




# Chapitre 13

## Pourcentages, proportions et taux d'évolutions

**Table 13.1** – Objectifs. À fin de ce chapitre 13...

	Pour m'entraîner 📌		
Je dois <b>connaître...</b> / <b>savoir faire...</b>			
pourcentages et proportions			
notions de pourcentages, de proportion (3 <sup>e</sup> )		13.1, 13.2, 13.3	
proportion de proportions (3 <sup>e</sup> )		13.4	
problèmes et mise en équation	13.5	13.6, 13.7	13.8
pourcentages et évolutions			
taux d'évolution et coefficient multiplicateur (3 <sup>e</sup> )		13.9, 13.10	
problèmes simples à une évolution (3 <sup>e</sup> )		13.11 à 13.21	13.22
évolutions successives et taux global		13.25, 13.26	
évolutions successives : problèmes et équations	13.27	13.28, 13.29, 13.30	
évolution réciproque et taux réciproque		13.31, 13.32	
Application 1 : taux d'intérêts simples et composés			
évolutions successives de même taux		13.33, 13.34	
évolutions successives : problèmes		13.35, 13.36, 13.37	
Application 2 : taux d'évolution moyen			
taux moyen pour 2 évolutions successives		13.38, 13.39, 13.40	
taux moyen pour 3 évolutions successives		13.41, 13.42, 13.43	
Application 3 : indice de base 100		13.24	

## 13.1 Taux d'évolution et coefficient multiplicateur

**Définition 13.1** — Le  $P\%$ . désigne  $P$  centièmes  $= \frac{P}{100}$ .

**Définition 13.2** —  $U$  de  $V$ . désigne  $U \times V$ .

**Définition 13.3** Une évolution est un couple  $(V_I; V_F)$  d'une valeur initiale et d'une valeur finale (généralement positifs).

Si  $V_F > V_I$  c'est une appréciation, augmentation, ou inflation

Si  $V_F < V_I$  c'est une dépréciation, ou réduction.

**Définition 13.4** Une évolution de taux  $TE$  correspond à une multiplication par  $CM = 1 + TE$ .

Coefficient Multiplicateur =  $1 + \text{Taux d'Évolution}$

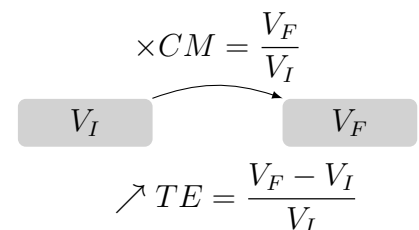
Valeur Initiale  $\times CM = \text{Valeur Finale}$

**R** Si  $TE > 0$ , taux d'évolution positif, il s'agit d'une augmentation  $CM > 1$ .

Si  $TE < 0$ , taux d'évolution négatif, il s'agit d'une diminution  $CM < 1$ .

**Proposition 13.1** Pour une évolution  $V_I \mapsto V_F$  on a :

$$CM = \frac{V_F}{V_I} \quad \text{et} \quad TE = \frac{V_F - V_I}{V_I}$$



## 13.2 Evolutions successives

**Théorème 13.2** Plusieurs évolutions successives vont avoir le même effet qu'une seule dont le  $CM$  global est le produit des  $CM$  des évolutions intermédiaires qui la composent.

■ **Exemple 13.1** — Cas de 2 évolutions successives.

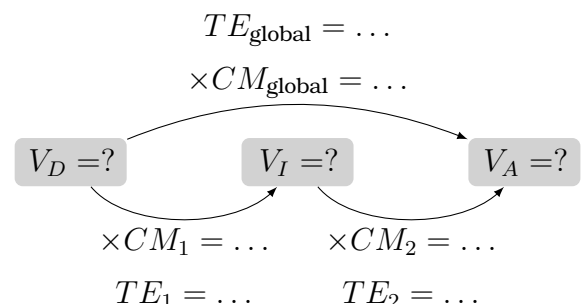
$$CM_{\text{global}} = CM_1 \times CM_2$$

$$1 + TE_{\text{global}} = (1 + TE_1) \times (1 + TE_2)$$

■ **Exemple 13.2** — Cas de 3 évolutions successives.

$$CM_{\text{global}} = CM_1 \times CM_2 \times CM_3$$

$$1 + TE_{\text{global}} = (1 + TE_1) \times (1 + TE_2) \times (1 + TE_3)$$



■ **Exemple 13.3** — Évolutions successives de même TE.

Pour une succession de  $n$  évolutions de même TE, le taux d'évolution global est donné par :

$$CM_{\text{global}} = (CM)^n$$

$$1 + TE_{\text{global}} = (1 + TE)^n$$

### 13.2.1 Taux d'évolution réciproque

**Définition 13.5** — Évolution réciproque.

L'évolution réciproque de l'évolution  $V_0 \mapsto V_1$  est l'évolution  $V_1 \mapsto V_0$ .

