

## 2-1 函數與函數圖形 新課網



### 例題 1

下表是一年一班部分同學身高和體重的紀錄表，根據此表，判斷下列哪些正確？

座號	1	2	3	4	5	6
體重 (kg)	50	52	54	50	52	56
身高 (cm)	153	149	158	153	161	161

- (A) 體重是座號的函數  
 (B) 身高是座號的函數  
 (C) 座號是體重的函數  
 (D) 身高是體重的函數

**解** (A)(B)



### 例題 3

設一次函數  $y = ax + b$  的圖形通過  $(-4, -2)$ 、 $(-1, 3)$ 、 $(3, k)$ ，則  $k = ?$

**解**：將  $(-4, -2)$ 、 $(-1, 3)$  分別代入得

$$\begin{cases} -2 = -4a + b \\ 3 = -a + b \end{cases}, \text{解得 } a = \frac{5}{3}, b = \frac{14}{3}$$

故此一次函數為  $y = \frac{5}{3}x + \frac{14}{3}$

將  $(3, k)$  代入得  $k = \frac{5}{3} \times 3 + \frac{14}{3} = \frac{29}{3}$



### 例題 2

若一次函數  $y = -2(5+x) - 3$  與一次函數

$y = \frac{x}{2} - 7$  在  $x = 3a$  時的函數值相同，求  $a = ?$

**解**：  $-2(5+3a) - 3 = \frac{3a}{2} - 7$

$$-26 - 12a = 3a - 14$$

$$a = -\frac{4}{5}$$

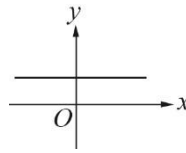
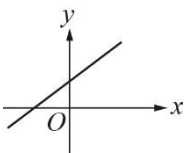
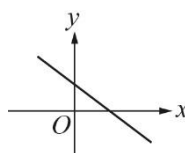


### 例題 4

(A)

(B)

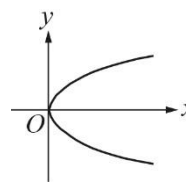
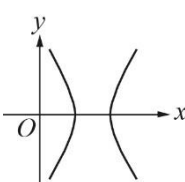
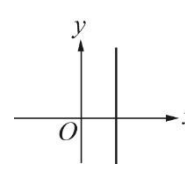
(C)



(D)

(E)

(F)



(1) 哪些為一次函數的圖形？

(2) 哪些為常數函數的圖形？

**解** (1) (A)(B)；(2) (C)



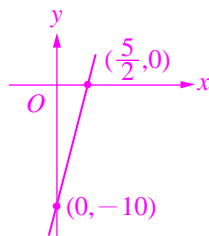
## 例題 5

若一次函數圖形  $y=4x-10$  與  $x$  軸、 $y$  軸分別交於兩點，求此函數圖形與  $x$  軸、 $y$  軸所圍成的三角形面積。

解 三角形面積

$$= \frac{1}{2} \times \frac{5}{2} \times |-10|$$

$$= \frac{25}{2} \dots\dots\dots \text{答}$$



## 例題 6

兩個一次函數  $y=ax-2$  與  $y=-3x-6$  圖形的交點在  $x$  軸上，則  $a$  之值為何？

解  $y=-3x-6$  與  $x$  軸交於  $(-2, 0)$ ，

$(-2, 0)$  代入  $y=ax-2$ ，

得  $-2a-2=0$ ， $a=-1$ 。

答：-1



## 例題 7

兩線型函數  $y=3x-b-1$  與  $y=2x+3b+3$  的圖形相交於  $A$  點，若  $A$  點的坐標為  $(a, a)$ ，則  $a+b=?$

解：將  $A(a, a)$  分別代入

$y=3x-b-1$  和  $y=2x+3b+3$  中

$$\text{得} \begin{cases} a=3a-b-1 \\ a=2a+3b+3 \end{cases}$$

解得  $a=0$ 、 $b=-1$

所以  $a+b=0+(-1)$

$$=-1$$



## 例題 8

已知  $A$  地到  $B$  地的距離是 420 公里，若火車由  $A$  地駛向  $B$  地的平均速率是每小時 120 公里，假設火車開了  $x$  分鐘，共行駛  $y$  公里，則火車開了 2 小時後，距離  $B$  地還有多少公里？

