

Exercice 1 : Une étude de fonction**20 points**

La fonction f est définie par $f(x) = \frac{x^2 + x - 1}{x + 2}$. On se place dans un repère orthonormé du plan, et on note \mathcal{C}_f la représentation graphique de f .

- (2) 1. Déterminer le domaine D de la fonction f et justifier qu'elle est dérivable sur D .
- (3) 2. Démontrer que pour tout x appartenant à D on a $f'(x) = \frac{x^2 + 4x + 3}{(x + 2)^2}$.
- (3) 3. Résoudre l'équation $f'(x) = 0$. Interpréter graphiquement le résultat.
- (4) 4. Étudier le signe de f' et en déduire les variations de la fonction f sur son domaine.
Vous dresserez le tableau de variation de f , et préciserez les extremum ainsi que la valeur exacte pour laquelle chacun est atteint.
- (1) 5. Pour quelles valeurs de k l'équation $f(x) = k$ n'admet-elle aucune solutions ?
- (2) 6. Déterminer une équation de la tangente T à la courbe représentative de f au point d'abscisse 0.
- (1,5) 7. a) Résoudre l'équation $f'(x) = \frac{3}{4}$.
- (0,5) b) En déduire l'existence ou non de points de \mathcal{C}_f pour lesquels la tangente est parallèle à la droite d'équation $y = \frac{3x}{4}$.
- (2,5) 8. a) Dresser le tableau de signe de l'expression $f(x) - (2x + 1)$.
- (0,5) b) Étudier la position relative de la courbe \mathcal{C}_f et de la droite d'équation $y = 2x + 1$.