Les CM multiplicateurs d'une évolution et sa réciproques sont inverses l'un de l'autre.

$$1 = CM \times CM_{\text{réciproque}}$$

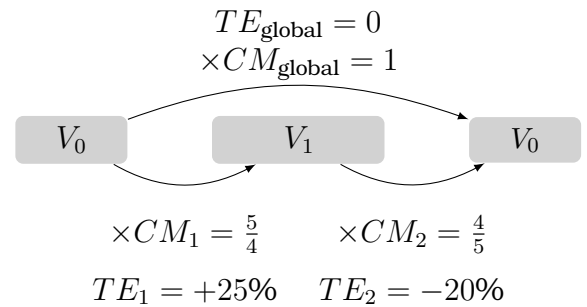
$$1 = (1 + TE) \times (1 + TE_{\text{réciproque}})$$

■ **Exemple 13.4** Une augmentation de 25% et une diminution de 20% sont des évolutions réciproques.

$$CM_1 = 1 + 25\% = 1,25$$

$$CM_2 = 1 - 20\% = 0,80$$

$$CM_1 \times CM_2 = 1$$



### 13.2.2 Taux d'évolution moyens

**Définition 13.6**

Le taux d'évolution moyen de  $n$  évolutions successives de taux  $TE_1, \dots, TE_n$  est le taux d'évolution à appliquer successivement  $n$  fois pour obtenir la même évolution globale.

Pour deux évolutions successives de taux  $TE_1$  et  $TE_2$  le  $TE_{\text{moyen}}$  vérifie :

$$(1 + TE_{\text{moyen}})^2 = (1 + TE_1) \times (1 + TE_2)$$

$$1 + TE_{\text{moyen}} = \sqrt{(1 + TE_1)(1 + TE_2)}$$

Pour trois évolutions successives de taux  $TE_1, TE_2$  et  $TE_3$  le  $TE_{\text{moyen}}$  vérifie :

$$(1 + TE_{\text{moyen}})^3 = (1 + TE_1) \times (1 + TE_2) \times (1 + TE_3)$$

$$1 + TE_{\text{moyen}} = \sqrt[3]{(1 + TE_1)(1 + TE_2)(1 + TE_3)}$$

## 13.3 Exercices

### 13.3.1 Exercices : pourcentages et proportions

**Le %** désigne un centième. Ainsi  $p\% = \frac{p}{100}$ .

■ **Exemple 13.5**  $0,2 = 0,20 = 20\%$   $0,025 = 2,5\%$   $\frac{4}{15} \approx 0,266 = 26,6\%$

#### Exercice 13.1 — réactivation 3<sup>e</sup>.

Écrire les nombres suivants sous forme de pourcentages.

$\frac{23}{100} = \dots\dots\dots$	$0,002 = \dots\dots\dots$
$0,05 = \dots\dots\dots$	$2 = \dots\dots\dots$
$0,15 = \dots\dots\dots$	$0,5 + 2\% = \dots\dots\dots$
$0,035 = \dots\dots\dots$	$0,12 + 5\% = \dots\dots\dots$
$0,3 = \dots\dots\dots$	$1,2 + 4,8\% = \dots\dots\dots$

«  $k$  **de**  $X$  » désigne  $k \times X$ .

■ **Exemple 13.6** «  $\frac{3}{5}$  de 50 » =  $\frac{3}{5} \times 50 = 30$

#### Exercice 13.2 — réactivation 3<sup>e</sup>.

Calcule les valeurs demandées en écrivant le calcul à effectuer.

$\frac{2}{3}$ de 24 = $\frac{2}{3} \times 24 = \dots\dots\dots$	100% de 24 = $\dots\dots\dots$
12% de 150 = $0,12 \times 150 = \dots\dots\dots$	200% de 24 = $\dots\dots\dots$
15% de 90 = $\dots\dots\dots$	105% de 40 = $\dots\dots\dots$
1% de 23 = $\dots\dots\dots$	140% de 130 = $\dots\dots\dots$
72% de 110 = $\dots\dots\dots$	$\frac{1}{4}$ de 20% de 150 = $\dots\dots\dots$
23% de 110 = $\dots\dots\dots$	15% de $\frac{1}{3}$ de 96 = $\dots\dots\dots$
0,5% de 60 = $\dots\dots\dots$	40% de $\frac{2}{5}$ de 90 = $\dots\dots\dots$

La proportion de  $Y$  parmi  $X$  est la fraction  $p = \frac{Y}{X}$ .

$Y$  est alors égal à  $p$  de  $X$  (car  $pX = \frac{Y}{X}X = Y$ ).

■ **Exemple 13.7** La proportion de 12 parmi 15 est  $\frac{12}{15} = \frac{4}{5} = 0,8 = 80\%$

■ **Exemple 13.8**

Dans une classe de 35 élèves, 9 font du ski.  
La proportion d'élèves faisant du ski est  $p = \frac{9}{35} \approx 0,257 = 25,7\%$

■ **Exemple 13.9**

Écrire 12 comme un pourcentage de 50.  
**solution.** La proportion de 12 parmi 50 vaut  $\frac{12}{50} = 0,24 = 24\%$ . Donc 12 vaut 24% de 50. ■

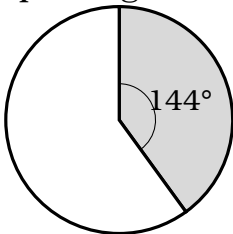
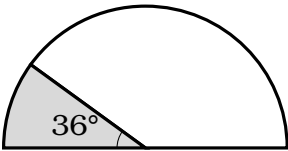
■ **Exemple 13.10** Y est 25% de 60% de X. Quelle est la proportion de Y parmi X ?

