Chapitre

Probabilités 12

Une **expérience aléatoire** est une expérience **renouvelable à l'identique**, dont on connait les **issues**, et dont le résultat est **imprévisible**.
Chaque renouvellement de l'expérience s'appelle **épreuve**.

contrairement à une expérience **déterministe** comme en Physique, où des conditions identiques conduisent à des résultats identiques –aux erreurs de mesure près

12.1 Vocabulaire

Pour une expérience aléatoire :

- une issue est notée ω, ou ω_1, ω_2, ... à lire « oméga »
- l'univers Ω désigne l'ensemble des issues possibles
  $\Omega = \{\omega_1; \omega_2; \omega_3; \ldots; \omega_n\}$.
  n désigne le nombre total d'issues.
- un événement E est une partie de Ω
- ω **réalise** l'événement E signifie ω est dans E.

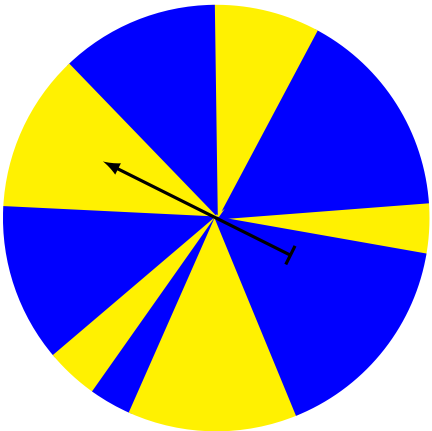
Card(E) est le **cardinal** (on dit aussi taille) d'un événement E. C'est le nombre d'issues qui réalisent E.

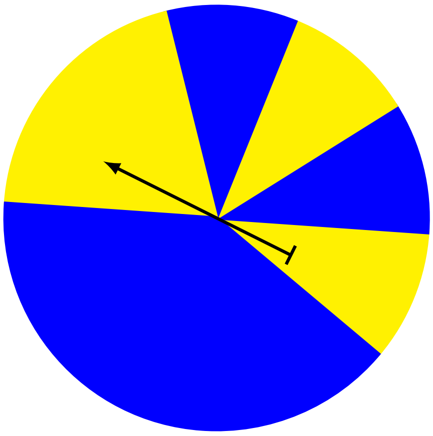
- $E = \Omega$ est un **événement certain** : si on choisit un élément ω quelconque de Ω, on est *certain* qu'il appartient à E.
- $\emptyset$ est l'**événement impossible** : si l'on choisit un élément ω il est impossible qu'il appartienne à $\emptyset$.
- Deux événements E et F sont **incompatibles** si aucune issue ne les réalise en même temps.
- L'événement $\overline{A}$ est l'événement **contraire** de A.
  Une issue ω réalise $\overline{A}$ si elle ne réalise **PAS** A.

Définition 12.1 La **fréquence relative** d'une issue est le rapport :

$$f_i = \frac{\text{nombre de réalisations de l'issue}}{\text{nombre total de répétitions}}$$

■ **Exemple 12.1** Pour chaque roue de loterie ci-dessous, le joueur Bleu gagne si l'aiguille s'arrête sur la couleur bleue, et le joueur jaune gagne si l'aiguille s'arrête sur la couleur jaune.





	Roue 1	**Roue 2**
Jaune		
Bleu		
Total		

a) Pour chaque roue, faire tourner une aiguille 12 fois en relevant le vainceur à chaque épreuve et déterminer la fréquence de victoire du joueur Jaune.

b) Pour chaque roue, notez la fréquence de victoire du joueur Jaune sur le total de $N = 12 \times \ldots\ldots = \ldots\ldots$ répétitions de toute la classe.

Ces résultats expérimentaux suggèrent l'existence d'une **loi du hasard** : *le nombre moyen de succès du joueur jaune* est proche de 40%. On ne parle pas de nombres liés à une expérience donnée, mais de « nombres idéaux » dont ceux de l'expérience se rapprochent.

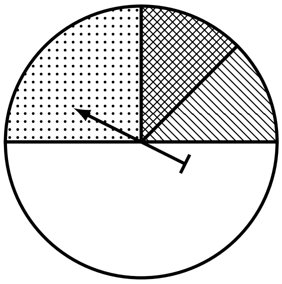
Principe fondamental. Vous en verrez d'autres versions plus formalisées au lycée et au delà.

Postulat 12.2 — La loi naïve des grands nombres. Lorsqu'une expérience aléatoire a un nombre fini de résultats possibles, chacun de ces résultats possède une probabilité d'**apparaître**.

