

Chapitre Equations à une inconnue

10

Une **équation à une inconnue** est une égalité dans laquelle apparaît une lettre.

Une **solution** de l'équation est une valeur de l'inconnue pour laquelle l'égalité est vraie.

■ Exemple 10.1

Soit l'équation $2x + 3 = x - 5$ d'inconnue x .

- a) $x = 0$ n'est pas solution de l'équation car l'égalité $2 \times 0 + 3 = 0 - 5$ est fausse
- b) $x = -8$ est une solution de l'équation, car $2 \times (-8) + 3 = (-8) - 5$ est vraie.

Définition 10.1 Résoudre une équation c'est trouver toutes les valeurs des inconnues qui rendent l'égalité vraie.

Définition 10.2 Deux équations sont dites **équivalentes** si elles ont le même ensemble de solutions c.à.d elles sont vraies pour les mêmes valeurs de x .

■ Exemple 10.2

- a) L'équation $x^2 = x$ d'inconnue x a pour solutions $x = 0$ et 1 .
L'équation $2x = x + 1$ d'inconnue x a une solution unique $x = 1$.
Les équations ne sont pas équivalentes.
- b) Les équations $2x = x + 1$ et $4x = x + 3$ d'inconnues x ont pour seule solution $x = 1$. Elles sont équivalentes.

Pour résoudre une équation on est amené à la modifier vers une équation **équivalente** plus simple.

Exercices

Exercice 1 — Vérifier si une valeur est solution d'une équation à 1 inconnue.

	Vrai	Faux
1/ $x = 7$ est une solution de l'équation $-2x + 14 = 0$ d'inconnue x	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2/ $x = 6$ est une solution de l'équation $-2x + 14 = 0$ d'inconnue x	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3/ 9 est une solution de l'équation $3x + 9 = 5x - 9$ inconnue x	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
4/ 2 est une solution de l'équation $3x + 9 = 5x - 9$ inconnue x	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
5/ -2 est une solution de l'équation $x^2 = -4$ inconnue x	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
6/ 2 est une solution de l'équation $x^2 - 10x + 16 = 0$ inconnue x	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
7/ 8 est une solution de l'équation $x^2 - 10x + 16 = 0$ inconnue x	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
8/ 3 est la seule solution de l'équation $(x - 3)(x - 2) = 0$ inconnue x	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
9/ 2 est une solution de l'équation $2x + 1 = 5$ d'inconnue x	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
10/ 2 est la seule solution de l'équation $2x + 1 = 5$ d'inconnue x	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Exercice 2 — Deviner des solutions d'équations.

- Essayer, par la méthode de votre choix, de répondre aux devinettes suivantes :
 - je pense à un nombre ; j'en prends le triple et je retranche 5 au résultat. Au final, j'obtiens 7. Quel est ce nombre ?
 - Je pense à un nombre ; je le multiplie par 3 et j'ajoute 5 au résultat. Au final j'obtiens le nombre de départ. Quel est ce nombre ?
- On désigne par x le nombre choisi, écrire une égalité traduisant chacune des questions.
 devinette n° 1
 devinette n° 2

■ Exemple 10.3 — résolution en une étape. Éliminer le terme d'une somme

$$E_1: 3 + x = -10 \quad \mid \quad E_2: x + 10 = 3 \quad \mid \quad E_3: -1 = 5 - x$$

Exercice 3 — résolution en une étape. Résoudre les équations suivantes d'inconnue x .

$$\begin{array}{l|l|l|l} E_1: 3 + x = 8 & E_3: 8 = x - 3 & E_5: -7 = x - 6 & E_7: -2 - x = 9 \\ E_2: x + 3 = 8 & E_4: 9 = x - 4 & E_6: 7 + x = 0 & E_8: 3 = -x + 7 \end{array}$$

■ Exemple 10.4 — résolution en une étape. Éliminer un facteur d'un produit

$$E_1: 4x = 12 \quad \mid \quad E_2: \frac{x}{4} = 12 \quad \mid \quad E_3: -3x = 21 \quad \mid \quad E_4: -\frac{x}{3} = 21$$

Exercice 4 — résolution en une étape. Résoudre les équations suivantes d'inconnue x .

$$\begin{array}{l|l|l|l} E_1: 3x = 18 & E_3: 5 = \frac{x}{3} & E_5: -15 = 2x & E_7: -15 = 15x \\ E_2: 3x = -15 & E_4: -15 = 3x & E_6: -15 = -4x & E_8: 13 = -6x \end{array}$$

On ne change pas les solutions d'une équation si :

- on **ajoute** aux **2 membres** de l'équation une même expression.
- on **multiplie** les **2 membres** de l'équation par **une même** expression **non nulle**.
- on **développe, factorise, réduit ...** un des deux membres de l'équation.

