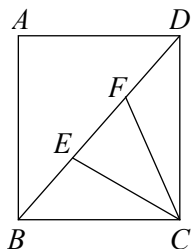


4-3 特殊四邊形的性質



例題 1

如圖，四邊形 $ABCD$ 為長方形，若 E 、 F 三等分 \overline{BD} ，若 $\triangle ECD$ 的面積 = 20，則四邊形 $ABCD$ 的面積 = ？



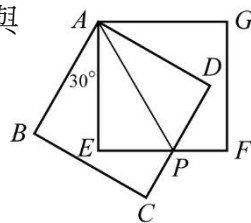
解：四邊形 $ABCD$ 面積

$$\begin{aligned} &= 2 \times \triangle BCD = 2 \times \left(\frac{3}{2} \triangle ECD \right) \\ &= 3 \times \triangle ECD = 3 \times 20 = 60 \end{aligned}$$



例題 2

如右圖，四邊形 $ABCD$ 與 $AEFG$ 皆是邊長為 10 的正方形。若 $\overline{EP} : \overline{EF} = 1 : \sqrt{3}$ ，試求：



- (1) $\angle DPE$ 的度數。
- (2) 四邊形 $AEPD$ 的面積。

解 (1) $\because \angle EAD = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$

且 $\angle E = \angle D = 90^\circ$

$\therefore \angle DPE = 360^\circ - 60^\circ - 90^\circ \times 2 = 120^\circ \dots$ 答

(2) $\because \overline{EP} : \overline{EF} = 1 : \sqrt{3}$

$\Rightarrow \overline{EP} : \overline{AE} = 1 : \sqrt{3}$

且 $\triangle AEP$ 面積 = $\triangle ADP$ 面積

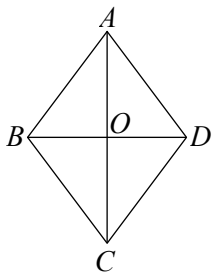
$$= \frac{1}{2} \times 10 \times \frac{10\sqrt{3}}{3} = \frac{50\sqrt{3}}{3}$$

$$\text{四邊形 } AEPD \text{ 面積} = \frac{50\sqrt{3}}{3} \times 2 = \frac{100\sqrt{3}}{3} \dots \text{答}$$



例題 3

如圖，菱形 $ABCD$ 的邊長為 25，且其中一條對角線 $\overline{BD} = 30$ ，則四邊形 $ABCD$ 的面積 = ？



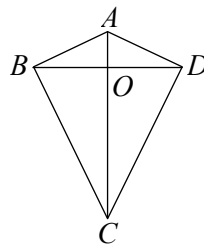
$$\text{解：} \overline{AO} = \sqrt{25^2 - 15^2} = 20$$

$$\begin{aligned} \text{菱形 } ABCD \text{ 面積} &= \frac{1}{2} \overline{BD} \times \overline{AC} \\ &= \frac{1}{2} \times 30 \times (20 \times 2) = 600 \end{aligned}$$



例題 4

如圖，四邊形 $ABCD$ 為箏形，若 $\angle ABC$ 和 $\angle ADC$ 均為直角， $\overline{AC} = 17$ ， $\overline{BC} = \overline{CD} = 15$ ，則四邊形 $ABCD$ 的面積 = ？



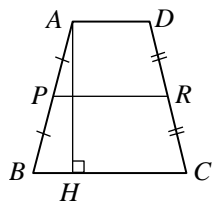
$$\text{解：} \overline{AB} = \sqrt{17^2 - 15^2} = 8$$

$$\text{四邊形 } ABCD = 2 \times \triangle ABC = 8 \times 15 = 120$$



例題 5

如右圖梯形 $ABCD$ 中，
 P 、 R 分別為 \overline{AB} 、 \overline{CD}
 的中點。若 $\overline{PR} = 3 \text{ cm}$ ，
 $\overline{AH} = 4 \text{ cm}$ ，則梯形的
 面積為何？



解 $\because \overline{AD} + \overline{BC} = 2 \overline{PR}$

$\therefore ABCD$ 面積

$$= (\overline{AD} + \overline{BC}) \times \overline{AH} \div 2$$

$$= 2 \overline{PR} \times \overline{AH} \div 2 = \overline{PR} \times \overline{AH}$$

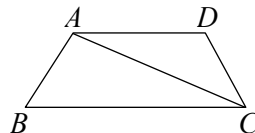
$$= 3 \times 4 = 12 (\text{cm}^2)$$

答： 12 cm^2



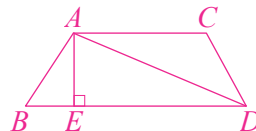
例題 6

如圖，四邊形 $ABCD$ 為等腰梯形， $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ，
 若 $\overline{AD} = 9$ ， $\overline{BC} = 15$ ， $\overline{AC} = 13$ ，則四邊形
 $ABCD$ 的面積 = ？