**solution.**  $p = \frac{Y}{X} = \frac{25\% \times 60\% \times X}{X} = 0,25 \times 0,60 = 0,15$  ■

Exercice 13.3 — réactivation 3<sup>e</sup>.

Compléter et choisir la bonne réponse.

- Une salle contient 9 000 places assises et 21 000 places debout. La proportion de places assises dans la salle est (A)  $\frac{9000}{21000} \approx 43\%$  (B)  $\frac{9000}{21000 - 9000} \approx 75\%$  (C)  $\frac{9000}{21000 + 9000} \approx 30\%$
- La proportion de 8 parmi 50 est  $p = \dots\dots\dots$ . On peut dire que 8 vaut  $\dots\dots\%$  de 50.
- Écrire 2 400 m comme proportion de 5 km  $\dots\dots\dots$
- Écrire 7€ comme pourcentage de 42€  $\dots\dots\dots$
- Écrire 16€ comme pourcentage de 12€  $\dots\dots\dots$
- Écrire 24€ comme pourcentage de 8€  $\dots\dots\dots$
- Pour chaque figure préciser le pourcentage de la partie grisée.



Exercice 13.4 — proportion de proportion.

- Dans un club, 25% des adhérents ont moins de 18 ans dont 15% ont moins de 15 ans.  
Déterminer la proportion des moins de 15 ans parmi les adhérents du club.
- 67% des voitures en France sont de marque française , dont 42% sont de marque Citroën.  
Déterminer la proportion des voitures Citroën parmi l'ensemble des voitures en France.

- ### Exercice 13.5 — réactivation 3<sup>e</sup>.

1. 3 lot de $x$ vaut 7.	4. $\frac{7}{2}$ de $x$ vaut 49	7. 40% de $x$ vaut 3200
2. $\frac{1}{5}$ de $x$ vaut 7	5. 15% de $x$ vaut 24	8. 25% de $x$ vaut 6.60€
3. $\frac{3}{4}$ de $x$ vaut 18	6. 60% de $x$ vaut 120	9. 15% de 30% de $x$ vaut 4.5€

Quelle sera alors le poids total des pommes de terre ?

On préfère dorénavant l'écriture explicite des relations imposées par l'énoncé.

**■ Exemple 13.12 — mettre en équation.**

Dans une entreprise,  $\frac{5}{6}$  des 720 employés sont des commerciaux. Déterminer le nombre de commerciaux.

**solution.** Si  $Y$  = nombre de commerciaux, alors on a :  $Y = \frac{5}{6}X = \frac{5}{6}(720) = 600$ . ■

$X$  = nombre total d'employés

**■ Exemple 13.13**

Dans une administration, 23 des employés sont des administratifs, soit 15% des employés. Déterminer le nombre total d'employés.

**solution.** Si  $Y$  = nombre d'administratifs, alors on a :  $Y = 15\% \times X$  soit  $X = \frac{23}{0,15} = 160$ . ■

$X$  = nombre total d'employés

$23 = 0,15X$

**Exercice 13.6**

Déterminer la valeur demandée dans chaque cas.

1. Lors de l'achat d'un article coûtant 1625€, il faut verser un acompte de 8%. Déterminer le montant de l'acompte.
2. Lors de l'achat d'un article, il faut verser un acompte de 15%. Sachant que l'acompte est de 300€, déterminer le prix de l'article.
3. Lors de l'achat d'un article, il faut verser un acompte de 23%. Sachant qu'il reste à payer 3465€, déterminer le prix de l'article.

**Exercice 13.7**

Déterminer la valeur demandée dans chaque cas.

1. Dans un village, 697 habitants vivent de l'agriculture, ce qui représente 82% de la population. Déterminer le nombre d'habitants de ce village.
2. Dans une commune, 42% des 1 742 votant ont choisi le candidat perdant. Déterminer le nombre total de voix du candidat perdant.

**Exercice 13.8 — mise en équation.**

14 L d'une solution contient 25% d'antigel.

1. Écrire la proportion d'antigel parmi le mélange total si l'on ajoute  $x$  litres d'antigel.
2. Combien de litres d'antigel faut-il ajouter pour que la solution contiennent 37,5% d'antigel?

### 13.3.2 Exercices : taux d'évolution et coefficient multiplicateur

**Exercice 13.9** — réactivation de 3°. Compléter afin d'associer les TE avec les CM correspondants à l'évolution donnée.

taux d'évolution $TE$	Augmentation/diminution	coefficient multiplicateur $CM$
$\frac{1}{5} = 0,2 = 20\%$	augmenter de $\frac{1}{5} = 0,2 = 20\%$	$\times (1 + \frac{1}{5}) = \frac{6}{5} = 1,2 > 1$
$0,07 = +7\%$	augmenter de 7%	$\times 1,07$
$-\frac{1}{3}$	diminuer de $\frac{1}{3}$	$\times (1 - \frac{1}{3}) = \frac{2}{3} < 1$
$-0,07 =$		
	augmenter de 70%	
	diminuer de 10%	
	augmenter de 10%	
	augmenter de $\frac{1}{6}$	
	augmenter de 200%	
	diminuer de 4%	
	diminuer de 12%	
	augmenter de $\frac{1}{5}$	
	diminuer de 0,25	
	diminuer de 0,25%	
		$\times 1,22$
$-0,72$		
$0,82$		
$0,92$		
	diminuer de 1%	
		$\times 0,89$
	augmenter de 0,1%	
	diminuer de 0,1%	



