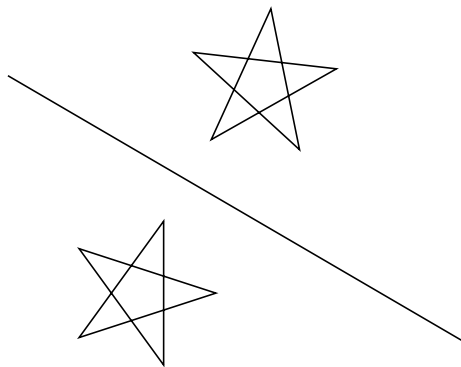


# Chapitre 2

## Transformation rigides du plan

### 2.1 La symétrie axiale

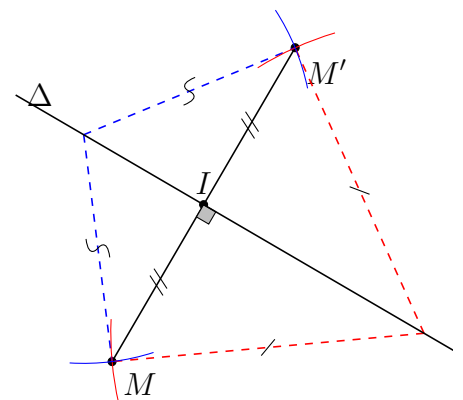
Transformer une figure par **symétrie axiale**, c'est la retourner en pliant le long d'un axe. Les deux figures symétriques doivent



se superposer parfaitement après un pliage le long de l'axe de symétrie.

**Définition 2.1** Les points  $M'$  et  $M$  sont symétriques par rapport à l'axe  $\Delta$  lorsque  $\Delta$  est la **médiatrice** du segment  $[MM']$ .

L'image d'un point de  $\Delta$  par la symétrie d'axe  $\Delta$  est lui-même.



**Figure 2.1** –  $M'$  est le symétrique de  $M$  par rapport à  $\Delta$

## 2.2 La translation

Transformer une figure par translation, c'est la glisser sans la tourner.

**Définition 2.2** Une translation qui transforme le point  $P$  en  $Q$  est la translation de vecteur  $\overrightarrow{PQ}$ . Elle est caractérisée par :  
 une **direction** parallèle à la droite  $(PQ)$   
 un **sens** de  $P$  vers  $Q$ .  
 une **longueur** la longueur  $PQ$ .

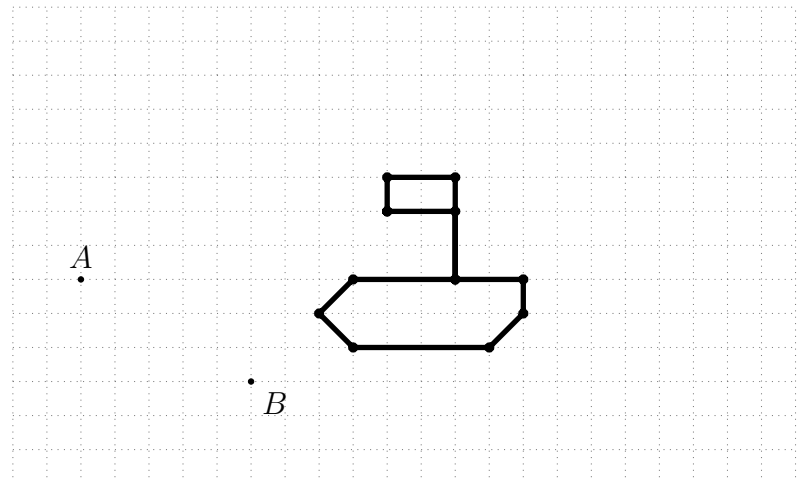
Une figure et son image par une translation sont égales (mêmes dimensions). À chaque point de la figure de départ correspond un point **homologue** de la figure d'arrivée.

Les phrases suivantes sont synonymes :

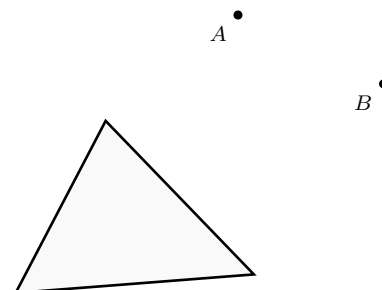
- $A'$  est l'image de  $A$  par la translation de vecteur  $\overrightarrow{PQ}$
- $AA'QP$  est un parallélogramme

■ **Exemple 2.1** Quelques translations

**Figure 2.3** – Tracer en bleu l'image de la figure par la translation qui transforme  $A$  et  $B$ . Tracer en rouge l'image de la figure par la translation de vecteur  $\overrightarrow{BA}$ .