解：作 $\overline{AE} \perp \overline{BC}$

$$\text{則 } \overline{DE} = 12$$



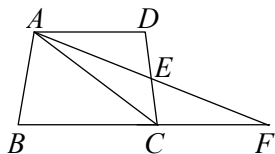
$$\text{故 } \overline{AE} = \sqrt{13^2 - 12^2} = 5$$

$$\text{四邊形 } ABCD \text{ 面積} = \frac{5(9+15)}{2} = 60$$



例題 7

如圖，梯形 $ABCD$ 中， $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ， $\overline{DE} = \overline{EC}$ ，
 若梯形 $ABCD$ 面積為 81， $\overline{AD} = 8$ ， $\overline{BC} = 10$ ，
 則 $\triangle ACF$ 的面積為多少？



解：設梯形的高為 h

$$81 = \frac{(8+10)h}{2}, h=9$$

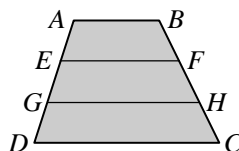
$$\overline{CF} = \overline{AD} = 8$$

$$\text{故 } \triangle ACF \text{ 面積} = \frac{1}{2} \times 8 \times 9 = 36$$



例題 8

如右圖，梯形 $ABCD$
 的高為 10。若 $\overline{AB} \parallel$
 $\overline{EF} \parallel \overline{GH} \parallel \overline{CD}$ ，
 $\overline{AE} = \overline{EG} = \overline{GD}$ ，
 $\overline{BF} = \overline{FH} = \overline{HC}$ ，
 且 $\overline{EF} = 6$ ， $\overline{GH} = 8$ ，
 求梯形 $ABCD$ 的面積。



解 $\because \overline{AB} \parallel \overline{EF} \parallel \overline{GH} \parallel \overline{CD}$

$$\text{且 } \overline{AE} = \overline{EG} = \overline{GD}, \overline{BF} = \overline{FH} = \overline{HC}$$

$$\Rightarrow \overline{AB} + \overline{GH} = 2 \overline{EF} \Rightarrow \overline{AB} = 4$$

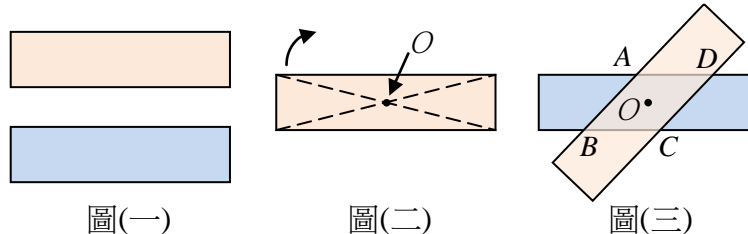
$$\Rightarrow \overline{EF} + \overline{CD} = 2 \overline{GH} \Rightarrow \overline{CD} = 10$$

$$\therefore \text{梯形 } ABCD \text{ 面積} = \frac{14 \times 10}{2} = 70$$

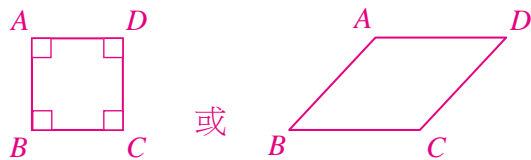
答：70



如下圖(一)，有兩張相同大小，不同顏色的長方形紙張，小翊先用圖釘釘在這兩張長方形紙張的對角線交點 O 處，使兩長方形紙張疊合在一起，如下圖(二)，接著任意轉動其中一張長方形紙張，他發現轉動時，兩長方形紙張重疊的形狀與面積也會跟著變化。試回答下列問題：



Q1：兩紙張的重疊區域可能是什麼圖形？寫出所有可能的答案。



答：正方形、菱形、平行四邊形

Q2：如上圖(三)，已知長方形紙張的長為 12 公分、寬為 3 公分，若兩紙張重疊區域的面積為 12 平方公分，則 \overline{BC} 的長度為多少公分？

$$\overline{BC} \times 3 = 12$$

$$\overline{BC} = 4$$

答：4 公分



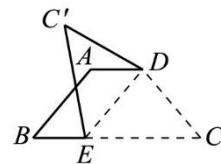
一、選擇題：(南進階)