- **Exemple 13.14** Une multiplication par  $CM = 1,023$  correspond à une évolution de taux  $TE = CM - 1 = 1,023 - 1 = 0,023 = 2,3\%$ . C'est une augmentation de 2,3%
- **Exemple 13.15** Une diminution de 3,2% correspond à une évolution de taux  $TE = -3,2\% = -0,032$ . C'est une multiplication par  $CM = 1 + TE = 1 - 0,032 = 0,968$

**Exercice 13.10** Complétez.

1. Une augmentation de 3% est une évolution de taux  $TE = \dots\dots\dots$   
Elle correspond à une multiplication par  $CM = \dots + \dots\dots = \dots\dots\dots$
2. Une diminution de 7% est une évolution de taux  $TE = -\dots\dots\dots$   
Elle correspond à une multiplication par  $CM = \dots + \dots\dots = \dots\dots\dots$
3. Une diminution de 10% est une évolution de taux  $TE = -\dots\dots\dots$   
Elle correspond à une multiplication par  $CM = \dots + \dots\dots = \dots\dots\dots$
4. Multiplier par  $CM = 1.2$  correspond à une évolution de taux  $TE = \dots\dots\dots$   
C'est une (augmentation/diminution) de  $\dots\dots\%$ .
5. Multiplier par  $CM = 1.075$  correspond à une évolution de taux  $TE = \dots\dots\dots$   
C'est une (augmentation/diminution) de  $\dots\dots\%$ .
6. Multiplier par  $CM = 0.95$  correspond à une évolution de taux  $TE = \dots\dots - \dots\dots = \dots\dots\dots$   
C'est une (augmentation/diminution) de  $\dots\dots\%$ .
7. Multiplier par  $CM = 0.7$  correspond à une évolution de taux  $TE = \dots\dots - \dots\dots = \dots\dots\dots$   
C'est une (augmentation/diminution) de  $\dots\dots\%$ .
8. Une évolution de 1.50€ à 1.86€ correspond à une multiplication par  $CM = \frac{\boxed{\phantom{00}}}{\boxed{\phantom{00}}} = \boxed{\phantom{00}}\dots\dots$   
C'est une évolution de taux  $TE = \boxed{\phantom{00}} - 1 = \boxed{\phantom{00}} = \boxed{\phantom{00}}\%$ .
9. Une évolution de 40€ à 24€ correspond à une multiplication par  $CM = \frac{\boxed{\phantom{00}}}{\boxed{\phantom{00}}} = \boxed{\phantom{00}}\dots\dots$   
C'est une évolution de taux  $TE = \boxed{\phantom{00}} - 1 = \boxed{\phantom{00}} = \boxed{\phantom{00}}\%$ .
10. Une évolution de 320€ à 288€ est de taux  $TE = \frac{\boxed{\phantom{00}}}{\boxed{\phantom{00}}} = \boxed{\phantom{00}} = \boxed{\phantom{00}}\%$ .
11. Une évolution de 90€ à 100€ est de taux  $TE = \frac{\boxed{\phantom{00}}}{\boxed{\phantom{00}}} = \boxed{\phantom{00}} = \boxed{\phantom{00}}\%$ .

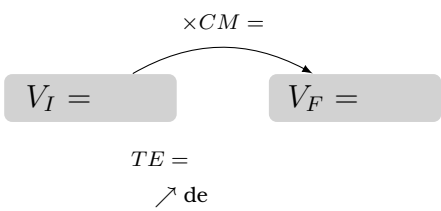
Les exercices suivants illustrent des formulations de problèmes d'évolutions.

Exercice 13.11

Le prix initial est de 80€.

Après augmentation le prix est de 125€.

Quel est le taux d'augmentation ?

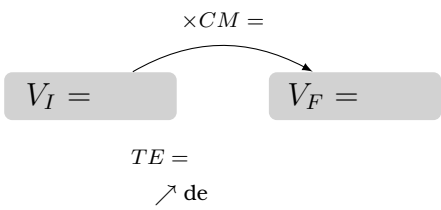


Exercice 13.12

Le prix initial est de 16€.

Après réduction le prix est de 12.5€.

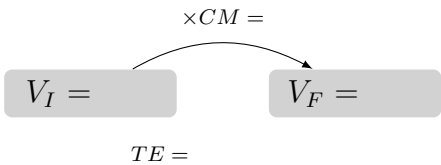
Donner le taux de diminution.



Exercice 13.13

Le montant de la redevance audiovisuel en France est passé de 114.49€ en 2001 à 123€ en 2011.

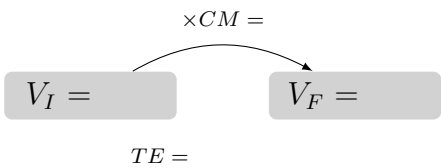
Quel est le taux d'évolution de cette taxe de 2001 à 2011 ?



Exercice 13.14

Le prix initial de 60€ subit une augmentation de 35%.

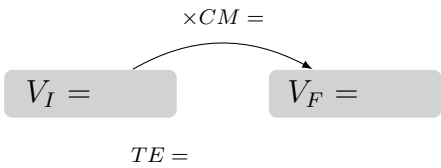
Sans calculer le montant de l'augmentation retrouver le prix final.



Exercice 13.15

Le prix initial de 35€ subit une diminution de 60%.

