Chapitre

Equations du second degré 3

3.1 Notion d'équations quadratiques

Soit une fonction quadratique f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = ax^2 + bx + c$ $(a \neq 0, b, c \in \mathbb{R})$.

L'équation $ax^2 + bx + c = 0$ est dite **forme standard** d'une équation quadratiques d'inconnue x. Les équations équivalentes sont dites quadratiques.

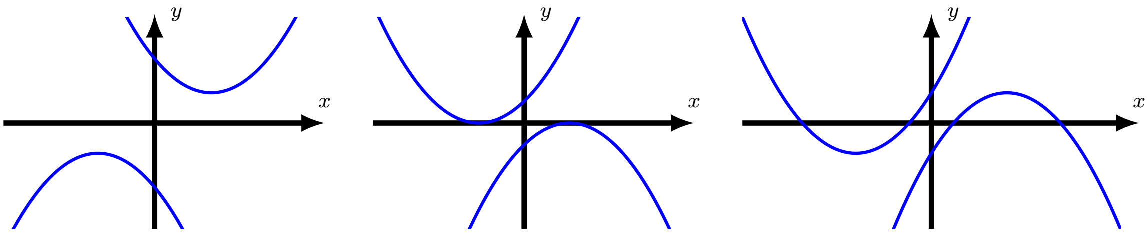


Figure 3.1 – Les 3 différents cas: (1) f ne s'annule pas et ne change pas de signe, (2) f s'annule mais ne change pas de signe, (3) change de signe 2 fois

Les solutions de l'équation $ax^2 + bx + c = 0$, inconnue x avec $a \neq 0, b, c \in \mathbb{R}$ peuvent être :

- aucune solution
- 1 solution, la racine double de f
- 2 solutions les racines de f.

L'inéquation $ax^2 + bx + c > 0$, inconnue x avec $a \neq 0, b, c \in \mathbb{R}$ peut avoir comme ensemble de solution :

- $\mathscr{S} = \emptyset$
- $\mathscr{S} = \mathbb{R}$
- $\mathscr{S} =]r_1; r_2[$
- $\mathscr{S} =]-\infty; r_1[\cup]r_2; \infty[$

3.1.1 Exercices : notion d'équation quadratique, rappels de 2ndes

> $ax^2 + bx + c = 0$, avec $a \neq 0$ est une forme standard d'une équation quadratique d'inconnue x.

Exercice 1 Entourez les équations quadratiques à une inconnue.

(E_1) $3(x+1)^2 = 2(x+1)$

(E_2) $x^2 + 2x = x^2 - 1$

(E_3) $\dfrac{1}{x^2} - 1 = 0$

(E_4) $2x^2 = -3x$

(E_5) $3x^2(x-3) = x$

(E_6) $x^2 = 9$

Exercice 2 Complétez les espaces.

1) Une forme standard de l'équation $5x^2 = 6x - 8$ est $\ldots\ldots x^2 + \ldots\ldots x + \ldots\ldots = 0$.
2) Si 3 est solution de l'équation $\frac{4}{3}x^2 - 2a + 1 = 0$, inconnue x. Alors $2a = \ldots\ldots$.
3) Si $a - b + c = 0$ et $a \neq 0$, alors une des solutions de l'équation $ax^2 + bx + c = 0$ d'inconnue x est $x = \ldots\ldots$.
4) Si l'équation $mx^2 + 3x - 4 = 0$ est quadratique d'inconnue x, alors $m \neq \ldots\ldots$.
5) Si $k \ldots\ldots$ alors l'équation $(k-3)x^2 + 2x - 1 = 0$ d'inconnue x est une équation quadratique.
6) La forme standard de l'équation $3x^2 = x$ est ....
7) La forme standard de l'équation $x(x+3) = 2x - 5$ est ....
8) Si $a \ldots\ldots$ alors l'équation $(a^2-1)x^3 - (a+1)x^2 + 4 = 0$ est quadratique d'inconnue x.

Exercice 3 Cochez parmi les valeurs proposées celles qui sont solutions de l'équation inconnue x.

