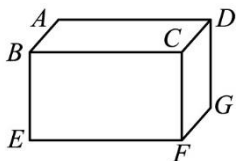


4-2 平行四邊形



例題 1

如右圖， A 、 B 、 C 、 D 、 E 、 F 、 G 七點在同一平面上，且四邊形 $ABCD$ 、 $BEFC$ 、 $CFGD$ 皆為平行四邊形。若 $\angle BAD = 110^\circ$ ， $\angle BEF = 90^\circ$ ，求 $\angle ADC$ 與 $\angle FCD$ 的度數。



解 $\angle ADC = 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ$

(同側內角互補)

$\angle BCD = \angle BAD = 110^\circ$ (對角相等)

$\angle BCF = \angle BEF = 90^\circ$ (對角相等)

故 $\angle FCD = 360^\circ - 110^\circ - 90^\circ = 160^\circ$ 。

答： $\angle ADC = 70^\circ$ ， $\angle FCD = 160^\circ$



例題 2

$\square ABCD$ 中，若 $\overline{AB} = (9x+7) \text{ cm}$ ， $\overline{BC} = (5x-3) \text{ cm}$ ，且 \overline{CD} 和 \overline{AD} 的差為 26 cm，則此平行四邊形的周長為多少 cm？

解 $\overline{CD} = \overline{AB} = 9x+7$

$\overline{AD} = \overline{BC} = 5x-3$

$\Rightarrow (9x+7) - (5x-3) = 26$

$4x+10=26$

$4x=16$

$x=4$

$\Rightarrow \overline{AB} = 9 \times 4 + 7 = 43$

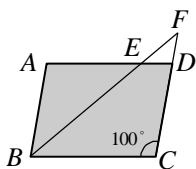
$\overline{BC} = 5 \times 4 - 3 = 17$

故周長 $= (43+17) \times 2 = 120 \text{ (cm)}$ 答：120 cm



例題 3

如右圖， $\square ABCD$ 中， \overline{BF} 平分 $\angle ABC$ ， $\overline{CF} = 16$ ， $\overline{AB} = 12$ ， $\angle C = 100^\circ$ ，求：



(1) $\angle BED$ 的度數。

(2) $ABCD$ 的周長。

解 \overline{BF} 平分 $\angle ABC \therefore \angle 1 = \angle 2$

又 $\overline{AB} \parallel \overline{CF} \therefore \angle 1 = \angle 3$

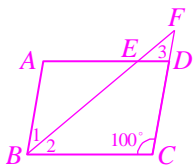
$\therefore \angle 1 = \angle 2 = \angle 3 = (180^\circ - 100^\circ) \div 2 = 40^\circ$

(1) $\because \overline{AD} \parallel \overline{BC}$

$\therefore \angle BED = 180^\circ - 40^\circ = 140^\circ$...答

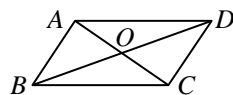
(2) $\because \angle 2 = \angle 3 \therefore \overline{BC} = \overline{CF} = 16$

故周長 $= (12+16) \times 2 = 56$ 答



例題 4

右圖 $\square ABCD$ 中， \overline{AC} 、 \overline{BD} 交於 O 點，且 $\overline{AC} = 12$ ， $\overline{BD} = 20$ ， $\overline{CD} = 8$ ，則 $\square ABCD$ 面積及周長為何？



解 $\overline{AO} = \frac{1}{2} \overline{AC} = 6$ ， $\overline{BO} = \frac{1}{2} \overline{BD} = 10$

$\overline{AB} = \overline{CD} = 8$

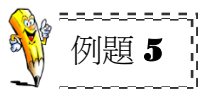
$\therefore \triangle AOB$ 為直角 \triangle ， $\angle BAO = 90^\circ$

$\square ABCD$ 面積 $= 4 \triangle AOB = 4 \times (\frac{1}{2} \times 6 \times 8) = 96$

$\overline{BC} = \sqrt{\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2} = \sqrt{8^2 + 12^2} = 4\sqrt{13}$