Sans calculer le montant de l'augmentation retrouver le prix final ?

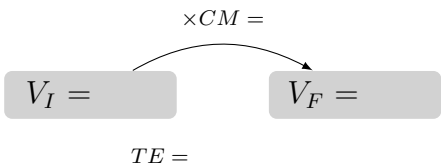


Exercice 13.16

En appliquant une augmentation de 12.5% du prix initial, le prix augmente de 15€.

1. Donner une équation vérifiée par le prix initial.

2. Déterminer le prix initial .....

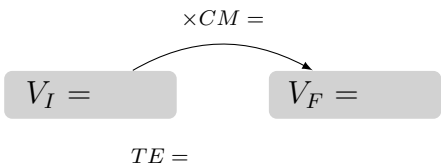


Exercice 13.17

Après augmentation de 12.5%, le prix final est de 45€.

1. Donner une équation vérifiée par le prix initial.

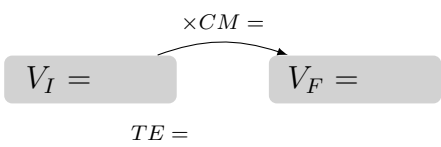
2. Déterminer le prix initial .....



Exercice 13.18

Après diminution de 12.5%, le prix final est de 80.5€.

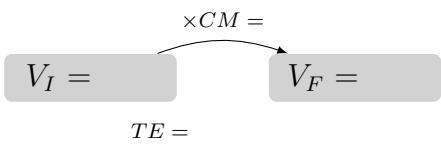
Quel était le prix initial ?



Exercice 13.19

En appliquant une diminution de 15%, le prix final est 100€.

Quel est le montant de la diminution ?

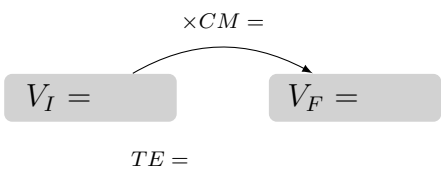


Exercice 13.20

Le prix d'un appareil ménager a augmenté de 15 % en 2 ans.

Il coûte maintenant 460€.

Quel est montant de l'augmentation en deux ans ?

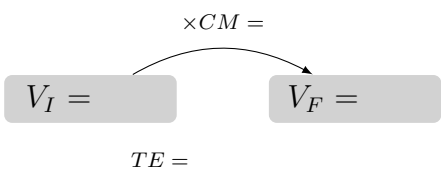


Exercice 13.21

Les prix des aliments ont diminué de 20%.

Un aliment coûte maintenant 240.

Quel est le montant de la diminution ?



Exercice 13.22 — bilan. Compléter le tableau (Variation absolue = Prix final - Prix initial).

Augmentation/diminution	taux d'évolution	Coefficient Multiplicateur	Prix initial	Prix final	Variation absolue
	+100%		98.40 €		
	+160%		196.80 €		
	+20%		60 €		
	-20%		72 €		
			72 €	54 €	
Augmentation de 50%				54 €	
Diminution de 50%				54 €	
	+20%			54 €	
	-20%			54 €	
			54 €		+54 €
		×0,7	40 €		
				108 €	-27 €
		×1,3		91 €	
			96 €	108 €	

Augmentation/diminution	taux d'évolution	Coefficient Multiplicateur	Prix initial	Prix final	Variation absolue
	+1,25%		96 €		
	+25%			98.40 €	
		×1,007	130 €		
			98.40 €		−19.68 €
	+42%		17 €		

Exercice 13.23 — vu à la Compétition Européenne de statistiques (Epreuve 1).

Le tableau ci-dessous décrit le salaire annuel net moyen, en euros courants dans le secteur privé selon le sexe en France de 2015 à 2020

		2015	2016	2017	2018	2019	
Revenus	Femmes	23 666	23 888	24 511	25 114	25 827	26 944
	Hommes	28 893	29 015	29 460	30 055	30 587	31 617
Effectifs	% Femmes	41,48%	41,58%	41,48%	41,49%	41,49%	41,52%
	% Hommes	58,52%	58,42%	58,52%	58,51%	58,51%	58,48%

Source : Insee

L'évolution du salaire net moyen ensemble entre 2015 et 2019 est :

- (A) 11,50%
- (B) 9,13%
- (C) 7,06%
- (D) 7,50%

Exercice 13.24 — Indice de base 100.

Le tableau ci-dessous donne le chiffre d'affaire annuel d'une entreprise pour les années comprises entre 2015 et 2021.

Année	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021
Chiffre d'affaire en milliers d'euros	134	138	138.3	135.6	133.2	138.2	140.4
Indice (base 100)	97.1	100					

1. Complétez la ligne des indices sachant qu'elle est proportionnelle à celle du chiffre d'affaire.
2. Sans calculs supplémentaires donner le taux d'augmentation en % qui permet de passer du chiffre d'affaire de 2016 à celui de 2021.