- (D) 1. 梯形 $ABCD$ 中， $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ， \overline{EF} 為兩腰中點連線段， $\overline{BC} = 15$ 。若四邊形 $EFCB$ 的周長比四邊形 $ADFE$ 的周長多 5，則 \overline{AD} 的長為多少？
(A) 5 (B) 6 (C) 8 (D) 10
- (C) 2. 等腰梯形 $ABCD$ 中， $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ， $\overline{AB} = \overline{CD} = 25$ ， $\overline{AD} = 16$ ，高為 20，則梯形 $ABCD$ 面積為多少？
(A) 600 (B) 610 (C) 620 (D) 650
- (D) 3. 梯形 $ABCD$ 中， $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ， $\overline{AD} = 3$ ， $\overline{BC} = 5$ ， \overline{EF} 為兩腰中點連線段，則梯形 $AEFD$ 面積：梯形 $ABCD$ 面積的比值為多少？
(A) $\frac{5}{8}$ (B) $\frac{7}{8}$ (C) $\frac{5}{16}$ (D) $\frac{7}{16}$
- (B) 4. 若菱形 $ABCD$ 的周長為 68 公分，對角線 $\overline{AC} = 16$ 公分，則菱形 $ABCD$ 的面積為多少平方公分？
(A) 120 (B) 240 (C) 360 (D) 480
- (C) 5. 長方形 $ABCD$ 中， O 為兩對角線 \overline{AC} 、 \overline{BD} 的交點， $\overline{AB} = \overline{AO} = 4$ 公分，則長方形 $ABCD$ 的面積為多少平方公分？
(A) 24 (B) 32
(C) $16\sqrt{3}$ (D) $32\sqrt{3}$

二、填充題：

1. 如右圖，梯形 $ABCD$ 中， $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ， $\overline{AB} = \overline{CD}$ ， $\angle B = 50^\circ$ 。

今沿 \overline{DE} 摺疊，使 C 點落在 C' 點上，且 $\overline{DE} \parallel \overline{AB}$ ，則 $\angle C'EB =$ 80 度， $\angle C'DA =$ 30 度。

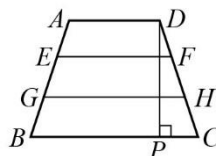


2. 梯形 $ABCD$ 中， $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ， $\angle B = 50^\circ$ ， $\angle C = 80^\circ$ 。若 $\overline{AD} = 5$ ， $\overline{CD} = 4$ ，則 $\overline{BC} =$ 9。

3. 梯形 $ABCD$ 中， $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ， $\overline{AB} = 10$ ， $\overline{BC} = 30$ ， $\overline{CD} = 17$ ， $\overline{AD} = 9$ ，則梯形面積為 156。

4. 梯形 $ABCD$ 中， $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 。若 $\overline{AD} = 8$ ， $\overline{BC} = 13$ ， $\overline{AB} = 6$ ， $\overline{CD} = 5$ ，且 $\angle C = 74^\circ$ ，則 $\angle B =$ 53 度。

5. 如右圖，梯形 $ABCD$ 中， $\overline{AD} \parallel \overline{EF} \parallel \overline{GH} \parallel \overline{BC}$ ， $\overline{DP} \perp \overline{BC}$ ， E 、 G 將 \overline{AB} 三等分， F 、 H 將 \overline{CD} 三等分。若梯形 $ABCD$ 面積為 72 平方公分， $\overline{DP} = 8$ ，則 $\overline{EF} + \overline{GH} =$ 18。



三、計算題：(康進階)

1. 梯形 $ABCD$ 中， $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ， E 、 F 分別在 \overline{BC} 上，且 \overline{AF} 、 \overline{DE} 交於 P 點。

若 $\overline{AB} \parallel \overline{DE}$ ， $\overline{AF} \parallel \overline{CD}$ ， $\overline{EF} = 2$ ， $\overline{BC} = 12$ ， $\angle B = 30^\circ$ ， $\angle C = 75^\circ$ ，則：

(1) $\angle DPF = ?$

(2) $\overline{AD} = ?$

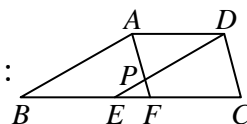
\because 四邊形 $ABED$ 、 $AFCD$ 皆為平行四邊形

$\therefore \overline{AD} = \overline{BE} = \overline{CF}$ ，且 $\angle PEF = \angle B = 30^\circ$ ， $\angle PFE = \angle C = 75^\circ$

(1) $\angle DPF = 30^\circ + 75^\circ = 105^\circ$

(2) $\overline{AD} = (12 - 2) \div 2 = 5$

答：(1) 105° (2) 5



2. 如右圖，梯形 $ABCD$ 中， $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ， E 、 F 分別為 \overline{AB} 、 \overline{CD} 的中點， \overline{GF} 將梯形 $ABCD$ 的面積兩等分。若 $\overline{AD} = 16$ ， $\overline{BC} = 40$ ，則 $\triangle EFG$ 的面積：梯形 $ABCD$ 的面積 = ？

$$\overline{EF} = (16 + 40) \div 2 = 28$$

\Rightarrow 梯形 $AEFD$ 的面積：梯形 $EBCF$ 的面積

$$\Rightarrow = (16 + 28) : (28 + 40) = 44 : 68 = 11 : 17$$

設梯形 $AEFD$ 的面積 $= 11r$ ，梯形 $EBCF$ 的面積 $= 17r$

則梯形 $ABCD$ 的面積 $= 11r + 17r = 28r$

$$\Rightarrow \triangle EFG \text{ 的面積} = \frac{28r}{2} - 11r = 3r, \text{ 所求} = 3r : 28r = 3 : 28$$

答：3 : 28

