3-1 三角形與多邊形的內角與外角

例題 1

已知$\angle A$與$\angle B$互補，且$\angle B$與$\angle C$互餘。若$\angle A=100°$，求$\angle C$。

解

$\angle A+\angle B=180°$，$\angle B=180°-100°=80°$

$\angle B+\angle C=90°$，$\angle C=90°-80°=10°$

例題 2

若$\angle A=(3x+1)°$，$\angle B=(5x+1)°$，且$\angle A$與$\angle B$互為餘角，則$\angle A=$？

解 $\angle A+\angle B=90°$

$\Rightarrow (3x+1)+(5x+1)=90$

$\Rightarrow x=11$

$\therefore \angle A=(3\times 11+1)°=34°$

答：34°

例題 3

已知$\angle A$與$\angle B$互餘，$\angle B$與$\angle C$互補，求$\angle C-\angle A$。

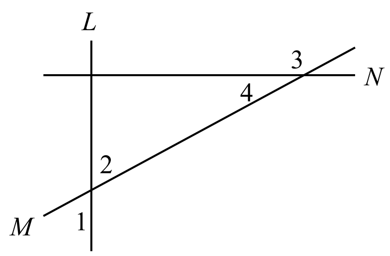
解

$$\begin{cases}\angle A+\angle B=90° \cdots\cdots\cdots\cdots ①\\ \angle B+\angle C=180° \cdots\cdots\cdots\cdots ②\end{cases}$$

由②式－①式，得$\angle C-\angle A=90°$

例題 4

如圖，直線L、直線M與直線N交於三點，且$\angle 1=62°$、$\angle 3=152°$，求$\angle 2+\angle 4$。



解

$\angle 2=\angle 1=62°$（對頂角相等），

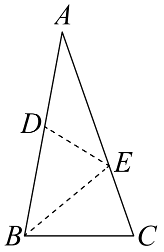
$\angle 3+\angle 4=180°$，

$\angle 4=180°-152°=28°$

$\angle 2+\angle 4=62°+28°=90°$

例題 **5**

如圖，在△*ABC* 中，將 $\overline{BC}$ 往 $\overline{AB}$ 疊合，使 *C* 點與 *D* 點重合，摺痕為 $\overline{BE}$。若∠*B*＝80˚，∠*A*＝30˚，則∠*BEC*＝？



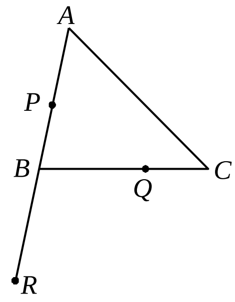
解：∠*C*＝180˚－30˚－80˚＝70

∠*BEC*＝180˚－$\frac{1}{2}$×80˚－70˚＝70˚

答：70˚

例題 **6**

如右圖，△*ABC* 中，∠*A*＝55°，∠*C*＝45°。若小南由 *R* 點出發，經 *B*、*Q*、*C*、*A* 的順序走到 *P* 點，則小南轉了多少度？



解 ∠*B*＝180°－55°－45°＝80°

∠*C* 的外角＝135°

∠*A* 的外角＝125°

∴ 所求＝∠*B*＋∠*C* 的外角＋∠*A* 的外角

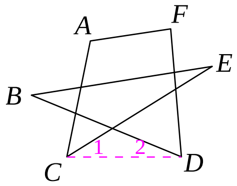
＝80°＋135°＋125°

＝340°

答：340°

例題 **7**

如右圖，求∠*A*＋∠*B*＋∠*C*＋∠*D*＋∠*E*＋∠*F*＝？



解 連接 $\overline{CD}$

⇒∠*B*＋∠*E*＝∠1＋∠2

∴ 原式＝四邊形 *ACDF* 的內角和

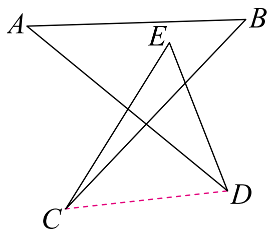
＝180°×(4－2)