**Figure 2.4** – Tracer l'image du triangle par la translation qui transforme  $B$  en  $A$ .

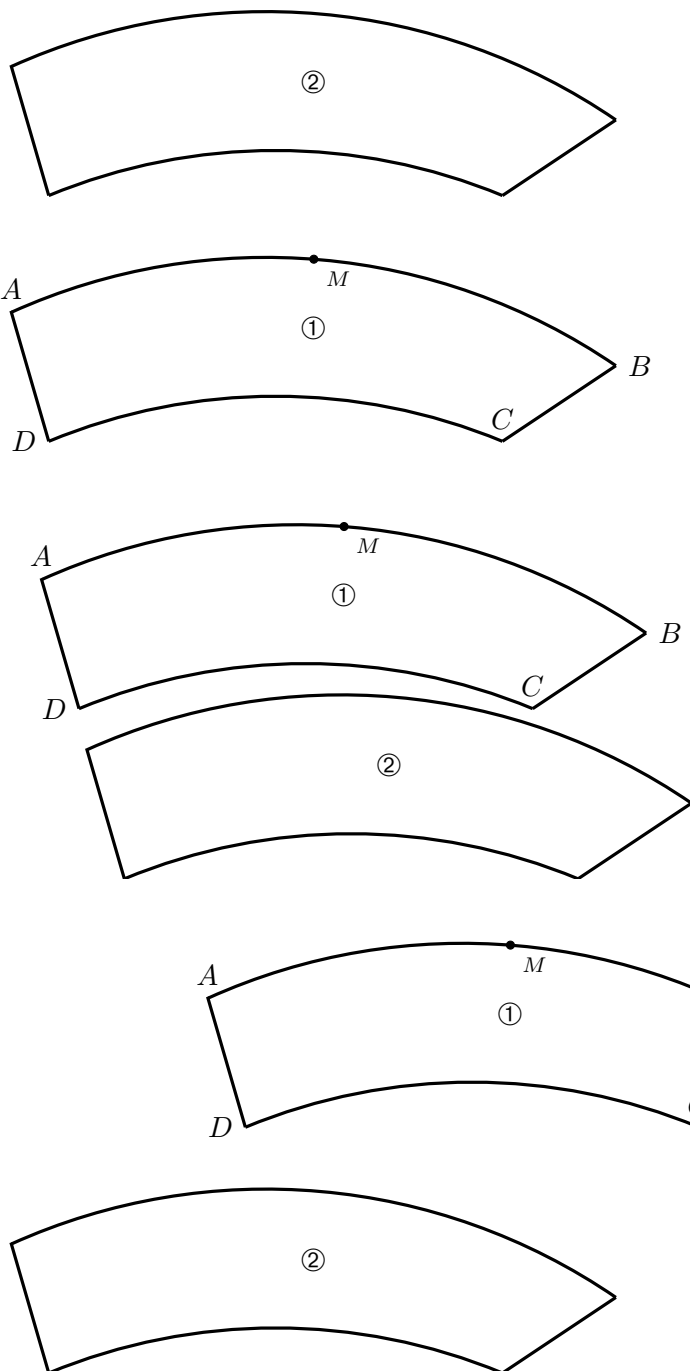


## 2.3 Exercices

■ **Exemple 2.2 — Illusion de Jastrow**<sup>1</sup>. <https://www.geogebra.org/calculator/cn73xe6y>

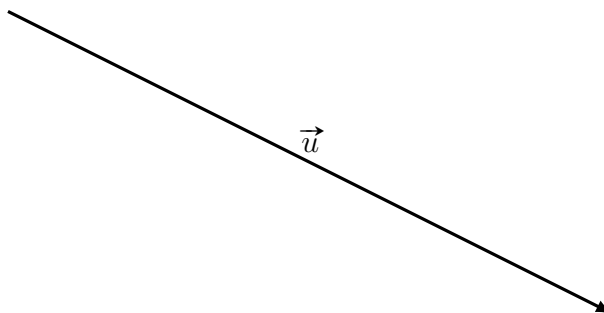
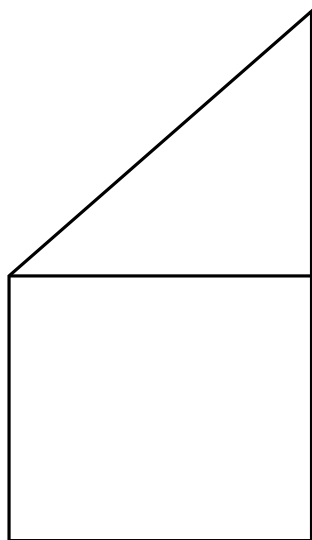
Pour chaque disposition comment se convaincre sans déplacer que les figures 1 et 2 sont égales ?

- Représenter des vecteurs caractéristiques de la translation qui transforme figure 1 en 2.
- Placer le point homologue à  $M$  par la translation.