## 13.3.3 Exercices : évolutions successives et réciproques

## Exercice 13.25

Déterminez le taux d'évolution global associé à la succession d'évolutions :

1. augmentation de 8%, suivie d'une augmentation de 10%

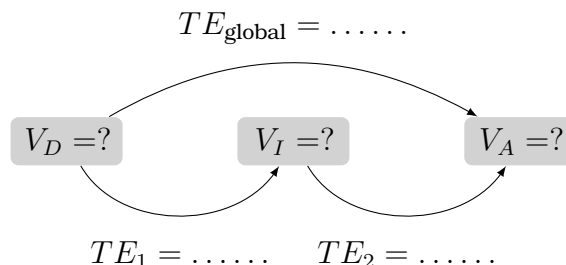
$$CM_{\text{global}} = CM_1 \times CM_2$$

$$1 + TE_{\text{global}} = (1 + TE_1)(1 + TE_2)$$

$$1 + TE_{\text{global}} = \dots \times \dots = \dots$$

$$TE_{\text{global}} = \dots - 1 =$$

L'évolution globale correspond à une ..... de ..... %.



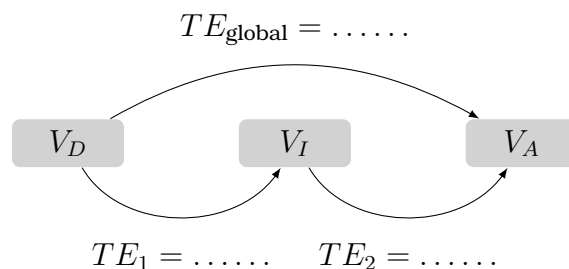
2. augmentation de 10% suivie d'une augmentation de 5%

$$1 + TE_{\text{global}} = (1 + TE_1)(1 + TE_2)$$

$$1 + TE_{\text{global}} = \dots \times \dots = \dots$$

$$TE_{\text{global}} = \dots - 1 =$$

L'évolution globale correspond à une ..... de ..... %



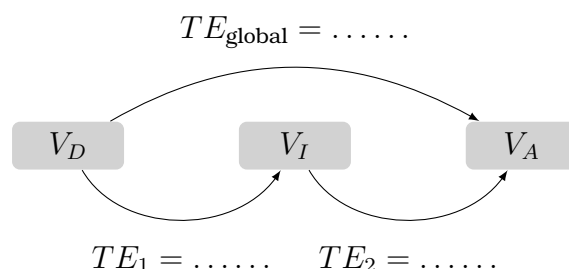
3. diminution de 30% suivie d'une diminution de 10%

$$1 + TE_{\text{global}} =$$

$$1 + TE_{\text{global}} = \dots \times \dots = \dots$$

$$TE_{\text{global}} = \dots - 1 =$$

L'évolution globale correspond à une ..... de ..... %



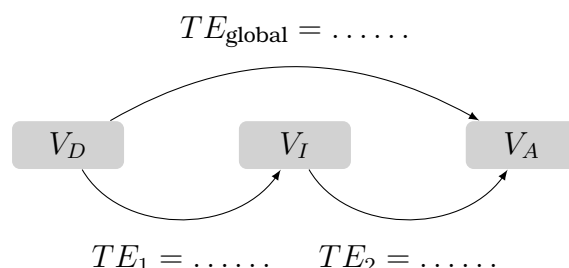
4. diminution de 40% suivie d'une diminution de 10%

$$1 + TE_{\text{global}} =$$

$$1 + TE_{\text{global}} = \dots \times \dots = \dots$$

$$TE_{\text{global}} = \dots - 1 =$$

L'évolution globale correspond à une ..... de ..... %



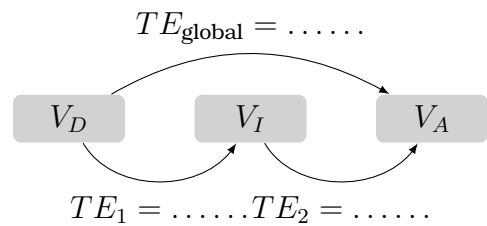
5. diminution de 25% suivie d'une diminution de 20%

=

= ..... × ..... = .....

$TE_{\text{global}} = ..... - 1 =$

L'évolution globale correspond à une ..... de ..... %



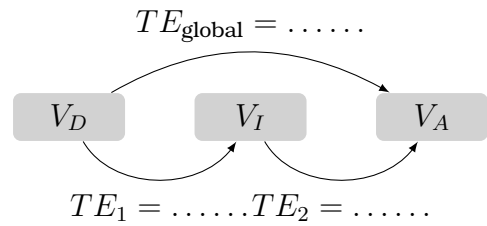
6. augmentation de 25% suivie d'une diminution de 20%

=

=

$TE_{\text{global}} =$

L'évolution globale correspond à une ..... de ..... %



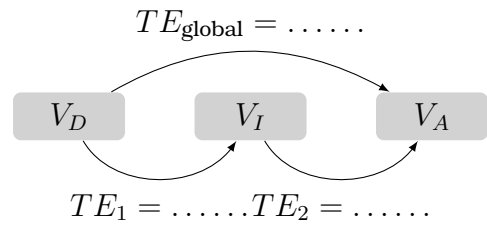
7. augmentation de 25% suivie d'une diminution de 25%

=

=

$TE_{\text{global}} =$

L'évolution globale correspond à une ..... de ..... %



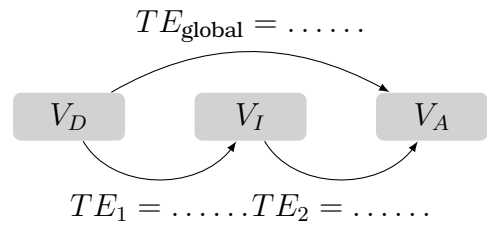
8. diminution de 20% suivie d'une augmentation de 25%