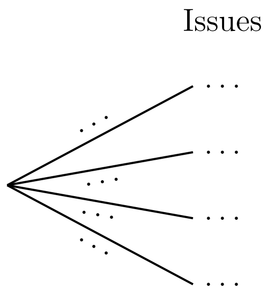
Quand on répète un grand nombre de fois l'expérience, la proportion d'apparition de chaque résultat est voisine de sa probabilité.

12.2 Loi de probabilité

■ **Exemple 12.3 — Modéliser et représenter les issues : arbres des issues/arbre de probabilité.** On fait tourner l'aiguille sur la roue de loterie ci-dessous, et on note le motif indiqué.



Issues					**Total**
Probabilité					



a) **(Modéliser)** Quelle est la probabilité d'obtenir blanc ? $P(\text{petits pois}) =$

b) **(Prévision)** On repète l'expérience 40 fois. Donner une estimation du nombre de fois ou on obtient des petits pois.

c) **(Expérience)** On repète l'expérience 40 fois, et on obtient 15 fois petits pois. Que concluez vous ?

■ **Exemple 12.4** Expérience aléatoire : lancer un dé cubique et noter la surface.

$\Omega =$ ....

Le modèle de probabilité choisi est :

$\omega_i \in \Omega$	1	2	3	4	5	6	Total
$p(\omega_i)$	0	0,5	0,1	0,3	0,01	0,09	

$$P(\Omega) = p(1) + p(2) + p(3) + p(4) + p(5) + p(6) =$$

$A =$ « obtenir un nombre pair », $P(A) = p(2) + p(4) + p(6) =$

$B =$ « obtenir un nombre inférieur ou égal à 2 » ; $P(B) =$

$C =$ « obtenir un 7 » ; $P(C) =$

$\overline{A} =$ $P(\overline{A}) =$

$\overline{B} =$ $P(\overline{B}) =$

Définition 12.2 — définition constructive d'une loi de probabilité.
Pour un univers $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \ldots, \omega_n\}$.

a) on attribue à chaque issue ω une probabilité $p(\omega) \geqslant 0$
b) la somme des probabilité des événements élémentaires est égale à 1 :
$p(\omega_1) + p(\omega_2) + \ldots + p(\omega_n) = 1$
c) Pour tout événement E, la probabilité $P(E)$ est égale à la probabilité des issues qui le réalisent.

En particulier $P(\Omega) = p(\omega_1) + p(\omega_2) + \ldots + p(\omega_n) = 1$.

Théorème 12.5 — formulaire. Toute loi de probabilité sur un univers Ω vérifie les propriétés suivantes :

loi unitaire

(P1) $P(\Omega) = 1$ et $P(\emptyset) = 0$

loi positive

(P2) Pour tout événement A $\quad 0 \leqslant P(A) \leqslant 1$

$P(A) + P(\overline{A}) = 1$

(P3) Pour tout événement A

$$P(\overline{A}) = 1 - P(A)$$

loi additive

(P4) Si A et B sont des événements incompatibles alors :

$$P(A \text{ ou } B) = P(A) + P(B)$$

Convention lycée Dans tout exercice où figurent des expressions tel que « dés équilibrés », « tirage au hasard », « urnes opaque et jetons indiscernables au toucher »... le modèle choisi sera celui de l'équiprobabilité : tous les événements élémentaires ont la même probabilité.

Définition 12.3 — situation d'équiprobabilité. Pour un univers $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \ldots, \omega_n\}$.

a) $p(\omega_1) = p(\omega_2) = \ldots = p(\omega_n) = \dfrac{1}{\text{Card}(\Omega)}$
b) Pour tout événement E on a $P(E) = \dfrac{\text{Card}(E)}{\text{Card}(\Omega)}$.

■ **Exemple 12.6** Reprenons l'exemple 12.4 en supposant l'équiprobabilité :

$p(1) = p(2) = p(3) = p(4) = p(5) = p(6) =$

$P(\Omega) =$

$A =$ « obtenir un nombre pair », $\quad P(A) =$

$B =$ « obtenir un nombre inférieur ou égal à 2 » ; $\quad P(B) =$

$C =$ « obtenir un 7 » ; $\quad P(C) =$

$\overline{A} =$ $\quad P(\overline{A}) =$

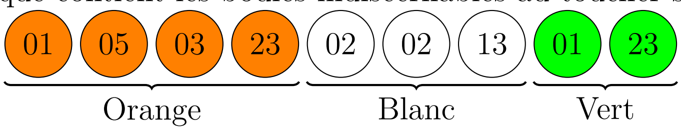
$\overline{B} =$ $\quad P(\overline{B}) =$

12.3 Exercices : Probabilités

Exercice 1 — Brevet, Pondichery 2017. Un sac contient 20 boules ayant chacune la même probabilité d'être tirée. Ces 20 boules sont numérotées de 1 à 20. On tire une boule au hasard dans le sac.
Tous les résultats seront donnés sous forme de fractions irréductibles.
(ÉCRIRE CLAIREMENT $P(\dots) = \dots$**)** et non une fraction dans la marge.