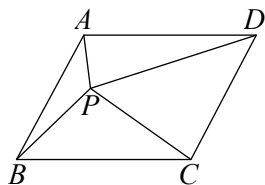
$\therefore \square ABCD$ 周長 $= 16 + 8\sqrt{13}$

答：面積 $= 96$ ，周長 $= 16 + 8\sqrt{13}$

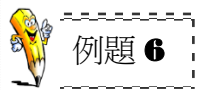


例題 5

如圖，四邊形 $ABCD$ 為平行四邊形， P 為內部一點，若 $\triangle PAB$ 面積 = 10， $\triangle PDC$ 面積 = 22， $\triangle PBC$ 面積 = 12，則 $\square ABCD$ 面積 = ？

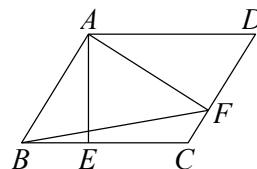


解： $\square ABCD$ 面積 = $2(\triangle PAB + \triangle PDC)$
 $= 2 \times (10 + 22) = 64$

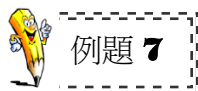


例題 6

如圖，四邊形 $ABCD$ 為平行四邊形，若 \overline{AE} 垂直 \overline{BC} ， $\triangle AFB$ 面積 = 15 平方公分， $\overline{AE} = 4$ 公分，則 $\overline{BC} = ?$

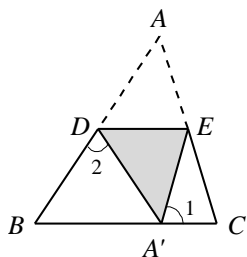


解： $\square ABCD$ 面積
 $= 2 \times \triangle AFB$ 面積 = $\overline{BC} \times \overline{AE}$
 $2 \times 15 = 4 \times \overline{BC}$
 $\overline{BC} = \frac{15}{2}$ (公分)



例題 7

如右圖，在 $\triangle ABC$ 中，
 $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ ，沿 \overline{DE} 將 $\triangle ADE$
 摺疊成 $\triangle A'DE$ ， A' 落在 \overline{BC}
 上。若 $\angle 1 = 73^\circ$ ，
 $\angle 2 = 68^\circ$ ，求 $\angle A = ?$



解： $\because \overline{DE} \parallel \overline{BC} \Rightarrow \angle A'ED = \angle 1 = 73^\circ$

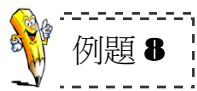
$$\text{又 } \angle A'DE = \angle ADE = \frac{1}{2}(180^\circ - \angle 2)$$

$$= 56^\circ$$

$$\therefore \angle A = \angle DA'E$$

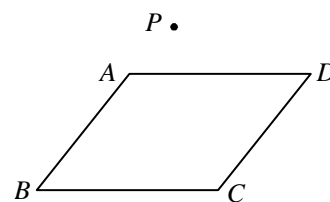
$$= 180^\circ - \angle A'ED - \angle A'DE$$

$$= 180^\circ - 73^\circ - 56^\circ = 51^\circ \dots \dots \text{答}$$

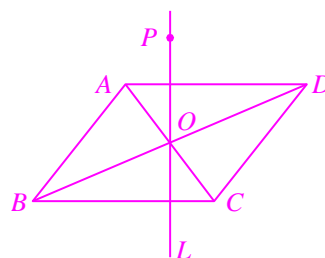


例題 8

如下圖， P 為 $\square ABCD$ 外一點，求作一直線 L
 通過 P 點，並平分 $\square ABCD$ 的面積。



解：連接 \overline{AC} 、 \overline{BD} 相交於 O 點，連接直
 線 OP ，則 L 即為所求。



數學素養題

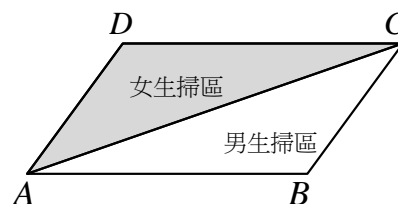


在新學期的開始八年五班被衛生組分配到一塊平行四邊形的掃地區域，班長主張讓同學們學習兩性團隊合作，於是著手想要將這塊平行四邊形的掃地區域分割成大小相等的面積，試回答下列問題：