$3x^2 - 2x - 1 = 0$ et $\left\{\sqrt{2};\ 1;\ -\dfrac{1}{3}\right\}$

$2x^2 - 3x + 1 = 0$ et $\left\{\dfrac{1}{2};\ 1;\ 2\right\}$

Exercice 4 Soit l'équation $kx^2 - k(x+2) = x(2x+3) + 1$ d'inconnue x.

a) Ecrire cette équation sous une forme standard $ax^2 + bx + c = 0$.
b) Pour quelles valeurs de k l'équation est-elle quadratique ?
c) Pour quelle(s) valeur(s) de k l'équation est affine ?
d) -1 est-elle une solution de cette équation ?
e) 0 est solution de l'équation. Trouvez k.

■ **Exemple 3.1 — vu en 2nde : résoudre une équation quadratique en prenant les racines carrées.**

$3x^2 - 6 = 21$ $\qquad$ $2x^2 + 8 = 0$ $\qquad$ $4(x+2)^2 - 8 = 0$ $\qquad$ $4(2x+2)^2 - 12 = 0$

Exercice 5 Résoudre les équations suivantes.

(E_1) $2x^2 - 18 = 0$

(E_2) $3x^2 - 5 = 0$

(E_3) $3x^2 + 5 = 0$

(E_4) $(2x+1)^2 - 32 = 0$

(E_5) $(x-1)^2 - 25 = 0$

(E_6) $(x+1)^2 - 5 = 0$

(E_7) $4(x-3)^2 - 5 = 0$

(E_8) $9(x+6)^2 + 2 = 0$

(E_9) $\sqrt{3}(x+6)^2 - 27\sqrt{3} = 0$

■ **Exemple 3.2** Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations et inéquations quadratiques d'inconnue x :

$x^2 - 12 = 0$ $\quad x^2 - 12x = 0$ $\quad x^2 - 12x - 12 = 0$ $\quad x^2 - 12x - 12 > 0$

$x^2 - 2x + 5 = 0$ $\quad x^2 + 4x = 10$ $\quad x^2 + 4x < 10$

À vous : $x^2 - 0.6x - 0.16 = 0$ $\quad 2x^2 + 3x = 7$

Exercice 6 — renforcement. Mêmes consignes.

$(E_1)\ x^2 - 8x + 13 = 0$	$(E_3)\ x^2 - 4x + 1 = 0$	$(E_5)\ 3x^2 - 12x + 5 = 0$
$(E_2)\ x^2 + x - 1 = 0$	$(E_4)\ 4x^2 + 3x + 1 = 0$	$(E_6)\ 3x^2 - 10 = 6x$

Exercice 7 L'équation $(2x-1)^2 = a$ d'inconnue x admet deux solutions réelles différentes, $(2x-1)^2 = b$ admet une solution unique, et $(2x-1)^2 = c$ n'a pas de solutions. Comparer les valeurs de a, b et c.

Exercice 8 Complétez les espaces.

1) Si l'équation $(x-a)^2 + b = 0$ admet une solution unique alors b prend le(s) valeur(s) ....

2) Les deux racines de l'équation $(2x-c)^2 - 60$ sont positives alors $c \geqslant$ ....

solutions des exercices 5 . $S_1 = \{-3, 3\}$; $S_1 = \left\{-\frac{\sqrt{15}}{3}, \frac{\sqrt{15}}{3}\right\}$; $S_1 = \{\}$; $S_1 = \left\{-\frac{1}{2} + 2\sqrt{2}, -2\sqrt{2} - \frac{1}{2}\right\}$; $S_1 = \{-4, 6\}$; $S_1 = \left\{-1 + \sqrt{5}, -\sqrt{5} - 1\right\}$; $S_1 = \left\{3 - \frac{\sqrt{5}}{2}, \frac{\sqrt{5}}{2} + 3\right\}$; $S_1 = \{\}$; $S_1 = \left\{-6 - 3\sqrt{3}, -6 + 3\sqrt{3}\right\}$; ■

solutions de l'exercice 6. $S_1 = \left\{4 - \sqrt{3}, \sqrt{3} + 4\right\}$; $S_2 = \left\{-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{5}}{2}, -\frac{\sqrt{5}}{2} - \frac{1}{2}\right\}$; $S_3 = \left\{2 - \frac{\sqrt{21}}{3}, \frac{\sqrt{21}}{3} + 2\right\}$; $S_4 = \{\}$; $S_5 = \left\{2 - \sqrt{3}, \sqrt{3} + 2\right\}$; $S_6 = \left\{1 - \frac{\sqrt{39}}{3}, 1 + \frac{\sqrt{39}}{3}\right\}$; ■