1) Quels sont les issues de cette expériences. Les issues sont-elles équiprobables ?
2) Quelle est la probabilité de tirer la boule numérotée 13 ?
3) Quelle est la probabilité de tirer une boule portant un numéro pair?
4) A-t-on plus de chances d'obtenir une boule portant un numéro multiple de 4 que d'obtenir une boule portant un numéro diviseur de 4 ?
5) Quelle est la probabilité de tirer une boule portant un numéro qui soit un nombre premier ?

Exercice 2 Une urne opaque contient les boules indiscernables au toucher suivantes :



1) On tire au hasard une boule et on note sa couleur.
   Quel est le nombre d'issues possibles ? S'agit-il d'une situation d'équiprobabilité ?
2) On tire au hasard une boule et on note son numéro.
   Quel est le nombre d'issues possibles ? S'agit-il d'une situation d'équiprobabilité ?
3) On tire au hasard une boule. **(ÉCRIRE CLAIREMENT** $P(\dots) = \dots$**)**
   a) Quel est le nombre d'issues possibles ?
   b) S'agit-il d'une situation d'équiprobabilité ?
   c) Quelle est la probabilité de tirer la boule numérotée 13 ?
   d) On note A l'événement « tirer un multiple de 3 ». Est-ce un événement élémentaire ? Calcule sa probabilité $P(A)$.
   e) Même question avec l'événement B : « tirer une boule verte ».
   f) Soit l'événement C « tirer une boule verte *et* un numéro multiple de 3 » (A et B). Calcule la probabilité $P(C)$. Comment appelle-t-on un tel événement ?
   g) Les événements A et B sont: ❒ Impossibles ❒ Certains ❒ Incompatibles
   h) Quelle est la probabilité de l'événement « obtenir une boule verte ou une boule avec un numéro multiple de 3 ».
   i) D est l'événement « obtenir une boule orange » et E « obtenir le numéro 1 ». Quelle est la probabilité de l'événement « D ou E »?

Exercice 3

Soit un dé bien équilibré à six faces dont trois sont bleues, deux sont blanches et une est rouge. On lance le dé et on note la couleur obtenue.

a) Les trois couleurs sont-elles équiprobables?
b) Déterminer la probabilité d'apparition de chaque couleur.

Exercice 4

Dans une compétition la répartition des participant est donnée dans le tableau ci-contre.

On choisit au hasard une personne de ce groupe. On note A l'événement « la personne choisie est un homme » et B l'événement « la personne choisie est originaire de Salaise ».

		Sexe		Total
		Hommes	Femmes	
Origine	Le péage	29	78	
	Salaise	17	34	
Total				

1) Quelles sont les issues de cette expérience aléatoire. Sont-elles équiprobables ?
2) Calcule $P(A)$.
3) Décrire par une phrase l'événement $\overline{A}$ et donner sa probabilité $P(\overline{A})$
4) Calculer $P(\overline{A}$ et $B)$.
5) Donner deux événements incompatibles.

Exercice 5

Il y a 11 garçons et 15 filles dans une classe de CE1, et 13 garçons et 10 filles dans la classe de CE2. On considère l'expérience aléatoire « choisir un élève au hasard parmi les élèves ».

Soit les événements $A =$« l'élève choisi est une fille » et $B =$ « l'élève choisi est en CE2 ».

	A	$\overline{A}$	**Total**
B			
$\overline{B}$			
Total			

1) Compléter le tableau double entrée par les effectifs correspondants.
2) Décrire les événements suivants par une courte phrase puis déterminer leur probabilité.

   a) $P(A) =$ .... $P(B) =$...................................
   b) $\overline{A}$= .... $P(\overline{A}) =$
   c) A et $\overline{B} =$ .... $P(A$ et $\overline{B}) =$
   d) $\overline{A \text{ et } B} =$ .... $P(\overline{A \text{ et } B}) =$
   e) A ou $B =$ .... $P(A$ ou $B) =$
   f) $\overline{A}$ ou $\overline{B} =$ .... $P(\overline{A}$ ou $\overline{B}) =$

Exercice 6 Dans une classe de 2$^{\text{nde}}$, il y a 35 élèves :

- 19 ont pris l'enseignement d'exploration « Méthodes et pratiques scientifiques », les autres ont pris l'enseignement d'exploration « Littérature et société » ;
- il y a 15 garçons ;
- 12 filles ont pris l'enseignement d'exploration « Méthodes et pratiques scientifiques ».

