

1-3 等比數列

新課網



例題 1

若一等比數列的第 n 項可表示為 $3 \times 2^{n-1}$ ，則公比為多少？

解： $a_1 = 3 \times 2^{1-1} = 3$

$$a_2 = 3 \times 2^{2-1} = 6$$

$$\text{公比} = \frac{a_2}{a_1} = \frac{6}{3} = 2$$



例題 2

若一個等比數列的首項是 6，第三項比第二項多 72，寫出此數列的前四項。

解： $a_3 = a_2 + 72$

$$6r^2 = 6r + 72$$

$$6r^2 - 6r - 72 = 0$$

$$r^2 - r - 12 = 0$$

$$(r-4)(r+3) = 0$$

$$r = 4 \text{ 或 } -3$$

所以前四項為 6, 24, 96, 384 或

6, -18, 54, -162



例題 3

若一等比數列共有 7 項，其首項、末項的乘積為 16，則中間三項的乘積是多少？

解： $a_1 \times a_7 = a_2 \times a_6 = a_3 \times a_5 = a_4^2 = 16$

得 $a_4 = \pm 4$

所以 $a_3 \times a_4 \times a_5 = 16 \times (\pm 4) = \pm 64$



例題 4

若 $x+1$ 和 $x+46$ 的等比中項為 12，則 x 是多少？

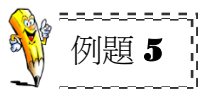
解： $(x+1)(x+46) = 12^2$

$$x^2 + 47x + 46 = 144$$

$$x^2 + 47x - 98 = 0$$

$$(x+49)(x-2) = 0$$

$$x = -49 \text{ 或 } 2$$



例題 5

有一款密碼鎖，其密碼有四位數字，分別為 $1, 2, a, b$ ，已知此數列為等比數列，則 $a + b = ?$

解 $a_1 = 1, r = 2 \div 1 = 2,$

$$a = 2 \times 2 = 4, b = 4 \times 2 = 8$$

$$a + b = 4 + 8 = 12$$

答：12



已知某 youtuber 上傳新影片的第一天觀看次數即為 3 萬次，且接下來每一天觀看累積次數皆變為前一天的 2 倍，試回答下列問題：

Q1：此影片的觀看次數在第幾天剛好是 48 萬？

$$48 = 3 \times 2^{n-1}$$

$$2^{n-1} = 16 = 2^4$$

$$n - 1 = 4, n = 5$$

答：第 5 天

Q2：此影片的觀看次數在第幾天會超過一百萬？

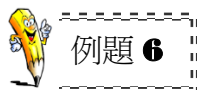
$$3 \times 2^{n-1} > 100$$

$$2^{n-1} > 33\frac{1}{3}$$

$$\text{當 } n = 7 \text{ 時, } 2^{7-1} = 64 > 33\frac{1}{3}$$

故在第 7 天會超過 100 萬

答：第 7 天



例題 6

某培養皿中有一隻細菌，已知這隻細菌每過一小時就會一分为三，即一小時後總共有 3 隻細菌，請問這隻細菌六小時之後會變成幾隻細菌？

解 $a_1 = 1$ ，公比 $r = 3$ ，

$$\text{六小時之後為 } a_7, a_7 = 1 \times 3^6 = 729,$$

故六小時之後會變成 729 隻細菌。

答：729 隻



一、選擇題：(南進階基礎康實力)

(B) 1. 下列各數列中，何者不是等比數列？

(A) 2, 4, 8, 16, 32

(B) 5, 10, 15, 20, 25

(C) 3, 3, 3, 3, 3

(D) 1, -1, 1, -1, 1

(C) 2. 若 a, b, c 為等比數列，且 $a \times c = 25$ ，則 $b = ?$

(A) 5 (B) -5 (C) ± 5 (D) 25

(B) 3. 若 $x, y, 4, z, 12$ 為等比數列，則 x, y, z 三數之積為何？

(A) $\frac{16}{3}$

(B) $\frac{64}{3}$

(C) 64

(D) 256

(B) 4. 若 $\frac{3}{4}, \frac{1}{2}, a, \frac{2}{9}, b$ 為等比數列，則 $b \div a = ?$

(A) $\frac{2}{3}$

(B) $\frac{4}{9}$

(C) $\frac{3}{2}$

(D) $\frac{9}{4}$

(B) 5. 一等比數列，公比為 r ，若各項同乘上 6，則新數列的公比為多少？

(A) 6

(B) r

(C) $6r$

(D) $\frac{r}{6}$

(A) 6. 若一等比數列的公比為 2，則第 3 項是第 10 項的多少倍？

(A) $\frac{1}{128}$

(B) $\frac{1}{64}$

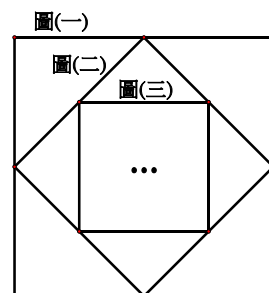
(C) 64

(D) 128

二、填充題：

1. 已知一等比數列的首項為 486，公比為 $\frac{1}{3}$ ，則此等比數列的第 5 項為 6。
2. 已知一等比數列的首項為 5，公比為 3，則 405 為此等比數列的第 5 項。
3. 已知一等比數列的首項為 1，第 2 項為 -2，則 -512 為此等比數列的第 10 項。
4. 有一等比數列的首項為 $\frac{9}{2}$ ，公比為 $\frac{2}{3}$ ，則此等比數列的第 5 項為 $\frac{8}{9}$ 。
5. 已知 $a-5, 10, 2a+7$ 為等比數列，且 $a>0$ ，則此數列的最大數與最小數之和為 29。
6. 已知 a, b, c 三數為等比數列，且等比中項為 9，則 $a \times c =$ 81。
7. 一張 A4 的影印紙，每對摺一次紙的厚度變為原來的 2 倍。若一張紙原來的厚度為 0.08 毫米，對摺一次後，紙的厚度變為 0.16 毫米；再繼續對摺一次，紙的厚度變為 0.32 毫米；……，則至少需對摺 7 次，紙的厚度才會超過 10 毫米。
8. 實驗室裡細菌目前的數量是 100 隻，科學家進行繁殖計畫，從現在開始每分鐘變成 2 倍，則 10 分鐘後，細菌總數量變成 102400 隻。

9. 觀察右圖的規律，圖(一)是邊長 2 公分的正方形，圖(二)是圖(一)邊長中點連成的正方形，圖(三)是圖(二)邊長中點連成的正方形，……，以此類推，則圖(二)的正方形邊長為 $\sqrt{2}$ 公分，圖(六)的正方形周長為 $\sqrt{2}$ 公分。





數學好好玩

九階數獨的基本規則

- 1、圖形由 9×9 的方格構成。
- 2、每排、每列或每個 3×3 的方格中，都必須填上 1~9，且不可重複。
- 3、所用的方法只需推理不必計算。
- 4、答案只能有一種。

6	1	5	2	3	4	7	9	8
4	3	2	8	7	9	6	1	5
8	7	9	1	5	6	2	4	3
2	9	7	4	8	1	3	5	6
1	8	3	6	2	5	9	7	4
5	4	6	3	9	7	8	2	1
7	2	8	5	1	3	4	6	9
9	5	4	7	6	8	1	3	2
3	6	1	9	4	2	5	8	7

	1		2	3		7		8
			8			6		5
		9	1				4	
	9			8	1		5	6
5	4		3	9			2	
	2				3	4		
9		4			8			
3		1		4	2		8	