3.2 Le discriminant

Définition 3.1 Pour tout fonction quadratique définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = ax^2 + bx + c$. On appelle discriminant le réel :

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

Démonstration. Questionner les élèves sur la prochaine étape.

$$\begin{aligned}
f(x) &= ax^2 + bx + c \\
&= a\left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a}\right) \\
&= a\left(x\left(x + \frac{b}{a}\right) + \frac{c}{a}\right) \\
&= a\left(\left(x + \frac{b}{2a} - \frac{b}{2a}\right)\left(x + \frac{b}{2a} + \frac{b}{2a}\right) + \frac{c}{a}\right) \\
&= a\left(\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \left(\frac{b}{2a}\right)^2 + \frac{c}{a}\right) \\
&= a\left(\left(x - \left(-\frac{b}{2a}\right)\right)^2 - \frac{b^2}{4a^2} + \frac{c}{a}\right) \\
&= a\left[\left(x - \left(-\frac{b}{2a}\right)\right)^2 - \frac{\Delta}{4a^2}\right]
\end{aligned}$$

■

Théorème 3.1 — forme factorisée. Pour tout fonction quadratique définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = ax^2 + bx + c$.

- Si $\Delta < 0$, f n'a pas de racines. Son signe est celui de a.
- Si $\Delta = 0$, f admet une racine double $r = -\dfrac{b}{2a}$. f s'annule mais reste du même signe que a.
- Si $\Delta > 0$. f admet deux racines distinctes :

$$r_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \qquad r_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

.

3.2.1 Exercices : résolution par complétion au carré ou formule quadratique

Pour une équation quadratique sous forme standard $ax^2+bx+c=0$, $a\neq 0$. Si $\Delta = b^2-4ac \geqslant 0$, alors le(s) solution(s) de l'équations quadratique sont données par l'expression :

$$\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

Exercice 9 — Formule quadratique. Complétez le tableau à l'aide de la formule quadratique.

Equation	Formule quadratique	simplification	Solutions
$x^2+4x+2=0$	$\dfrac{-(\quad)\pm\sqrt{(\quad)^2-4(\quad)(\quad)}}{2(\quad)}$	$\dfrac{-4\pm\sqrt{8}}{2}$	$r_1=-2+\sqrt{2}$ $r_2=-2-\sqrt{2}$
$x^2-5x+3=0$	$\dfrac{-(\quad)\pm\sqrt{(\quad)^2-4(\quad)(\quad)}}{2(\quad)}$	$\dfrac{5\pm\sqrt{\quad}}{2}$	$r_1=$ $r_2=$
$x^2+x-2=0$	$\dfrac{-(\quad)\pm\sqrt{(\quad)^2-4(\quad)(\quad)}}{2(\quad)}$	$\dfrac{\pm\sqrt{\quad}}{\quad}$	$r_1=$ $r_2=$
$3x^2+4=12x$	$\dfrac{-(\quad)\pm\sqrt{(\quad)^2-4(\quad)(\quad)}}{2(\quad)}$	$\dfrac{\pm\sqrt{\quad}}{\quad}$	$r_1=$ $r_2=$
$3x^2+2\sqrt{3}x=2$	$\dfrac{-(\quad)\pm\sqrt{(\quad)^2-4(\quad)(\quad)}}{2(\quad)}$	$\dfrac{\pm\sqrt{\quad}}{\quad}$	$r_1=$ $r_2=$
$x^2+x+\quad=0$	$\dfrac{-(\quad)\pm\sqrt{(\quad)^2-4(\quad)(-3)}}{2(\quad)}$	$\dfrac{\pm\sqrt{\quad}}{\quad}$	$r_1=$ $r_2=$
$2x^2\quad x\quad=0$	$\dfrac{-(7)\pm\sqrt{(7)^2-4(2)(1)}}{2(\quad)}$	$\dfrac{\pm\sqrt{\quad}}{\quad}$	$r_1=$ $r_2=$
$x^2\quad x\quad=0$	$\dfrac{-(-5)\pm\sqrt{(-5)^2-4(3)(-4)}}{2(3)}$	$\dfrac{\pm\sqrt{\quad}}{\quad}$	$r_1=$ $r_2=$
$x^2\quad x\quad=0$	$\dfrac{-(\quad)\pm\sqrt{(\quad)^2-4(\quad)(\quad)}}{2(\quad)}$	$\dfrac{-3\pm\sqrt{5}}{2}$	$r_1=$ $r_2=$
$x^2\quad x\quad=0$	$\dfrac{-(\quad)\pm\sqrt{(\quad)^2-4(\quad)(\quad)}}{2(\quad)}$	$\dfrac{2\pm\sqrt{24}}{2}$	$r_1=$ $r_2=$
$x^2\quad x\quad=0$	$\dfrac{-(\quad)\pm\sqrt{(\quad)^2-4(\quad)(\quad)}}{2(\quad)}$	$\dfrac{6\pm\sqrt{28}}{4}$	$r_1=$ $r_2=$