On choisit un élève au hasard dans la classe, chaque élève ayant la même probabilité d'être choisi, et on définit les évènements suivants :

- M : l'élève choisi a pris l'enseignement d'exploration « Méthodes et pratiques scientifiques » ;
- G : l'élève choisi est un garçon.

1) Compléter le tableau double entrée par les effectifs correspondants.
2) Déterminer les probabilités de l'événement M et de l'événement G.
3) Définir par une phrase les évènements M ou G et $\overline{M}$ et G puis déterminer leurs probabilités.

	G	$\overline{G}$	**Total**
M			
$\overline{M}$			
Total			

Exercice 7 — Brevet, centres étrangers 2013.

On considère l'expérience aléatoire suivante: on tire au hasard une carte dans un jeu bien mélangé de 32 cartes (il y a 4 « familles » cœur, trèfle, carreau et pique et on a 8 cœurs, 8 trèfles, 8 carreaux et 8 piques).
On relève pour la carte tirée la « famille » (trèfle, carreau, cœur ou pique) puis on remet la carte dans le jeu et on mélange.

1) On note A l'évènement : « la carte tirée est un trèfle ». Quelle est la probabilité de l'évènement A ?
2) On répète 24 fois l'expérience aléatoire ci-dessus. Le tableau ci-dessous donne la répartition des couleurs obtenues lors des vingt-quatre premiers tirages:

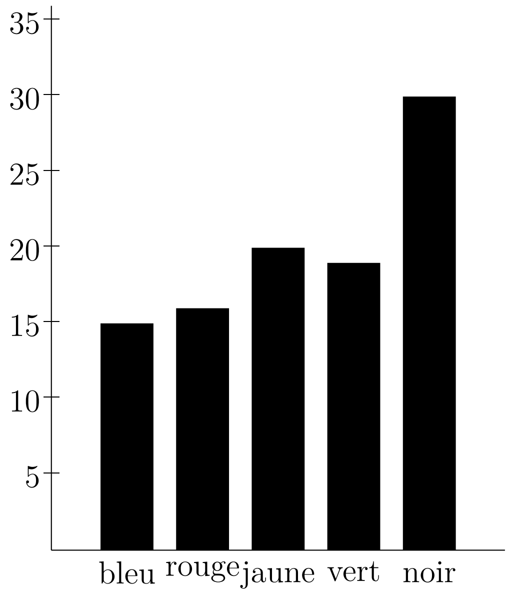
carte $\omega_i \in \Omega$	coeur	trègle	car-reau	pique	Total
nombre de fois où la carte est tirée	6	8	3	7	

Calculer la fréquence d'une carte de la « famille » cœur et d'une carte de la « famille » trèfle.
3) On reproduit la même expérience qu'à la question 2. Arthur mise sur une carte de la « famille » cœur et Julie mise sur d'une carte de la « famille » trèfle.
Est-ce que l'un d'entre deux a plus de chance que l'autre de gagner ?

Exercice 8 — Brevet Métropole.

Un dé cubique a 6 faces peintes: une en bleu, une en rouge, une en jaune, une en vert et deux en noir.

1) On jette ce dé cent fois et on note à chaque fois la couleur de la face obtenue. Le schéma ci-dessous donne la répartition des couleurs obtenues lors de ces cent lancers.
   a) Déterminer la fréquence d'apparition de la couleur jaune.
   b) Déterminer la fréquence d'apparition de la couleur noire.
2) On suppose que le dé est équilibré.
   a) Quelle est la probabilité d'obtenir la couleur jaune?
   b) Quelle est la probabilité d'obtenir la couleur noire?
3) Expliquer l'écart entre les fréquences obtenues à la question 1 et les probabilités trouvées à la question 2.