Pour éliminer le terme d'une somme on ajoutera aux deux membres l'opposé de ce terme.

Pour éliminer un facteur d'un produit on multiplie les deux membres par l'inverse de ce terme.

■ **Exemple 10.5 — résolution en deux étapes.**

$$E_1: 3x + 10 = 22 \quad | \quad E_2: -2x + 10 = 22$$

Exercice 5 — résolution en deux étapes. Résoudre les équations suivantes d'inconnue x .


$$\begin{array}{l|l|l|l} E_1: 2x + 5 = 11 & E_3: -2x + 10 = 0 & E_5: 22 = 4x - 10 & E_7: 2x + 100 = 0 \\ E_2: 2x + 7 = 13 & E_4: 3x - 10 = 19 & E_6: 220 = 100 - 4x & E_8: 20x + 110 = 100 \end{array}$$

■ **Exemple 10.6 — l'inconnue des deux côtés.**

$$E_1: 2x + 3 = x + 5 \quad | \quad E_2: -3x + 3 = x + 5 \quad | \quad E_3: -5 + x = -3 + 3x \quad | \quad E_4: 5 + x = 3 - 3x$$

Exercice 6 — l'inconnue des deux côtés. Résoudre les équations suivantes d'inconnue x .

$E_1: x + 5 = 3x + 3$	$E_4: 3 + x = 5 - 3x$	$E_7: -2x - 5 = 7x + 1$
$E_2: x - 5 = 3x - 3$	$E_5: 3 - x = 5 - 3x$	$E_8: -5x - 5 = -x + 8$
$E_3: 5 - x = -3 - 3x$	$E_6: 3 - x = 5 + 3x$	$E_9: -4x + 3 = 7x - 6$

Exercice 7 —  Entraînement 3^e. Résoudre les équations suivantes d'inconnue x . Vous pouvez commencer par développer simplifier réduire les membres de l'équation.

$E_1: 5 - (-7x - 3) = x - 6$	$E_3: 3(x - 5) = -3(2x + 1)$	$E_5: 3(2x + 5) - 3(5x - 1) = 0$
$E_2: 2(2x - 6) = -8x + 5$	$E_4: 2x - 3(x - 5) = x + 1$	$E_6: 3(x - 5) - 3(2x + 1) = 5$

■ Exemple 10.7

Un immeuble de 4 étages mesure 17,6 mètres de haut. La hauteur du toit est 1,5 fois celle d'un étage. Quelle est la hauteur d'un étage ?

Exercice 8

Trois bâtons mesurent ensemble 2,5 mètres. Le deuxième mesure 0,3 m de plus que le premier. Le troisième mesure 0,2 m de moins que le premier.

On appelle x la longueur du premier bâton.

- Exprime les longueurs des autres bâtons à l'aide de x .
- Justifier que x vérifie l'équation $3x + 0,1 = 2,5$.
- Résoudre l'équation puis déterminer la longueur de chaque bâton.

Exercice 9

Pour la rentrée scolaire, Blandine achète 6 classeurs et un livre. Elle paie au total 27,60 €. Le prix du livre est 5,2 € de plus que le classeur. On note x le prix d'un classeur.

- Exprime les longueurs des autres bâtons à l'aide de x .
- Justifier que x vérifie l'équation $7x + 5,2 = 27,6$.
- Résoudre l'équation puis déterminer la longueur de chaque bâton.

Exercice 10

Le périmètre d'un terrain de football rectangulaire est 290 mètres. Sa longueur mesure 10 mètres de plus que le double de sa largeur.