＝360°

答：360°

例題 **8**

如圖，∠*A*＋∠*B*＋∠*C*＋∠*D*＋∠*E*＝？



解：連接 $\overline{CD}$

∠*A*＋∠*B*＋∠*ECB*＋∠*EDA*＋∠*E*

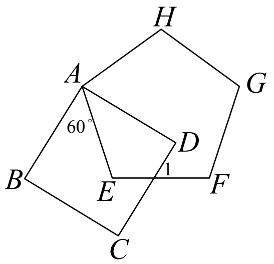
＝∠*BCD*＋∠*ADC*＋∠*ECB*＋∠*EDA*＋∠*E*

＝180˚

答：180˚

例題 9

如圖，$ABCD$ 為正方形，$AEFGH$ 為正五邊形，則$\angle 1$＝？

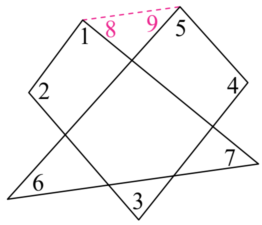


解：$\angle 1=180-(360^\circ-\angle D-\angle DAE-\angle E)$
$=180^\circ-(360^\circ-90^\circ-30^\circ-108^\circ)$
$=48^\circ$

答：48°

例題 10

如圖，$\angle 1+\angle 2+\angle 3+\angle 4+\angle 5+\angle 6+\angle 7$＝？



解：$\angle 1+\angle 2+\angle 3+\angle 4+\angle 5+\angle 6+\angle 7$
$=\angle 1+\angle 2+\angle 3+\angle 4+\angle 5+\angle 8+\angle 9$
$=180^\circ\times(5-2)$
$=540^\circ$

答：540°

牛刀小試(1)

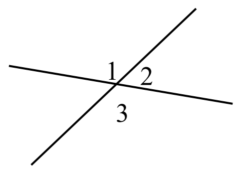
一．選擇題

(C) 1. 已知$\angle 1$與$\angle 3$為對頂角，且$\angle 1$與$\angle 2$互補，其中$\angle 1$為銳角，下列敘述何者正確？

(A) $\angle 1+\angle 3$ 互補　(B) $\angle 1+\angle 2=90^\circ$

(C) $\angle 2+\angle 3=180^\circ$　(D) $\angle 2$與$\angle 3$互餘

(B) 2. 如圖，$\angle 1=(8x-33)^\circ$，$\angle 3=(2x+87)^\circ$，則$\angle 2$的度數為何？



(A) 20°　(B) 53°

(C) 120°　(D) 127°

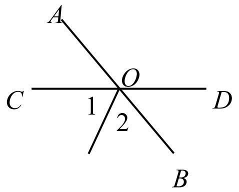
二．填充題

1. 在 12 小時制的鐘面上，10 點 30 分的時候，分針和時針所夾的角為__鈍角__。（填銳角、直角或鈍角）

2. 若$\angle P$與$\angle Q$互為餘角，$\angle Q$與$\angle R$互為補角，且$\angle R=97^\circ$，則$\angle P$＝__7__度。

3. 若$\angle A$的補角比$\angle B$的補角大 25°，則$\angle A$比$\angle B$小__25__度。

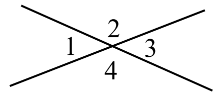
4. 如圖，$\overleftrightarrow{AB}$、$\overleftrightarrow{CD}$ 交於 O 點，若 $\angle AOD=130°$，且 $\angle 1=\angle 2$，則 $\angle 1=$ ___65___ 度。



5. 已知 $\angle A=125°$，若 $\angle A$ 與 $\angle B$ 互補，$\angle B$ 與 $\angle C$ 互餘，則 $\angle C=$ ___35___ 度。

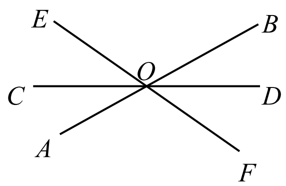
6. 已知 $\angle A$、$\angle B$ 互為補角，且 $\angle A=\frac{1}{2}\angle B$，則 $\angle A$ 的對頂角為 ___60___ 度。

7. 如圖，若 $\angle 1+\angle 3=90°$，則 $\angle 2=$ ___135___ 度。



三・計算題

1. 如圖，$\overline{AB}$、$\overline{CD}$、$\overline{EF}$ 相交於 O 點，且 $\angle AOF=4\angle BOD$，$\angle COE=35°$，求 $\angle BOD$ 的度數。