■ **Exemple 12.7 — modélisation par tableau double entrée d'une expérience à 2 épreuves.**

On lance un dé tétraédrique (d4) et un dé cubique (d6) et on note les valeurs des faces supérieures. On suppose que les dés sont équilibrés. Donner les probabilités des événements suivants :

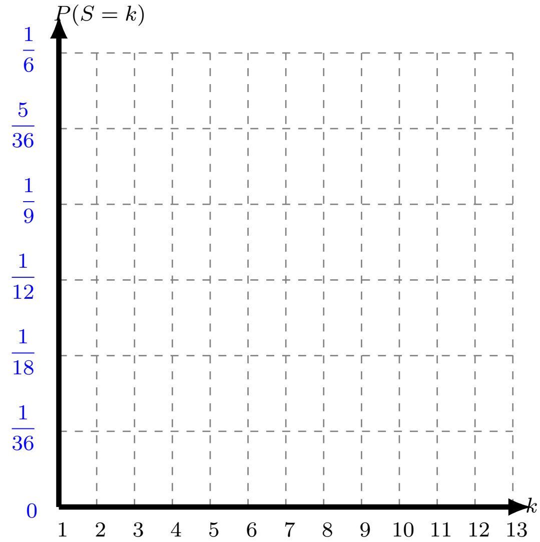
1) $A =$ « le d6 est strictement plus grand que le d4 »
2) $B =$ « le d6 est égal au double du d4 »
3) $C =$ « la somme des dés est égale à 1 »
4) $D =$ « la somme des dés est égale à 10 »
5) $E =$ « la somme des dés est égale à 6 »
6) $F =$ « le produit des dés est 12 »

		Dé n° 2			
		1	2	3	4
Dé n° 1	1				
	2				
	3				
	4				
	5				
	6				

Exercice 9 — Avec deux dés. On lance simultanément un dé Noir et un dé Bleu (cubiques) et on note la somme S des deux nombres obtenus. On cherche les probablités des issues possibles.

1) Complète le tableau à double entrée ci-dessous avec les sommes obtenues.

		Dé n° 2					
		1	2	3	4	5	6
Dé n° 1	1						
	2						
	3						
	4						
	5						
	6						



2) Déterminer les sommes possibles et la probabilité de chaque issue.

k	2											Total
$P(S = k)$												

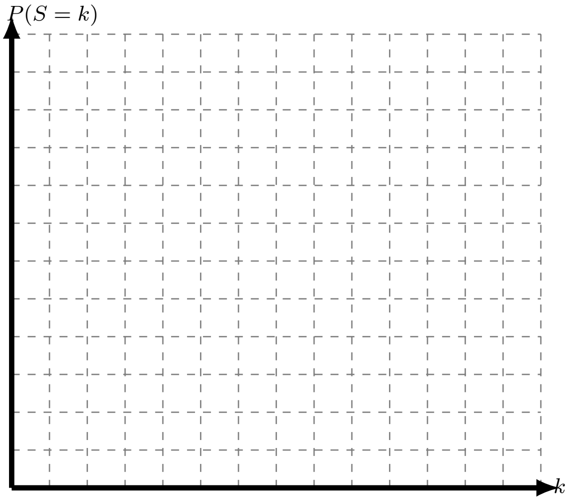
3) Représenter dans le graphique ci-dessus les probabilités de chaque issue.
4) Déterminer les probabilités des événements suivants (ÉCRIRE CLAIREMENT $P(\ldots) = \ldots$):
   $A =$ « somme égale à 4 » ....
   $B =$ « somme égale à 12 ....
   $C =$ « somme supérieure ou égale à 7 » ....
   $D =$ « somme strictement inférieure à 4 » ....
   $E =$ « somme paire » ....
   $F =$ « obtenir à la fois une somme égale à 7 et un produit égal à 12 » ....

Exercice 10

On lance deux dés parmi les paires de dés distribuées et on note la somme des faces supérieures.

Détermine et représente les probabilités des issues possibles. On supposera que les dés sont équilibrés.

		Dé n° 2					
Dé n° 1							



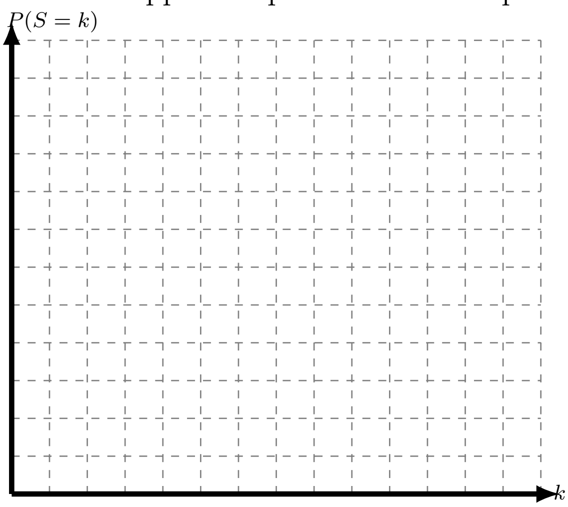
k											Total
$P(S=k)$											

Exercice 11 — Bis si le temps le permet.

