永中鍾定理

DATE 2024 .12 .15 NO. 三校数127
三校数作93

ex.6 設 $f(x)=x^{12}+6x^{7}+17x^{5}-11x^{2}+8x-60$

1) 求 $r(x)$ of $f(x)\div(x^2+2)$

$x^2\equiv -2 \pmod{x^2+2}$

$\Rightarrow$ 原式 $\equiv (-2)^6+6\cdot(-2)^3\cdot x+17\cdot(-2)^2\cdot x-11\cdot(-2)+8x-60$

$\equiv 64-48x+68x-22+8x-60$

$\equiv 28x-18$ # $\pmod{x^2+2}$

2) 求 $r(x)$ of $f(x)\div(x^2+x+1)$

$$\begin{cases} x^2\equiv -x-1 \pmod{x^2+x+1} \\ x^3-1\equiv 0 \pmod{x^2+x+1} \end{cases}$$

$\Rightarrow x^3\equiv 1 \pmod{x^2+x+1}$

$\Rightarrow$ 原式 $\equiv 1^4+6\cdot 1^2\cdot x+17\cdot 1\cdot(-x-1)-11\cdot(-x-1)+8x-60$

$\equiv 1+6x-17x-17+11x+11+8x-60$

$\equiv 8x-65$ # $\pmod{x^2+x+1}$