解 $\because \angle DOF$ 與 $\angle COE$ 為對頂角，

$\therefore \angle DOF=\angle COE=35°$

$\because \angle BOD+\angle DOF+\angle AOF=180°$，

又 $\angle AOF=4\angle BOD$，

$\therefore \angle BOD+35°+4\angle BOD=180°$

$5\angle BOD=145°$

$\angle BOD=29°$

一・選擇題

(B) 1. 在 $\triangle ABC$ 中，若 $\angle A=72°$，$\angle C$ 的度數比 $\angle B$ 的 2 倍少 6°，則 $\angle C$ 的度數為何？

(A) 38° (B) 70°

(C) 72° (D) 76°

(A) 2. 下列敘述何者錯誤？

(A)三角形的一組外角和為 180°

(B)沿著一座三角形公園走一圈會旋轉 360°

(C)三角形任意一角會與其外角互補

(D)三角形任一個外角等於兩個內對角的和

二・填充題

1. 在 $\triangle ABC$ 中，已知 $\angle A$ 的外角是 70°，$\angle B$ 是 $\angle C$ 的 2 倍少 29°，則 $\angle B=$ ___37___ 度。

2. 在△ABC 中，已知∠A 的外角是 150°，∠B 的外角是 90°，則∠C＝___60___度。

3. 在△ABC 中，若∠C 之外角為 140°，且∠A－∠B＝20°，

   則 2∠A＋∠B－∠C＝___180___度。

4. 如圖，∠1＝∠2＝∠3，∠4＝∠5＝∠6，∠A＝45°，則：

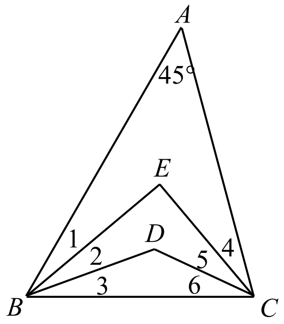
   (1)∠ABC＋∠ACB＝___135___度。

   (2)∠3＋∠6＝___45___度。

   (3)∠BDC＝___135___度。

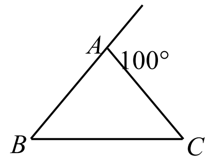
   (4)∠EBC＋∠ECB＝___90___度。

   (5)∠BEC＝___90___度。

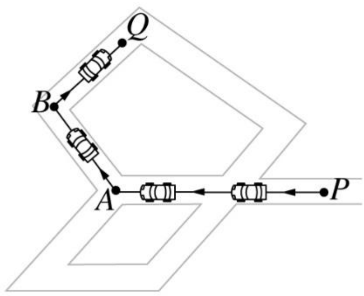


5. 如圖，在△ABC 中，$\overline{AB}=\overline{AC}$，∠$BAC$ 的外角為 100°，

   則∠B＝___50___度。



右圖是一張玩具車軌道圖，阿寶將玩具車自 P 點沿著箭頭方向前進，途中經由 A 點轉向 B 點，再經由 B 點轉向 Q 點。若∠BAP＝130°、∠QBA＝95°。試回答下列問題：



Q1：此玩具車在 A 點至少轉了多少度？

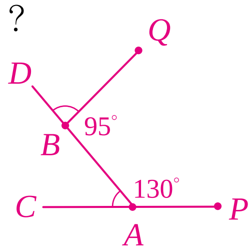
玩具車所轉的角度為∠BAC＝180°－∠BAP＝180°－130°＝50°

答：50°

Q2：承 Q1，此玩具車從 P 點開始前進，至少共需轉多少度才能抵達 Q 點？

玩具車所轉的角度為∠BAC＋∠QBD＝50°＋(180°－95°)＝135°

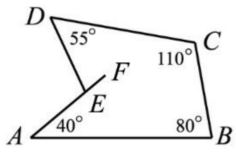
答：135°



回家作業

一、選擇題：(南進階)

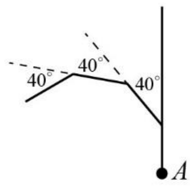
(D) 1. 如右圖，A、E、F 三點在同一直線上，則 $\angle DEF=$？



(A) 60°　(B) 65°

(C) 70°　(D) 75°

(B) 2. 小毛在廣場上，由 A 點開始每次向前走五步 (每步大小相同) 就向左轉 40°，右圖為其部份圖形，如此重複數次又回到 A 點，且其行經的路徑正好成一個正 n 邊形，則 $n=$？