Exercice 10 — renforcement. Résoudre les équations suivantes d'inconnue x.

(E_1) $x^2-3x-4=0$	(E_3) $x^2-4\sqrt{3}x+10=0$	(E_5) $5x^2-2x-7=0$
(E_2) $x^2=2(x-1)$	(E_4) $-5x^2-3x+2=0$	(E_6) $-2x^2+6x+1=0$

solutions. $S_1=\{-1,4\}$; $S_2=\{\}$; $S_3=\left\{-\sqrt{2}+2\sqrt{3},\sqrt{2}+2\sqrt{3}\right\}$; $S_4=\left\{-1,\frac{2}{5}\right\}$; $S_5=\left\{-1,\frac{7}{5}\right\}$; $S_6=\left\{\frac{3}{2}-\frac{\sqrt{11}}{2},\frac{3}{2}+\frac{\sqrt{11}}{2}\right\}$; ■

Défi Exprimer à l'aide de $m\neq 0$ les solutions de $mx^2+(4m+1)x+4m+2=0$ d'inconnue x.

3.3 Exercices : le discriminant

Exercice 11 Sans résoudre, entourez l'équation quadratique ayant deux solutions réelles distinces.

(E_1) $x^2+1=0$	(E_2) $x^2+2x+3=0$	(E_3) $x^2+2x+1=0$	(E_4) $x^2+2x-2=0$

Exercice 12 Sans résoudre, entourez l'équation quadratique ayant une solution unique.

(E_1) $x^2+2=0$	(E_2) $x^2+x+3=0$	(E_3) $x^2+x-1=0$	(E_4) $4x^2-4x+1=0$

Exercice 13 Complétez les espaces.

1) Pour une équation quadratique sous forme standard $ax^2+bx+c=0$, $(a\neq 0)$ le discriminant est donné par $\Delta=$..

   Si Δ est ...., l'équation a deux solutions disctinces.
   Si Δ est ...., l'équation a une unique solution.

   Si $\Delta<0$, l'équation ....solutions réelles.

   Si $\Delta\geqslant 0$, les solutions de l'équation sont $r_1=$........................ et $r_2=$........................

2) Le discriminant de l'équation $2x^2+4x-1=0$ vaut $\Delta=$...
3) Le discriminant de l'équation $\frac{2}{3}x-x^2-\frac{1}{3}=0$ vérifie Δ......0. L'équation ....solution(s).
4) Le discriminant de l'équation $x^2-x=\frac{1}{2}$ vérifie Δ......0. L'équation ....solution(s).
5) L'équation $x^2+4x+a=0$ d'inconnue x admet une unique solution. $a=$...........................
6) L'équation $x^2-2(m+1)x+m^2+5=0$ d'inconnue x admet une unique solution. $m=$..............

Exercice 14 Sans cherchez à les résoudre donner le nombre de solutions dans $\mathbb{R}$ des équations suivantes d'inconnue x.

(E_1) $2x^2+3x=4$	(E_3) $7x^2+1=2\sqrt{7}x$	(E_5) $\sqrt{3}x^2+x=\sqrt{2}$
(E_2) $3x^2=2(2x-1)$	(E_4) $4x(x-1)-3=0$	(E_6) $(2x-1)^2+x(x+2)=0$

Exercice 15 Sans chechez à la résoudre, donner le nombre de solution de l'équation $x^2-2mx+4(m-1)=0$ d'inconnue x.

