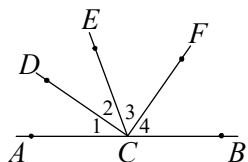


3-2 尺規作圖 新課網

## 例題 1

如圖，已知  $A$ 、 $B$ 、 $C$  三點共線， $\overrightarrow{CD}$  是  $\angle ECA$  的角平分線， $\overrightarrow{CF}$  是  $\angle ECB$  的角平分線，若  $\angle 1 = 35^\circ$ ，則  $\angle 3 = ?$

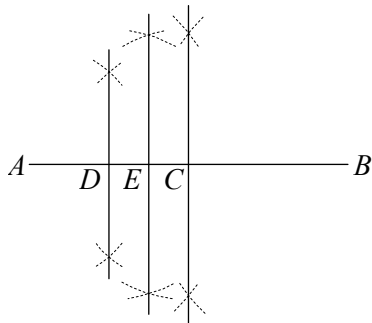


解：∵  $\angle 1 = \angle 2$ ， $\angle 3 = \angle 4$   
 又  $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 = 180^\circ$   
 且  $\angle 1 = 35^\circ$   
 $\therefore \angle 3 = \frac{1}{2}(180^\circ - 70^\circ) = 55^\circ$



## 例題 2

如圖，小韓在長為 8 的  $\overline{AB}$  上作了 3 次的垂直平分線作圖，則  $\overline{AE} = \underline{\quad 3 \quad}$ 。



$$\text{解：}\overline{AC} = \frac{1}{2}\overline{AB} = 4$$

$$\overline{AD} = \overline{CD} = \frac{1}{2}\overline{AC} = 2$$

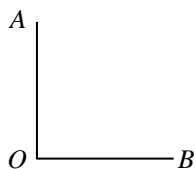
$$\overline{DE} = \frac{1}{2}\overline{CD} = 1$$

$$\overline{AE} = \overline{AD} + \overline{DE} = 2 + 1 = 3$$



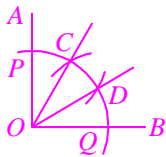
## 例題 3

如右圖，已知  $\angle AOB = 90^\circ$ ，利用尺規作圖，將  $\angle AOB$  三等分。



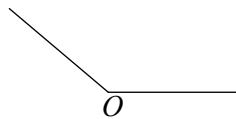
解

- (1) 以  $O$  為圓心，適當長為半徑畫弧交  $\angle AOB$  於  $P$ 、 $Q$  兩點。
- (2) 分別以  $P$ 、 $Q$  為圓心， $\overline{OP}$  為半徑畫弧，交  $\widehat{PQ}$  於  $D$ 、 $C$  兩點。
- (3) 連接  $\overrightarrow{OC}$ 、 $\overrightarrow{OD}$ ，則  $\overrightarrow{OC}$ 、 $\overrightarrow{OD}$  三等分  $\angle AOB$ 。

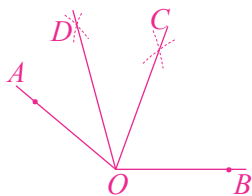


## 例題 4

如圖，已知  $\angle O = 140^\circ$ ，求作一角等於  $105^\circ$ 。



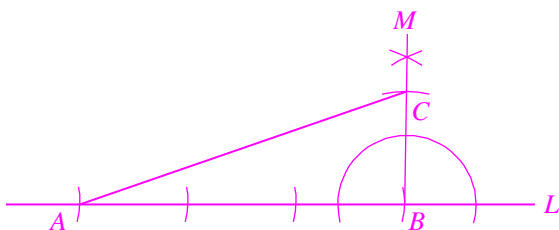
- 解：(1) 作一角  $\angle AOB = \angle O = 140^\circ$   
 (2) 作  $\overline{OC}$  平分  $\angle AOB$   
 (3) 作  $\overline{OD}$  平分  $\angle AOC$   
 (4) 則  $\angle DOB$  即為所求



**例題 5**

右圖為 1 單位長，利用尺規 1 單位  
作圖畫出  $\sqrt{10}$  單位長。

- 解** (1) 在直線  $L$  上取  $\overline{AB} = 3$  單位長。  
(2) 過  $B$  點作直線  $M \perp L$ ，並在  $M$  上取  $\overline{BC} = 1$  單位。  
(3) 連接  $\overline{AC}$ ，則  $\overline{AC}$  即為所求。