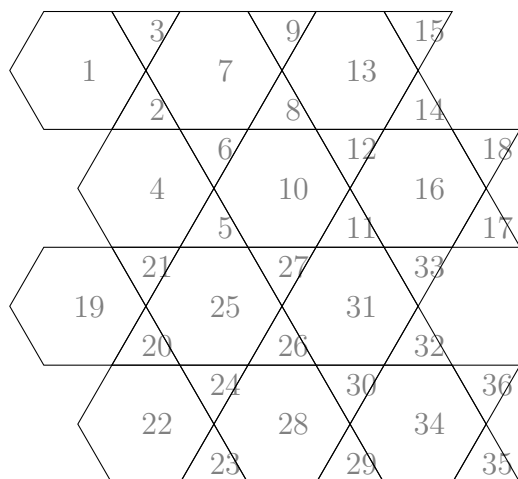


1. d'après une idée de Claire Lommé

**Exercice 1 — animation.** Construis l'image de la figure ci-dessous par la translation de vecteur  $\vec{u}$ .



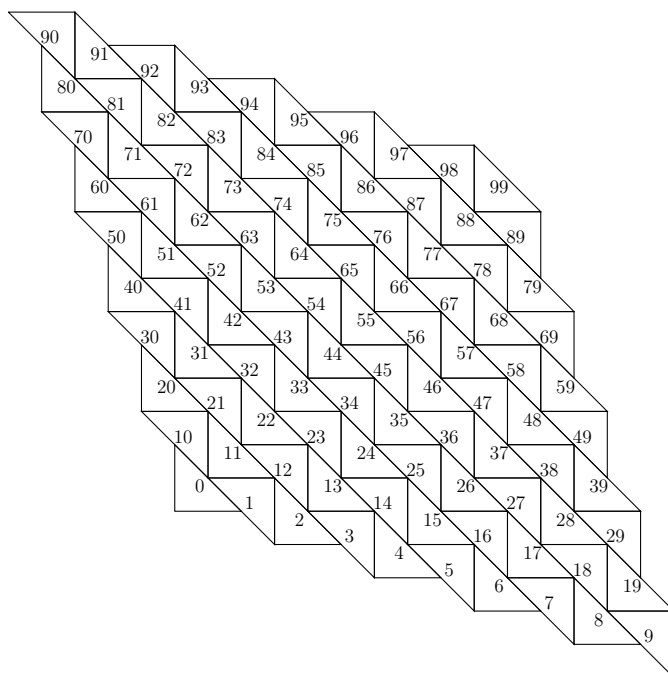
## Exercice 2



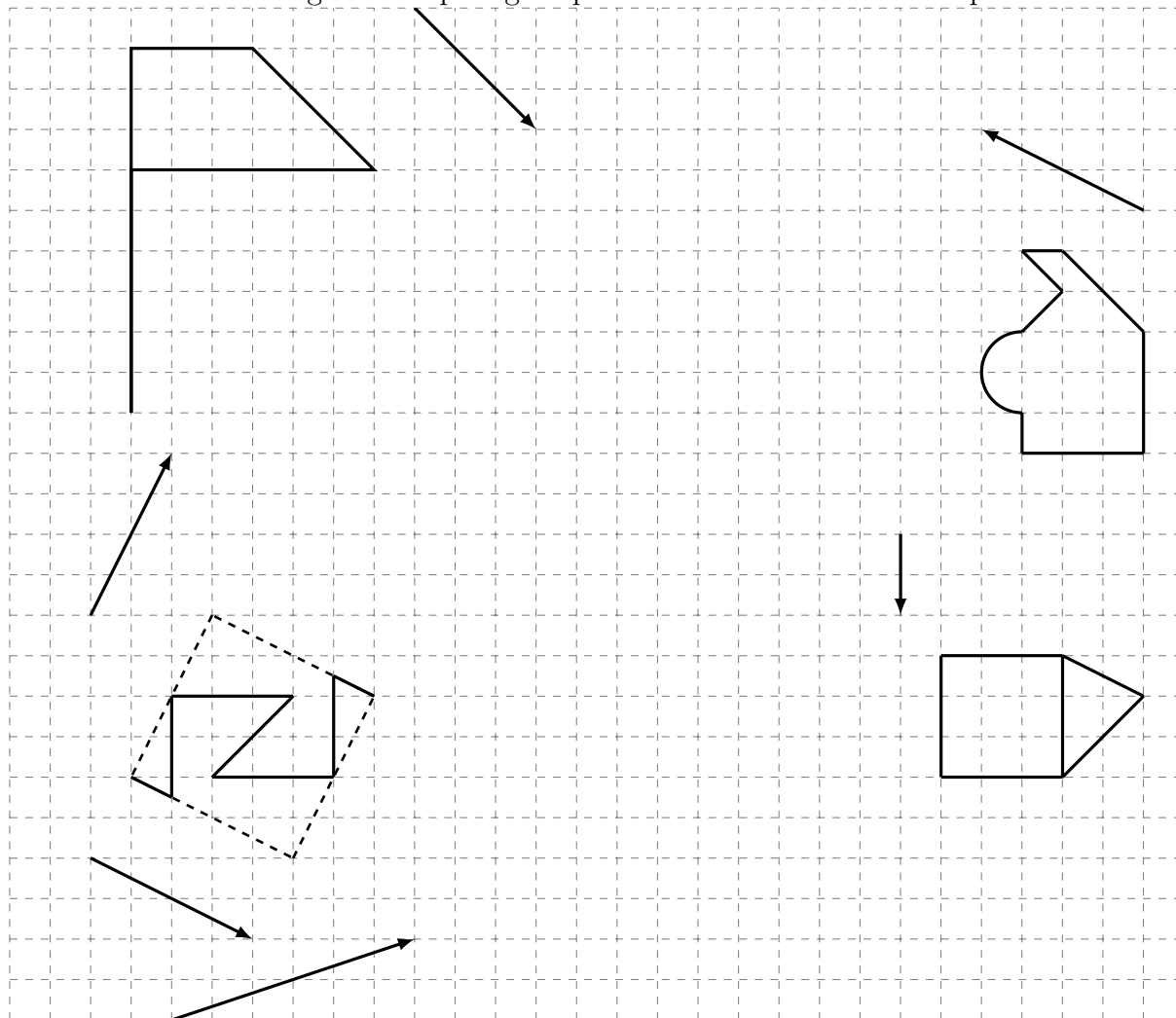
- Quel est l'image de la figure 14 dans la translation transformant la figure 14 en la figure 23 ?
- Quel est l'image de la figure 13 dans la translation transformant la figure 14 en la figure 23 ?
- Quel est l'image de la figure 15 dans la translation transformant la figure 14 en la figure 23 ?