On appelle x la largeur du terrain.

- Exprimer la longueur, puis le périmètre du terrain à l'aide de x .
- Montrer que x vérifie l'équation $6x + 20 = 290$.
- Retrouver les dimensions du terrain.

Exercice 11

Je suis un nombre. Multiplié par 5 puis diminué de 3, je vau mon triple augmenté de 11. Qui suis-je ?

Exercice 12

Après une réduction de 25%, un pull coûte 84€. On appelle x le prix de départ du pull.

- Montrer que x vérifie l'équation $0,75x = 84$
- Quel est le prix de départ du pull ?

Exercice 13

Après une augmentation de 15%, un pull coûte 105€. On appelle x le prix de départ du pull.

- Montrer que x vérifie l'équation $0,75x = 84$
- Quel est le prix de départ du pull ?

solutions de l'exercice 1.

	Vrai	Faux
1/ $x = 7$ est une solution de l'équation $-2x + 14 = 0$ d'inconnue x	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2/ $x = 6$ est une solution de l'équation $-2x + 14 = 0$ d'inconnue x	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
3/ 9 est une solution de l'équation $3x + 9 = 5x - 9$ inconnue x	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
4/ 2 est une solution de l'équation $3x + 9 = 5x - 9$ inconnue x	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
5/ -2 est une solution de l'équation $x^2 = -4$ inconnue x	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
6/ 2 est une solution de l'équation $x^2 - 10x + 16 = 0$ inconnue x	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
7/ 8 est une solution de l'équation $x^2 - 10x + 16 = 0$ inconnue x	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
8/ 3 est la seule solution de l'équation $(x - 3)(x - 2) = 0$ inconnue x	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
9/ 2 est une solution de l'équation $2x + 1 = 5$ d'inconnue x	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
10/ 2 est la seule solution de l'équation $2x + 1 = 5$ d'inconnue x	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

solutions de l'ex 3.

$$\begin{aligned} S_1 &= \{5\}; \\ S_2 &= \{5\}; \\ S_3 &= \{11\}; \\ S_4 &= \{13\}; \\ S_5 &= \{-1\}; \\ S_6 &= \{-7\}; \\ S_7 &= \{-11\}; \\ S_8 &= \{4\}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S_4 &= \left\{-\frac{1}{5}\right\}; \\ S_5 &= \left\{-\frac{15}{2}\right\}; \\ S_6 &= \left\{\frac{15}{4}\right\}; \\ S_7 &= \{-1\}; \\ S_8 &= \left\{-\frac{13}{6}\right\}; \end{aligned}$$

solutions de l'ex 5.

$$\begin{aligned} S_1 &= \{3\}; \\ S_2 &= \{3\}; \\ S_3 &= \{5\}; \\ S_4 &= \left\{\frac{29}{3}\right\}; \\ S_5 &= \{8\}; \end{aligned}$$

solutions de l'ex 4.

$$\begin{aligned} S_1 &= \{6\}; \\ S_2 &= \{-5\}; \\ S_3 &= \{15\}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S_6 &= \{-30\}; \\ S_7 &= \{50\}; \\ S_8 &= \left\{-\frac{1}{2}\right\}; \end{aligned}$$

solutions de l'ex 6.

$$\begin{aligned} S_1 &= \{1\}; \\ S_2 &= \{-1\}; \\ S_3 &= \{-4\}; \\ S_4 &= \left\{\frac{1}{2}\right\}; \\ S_5 &= \{1\}; \\ S_6 &= \left\{-\frac{1}{2}\right\}; \\ S_7 &= \left\{-\frac{2}{3}\right\}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S_8 &= \left\{-\frac{13}{4}\right\}; \\ S_9 &= \left\{\frac{9}{11}\right\}; \end{aligned}$$

solutions de l'ex 7.

$$\begin{aligned} S_1 &= \left\{-\frac{7}{3}\right\}; \\ S_2 &= \left\{\frac{17}{12}\right\}; \\ S_3 &= \left\{\frac{4}{3}\right\}; \\ S_4 &= \{7\}; \\ S_5 &= \{2\}; \\ S_6 &= \left\{-\frac{23}{3}\right\}; \end{aligned}$$