Q1：小熊提出如右圖分法，你覺得此分法公平嗎？請完整說明原因。

平行四邊形一雙對角線將平行四邊形分成兩個全等三角形

答：公平

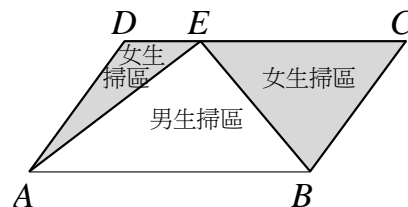


Q2：小妍提出如右圖分法，你覺得此分法公平嗎？請完整說明原因。

$$\because \overline{DE} + \overline{EC} = \overline{AB}$$

$$\therefore \triangle AED + \triangle BEC = \triangle ABE \text{ (高相同)}$$

答：公平



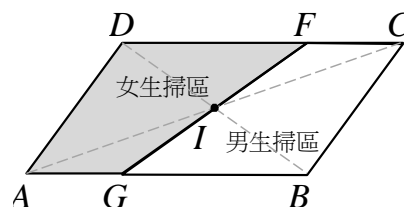
Q3：小翊提出如右圖分法，你覺得此分法公平嗎？請完整說明原因。

$$\because \triangle AGI \cong \triangle CFI, \therefore \overline{AG} = \overline{FC}$$

$$\text{又 } \overline{DF} + \overline{AG} = \overline{FC} + \overline{BG}$$

$$\therefore \text{梯形 } DFGA = \text{梯形 } FCBG \text{ (高相同)}$$

答：公平





回家作業

一、選擇題：(南進階)

(C) 1. 下列哪一個性質可判定四邊形 $ABCD$ 必為平行四邊形？

(A) $\angle A + \angle B = 180^\circ$ ，且 $\angle C + \angle D = 180^\circ$

(B) $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ ，且 $\overline{AD} = \overline{BC}$

(C) $\angle A + \angle B = 180^\circ$ ，且 $\overline{AD} = \overline{BC}$

(D) \overline{AC} 和 \overline{BD} 互相垂直

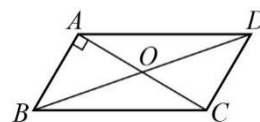
(B) 2. $\square ABCD$ 中， $\overline{AB} = 5$ ， $\overline{AD} = 7$ ，在 \overline{AD} 上取一點 E 使 \overline{BE} 平分 $\angle ABC$ ，則 $\overline{DE} = ?$

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

(B) 3. 如右圖， $\square ABCD$ 中，已知 $\overline{AB} \perp \overline{AC}$ ， $\overline{BD} = 20$ 公分，

$\overline{AC} = 12$ 公分，求 $\triangle BOC$ 面積為多少平方公分？

(A) 20 (B) 24 (C) 26 (D) 48



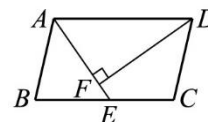
(C) 4. $\square ABCD$ 中， $\angle B = 60^\circ$ ，且 $\overline{AB} = \overline{BC} = 14$ ，則 $\square ABCD$ 的面積為多少？

(A) $49\sqrt{3}$ (B) 49 (C) $98\sqrt{3}$ (D) 98

(D) 5. 如右圖， $\square ABCD$ 中， $\overline{DF} \perp \overline{AE}$ 。若 $\overline{AE} = 7$ ， $\overline{DF} = 8$ ，

則 $\square ABCD$ 的面積為多少？

(A) 28 (B) $\frac{49}{2}$ (C) 32 (D) 56



二、填充題：(康進階)

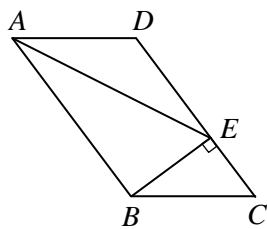
1. 平行四邊形 $ABCD$ 中，

(1) $\angle A = (7x - 23)^\circ$ ， $\angle C = (4x + 19)^\circ$ ，則 $\angle A =$ 75 度。

