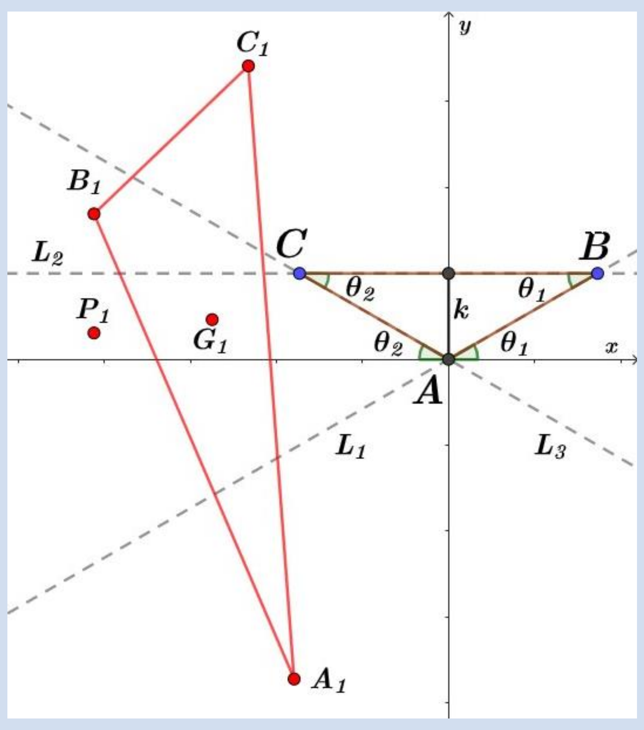
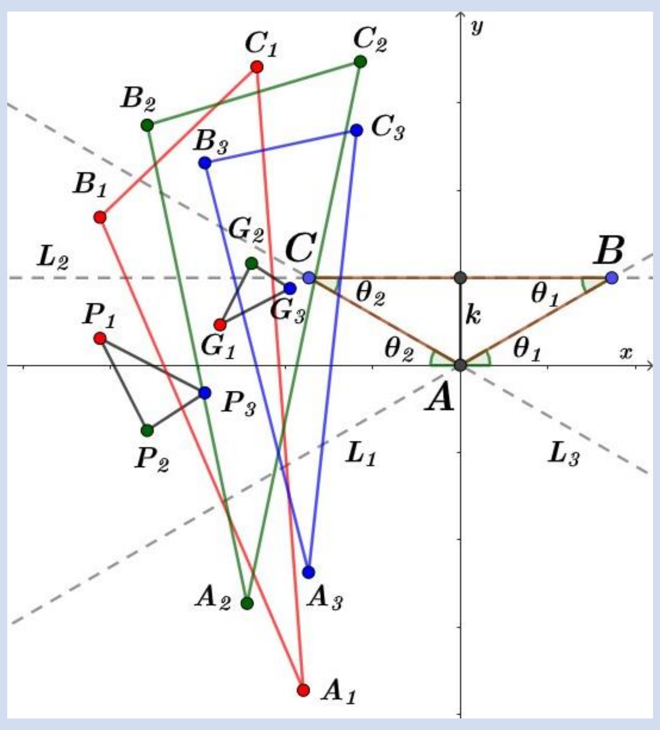
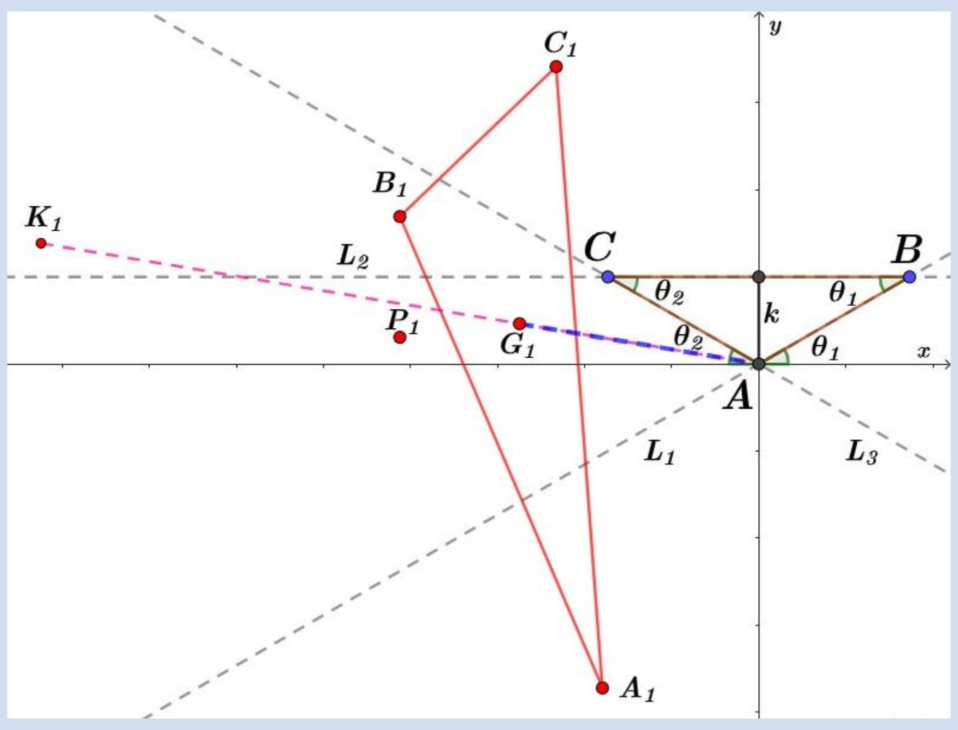
表 1－對任意三角形鏡射的情況。