**Exercice 3**

- Dans la translation qui transforme la figure 63 en la figure 89 quelle est le numéro de l'image de la figure 40 ?
- Dans la translation qui transforme la figure 75 en la figure 82 quelle est le numéro de l'image de la figure 36 ?
- Dans la translation qui transforme la figure 11 en la figure 26 quelle est le numéro de l'image de la figure 71 ?
- Dans la translation qui transforme la figure 55 en la figure 48 quelle est le numéro de de la figure dont l'image est la figure 37 ?
- Dans la translation qui transforme la figure 35 en la figure 26 quelle est le numéro de de la figure dont l'image est la figure 88 ?

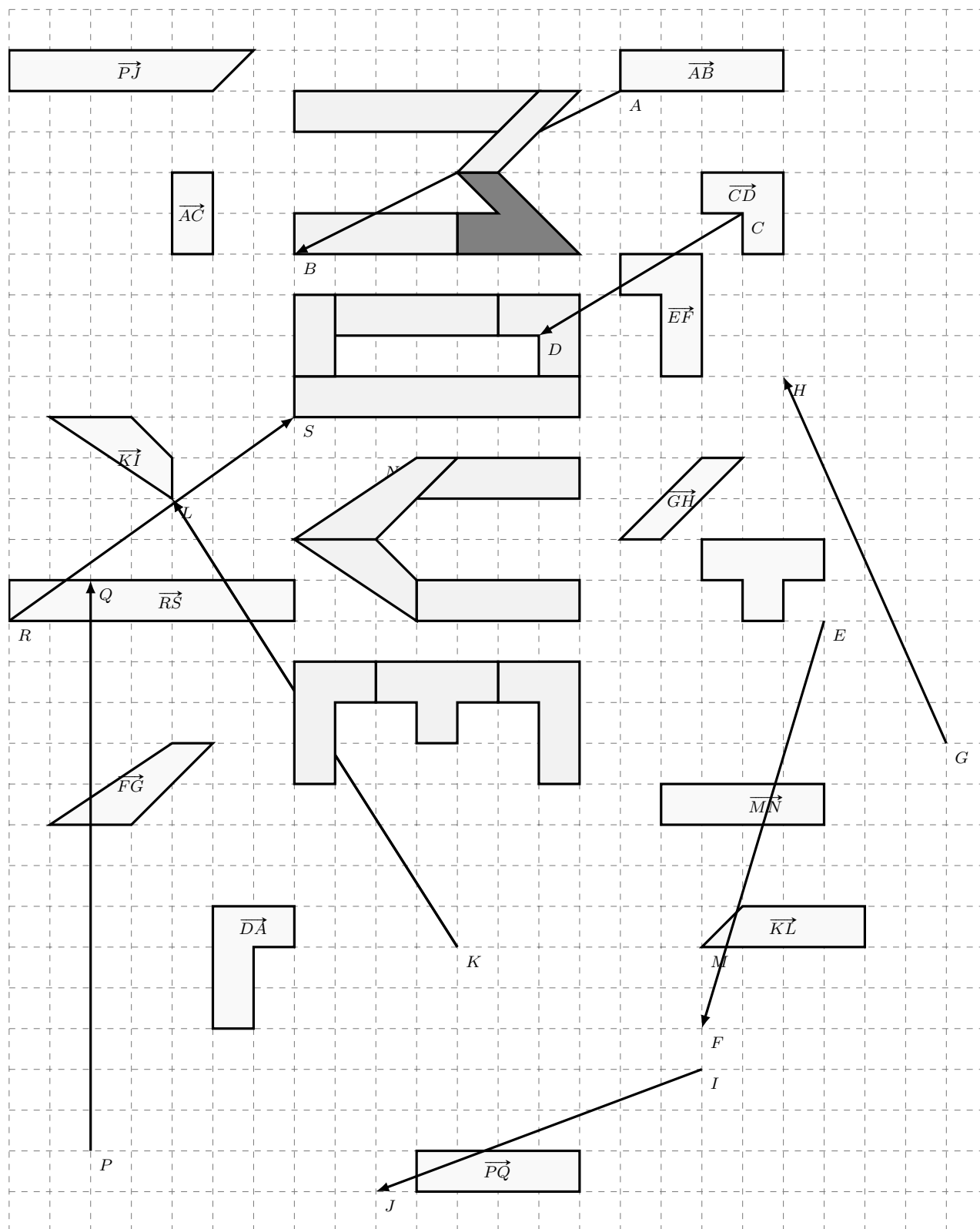


