永中鍾定栩　DATE 2024.8.29　NO 三校教45
9　7　三校教作33

ex.8 下图中，每列数字为上一列相邻两数的和
Def a_n 为每列最左边的数字，求

1　2　3　…　9　10
3　5　7　9　…　19
8　12　16
20　28
48

1) a_n 递迴式

$a_1=1$
$\quad > 2$
$a_2=3$
$\quad > 5$
$a_3=8$
$\quad > 12$
$a_4=20$
$\quad > 28$
$a_5=48$

$$\begin{cases} a_1=1 \\ a_n=2a_{n-1}+2^{n-2}, \quad n\ge 2 \end{cases}$$ #

$$\Rightarrow a_n=(n+1)\cdot 2^{n-2}$$

$$\left(\begin{cases} a_1=1,\ a_2=3,\ a_4=8 \\ a_n=2a_{n-1}+a_{n-2}+a_{n-3}, \quad n\ge 4 \end{cases}\right)$$

$a_1 = 1$
$a_2 = 2a_1 + 2^0$
$a_3 = 2a_2 + 2^1$
$\vdots$
$a_{n-2} = 2a_{n-3} + 2^{n-4}$
$a_{n-1} = 2a_{n-2} + 2^{n-3}$
$+)\ a_n = 2a_{n-1} + 2^{n-2}$

$a_n = (n-1)2^{n-2} + 2^{n-1}$
$= (n-1)2^{n-2} + 2\cdot 2^{n-2}$
$= (n+1)2^{n-2}$

2) 图中最下方数字

$a_{10}=(10+1)\cdot 2^{10-2}$
$=11\cdot 2^8=11\cdot 256=2816$ #