步驟一：觀察各點的鏡射重心連線。	步驟二：$\overline{K_1A}:\overline{G_1A}$。	步驟三：證明 $\Delta G_1G_2G_3$ 與 $\Delta P_1P_2P_3$ 相似及求出其縮放倍率。
		
利用鏡射矩陣得到鏡射三角形三點座標。 以 $P_1(x_1,y_1)$ 為例： $A_1=(x_1\cdot cos\,2\theta_1+y_1\cdot sin\,2\theta_1,-y_1\cdot cos\,2\theta_1+x_1\cdot sin\,2\theta_1)$ $B_1=(x_1,2k-y_1)$ $C_1=(x_1\cdot cos\,2\theta_2-y_1\cdot sin\,2\theta_2,-y_1\cdot cos\,2\theta_2-x_1\cdot sin\,2\theta_2)$	將鏡射三角形三點座標相加得到 K_1、K_2、K_3 以 $P_1(x_1,y_1)$ 為例： $K_1=(x_1\cdot(1+cos\,2\theta_1+cos\,2\theta_2)$ $+y_1\cdot(sin\,2\theta_1-sin\,2\theta_2),$ $-y_1\cdot(1+cos\,2\theta_1+cos\,2\theta_2)$ $+x_1\cdot(sin\,2\theta_2-sin\,2\theta_2)+2k)$	因 $\Delta K_1K_2K_3$ 與 $\Delta P_1P_2P_3$ 相似（對應邊成固定比例） 故 $\Delta G_1G_2G_3$ 與 $\Delta P_1P_2P_3$ 相似，且縮放倍率為 $\frac{\sqrt{-3+4\,[\,cos^2\theta_1+cos^2\theta_2+cos^2(\theta_1+\theta_2)]}}{3}$。

將其整理成**定理三**，如下：

定理三：在對任意三角形鏡射的情況下，P_1、P_2、P_3 會分別對應到 G_1、G_2、G_3；$\Delta G_1G_2G_3$ 與 $\Delta P_1P_2P_3$ 相似，且 $\Delta G_1G_2G_3$ 邊長長度會分別是 $\Delta P_1P_2P_3$ 邊長的 $\frac{\sqrt{-3+4\,[cos^2\theta_1+cos^2\theta_2+cos^2(\theta_1+\theta_2)]}}{3}$ 倍。

根據**定理三**，可知道對任意非正三角形鏡射重心連線形成三角形與原三角形相似，接著來討論鏡射外心的情況。

三、鏡射外心的特殊情況

經過觀察，我們發現了鏡射外心的三種特殊情況，如下：

（一）鏡射外心與 ΔABC 頂點重合：

當 P_1 位在 L_1、L_2、L_3 上時，O_1 會與該直線的對邊頂點重合，以 P_1位於 L_1 上的情況為例，外心 O_1 會是三條中垂線的交點，也就會是 L_2 和 L_3 的交點，即 C 點，如圖 7。