解：依題意可得  $y=\frac{120x}{60}=2x$

開了 2 小時的距離  $=2 \times 2 \times 60 = 240$  公里

$$420 - 240 = 180$$

故距離  $B$  地還有 180 公里



1. 已知某電動機車在正常速度範圍內，行駛的距離  $y$  (公里) 與剩餘電量  $x$  (%) 成線型函數關係。若將此款機車充飽電，也就是剩餘電量為 100%，此時行駛距離由 0 公里開始。右圖為行駛過程中的某次紀錄，試回答下列問題：



Q1：寫出  $x$ 、 $y$  的關係式。

設函數  $y = ax + b$  ( $a \neq 0$ )

因為函數圖形通過  $(100, 0)$ 、 $(70, 45)$  兩點

因此  $\begin{cases} 0 = 100a + b \\ 45 = 70a + b \end{cases}$ ，得  $a = -\frac{3}{2}$ 、 $b = 150$

所以  $x$ 、 $y$  的關係式為  $y = -\frac{3}{2}x + 150$

答： $y = -\frac{3}{2}x + 150$

Q2：承 Q1，當剩餘電量為 20% 時，行駛距離為多少公里？

將  $x = 20$  代入，得  $y = (-\frac{3}{2}) \times 20 + 150 = 120$

答：120 公里

2. 有一天，傑尼龜和彼得兔比賽跑步，一開始，彼得兔飛快跑著大幅領先速率始終一定的傑尼龜，但不久後，彼得兔便開始輕敵，認為即使小睡片刻，傑尼龜一定追趕不上牠，便到路邊睡覺。結果彼得兔醒來時，發現落後傑尼龜有一大段距離，於是彼得兔再用原先出發的飛快速率來追……，但最後還是輸給了傑尼龜。

右圖是他們賽跑的部分線型函數圖形，  
已知起點至終點距離 2000 公尺。

Q1：傑尼龜爬了幾分鐘之後才開始超越彼得兔？

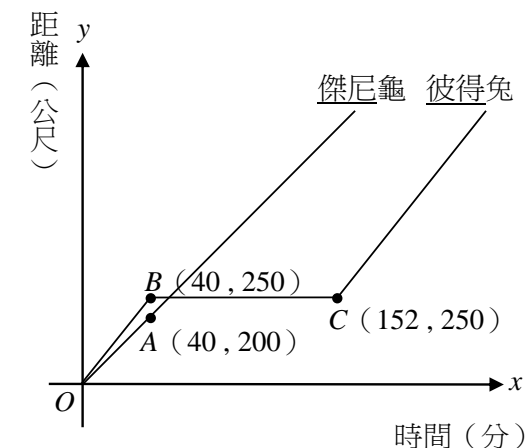
設  $\overline{OA}$ ： $y = ax + b$ ，將  $(0, 0)$ 、 $(40, 200)$

$$\text{代入得} \begin{cases} 0 = 0 + b \\ 200 = 40a + b \end{cases},$$

則  $a = 5$ ， $b = 0$ ，所以  $\overline{OA}$ ： $y = 5x$

將  $y = 250$  代入得， $250 = 5x$ ， $x = 50$ ，

所以傑尼龜爬了 50 分鐘後開始超越彼得兔。



答：50 分鐘。

Q2：當彼得兔醒來時，落後傑尼龜多少公尺？

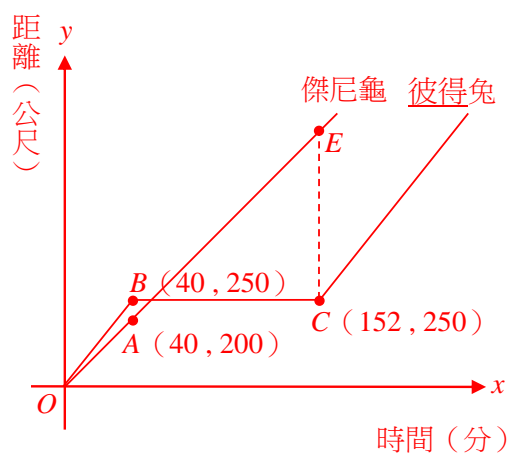
將  $x = 152$  代入  $y = 5x$ ，

得  $y = 5 \times 152 = 760$

則  $E(152, 760)$ 。

$\overline{CE} = 760 - 250 = 510$  (公尺)