**Exercice 4** Trace l'image de chaque figure par la translation de vecteur qui lui est voisin.



[illegible]

solution de l'exercice 5. Trace l'image de chaque figure par la translation de vecteur donné, pour retrouver le mot caché. ■

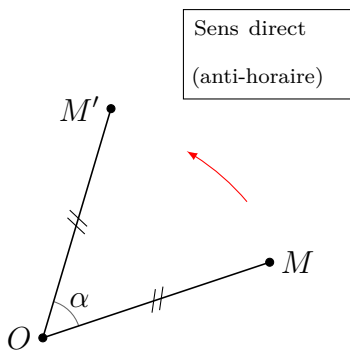


## 2.4 La rotation

Transformer une figure par rotation c'est la faire tourner autour d'un point.

**Définition 2.3** Pour caractériser une rotation il faut préciser :

- son centre de rotation  $O$
- son sens de rotation : anti-horaire et horaire.
- son angle de rotation  $\alpha$



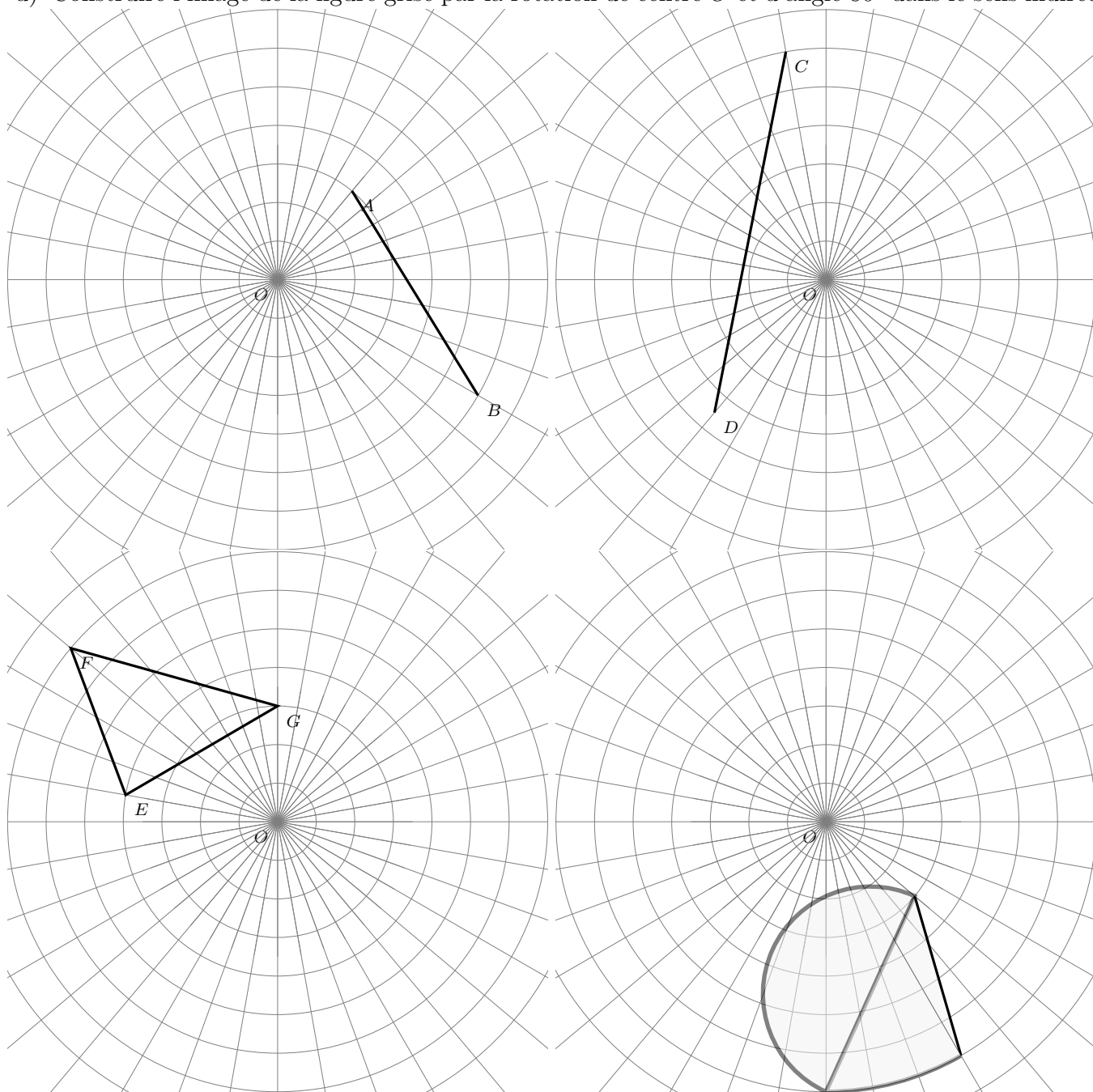
**Figure 2.5** –  $M'$  est l'image de  $M$  par la rotation de centre  $O$ , de sens direct (anti-horaire) et d'angle  $\alpha$ .