將其整理成**定理四**，如下：

定理四：當 P_1 落在 L_1、L_2、L_3 上時，鏡射外心 O_1 分別會與 L_1、L_2、L_3 的對邊頂點 C、A、B 重合。

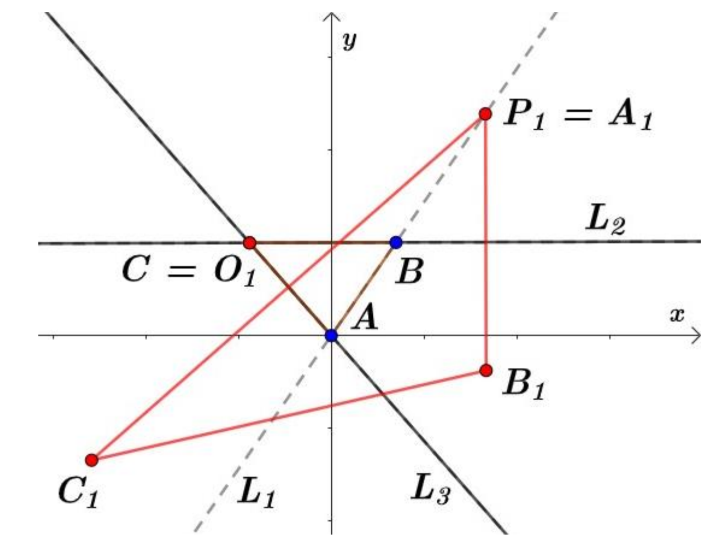


圖 7－P_1 位於 L_1 上，且 O_1 與 C 重合。

（二）P_1 落在 t_A、t_B、t_C 上：

P_1 只要落在過頂點的外接圓切線上，O_1 就會落在過頂點且平行對邊的直線上，如圖 8。因為當 P_1 落在過 A 的直線上時，$\overline{C_1A_1}$ 中垂線恆與 $\overline{BC}$ 平行且通過 A 點，利用平移、旋轉、翻轉可類推 P_1 落在 t_B、t_C 的情況也成立。

將其整理成**定理五**，如下：

定理五：當 P_1 落在 t_A、t_B、t_C 上時，鏡射外心 O_1 會落在過切點且平行對邊的直線上。

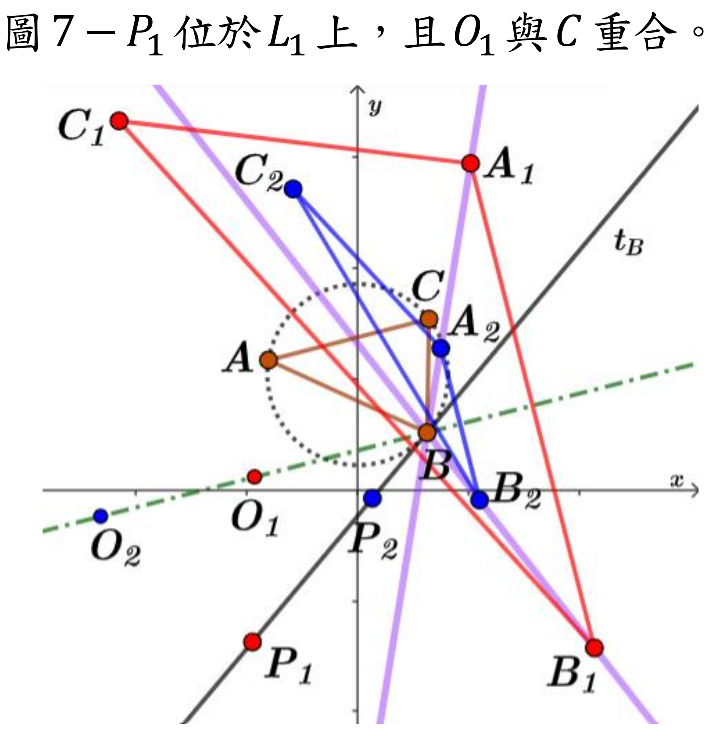


圖 8－ P_1、P_2 都在 t_A 上時，$\overline{O_1O_2}$ 平行 $\overline{BC}$。

（三）P_2 落在過 ΔABC 一頂點的直線上：

若 P_2 為 $\overline{P_1A}$ 上一動點，則 O_2 也會落在 $\overline{O_1A}$ 上，如圖 9。L_A 會是 t_A 旋轉 ϕ，所以 $\overline{A_1A}$ 和 $\overline{C_1A}$ 皆會旋轉 ϕ，因此角平分線也會旋轉 ϕ，利用平移、旋轉、翻轉可類推 P_1 落在過 B、C 的直線上也有此性質。