On lance deux nouveaux dés parmi les paires de dés distribuées et on note la somme des faces supérieures.

Détermine et représente les probabilités des issues possibles. On supposera que les dés sont équilibrés.

		Dé n° 2					
Dé n° 1							



k											Total
$P(S=k)$											

Exercice 12 — 3 dés non transitifs. Deux joueurs s'affrontent dans une bataille de dés. Le joueur A choisit en premier un dé, le joueur B choisit un dé parmi ceux restants. Chacun lance son dé, le vainqueur de la manche est celui qui aura le plus grand nombre sur la face supérieure.

1) Faire 12 manches avec dé rouge contre dé bleu. Quelle est la fréquence de victoire du dé rouge ?
   À l'aide du site `htttps://polypad.org/761iT039IhVtlw` ou une mise en commun entre groupes donner une estimation de la probabilité que le dé bleu rouge bat le dé bleu.
2) À l'aide du tableau d'un tableau double entrée ci-dessous, déterminer dans chaque cas le dé qui a le plus de chance de gagner :
   Cas n° 1 Le joueur A choisit le dé vert et le joueur B choisit le dé bleu.
   Cas n° 2 le joueur A choisit le dé bleu et le joueur B choisit le dé rouge
   Cas n° 3 le joueur A choisit le dé vert et le joueur B choisit le dé rouge

		Dé					
Dé							

		Dé					
Dé							

		Dé					
Dé							

3) Préciser la stratégie gagnante à adopter par le joueur B.

Exercice 13 — dés d'Efron. Même situation que l'exercice précédent, mais cette fois les joueurs choisissent parmi les 4 dés Vert, Bleu, Magenta et Orange.

1) Compléter les tableaux et déterminer dans chaque cas le dé qui a le plus de chance de gagner.

		Dé					
Dé							

		Dé					
Dé							

		Dé					
Dé							

		Dé					
Dé							

		Dé					
Dé							

		Dé					
Dé							

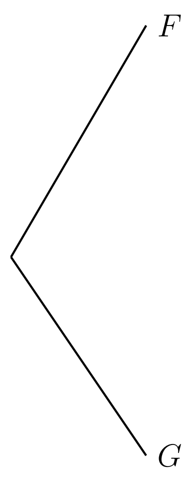
2) Préciser la stratégie gagnante à adopter par le joueur B.

■ **Exemple 12.8 — Garçons ou filles ?.** On s'intérèsse aux familles de trois enfants, sans jumeaux, et en ne tenant compte que du sexe des enfants. On suppose qu'à chaque naissance, les issues $F =$ « l'enfant est une fille », et $G =$ « l'enfant est un garçon » sont équiprobables.

1) Construire l'arbre des probabilités correspondant à la situation décrite (famille de 3 enfants). Préciser si l'on est en situation d'équiprobabilité.
2) Déterminer, sans justifier, la probabilité de chacun des évènements suivants :

   a) A : « la famille n'a aucune fille ».
   b) B : « la famille a exactement deux filles ».
   c) C : « la famille a au moins deux filles ».
   d) D : « la famille a une unique fille ».

Enfant n° 1 Enfant n° 2 Enfant n° 3 Issues



Exercice 14 — Choix de menus. Au restaurant, le menu proposé se compose :

- d'une entrée choisie parmi deux entrée : salade (S) ou charcuterie (C) ;
- d'un plat choisi parmi deux plats : viande (V) ou poisson (P) ;
- d'un dessert choisi parmi deux desserts : fruits (F) ou glace (G).

1) Représenter cette situation à l'aide d'un arbre.
2) Le nombre de branches à « l'arrivée » indique le nombre de tous les choix possibles.
   a) Combien y-a-t-il de menus différents proposés au client ?
   b) Combien y-a-t-il de menus différents si un client veut manger du poisson ?
3) Le restaurateur propose une autre formule : soit une entrée et un plat, soit un plat et un dessert. Combien y-a-t-il de menus différents possibles dans cette formule ?

Exercice 15 Au restaurant scolaire, les élèves ont le choix entre 2 entrées (Artichaut ou Betterave) puis entre 3 plats (Cheval, Daube ou Escalope) et enfin entre 2 desserts (Fromage ou Gâteau)

Un menu se compose forcement d'une entrée, d'un plat et d'un dessert.

1) En utilisant un arbre, représenter tous les menus.
2) Combien de menus différents sont possibles ?
3) On choisit un menu au hasard. Quelle est la probabilité:
   a) qu'il comporte une escalope ?
   b) qu'il comporte de l'artichaut et du fromage ?
   c) qu'il ne comporte pas de cheval ?