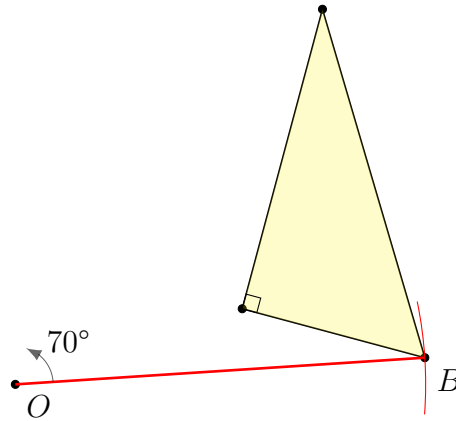
## 2.4.1 Exercices

**Exercice 1** Réalise les constructions suivantes en t'aidant du quadrillage : l'angle formé par deux demi-droites de centre  $O$  consécutives mesure  $10^\circ$ . Tous les cercles ont pour centre  $O$ .

- Construire l'image du segment  $[AB]$  par la rotation de centre  $O$  et d'angle  $40^\circ$  dans le sens direct.
- Construire l'image du segment  $[CD]$  par la rotation de centre  $O$  et d'angle  $150^\circ$  dans le sens direct. (anti-horaire)
- Construire l'image du triangle  $EFG$  par la rotation de centre  $O$  et d'angle  $110^\circ$  dans le sens indirect (horaire)
- Construire l'image de la figure grise par la rotation de centre  $O$  et d'angle  $80^\circ$  dans le sens indirect.