=

=

$TE_{\text{global}} =$

L'évolution globale correspond à une ..... de ..... %



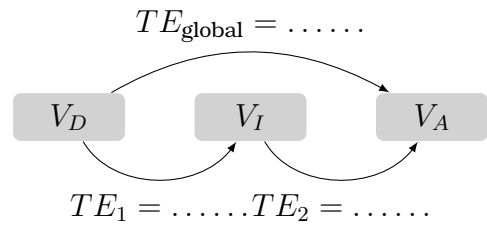
9. augmentation de 22% suivie d'une diminution de 15%

=

=

$TE_{\text{global}} =$

L'évolution globale correspond à une ..... de ..... %



**Exercice 13.26** — 3 évolutions successives.

Dans chaque cas, calculer le TE global correspondants aux évolutions successives ci-dessous :

1. une diminution de 30% suivie d'une augmentation de 20% suivie d'une diminution de 10%
2. une augmentation de 12% suivie de deux baisses successives de 5%
3. trois augmentations successives de 10%.
4. trois diminutions successives de 5%.

**Exercice 13.27**

Une augmentation de 5% suivie d'une augmentation de taux  $t$  correspond à une augmentation globale de 17,6%. Montrer que  $t$  est solution de l'équation  $1,05(1 + t) = 1,176$  et trouver  $t$ .

**Exercice 13.28**

Une diminution de 15 % suivie d'une diminution de taux  $t$  correspond à une diminution globale de 32 %. Déterminer une équation vérifiée par  $t$  et la résoudre.

**Exercice 13.29**

Après deux augmentations successives de taux  $t$ , le prix d'un produit a globalement augmenté de 32,25%. Déterminer une équation vérifiée par  $t$  et la résoudre.

**Exercice 13.30**

Après une augmentation de taux  $t$  suivie d'une baisse de taux  $t$ , le prix d'une chemise a diminué de 4%. Déterminer une équation vérifiée par  $t$  et la résoudre.

### 13.3.4 Problèmes

**Problème 13.1** — Vrai ou Faux ?. Justifier votre réponse.

« une augmentation de  $t\%$  suivie d'une diminution de  $t\%$  est toujours une diminution ».

**Problème 13.2**

Si un tapis roulant avançait 10% plus rapidement, alors le trajet prendrait 5 s de moins. Quelle est la durée du trajet ?

### 13.3.5 Exercices : taux d'évolution réciproque

#### ■ Exemple 13.16 — Taux d'évolution réciproque.

Pour chacune des évolutions suivantes, donner le taux d'évolution réciproque. Arrondir à  $10^{-4}$  près si nécessaire.

##### 1. augmentation de 25%

$$1 = (1 + TE)(1 + TE_{\text{réciproque}})$$

$$1 = (1 + 0,25)(1 + TE_{\text{réciproque}})$$

$$CM_{\text{réciproque}} = 1 + TE_{\text{réciproque}} = \frac{1}{1,25} = 0,8$$

$$TE_{\text{réciproque}} = 0,8 - 1 = -0,2 = -20\%$$

L'évolution réciproque d'une augmentation de 25% est une diminution de 20%.

##### 2. diminution de 25%

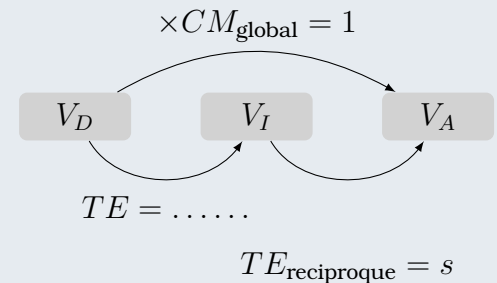
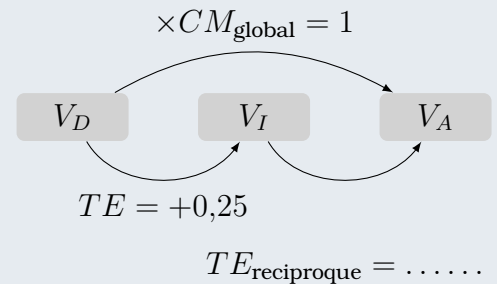
$$1 = (1 + TE)(1 + TE_{\text{réciproque}})$$

=

=

$$TE_{\text{réciproque}} =$$

L'évolution réciproque d'une diminution de 25% est une ..... de .....%.



#### Exercice 13.31

Pour chacune des évolutions suivantes, donner le taux d'évolution réciproque. Arrondir à  $10^{-4}$  près si nécessaire.

1. augmentation de 50%

2. diminution de 20%

3. diminution de 90%

4. augmentation de 200%

5. augmentation de 300%

6. augmentation de 10%

7. diminution de 10%

8. augmentation de 5%

#### Exercice 13.32

Le prix TTC (toutes taxes comprises) correspond à une augmentation de 20% du prix HT (hors taxes). Quelle évolution appliquer au prix TTC pour retrouver le prix HT ?

Dans la pratique, pour un taux d'évolution  $|TE| < 10\%$ , le taux d'évolution réciproque :

$$TE_{\text{réciproque}} = \frac{1}{1 + TE} - 1 \approx -TE \pm 1\%$$

Cet écart peut être significatif si appliqué à des valeurs initiale et finale importantes.



