A.6 Fonction racine carrée

Définition A.5 La fonction racine carrée est la fonction définie sur $[0;+\infty[$ par $f\colon [0;+\infty[\to \mathbb{R}$

$$x \mapsto y = \sqrt{x}$$

Sa représentation graphique est la courbe « $\mathscr{C}\colon y = \sqrt{x}$ »

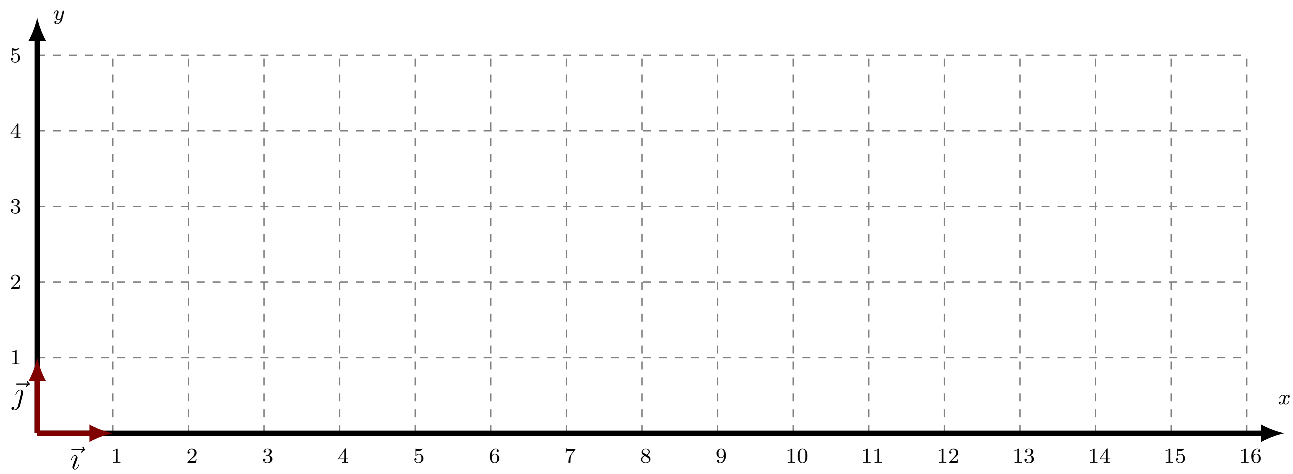
Proposition A.9 — sens de variation. La fonction racine carrée est **strictement croissante** sur $[0;+\infty[$.

$$\text{Si} \qquad 0 \leqslant a < b \qquad \text{alors} \qquad 0 \leqslant \sqrt{a} < \sqrt{b}$$

Démonstration. Exigible en fin de seconde ∎

x	0 $\qquad$ $+\infty$
$f(x) = \sqrt{x}$	
Signe de $f(x)$	

Figure A.7 – Tableau de variation de la fonction racine carrée



Exercices révision 2nde et automatismes : racine carrée, valeurs absolues

Exercice 1 Complétez.

a) L'expression $\sqrt{-2x}$ est définie pour $x \in$ ....

b) L'expression $\sqrt{x-2}$ est définie pour $x \in$ ....

c) Si $\sqrt{a^2} = a$ alors a .... ; si $\sqrt{a^2} = -a$ alors a ....

d) Si .... alors $\sqrt{xy} = \sqrt{x}\sqrt{y}$

e) Si .... alors $\sqrt{\dfrac{x}{y}} = \dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}}$

f) Simplifie $\sqrt{28} = \sqrt{\quad \times \quad} = \sqrt{\quad} \times \sqrt{\quad} =$ ....

g) Si $m < 0$ et $n \geqslant 0$ alors $\sqrt{m^2 n} =$ ....

h) $\sqrt{8} =$ .... $\sqrt{96} =$ .... $\sqrt{\dfrac{16}{25}} =$ ....

i) Si $a > 0$ et $b \geqslant 0$ alors .... $\sqrt{\dfrac{4b^2}{9a^2}} =$ ....

j) L'égalité $\sqrt{x^2-1} = \sqrt{x-1}\sqrt{x+1}$ est vraie lorsque ....

k) $5\sqrt{2} - 3\sqrt{2} + \sqrt{3} =$ ....

l) $5\sqrt{21} \times 2\sqrt{3} =$ ....

Exercice 2 Simplifier les expressions.

a= $\sqrt{(3.14-\pi)^2}$ | b= $-\left(-\sqrt{3^2}\right)^2$ | c= $\sqrt{16a}$ | d= $\sqrt{\dfrac{81}{196}}$ | e= $\sqrt{\frac{25y^4}{36x^2}}$; $(x>0)$.