**例題 6**

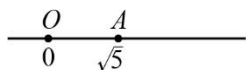
若只利用中垂線作圖，在  $\overline{AB}$  上取一點  $P$ ，使得  $\overline{AP} : \overline{PB} = 7 : 9$ ，則至少須作圖幾次？

- 解**  $\because (7, 9) = 1$ ，又  $7 + 9 = 16 = 2^4$   
 $\therefore$  至少須作圖 4 次才能完成

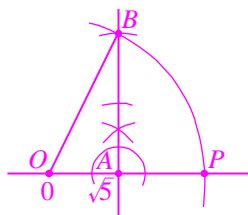
答：4 次

**例題 7**

在某數學家的一張手稿上，有一數線如下圖。利用尺規作圖，在數線上求坐標為 5 的一點  $P$ 。



- 解** (1) 作  $\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{OA}$ ，且  $\overline{AB} = 2 \overline{OA}$   
(2) 連接  $\overline{OB}$ ，以  $O$  為圓心， $\overline{OB}$  為半徑畫弧，交  $\overrightarrow{OA}$  於  $P$  點，則  $P$  即為所求

**例題 8**

- (1) 若  $C$  為  $\overline{AB}$  的中點， $D$  為  $\overline{AC}$  的中點， $E$  為  $\overline{BD}$  的中點，則  $\overline{AE} : \overline{EB} = \underline{5 : 3}$ 。  
(2) 已知一角  $120^\circ$ ，若要作一角為  $30^\circ$ ，則至少  
要作角平分線作圖 2 次。

**解**：(1) 如圖， $\overline{A} \quad \overline{D} \quad \overline{C} \quad \overline{E} \quad \overline{B}$

$$\overline{AE} = \overline{AD} + \overline{DE}$$

$$= \frac{1}{4} \overline{AB} + \frac{1}{2} (\overline{AB} - \overline{AD})$$

$$= \frac{1}{4} \overline{AB} + \frac{3}{8} \overline{AB} = \frac{5}{8} \overline{AB}$$

$$\overline{EB} = \overline{DE} = \frac{3}{8} \overline{AB} \text{ 故 } \overline{AE} : \overline{EB} = 5 : 3$$

- (2)  $120 : 30 = 4 : 1$

故要作 2 次的角平分線作圖



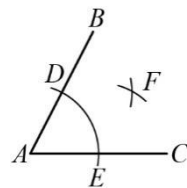
## 回家作業

### 一、選擇題：(南進階康實力)

( C ) 1. 右圖是小美以尺規作圖完成 $\angle BAC$ 的角平分線的痕跡，已知

$\overline{DE} = 9$ ，則 $\overline{DF}$ 的最小整數值為何？

- (A) 3      (B) 4      (C) 5      (D) 6



( B ) 2. 時鐘上由 0 時到 12 時，時針和分針成直角的次數共有幾次？

- (A) 21 次      (B) 22 次      (C) 23 次      (D) 24 次

( C ) 3. 在 $\overline{AB}$ 上分別以  $A$ 、 $B$  兩點為圓心， $\overline{AB}$  長為半徑各畫一弧相交於  $C$  點，則 $\triangle ABC$  為何種三角形？

- (A) 直角三角形      (B) 等腰三角形      (C) 正三角形      (D) 鈍角三角形

( D ) 4. 已知君瑋在一線段上作了 4 次中垂線作圖，則下列哪一個選項的兩線段比，不可能是君瑋作圖得到的結果？

- (A) 1 : 15      (B) 3 : 13      (C) 5 : 11      (D) 3 : 5

( C ) 5. 已知 $\angle A = 2x^\circ$ ， $\angle B = (3x - 80)^\circ$ ，且 $\angle A$ 與 $\angle B$ 互補，則 $\angle A$ 的度數為何？

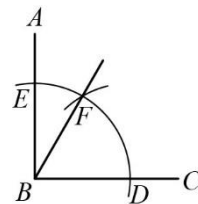
- (A)  $45^\circ$       (B)  $90^\circ$       (C)  $104^\circ$       (D)  $110^\circ$

