vérifie Δ ......0. L'équation ....solution(s).
4) Le discriminant de l'équation $x^2 - x = \frac{1}{2}$ vérifie Δ ......0. L'équation ....solution(s).
5) L'équation $x^2 + 4x + a = 0$ d'inconnue x admet une unique solution. $a =$ ....
6) L'équation $x^2 - 2(m+1)x + m^2 + 5 = 0$ d'inconnue x admet une unique solution. $m =$ ....

Exercice 14 Sans cherchez à les résoudre donner le nombre de solutions dans $\mathbb{R}$ des équations suivantes d'inconnue x.

(E_1) $2x^2 + 3x = 4$
(E_2) $3x^2 = 2(2x-1)$
(E_3) $7x^2 + 1 = 2\sqrt{7}x$
(E_4) $4x(x-1) - 3 = 0$
(E_5) $\sqrt{3}x^2 + x = \sqrt{2}$
(E_6) $(2x-1)^2 + x(x+2) = 0$

Exercice 15 Sans chechez à la résoudre, donner le nombre de solution de l'équation $x^2 - 2mx + 4(m-1) = 0$ d'inconnue x.

■ **Exemple 3.3** Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations quadratiques d'inconnue x suivantes.

(I_1) $x^2 - 3x - 5 < 0$ | (I_2) $-2x^2 + 3x + 1 \geqslant 0$ | (I_3) $2x^2 + 3x + 5 > 0$

$\Delta =$

La fonction $f(x) = x^2 - 3x - 5$ admet ...... racine(s) réelle(s).

Exercice 16 Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes.

(I_1) $3x^2 - 4x + \dfrac{4}{3} \leqslant 0$ | (I_2) $5x^2 - 50,5x + 5 < 0$ | (I_3) $x^2 + x + 1 > 0$ | (I_4) $-2x^2 + 3x + 1 < 0$

Exercice 17 À l'aide du tableau de signe, résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes d'inconnue x.

(I_1) $(3x^2 + x + 2)(x + 3) \leqslant 0$ | (I_2) $(-5x^2 + x + 4)(3 - 2x) < 0$

x	$-\infty$	$+\infty$
$3x^2 + x + 2$		
$x + 3$		
$\times$		

x	$-\infty$	$+\infty$
$-5x^2 + x + 4$		
$3 - 2x$		
$\times$		

Exercice 18 À l'aide du tableau de signe, résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes d'inconnue x.

(I_1) $\dfrac{3x^2 - 4x + 7}{2x + 1} \leqslant 0$ | (I_2) $\dfrac{3x^2 + 9x + 6}{(x + 3)^2} < 0$

x	$-\infty$	$+\infty$
$3x^2 - 4x + 7$		
$(2x + 1)^2$		
$\dfrac{3x^2 - 4x + 7}{2x + 1}$		

x	$-\infty$	$+\infty$
$3x^2 + 9x + 6$		
$(x + 3)^2$		
$\dfrac{3x^2 + 9x + 6}{(x + 3)^2}$		

solution de l'exercice 16. $\mathscr{S}_1 = \emptyset$; $\mathscr{S}_2 =]0.1, 10.0[$; $\mathscr{S}_3 =]-\infty, \infty[$; $\mathscr{S}_4 = \left]-\infty, \frac{3}{4} - \frac{\sqrt{17}}{4}\right[\cup \left]\frac{3}{4} + \frac{\sqrt{17}}{4}, \infty\right[$; ■

solution de l'exercice 17. $\mathscr{S}_1 =]-\infty, -3]$; $\mathscr{S}_2 = \left]-\infty, -\frac{4}{5}\right[\cup \left]1, \frac{3}{2}\right[$; ■

solution de l'exercice 18. $\mathscr{S}_1 = \left]-\infty, -\frac{1}{2}\right[$; $\mathscr{S}_2 =]-2, -1[$; ■