■ **Exemple A.9 — Résoudre équations et inéquations en isolant $\sqrt{x}$.**

$-9\sqrt{x} - 15 = -69$ $\qquad \sqrt{x} \leqslant 2$ $\qquad 4\sqrt{x} + 4 \leqslant 16$ $\qquad -5\sqrt{x} + 6 \geqslant 16$

Exercice 3 Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes en isolant $\sqrt{x}$.

(E_1) $\sqrt{x} = 11$ | (E_2) $\sqrt{x} = -6$ | (E_3) $7 - 3\sqrt{x} = -8$ | (E_4) $-2\sqrt{x} - 15 = -21$

Exercice 4 Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes en isolant $\sqrt{x}$.

(I_1) $\sqrt{x} < -9$ | (I_2) $\sqrt{x} \geqslant 4$ | (I_3) $-5\sqrt{x} - 5 < -25$ | (I_4) $3\sqrt{x} - 6 > 0$

■ **Exemple A.10 — Valeur absolue.** Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations et inéquations suivantes :

$|5x+8|-4=0$ $\quad$ $|8x+5| \leqslant 3$ $\quad$ $|-5x+8| \geqslant 3$

Exercice 5 Mêmes consignes

(I_1) $|7+4x|=-3$ | (I_2) $|3x+5|=4$ | (I_3) $-2|x|+6=4$ | (I_4) $7+3|x|=8$

Exercice 6 Mêmes consignes

(I_1) $|3+9x|>2$ | (I_2) $|-4+5x|>5$ | (I_3) $|5+6x|>17$ | (I_4) $|6x-3| \geqslant 1$

■ **Exemple A.11 — Utiliser le sens de variation de la fonction valeur absolue.** Complétez :

$$\text{Si} \quad 3<x<5$$
$$\ldots\ldots < |x| < \ldots\ldots \qquad \textit{car la fonction valeur absolue est } \ldots\ldots$$
$$< |x| <$$

$$\text{Si} \quad -3<x<5$$
$$-3<x\leqslant 0 \quad \text{ou} \quad \ldots \geqslant x < 5$$
$$\ldots\ldots x \ldots\ldots \quad \text{ou} \quad \ldots\ldots x \ldots\ldots \qquad \textit{car la fonction valeur absolue est } \ldots\ldots$$
$$< |x| <$$

$$\text{Si} \quad 3<x<5$$
$$\ldots\ldots < -2x-5 < \ldots\ldots \qquad \textit{car la fonction } f : x \mapsto -2x-5 \textit{ est } \ldots\ldots$$
$$\textit{car la fonction valeur absolue est } \ldots\ldots$$

Exercice 7 Soit a un nombre réel. Encadrer au mieux $|a|$ dans chaque cas suivant :

a) $-5<a<-3$ | b) $1<a\leqslant 3$ | c) $-7\leqslant a\leqslant 3$ | d) $-3<a\leqslant 8$

Exercice 8 — variation de $|mx+p|$.

a) Si $-6<a<-3$, donner l'encadrement le plus précis de $|a-1|$.
b) Si $-8\leqslant a<2$, donner l'encadrement le plus précis de $|3a-2|$
c) Si $-4\leqslant a\leqslant 5$, donner l'encadrement le plus précis de $|3a-6|$
d) Si $5<a<7$, donner l'encadrement le plus précis de $|-2a+4|$

solution de l'exercice 3. $S_1=\{121\}$; $S_2=\{\}$; $S_3=\{25\}$; $S_4=\{9\}$; ■

solution de l'exercice 4. $\mathscr{S}_1=\emptyset$; $\mathscr{S}_2=[16,\infty[$; $\mathscr{S}_3=[0,\infty[$; $\mathscr{S}_4=]4,\infty[$; ■

solution de l'exercice 5. $S_1=\{\}$; $S_2=\left\{-3,-\frac{1}{3}\right\}$; $S_3=\{-1,1\}$; $S_4=\left\{-\frac{1}{3},\frac{1}{3}\right\}$; ■

solution de l'exercice 6. $\mathscr{S}_1=\left]-\infty,-\frac{5}{9}\right[\cup\left]-\frac{1}{9},\infty\right[$; $\mathscr{S}_2=\left]-\infty,-\frac{1}{5}\right[\cup\left]\frac{9}{5},\infty\right[$; $\mathscr{S}_3=\left]-\infty,-\frac{11}{3}\right[\cup]2,\infty[$; $\mathscr{S}_4=\left]-\infty,\frac{1}{3}\right]\cup\left[\frac{2}{3},\infty\right[$; ■