### 二、填充題：

1. 如右圖，已知 $\angle ABC = 90^\circ$ 。若以  $B$  點為圓心，適當長為半徑畫弧

交 $\angle ABC$ 於  $D$ 、 $E$  兩點，再以  $D$  點為圓心， $\overline{BD}$  為半徑畫弧交 $\widehat{DE}$

於  $F$  點，則 $\angle DBF =$  60 度。



2. 若 $\angle A$ 度數是 $\angle B$ 度數的 $\frac{1}{2}$ 倍， $\angle A$ 補角度數是 $\angle B$ 補角度數的 $\frac{3}{2}$ ，則 $\angle A =$  45 度，  
 $\angle B =$  90 度。

3. 已知  $\overline{AB}$ ，以尺規作圖作  $\overline{AB}$  的中點  $P$ ，再作  $\overline{BP}$  的中點  $Q$ ，最後作  $\overline{PQ}$  的中點  $R$ ，  
則  $\overline{PR} : \overline{AQ} =$  1 : 6。

4. 承上題，若要在  $\overline{AP}$  上找一點  $C$ ，使  $\overline{AC} : \overline{CB} = 3 : 5$ ，則至少需再做 2 次中垂線作圖。

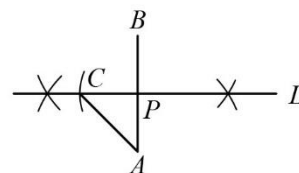
5. 已知  $\triangle ABC$ ，若要在  $\overline{BC}$  上找一點  $D$ ，使  $\triangle ABD$  面積  $= \frac{3}{16} \triangle ABC$  面積，則至少需作 4 次中垂線作圖。

6. 如右圖，已知  $\overline{AB} = 10$  公分，利用尺規作圖，步驟如下：

(1) 作  $\overline{AB}$  的中垂線  $L$  交  $\overline{AB}$  於  $P$  點。

(2) 以  $P$  為圓心， $\overline{AP}$  長為半徑畫弧交  $L$  於  $C$  點。

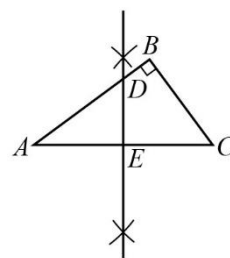
則  $\overline{CP} =$  5 公分。



7. 承上題， $\overline{AC} =$   $5\sqrt{2}$  公分。

### 三、計算題：

1. 已知  $\triangle ABC$  為直角三角形， $\angle B = 90^\circ$ ， $\overline{AB} = 32$  公分， $\overline{BC} = 24$  公分， $\overline{DE} = 15$  公分，觀察右圖的作圖痕跡，則  $\overline{BD}$  為多少公分？



**解：**由作圖痕跡可知  $\overline{DE}$  為  $\overline{AC}$  的中垂線

$$\overline{AC} = \sqrt{32^2 + 24^2} = 40 \Rightarrow \overline{AE} = \frac{1}{2} \overline{AC} = 20$$

$$\overline{AD} = \sqrt{20^2 + 15^2} = 25 \Rightarrow \overline{BD} = 32 - 25 = 7$$

**答：**7 公分



## 數學好好玩

### 九階數獨的基本規則

- 1、圖形由  $9 \times 9$  的方格構成。
- 2、每排、每列或每個  $3 \times 3$  的方格中，都必須填上 1~9，且不可重複。
- 3、所用的方法只需推理不必計算。
- 4、答案只能有一種。

新湖 e 數獨第 3 題 答案

5	1	3	2	6	4	7	9	8
7	6	4	8	1	9	2	3	5
2	9	8	7	3	5	1	4	6
1	4	6	3	7	2	8	5	9
3	8	2	5	9	6	4	7	1
9	5	7	1	4	8	6	2	3
4	7	1	9	8	3	5	6	2
6	3	5	4	2	1	9	8	7
8	2	9	6	5	7	3	1	4

新湖 e 數獨第 3 題 開始時間：

	1	3	2			7		
7					9		3	5
2						1		6
	4			7	2			9
		2				4		
9			1	4			2	
4		1						2
6	3		4					7
		9			7	3	1	