Exemple 3.3 Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations quadratiques d'inconnue x suivantes.

(I_1) $x^2 - 3x - 5 < 0$ | (I_2) $-2x^2 + 3x + 1 \geqslant 0$ | (I_3) $2x^2 + 3x + 5 > 0$

$\Delta =$

La fonction $f(x) = x^2 - 3x - 5$ admet ...... racine(s) réelle(s).

Exercice 16 Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes.

(I_1) $3x^2 - 4x + \dfrac{4}{3} \leqslant 0$ | (I_2) $5x^2 - 50,5x + 5 < 0$ | (I_3) $x^2 + x + 1 > 0$ | (I_4) $-2x^2 + 3x + 1 < 0$

Exercice 17 À l'aide du tableau de signe, résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes d'inconnue x.

(I_1) $(3x^2 + x + 2)(x + 3) \leqslant 0$ | (I_2) $(-5x^2 + x + 4)(3 - 2x) < 0$

x	$-\infty$				$+\infty$
$3x^2 + x + 2$					
$x + 3$					
$\times$					

x	$-\infty$				$+\infty$
$-5x^2 + x + 4$					
$3 - 2x$					
$\times$					

Exercice 18 À l'aide du tableau de signe, résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes d'inconnue x.

(I_1) $\dfrac{3x^2 - 4x + 7}{2x + 1} \leqslant 0$ | (I_2) $\dfrac{3x^2 + 9x + 6}{(x + 3)^2} < 0$

x	$-\infty$				$+\infty$
$3x^2 - 4x + 7$					
$(2x + 1)^2$					
$\dfrac{3x^2 - 4x + 7}{2x + 1}$					

x	$-\infty$				$+\infty$
$3x^2 + 9x + 6$					
$(x + 3)^2$					
$\dfrac{3x^2 + 9x + 6}{(x + 3)^2}$					

solution de l'exercice 16. $\mathscr{S}_1 = \emptyset$; $\mathscr{S}_2 =]0.1, 10.0[$; $\mathscr{S}_3 =]-\infty, \infty[$; $\mathscr{S}_4 = \left]-\infty, \frac{3}{4} - \frac{\sqrt{17}}{4}\right[\cup \left]\frac{3}{4} + \frac{\sqrt{17}}{4}, \infty\right[$; ■

solution de l'exercice 17. $\mathscr{S}_1 =]-\infty, -3]$; $\mathscr{S}_2 = \left]-\infty, -\frac{4}{5}\right[\cup \left]1, \frac{3}{2}\right[$; ■

solution de l'exercice 18. $\mathscr{S}_1 = \left]-\infty, -\frac{1}{2}\right[$; $\mathscr{S}_2 =]-2, -1[$; ■

3.4 Problèmes : systèmes d'équations

■ **Exemple 3.4** Dans un repère, on se donne la parabole $\mathscr{P}\colon y = 2x^2 + 12x - 31$.

Les coordonées $(x; y)$ des point M intersections de $\mathscr{P}$ avec l'axe des abscisses vérifient :
$$\begin{cases} y = 0 \\ y = 2x^2 + 12x - 29 \end{cases}$$

Le(s) coordonnées $(x; y)$ des points M intersections de $\mathscr{P}$ avec la droite $d\colon y = -8x + 19$ vérifient le système :
$$\begin{cases} y = -8x + 19 & \text{car} \\ y = 2x^2 + 12x - 29 & \text{car} \end{cases}$$

Exercice 19

Détérminer les coordonnées des points d'intersection entre la parabole $\mathscr{P}\colon y = -x^2 + 2x + 3$ et la droite $d\colon y = x + 1$

Exercice 20

Détérminer les coordonnées des points d'intersection entre la parabole $\mathscr{P}\colon y = 2x^2 - 3x + 2$ et la droite $d\colon y = 3x - 2$

Exercice 21

Quel est le nombre de points d'intersection de la parabole $\mathscr{P}\colon y = 3x^2 - 5x + 2$ et la droite $d\colon y = x - 1$?

Exercice 22 Complétez.