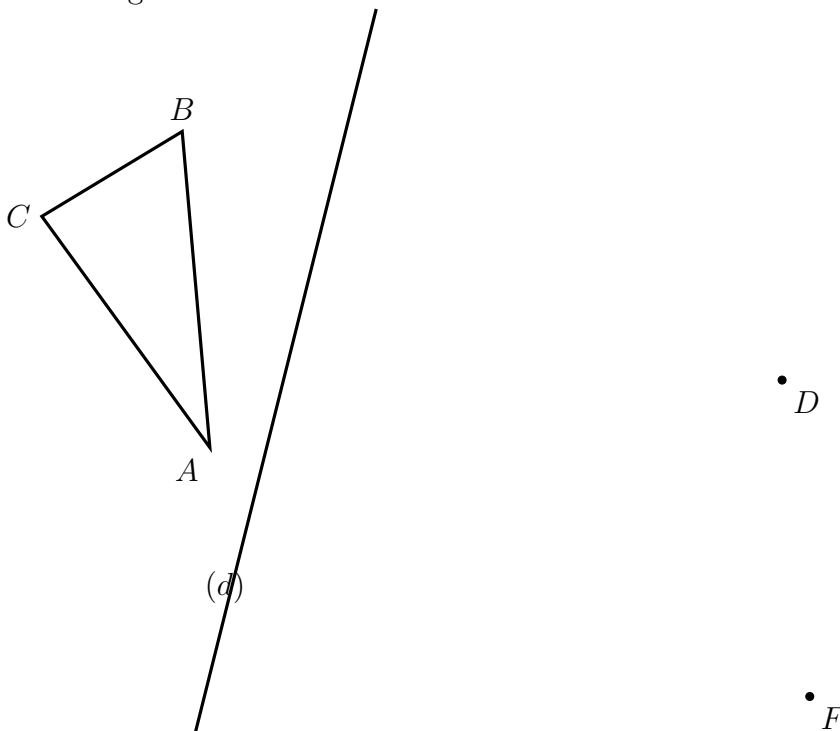


**Exercice 2** Tracer l'image du triangle rectangle  $ABC$  par la rotation de centre  $O$  et d'angle  $70^\circ$  dans le sens anti-horaire.



**Exercice 3** Construire :

- $A_1B_1C_1$  le triangle symétrique de  $ABC$  par rapport à la droite  $(d)$ .
- $A_2B_2C_2$  le triangle symétrique de  $A_1B_1C_1$  par rapport au point  $D$ .
- $A_3B_3C_3$  le triangle traduit de  $A_2B_2C_2$  par la translation qui transforme  $D$  en  $F$ .
- $A_4B_4C_4$  le triangle obtenu par la rotation de  $A_3B_3C_3$  de centre  $F$  et d'angle  $107^\circ$  dans le sens des aiguilles d'une montre.

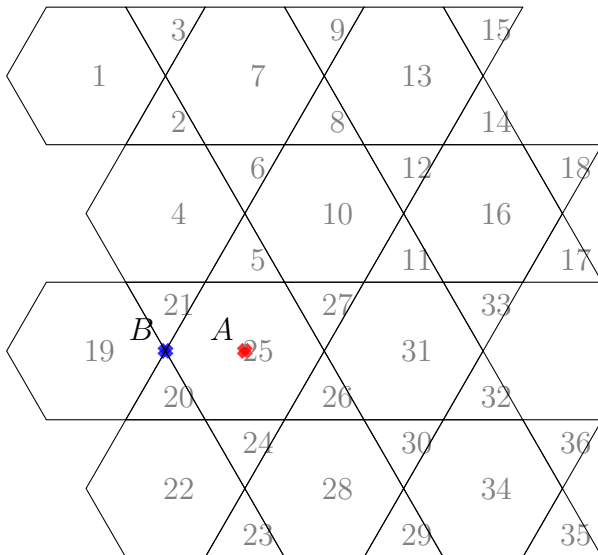


## Exercice 4

114	115	116	117	118	119	120	121	122	123
104	105	106	107	108	109	110	111	112	113
94	95	96	97	98	99	100	101	102	103
84	85	86	87	88	89	90	91	92	93
74	75	76	77	78	79	80	81	82	83
64	65	66	67	68	69	70	71	72	73
54	55	56	57	58	59	60	61	62	63
44	45	46	47	48	49	50	51	52	53
34	35	36	37	38	39	40	41	42	43
24	25	26	27	28	29	30	31	32	33

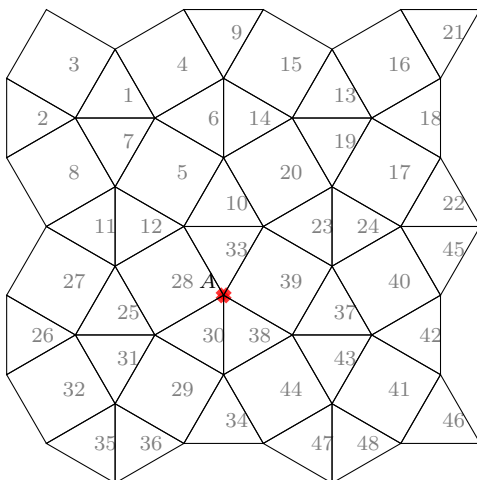
- 1) Quel est le numéro de la figure image de la figure 86 par la rotation de centre  $A$  et d'angle  $90^\circ$  dans le sens des aiguilles d'une montre ?
- 2) Quel est le numéro de la figure image de la figure 34 par la rotation de centre  $B$  et d'angle  $90^\circ$  dans le sens inverse des aiguilles d'une montre ?
- 3) Quel est le numéro de la figure image de la figure 33 par la rotation de centre  $C$  et d'angle  $90^\circ$  dans le sens des aiguilles d'une montre ?
- 4) Quel est le numéro de la figure image de la figure 75 par la rotation de centre  $D$  et d'angle  $90^\circ$  dans le sens indirect ?