13.3.6 Exercices : cas particulier d'évolutions de même taux d'évolution

Dans un plan d'épargne, les intérêts sont dit *simples* lorsqu'ils sont calculés chaque année sur la base de la *somme placée au départ*.

■ Exemple 13.17

Un placement 200€ en intérêts *simples* de 3%, rapporte  $3\% \times 200$  chaque année.

Au terme de 5 ans, la somme épargnée est  $200 + 5 \times 0.03 \times 200 = 200 \times 1.15$

Le montant de départ a été multiplié par  $CM_{\text{global}} = 1.15$ .

C'est une augmentation globale de  $TE_{\text{global}} = 15\%$ .

Dans un plan d'épargne, les intérêts sont dit *composés* lorsqu'ils sont calculés chaque année sur la base de la *somme totale accumulée l'année précédente*. De même, les gains ou pertes sont généralement exprimés en pourcentage par rapport à l'année écoulée.

■ Exemple 13.18

Un placement 200€ en intérêts *composés* de 3%, augmente de 3% chaque année. Le placement est multiplié par 1.03 chaque année.

Au terme de 5 ans, la somme épargnée est  $200 \times 1.03^5 \approx 200 \times 1.159$

Le montant de départ a été multiplié par  $CM_{\text{global}} \approx 1.159$ .

C'est une augmentation globale de  $TE_{\text{global}} \approx 16\%$ .

Exercice 13.33 Complétez le tableau.

Placement initial	taux d'intérêt	nbr d'années	Calcul	Montant final
2000€	5% composés	6	$2000 \times 1.05^{\dots}$	
4000€	2% simples	5		
100€	6% simples	10		
4000€	2% composés	8		
3500€	6% composés	10		
10000€	1% composés	11		
			$5000 \times 1.07^{14}$	
			$600 \times 1.1^8$	

Exercice 13.34

Entourez les bonnes réponses.

	Réponse A	Réponse B	Réponse C
1/ Un placement de 1000 € se déprécie de 7% par an. Le montant après 5 ans est ...	$1000 \times 0.07 \times 5$	$1000 \times 0.07^5$	$1000 \times 0.93^5$
2/ Un placement de 2000 € rapporte 4% d'intérêts composés par an. Le montant après 5 ans est ...	$2000 \times 1.04 \times 5$	$2000 \times 1.04^5$	$2000 \times 4^5$
3/ Un placement de 100 € rapporte 8% d'intérêts composés par an. Le montant après 10 ans est ...	$100 \times 1.8 \times 10$	$100 \times 1.08^{10}$	$100 \times 0.8^{10}$
4/ Un placement de 100 € rapporte 3.5% d'intérêts composés par an. Le montant après 2 ans est ...	$100 \times 0.07$	$100 \times 1.07^2$	107.1225
5/ Un placement de 1000 € se déprécie de 9% par an. Le montant après 10 ans est ...	$1000 \times 0.91^{10}$	$1000 \times 0.9^{10}$	$1000 \times 1.09^{10}$
6/ Un placement de 5000 € se déprécie de 12% par an. Le montant après 6 ans est ...	$5000 \times 0.12^6$	$1000 \times 0.88^6$	$1000(1 - 6 \times 0.12)$
7/ Un placement de 11000 € rapporte 4% d'intérêts composés par an. Le total des intérêts après 4 ans est ...	$\approx 12700 \text{ €}$	$\approx 1700 \text{ €}$	$\approx 1868 \text{ €}$

Exercice 13.35

Quark souhaite investir 10000 € sur 10 ans. Le placement A rapporte 4% taux d'intérêts simples. Le placement B rapporte 3.5% d'intérêts composés. Quel placement est le plus avantageux? Montrer les calculs.

Exercice 13.36

Une banque propose un placement à intérêts composés. La première année est à 7%, et les suivantes sont à 5%. Quelle est le *taux d'augmentation* globale d'un placement après 3 années?

Exercice 13.37

Un placement de 1000 € sur 10 ans se déprécie de 4% par an. Calculer le *taux de diminution* globale sur 10 ans.



**Exercice 13.38**

Le nombre de nouvelles inscriptions Netflix à augmenté de 21% durant le moi d'octobre, puis de 36% durant le mois de novembre. Calculer le taux évolution mensuel moyen.

**Exercice 13.39**

Le prix d'un article augmente de 20% la première année, et diminue de 4% l'année suivante. Calculer le taux d'évolution annuel moyen.

**Exercice 13.40**

Le montant d'un placement passe de 2000 € en 2020 à 2142.45 € en 2022. Calculer le taux d'évolution annuel moyen.

**Exercice 13.41**

La taxe d'importations de patates-douces égyptiennes a augmenté de 9,75% entre 2020 et 2022. Calculer le taux d'évolution annuel moyen de cette taxe.

**Exercice 13.42**

En Juin 2017, Farid achète une voiture pour 12000 €. En Juin 2020, sa voiture est évaluée à 8600 €.

1. Calculer le taux d'évolution annuel moyen.
2. Si la voiture se déprécie à ce même taux. Quel est la valeur de la voiture en Juin 2022 ?

**Exercice 13.43**

Une moto achetée 2300 € est revendue 3 ans plus tard à 1300 €. Calculer le taux de dépréciation annuel moyen.