(2) $\overline{AB} = (5x - 6)$ ， $\overline{BC} = (3x + 4)$ ，且周長為 124 公分，則 $\overline{CD} =$ 34。

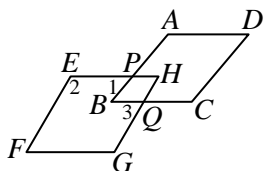
2. 平行四邊形 $ABCD$ 中， \overline{AE} 為 $\angle A$ 的角平分線交 \overline{BC} 於 E 。若 $\angle B = 70^\circ$ ，則 $\angle AEC =$ 125 度。

3. 如右圖，平行四邊形 $ABCD$ 中， E 在 \overline{CD} 上，且 $\overline{BE} \perp \overline{CD}$ ， $\overline{AD} = \overline{DE}$ 。
若 $\overline{BE} = 4$ ， $\overline{CE} = 3$ ，則 $\overline{AE} = \underline{4\sqrt{5}}$ 。



4. 設平行四邊形相鄰兩邊長分別為 14 和 18，且此兩邊之夾角為 135° ，
則此平行四邊形的面積為 $\underline{126\sqrt{2}}$ 。

5. 如右圖，有兩個形狀均為平行四邊形的透明滑鼠墊，今將其一部分重疊，
得四邊形 $PBQH$ 。若 $\angle 1 = 50^\circ$ 、 $\angle 2 = 120^\circ$ 、 $\angle 3 = 65^\circ$ ，則 $\angle B$ 的度數為
 $\underline{55}$ 度。



三、計算題：

1. 如右圖，平行四邊形 $ABCD$ 中， E 為 \overline{CD} 中點， $\overline{AB} = 2\overline{BC}$ 。

若 $\angle AED = 65^\circ$ ，則 $\angle C = ?$

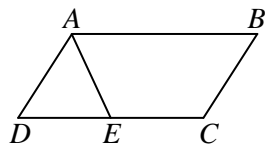
$\because \overline{AB} = 2\overline{BC}$ ，又 E 為 \overline{CD} 中點

$\therefore \overline{BC} = \overline{AD} = \overline{DE}$

$\angle D = 180^\circ - 2 \times 65^\circ = 50^\circ$

$\therefore \angle C = 180^\circ - \angle D = 130^\circ$

答： 130°

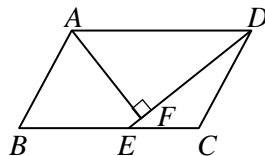


2. 如右圖， $ABCD$ 為平行四邊形， E 為 \overline{BC} 上一點，且 $\overline{AF} \perp \overline{DE}$ ，
已知 $\overline{AF} = 10$ ， $\overline{DE} = 14$ ，則平行四邊形 $ABCD$ 的面積為何？

$\triangle ADE$ 的面積 $= \frac{1}{2} \times \overline{AF} \times \overline{DE} = \frac{1}{2} \times 10 \times 14 = 70$

則平行四邊形 $ABCD$ 的面積 $= 2 \times \triangle ADE$ 的面積 $= 2 \times 70 = 140$

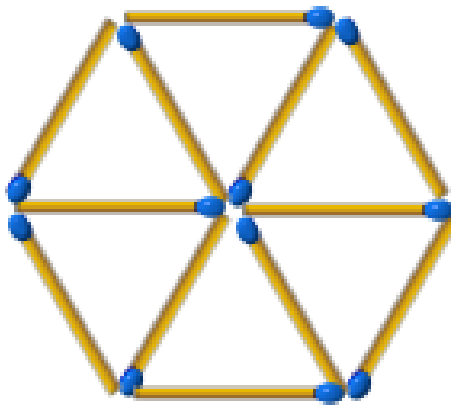
答：140 平方單位





數學好好玩

下面是用 12 根火柴拼出的六個一樣大的三角形，
你能把它變成六個一樣大的平行四邊形嗎？



把原虛線處的火柴棒移到粉色火柴棒處即可：

