DATE 2024 .12 .15 NO 三校教128
三校教作94
永中鍾定棚

ex.7 設 $f(x)$ 为实係数三次多项式, $\begin{cases} f(x) \equiv x+2 \pmod{x^2-1} \\ f(x) \equiv -x-1 \pmod{x^2+1} \end{cases}$

求 $f(x)$

令 $f(x) = (x^2+1)(cx+d)+(-x-1)$

$f(x) = (x^2-1)(ax+b)+(x+2)$

$\Rightarrow \begin{cases} f(1) = 3 = 2(c+d)-2 \\ f(-1) = 1 = 2(-c+d) \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} 2c+2d = 5 \\ -2c+2d = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d = \frac{3}{2} \\ c = 1 \end{cases}$

$\Rightarrow f(x) = (x^2+1)(x+\frac{3}{2})+(-x-1)$

$= x^3+\frac{3}{2}x^2+x+\frac{3}{2}-x-1$

$= x^3+\frac{3}{2}x^2+\frac{1}{2}$ #