將其整理成**定理六**，如下：

定理六：當 P_1、P_2 連線通過 ΔABC 一頂點時，鏡射外心 O_1、O_2 連線也會通過該頂點。

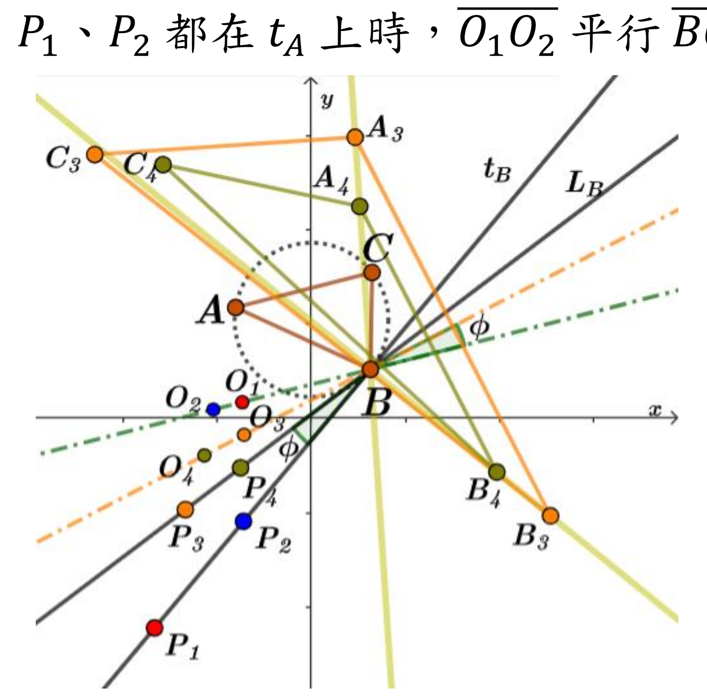


圖 9－通過任意頂點皆有此性質。

四、P_1 在特殊三角形的過頂點外接圓切線上移動之鏡射情況

（一）P_1 落在等腰直角三角形 ΔABC 的 t_B 上：

觀察發現，當 P_1 在 t_B 上移動時，O_1 也會位在 t_B 上，因為**定理五**可知當 P_1 落在 t_A、t_B、t_C 上時，O_1 必會落在過切點且平行對邊的直線上，因此 L_3 平行 t_B，O_1 會在 t_B 上移動且兩者的水平距離為 k，如圖 10。

將其整理成**定理七**，如下：

定理七：當 P_1 等腰直角三角形 ΔABC 的外接圓切線 t_B 上移動時，O_1 的移動軌跡就會與 t_B 重合。

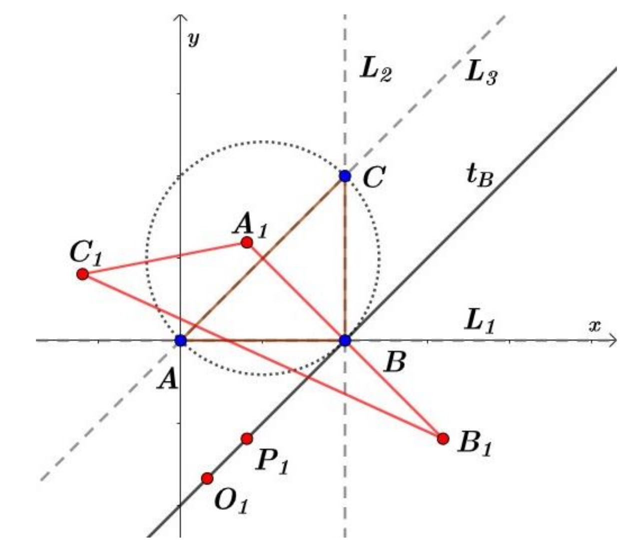


圖 10－ O_1 的移動軌跡為 t_B。

（二）P_1 落在正三角形 ΔABC 的 t_A、t_B、t_C 上：

觀察發現，若 P_1 位在 t_A、t_B、t_C 上，則 O_1 也會在此切線上移動，根據**定理五**，O_1必定位於 t_A 上，因此只要算出 $\Delta A_1B_1C_1$ 的其中一條中垂線並求其與 t_A 的交點即可得到 O_1 坐標，而 P_1 落在 t_B、t_C 上的情況也可利用旋轉做解釋，如圖 11。

將其整理成**定理八**，如下：

定理八：當 P_1 在正三角形 ΔABC 的外接圓切線 t_A、t_B、t_C 上移動時，O_1 的移動軌跡會與 t_A、t_B、t_C 重合。

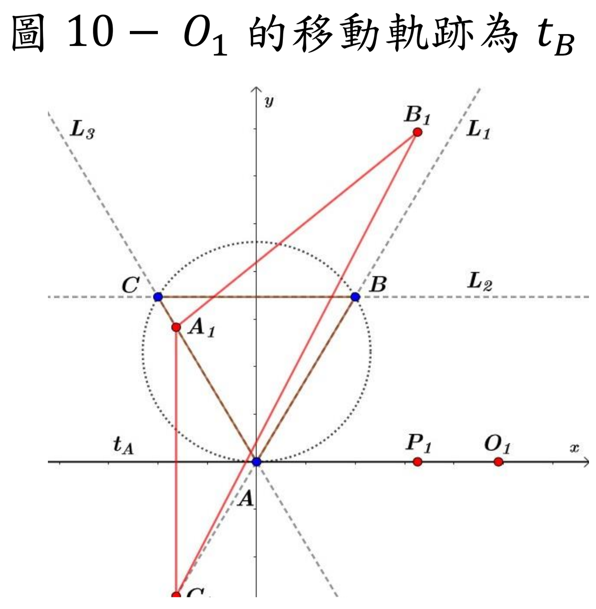


圖 11－ O_1 的移動軌跡為 t_A。