Exercice 16 — Brevet. Centres étrangers 2018. Thomas possède une montre qu'il compose en assemblant des cadrans et des bracelets de plusieurs couleurs. Pour cela, Il dispose de :

- deux cadrans: un rouge et un jaune ;
- quatre bracelets: un rouge, un jaune, un vert et un noir.

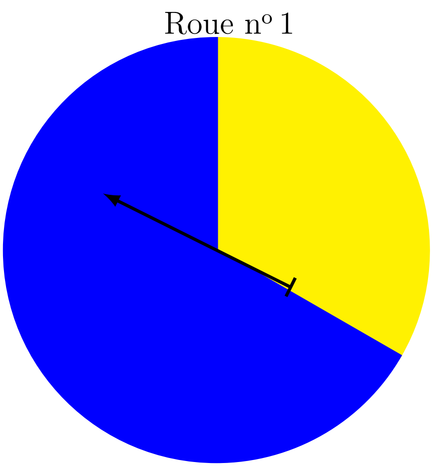
1) Combien y a-t-il d'assemblages possibles ?

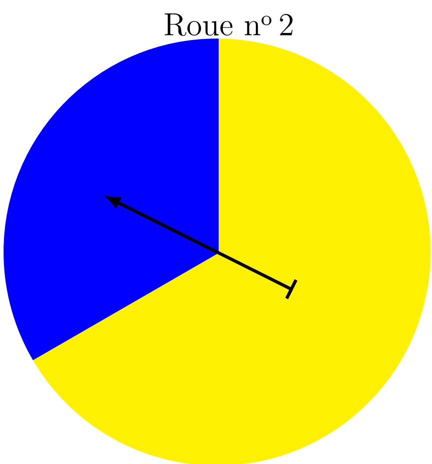
Il choisit au hasard un cadran et un bracelet pour composer sa montre.

2) Déterminer la probabilité d'obtenir une montre toute rouge.
3) Déterminer la probabilité d'obtenir une montre d'une seule couleur.
4) Déterminer la probabilité d'avoir une montre de deux couleurs.

Exercice 17 — lien polypad `https://polypad.org/c7MCnrZR2Lf6A`. Soit les deux roues de loteries ci-dessous. On fait tourner les aiguilles et on note la couleur de la roue 1, puis celle de la roue 2.

1) Utiliser un arbre pour identifier toutes les issues possibles.
2) BJ = « Obtenir Bleu à la roue 1, puis Jaune à la roue 2 » et BB = « Obtenir Bleu à la roue 1, puis Bleu à la roue 2 ». Quel événement est le plus probable ? Que dire de l'équiprobabilité ?
3) On repète l'expérience 36 fois.
   a) Estimer le nombre de fois ou la roue n° 1 indique bleu.
   b) Parmi les épreuves ou la roue n° 1 indique bleu, estimer le nombre de roue n° 2 indique bleu.
   c) Donner une estimation de la probabilité de l'événement BB.

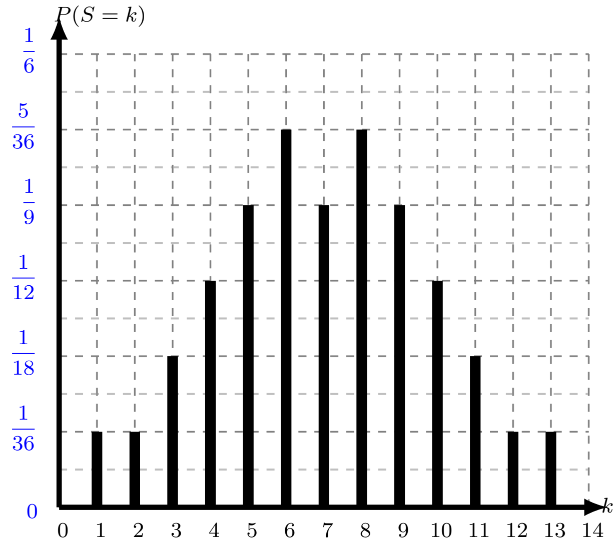




éléments de réponse de l'exercice 10.