La parabole $\mathscr{P}\colon y = 0.25x^2$ et la droite $d\colon y = 0.5x + m$ ont un unique point commun $M(x; y)$.

Les coordonnées de M vérifient le système $\begin{cases} \\ \\ \end{cases}$

L'équation $\ldots x^2 + \ldots x + \ldots = 0$ admet une unique solution.

$\Delta = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$ m vérifie $\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

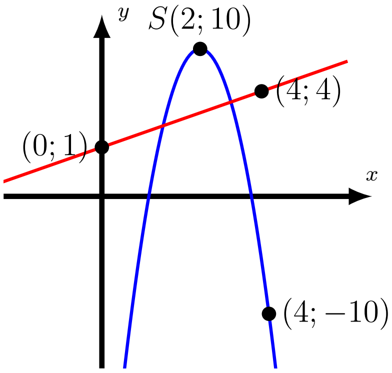
Les coordonnées du point M sont $x = \ldots\ldots$ et $y = \ldots\ldots$.

Exercice 23 La parabole $\mathscr{P}\colon y = 7x^2 - 5x + 1$ et la droite $d\colon y = mx$ ont un unique point commun. Déterminer les valeurs possibles de m.

Exercice 24

Détérminer les points d'intersection des paraboles $\mathscr{P}\colon y = x^2 - 3x + 4$ et $\mathscr{Q}\colon y = -x^2 + 4x - 1$

Exercice 25



On a représenté dans le repère ci-contre, la parabole de sommet $S(2;10)$ passant par $R(4;-10)$ et la droite d.

a) À partir de la représentation graphique, retrouver l'équation réduite de la droite d et la forme standard de l'équation de la parabole $\mathscr{P}$.

b) En déduire les coordonnées exactes des points d'intersection de $\mathscr{P}$ et d.

■ **Exemple 3.5** Résoudre les systèmes suivants par substitution.

$$\begin{cases} y &= x+1 \\ xy &= 2 \end{cases}$$

à vous : $\begin{cases} y &= 2x+5 \\ xy &= 12 \end{cases}$

$$\begin{cases} x^2+y^2 &= 9 \\ y &= x+3 \end{cases}$$

à vous : $\begin{cases} x^2+y^2 &= 17 \\ y &= x+5 \end{cases}$

Exercice 26 — renforcement. Mêmes consignes.

$\begin{cases} y &= x+1 \\ xy &= 12 \end{cases}$ $\quad\begin{cases} 4xy &= 12 \\ y &= 2x-2 \end{cases}$ $\quad\begin{cases} x^2+y^2 &= 13 \\ x+y &= 5 \end{cases}$ $\quad\begin{cases} 2x^2-y^2+x+13 &= 0 \\ 2x-y &= 1 \end{cases}$

3.5 Problèmes : applications des équations quadratiques

Exercice 27

Une entreprise produit un total de 500 tonnes de frites en janvier. En mars, la production est de 720 tonnes. x désigne le **taux d'augmentation** mensuel moyen.

Entourez l'équation vérifiée par x :

(E_1) $500(1+2x)=720$ | (E_2) $500(1+x)^2=720$ | (E_3) $500(1+x^2)=720$ | (E_4) $720(1+x)^2=500$

Exercice 28

Un enclos rectangulaire est adossé à un mur sur un des côtés. La longueur du grillage sur les 3 côtés restant est de $13\,\text{m}$ et l'aire de l'enclos est de $20\,\text{m}^2$. x désigne la longueur du côté perpendiculaire au mur.

a) Montrer que x vérifie l'équation $2x^2-13x+20=0$.

b) Trouvez les solutions possibles.

Exercice 29

Chaque membre d'un group doit envoyer une photo à tous les autres membres. Un total de 90 photos ont été échangés. x désigne le nombre de membres du groupe.

Donner une équation vérifiée par x et la mettre sous forme standard.

Exercice 30

Un entier à deux chiffres a une valeur égale à 3 fois le carré du chiffre des unités. Le chiffre des dizaines est 2 de plus que le chiffre des unités.

x désigne le chiffre des unités. Donner une équation vérifiée par x et la mettre sous forme standard.