所以落後 510 公尺。



答：510 公尺。



### 一、選擇題：(南進階)

- ( B ) 1. 下列關於常數函數  $y=0$  的敘述何者錯誤？  
 (A) 此函數的圖形為一直線 (B) 此函數的圖形垂直  $x$  軸  
 (C) 此函數的圖形與  $x$  軸有交點 (D) 此函數的圖形通過原點
- ( C ) 2. 關於函數  $y=ax+b$ ，下列敘述何者正確？  
 (A) 若  $a \neq 0$ ， $b=0$ ，則此函數圖形為不通過原點的斜直線  
 (B) 若  $a=0$ ， $b \neq 0$ ，則此函數圖形為通過原點的斜直線  
 (C) 若  $a \neq 0$ ， $b \neq 0$ ，則此函數圖形為不通過原點的斜直線  
 (D) 若  $a=0$ ， $b=0$ ，則此函數圖形為  $y$  軸
- ( C ) 3. 已知  $y$  是  $x$  的函數，其函數圖形為一條通過點  $(8, -3)$  的水平線，則此函數為何？  
 (A)  $y=8$  (B)  $y=x+8$  (C)  $y=-3$  (D)  $y=x-3$
- ( A ) 4. 已知一次函數  $y=-x+1$  的圖形通過  $(-10, a)$ ，則  $a=?$   
 (A) 11 (B) 15 (C)  $-17$  (D)  $-19$
- ( D ) 5. 若一次函數  $y=ax+b$  的圖形通過  $(3, 5)$ 、 $(1, 1)$  兩點，則  $x=11$  時的函數值為何？  
 (A) 10 (B) 11 (C) 20 (D) 21

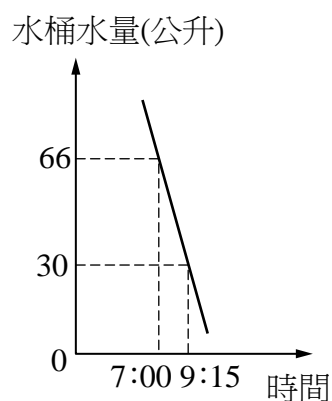
### 二、填充題：

- 萍萍有 80 元，她想要買一張美國大聯盟的明星賽門票。若她每日存 5 元，且  $x$  日後，她的存款總數為  $y$  元，則  $x=15$  時， $y=$  155。
- 若函數的圖形通過  $(2, 5)$ 、 $(3, -1)$ 、 $(4, 9)$ ，則此函數在  $x=2$ 、 $x=3$  與  $x=4$  時的函數值之和為 13。
- 已知一次函數  $y=ax+b$ ，若  $ab < 0$ ， $a-b > 0$ ，則此函數圖形不通過第 二 象限。

4. 兩個一次函數  $y=3x+1$ 、 $y=x+5$  的圖形與  $x$  軸所圍成的面積為  $\frac{49}{3}$ 。
5. 睿睿與康康設計一個溫度計，上面標有睿氏與康氏的度數，且兩種溫度呈一次函數關係。當睿氏為 0 度時，康氏為 60 度；當睿氏為 40 度時，康氏為 20 度，則 30 度時，睿氏與康氏的度數會相同。

### 三、計算題：(康素養)

1. 某水桶底部有一個裂縫，導致水桶內的水不斷的滲出。已知水桶內的水量與時間成線型函數關係，如右圖所示，試回答下列問題：



- (1) 根據右圖所提供的數據，推估水桶在 11:00 時，剩餘的水量為多少公升？

設  $x$  表示時間(分鐘)， $y$  表示水桶內的水量(公升)

則線型函數  $y=ax+b$  ( $a \neq 0$ ) 圖形通過  $(0, 66)$ 、 $(135, 30)$

因此  $\begin{cases} 66=0+b \\ 30=135a+b \end{cases}$ ，得  $a=-\frac{4}{15}$ 、 $b=66$

所以線型函數  $y=-\frac{4}{15}x+66$

11 時 - 7 時 = 4 時 = 240 分鐘

將  $x=240$  代入，得  $y=-\frac{4}{15} \times 240 + 66 = 2$

答：2 公升

- (2) 承(1)，在幾時幾分幾秒時，水桶內的水會剛好漏完？

將  $y=0$  代入， $0=-\frac{4}{15}x+66$ ，得  $x=247.5$  (分鐘)

7 時 + 247.5 分鐘 = 7 時 + 4 時 7 分 30 秒 = 11 時 7 分 30 秒

答：11 時 7 分 30 秒



## 數學好好玩

雪花數獨（台灣數獨發展協會）：

在空格中填入 1~6，使得每一個六角形和橫、左斜、右斜線上的數字都沒有重複。