Bleu et Noir

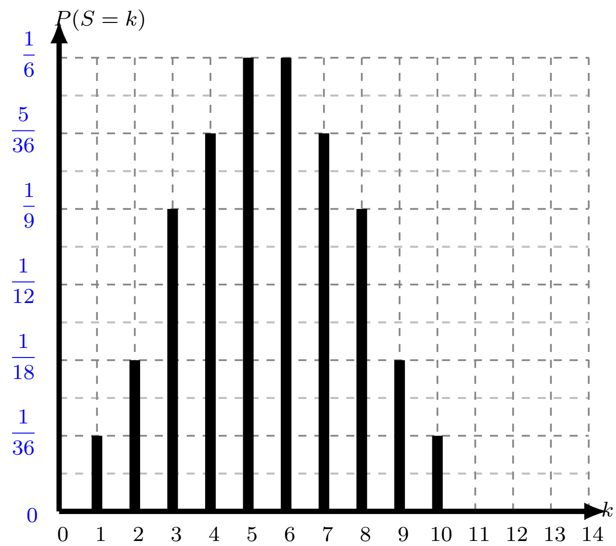
		Dé Bleu					
		0	2	3	4	5	7
Dé Noir	1	1	3	4	5	6	8
	2	2	4	5	6	7	9
	3	3	5	6	7	8	10
	4	4	6	7	8	9	11
	5	5	7	8	9	10	12
	6	6	8	9	10	11	13



k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	Total
$P(S=k)$	$\frac{1}{36}$	$\frac{1}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{1}{36}$	$\frac{1}{36}$	$\frac{36}{36}=1$

Rouge et Noir

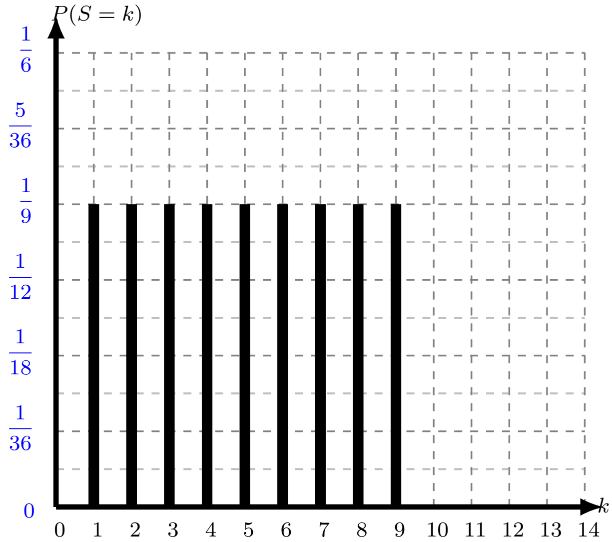
		Dé Rouge					
		0	1	2	2	3	4
Dé Noir	1	1	2	3	3	4	5
	2	2	3	4	4	5	6
	3	3	4	5	5	6	7
	4	4	5	6	6	7	8
	5	5	6	7	7	8	9
	6	6	7	8	8	9	10



k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	Total
$P(S=k)$	$\frac{1}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{6}{36}$	$\frac{6}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{1}{36}$				$\frac{36}{36}=1$

Rouge et Bleu

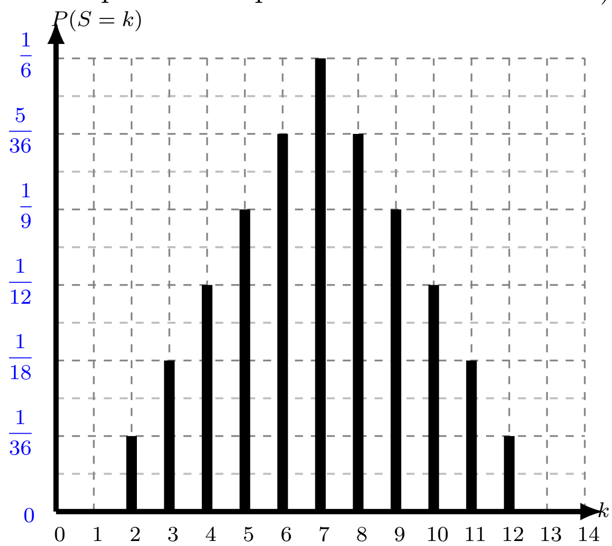
		Dé Bleu					
		1	2	3			
Dé Red	0	1	2	3			
	3	4	5	6			
	6	7	8	9			



k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	Total
$P(S=k)$	$\frac{4}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{4}{36}$					$\frac{36}{36}=1$

d3 standard et d12 non standard (même graphique et loi de probabilité pour les dés de Sicherman)

		Dé d12											
		1	2	3	4	4	5	5	6	6	7	8	9
Dé d3	1	2	3	4	5	5	6	6	7	7	8	9	10
	2	3	4	5	6	6	7	7	8	8	9	10	11
	3	4	5	6	7	7	8	8	9	9	10	11	12



k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	Total
$P(S=k)$		$\frac{1}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{6}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{1}{36}$		$\frac{36}{36}=1$

■