DATE 2024 .11 .18 NO. 三校数112
12 15 三校数作84 永中鍵完納

ex.8

Def) $A=x^5-x^4-x+2$, $B=-4x^3+x^2+3$, $C=-29x+31+12x^3-3x^2$

1) $B+3C$: deg(), 各次項係数, 常数項

$=(-4x^3+x^2+3)+3(-29x+31-12x^3-3x^2)$

$=-4x^3+x^2+3-36x^3-9x^2-87x+93$

$=\boxed{-40}x^3+\boxed{-8}x^2+\boxed{-87}x+\boxed{+96}$

deg() 3次 2次係数 1次係数 常数項

常数: $2+3\cdot31=95$ #

$f(1)=B(1)+3C(1)$

$=0+33=33$ #

3次: $(-4)\cdot31+1\cdot(-29)+3\cdot12$

$=-137-29+36=-130$ #

2) $A\times C$: deg(), 奇数次項係数, 3次項係数

$=(x^5-x^4-x+2)(-29x+31+12x^3-3x^2)$

$=-29x^6+31x^5+12x^8-3x^7+29x^5-31x^4-12x^7+\cancel{3x^3}$

$+29x^2-31x+12x^4-\cancel{3x^3}-58x+62+24x^3-6x^2$

$=12x^8\boxed{-15}x^7-29x^6\boxed{+60}x^5-19x^4\boxed{+24}x^3+23x^2\boxed{-89}x+62$

deg() 8次 7奇次項係数 6次 5奇次項係数 4次 3奇次項係数 2次 1奇次項係数

$\frac{f(1)-f(-1)}{2}=\frac{A(1)\cdot C(1)-A(-1)\cdot C(-1)}{2}=\frac{1\cdot33-(-1)\cdot45}{2}=\frac{33+585}{2}$

$=309$ #

3) A^4: deg(), 偶数次項係数, 4次項係数

$=(x^5-x^4-x+2)^4=[(x^5-x^4-x+2)(x^5-x^4-x+2)]^2$

$=(x^{10}-x^9-x^6+2x^5-x^9+x^8+x^5-2x^4-x^6+x^5+x-2x+2x^5-2x^4-2x+4)^2$

$=(x^{10}-2x^9+x^8-2x^6+5x^5-4x^4-3x+4)^2$

$=x^{20}\boxed{-4}x^{19}+\boxed{6}x^{18}\boxed{-4}x^{17}\boxed{-3}x^{16}+18x^{15}\boxed{-37}x^{14}+26x^{13}\boxed{-4}x^{12}-26x^{11}\boxed{+33}x^{10}-62x^9\boxed{+24}x^8+12x^7\boxed{-48}x^6$

$+64x^5\boxed{-16}x^4\boxed{+9}x^2-24x\boxed{+16}$

deg() 20偶次項係数 18偶次項係数 16偶次項係数 14偶次項係数 12偶次項係数 10偶次項係数 8(偶)次項係数 6(偶)次項係数 4偶次項係数 2偶次項係数 0偶次項係数

4次: $(-1)\cdot2+(-1)\cdot2$

$=-2-2=-4$ #

$\frac{f(1)+f(-1)}{2}=\frac{1+35}{2}=\frac{36}{2}=18$ #