Exercice 31

Quark place 1000 € sur un compte qui rapporte un taux d'intérêts de x par an. À la fin de la première année, il retire 200 € en laissant les 800 € et les intérêts accumulés pour une année supplémentaire. Quark pense en tirer 892.50 € à la fin de la seconde année.

Donner une équation vérifiée par x et la mettre sous forme standard.

Exercice 32

En ligue, chaque équipe joue exactement 1 fois chez elle, et 1 fois en déplacement. Il y a 182 matchs durant la saison. Quel est le nombre d'équipes de cette ligue ?

Exercice 33

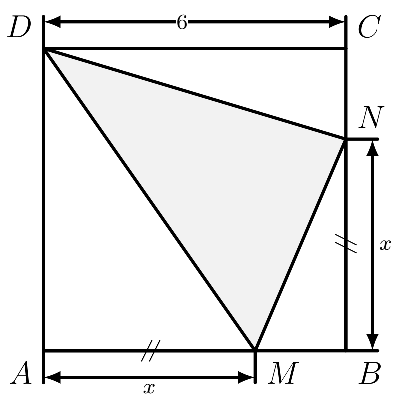
Un triangle rectangle a pour hypothénuse de longueur 17 et de périmètre 40. Trouver les longueurs des deux petits côtés.

Exercice 34

$ABCD$ est un carré. M et N sont respectivement sur le segment $[AB]$ et $[BC]$. On pose $AM=BN=x$.

a) Exprimer en fonction de x l'aire du triangle DMN.

b) Déterminez la position du point M pour laquelle l'aire du triangle MND soit minimale.



Exercice 35

Un rectangle a pour aire 225 cm^2. Sa longueur est 16 cm de plus que sa largeur. Trouvez la largeur.

Exercice 36 — résoudre pour factoriser. Complétez.

a) Les solutions de $x^2 + px + q = 0$ d'inconnue x sont 3 et 4.

La forme factorisée de $x^2 + px + q =$ . . . .

b) Les solutions de l'équation $3x^2 + 4x - 1 = 0$ sont $r_1 = \dfrac{-2+\sqrt{7}}{3}$ et $r_2 = \dfrac{-2-\sqrt{7}}{3}$.

La forme factorisée de $3x^2 + 4x - 1 =$ . . . .

c) La forme factorisée de $-2x^2 - 3x + 6 =$ . . . .

d) $y > 0$.Soit l'équation $2x^2 - 8xy - 5y^2 = 0$ d'inconnue x. $\Delta =$. . . . .

Les solutions de l'équation sont :

$r_1 = \dfrac{-\left(\quad\right) + \sqrt{\quad\quad}}{2\left(\quad\right)} =$ . . . . ; $r_2 = \dfrac{-\left(\quad\right) + \sqrt{\quad\quad}}{2\left(\quad\right)} =$ . . . .

La forme factorisée de $2x^2 - 8xy + 5y^2 = 2\left(x - \dfrac{\quad+\sqrt{\quad\quad}}{\quad\quad}y\right)\left(x - \dfrac{\quad-\sqrt{\quad\quad}}{\quad\quad}y\right)$

e) Soit $y > 0$. Les solutions de l'équation $3x^2 - 4xy - 4y^2 = 0$ d'inconnue x, sont :

$r_1 =$. . . . . ; $r_2 =$. . . . .

La forme factorisée de $3x^2 - 4xy - 4y^2 =$ . . . .

f) Si $x^2 + kx + 5(k - 5)$ se factorise en un carré d'une expression, alors $k =$ . . . .

g) Si $2x^2 - 3x + m + 1$ est factorisable alors $m \in$ . . . .

Exercice 37 — renforcement. Factoriser les expressions suivantes.

$f_1 = x^2 - 5x + 6$	$f_2 = 4x^2 - 5$	$f_3 = 4x^2 + 8x - 1$	$f_4 = 3x^2y^2 - 5xy - 1$

solution de l'exercice 37 . $f_1(x) = (x-3)(x-2)$; $f_2(x) = 4\left(x - \frac{\sqrt{5}}{2}\right)\left(x + \frac{\sqrt{5}}{2}\right)$; $f_3(x) = 4\left(x + 1 + \frac{\sqrt{5}}{2}\right)\left(x - \frac{\sqrt{5}}{2} + 1\right)$; ∎