## Exercice 5



- 1) Dans la rotation de centre  $A$  et d'angle  $60^\circ$  dans le sens des aiguilles d'une montre.
  - a) Quel est l'image de la figure 18 ?
  - b) Quel est l'image de la figure 22 ?
- 2) Dans la rotation de centre  $A$  et d'angle  $120^\circ$  dans le sens inverse des aiguilles d'une montre.
  - a) Quel est l'image de la figure 26 ?
  - b) Quel est l'image de la figure 22 ?
- 3) Dans la rotation de centre  $B$  et d'angle  $180^\circ$  dans le sens inverse des aiguilles d'une montre.
  - a) Quel est l'image de la figure 20 ?
  - b) Quel est l'image de la figure 22 ?

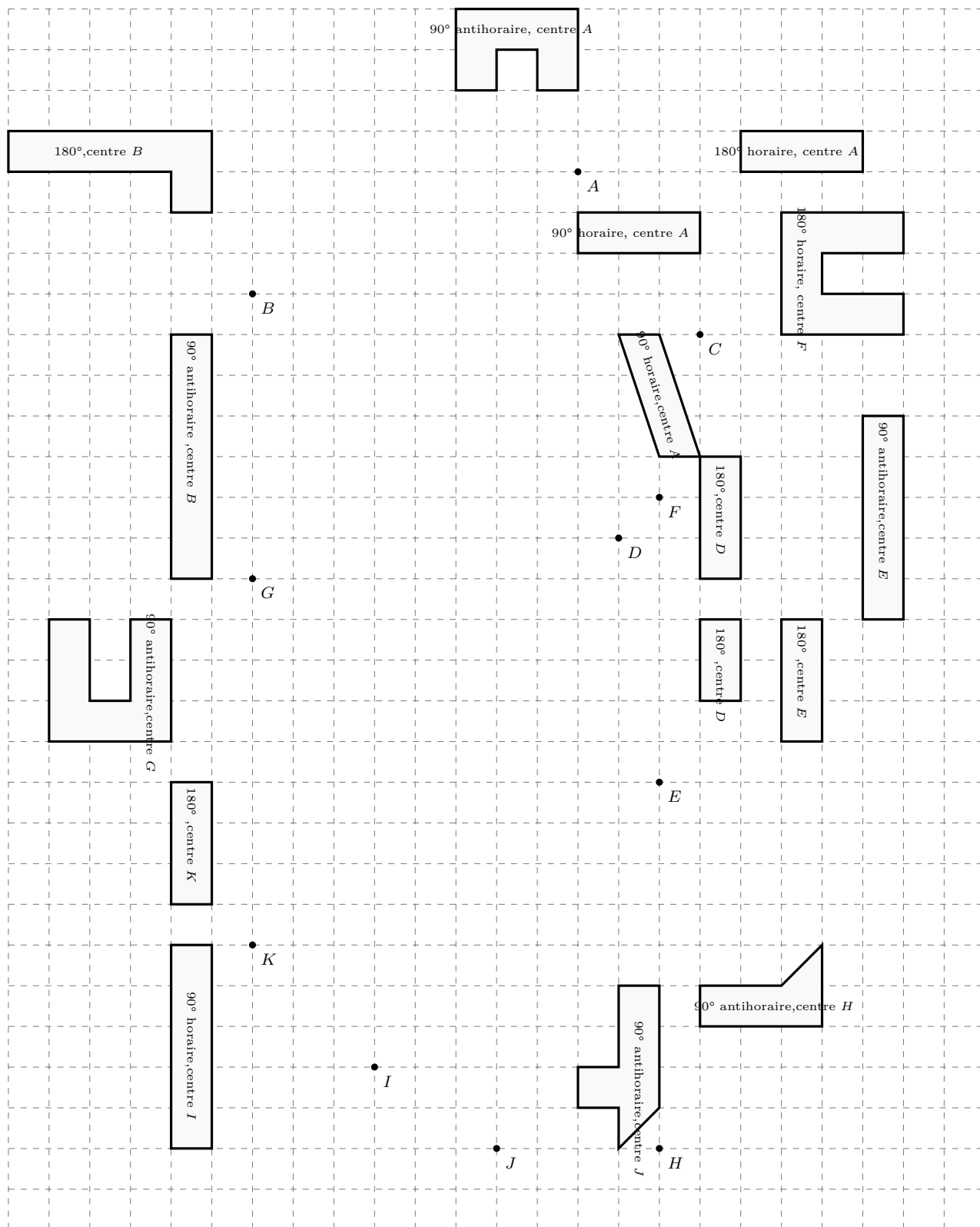
## Exercice 6



Dans la rotation de centre  $A$  et d'angle  $60^\circ$  dans le sens des aiguilles d'une montre.

- 1) Quel est l'image de la figure 38 ?
- 2) Quel est l'image de la figure 47 ?
- 3) Quel est l'image de la figure 44 ?

**Exercice 7** Trace l'image de chaque figure par les rotations indiquées pour retrouver le mot caché.



solution de l'exercice 7.