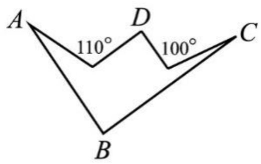


(A) 8　(B) 9　(C) 10　(D) 12

(A) 3. 若一正多邊形的一內角為 144°，則此多邊形的內角和為多少？

(A) 1440°　(B) 1620°　(C) 1800°　(D) 1890°

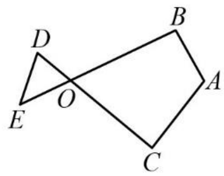
(D) 4. 如右圖，$\angle A+\angle B+\angle C+\angle D=$？



(A) 180°　(B) 190°

(C) 205°　(D) 210°

(B) 5. 如右圖，求 $\angle A+\angle B+\angle C-\angle D-\angle E=$？

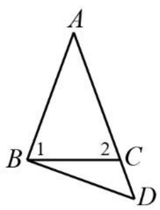


(A) 150°　(B) 180°

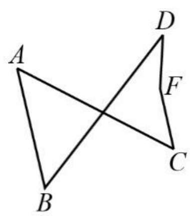
(C) 200°　(D) 215°

二、填充題：

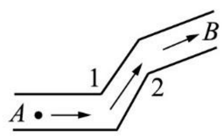
1. 如下圖(一)，已知 $\angle 1=\angle 2=70°$，$\overline{BD}\perp\overline{AB}$，則 $\angle D=$___50___度。
2. 如下圖(二)，已知 $\angle A+\angle B=100°$，$\angle C+\angle D=85°$，則 $\angle CFD=$___165___度。



圖(一)



圖(二)



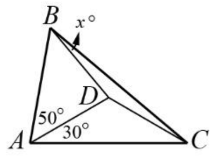
圖(三)

3. 如上圖(三)，有一竹筏沿著溪流走，由 A 點到 B 點。已知 $\angle 1 = 125°$，$\angle 2 = 140°$，則此竹筏共轉了 ___95___ 度。

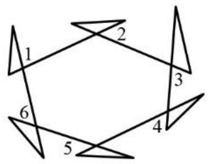
4. 若一 n 邊形有 20 條對角線，則此 n 邊形的外角和為 ___360___ 度。

5. 如右圖(四)，若 $\overline{AD} = \overline{BD} = \overline{CD}$，則 $x =$ ___10___ 。

6. 如右圖(五)，$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 + \angle 5 + \angle 6 =$ ___360___ 度。



圖(四)

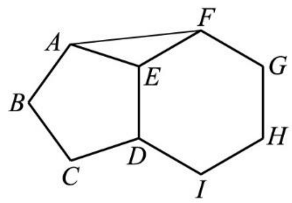


圖(五)

7. 已知一正 n 邊形的一外角為 2 度，則 $n =$ ___180___ 。

三、計算題：

1. 如右圖，$ABCDE$ 為正五邊形，$DEFGHI$ 為正六邊形，求 $\angle EAF =$？



解：$\because \overline{AE} = \overline{EF}$　$\therefore \triangle AEF$ 為等腰三角形

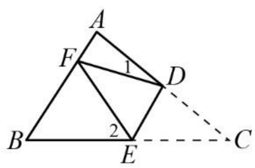
又 $\angle AED = \dfrac{180°\times(5-2)}{5} = 108°$，$\angle DEF = \dfrac{180°\times(6-2)}{6} = 120°$

$\therefore \angle AEF = 360° - 120° - 108° = 132°$

$\angle EAF = \dfrac{1}{2}(180° - 132°) = 24°$

答：24°

2. 如右圖，在 $\triangle ABC$ 中，D、E 兩點分別在 $\overline{AC}$ 、 $\overline{BC}$ 上，以 $\overline{DE}$ 為摺痕，將 $\triangle CDE$ 往左上方摺，使 C 點落在 $\overline{AB}$ 上的 F 點。若 $\angle C = 50°$，則 $\angle 1 + \angle 2 =$？



解：設 $\angle FDE = x°$，$\angle FED = y°$

$\angle 1 + \angle 2 = (180° - 2x°) + (180° - 2y°)$

$= 2(180° - x° - y°)$

$= 2\angle C = 100°$

答：100°

數學好好玩

有幾顆棋子如下圖排成了一個直角三角形，

請問至少要移動幾顆棋子，才可以讓它們形成一個矩形呢？

兩顆，如下圖把原虛線處的棋子移到紅色棋子處，就可以形成一個正方形：