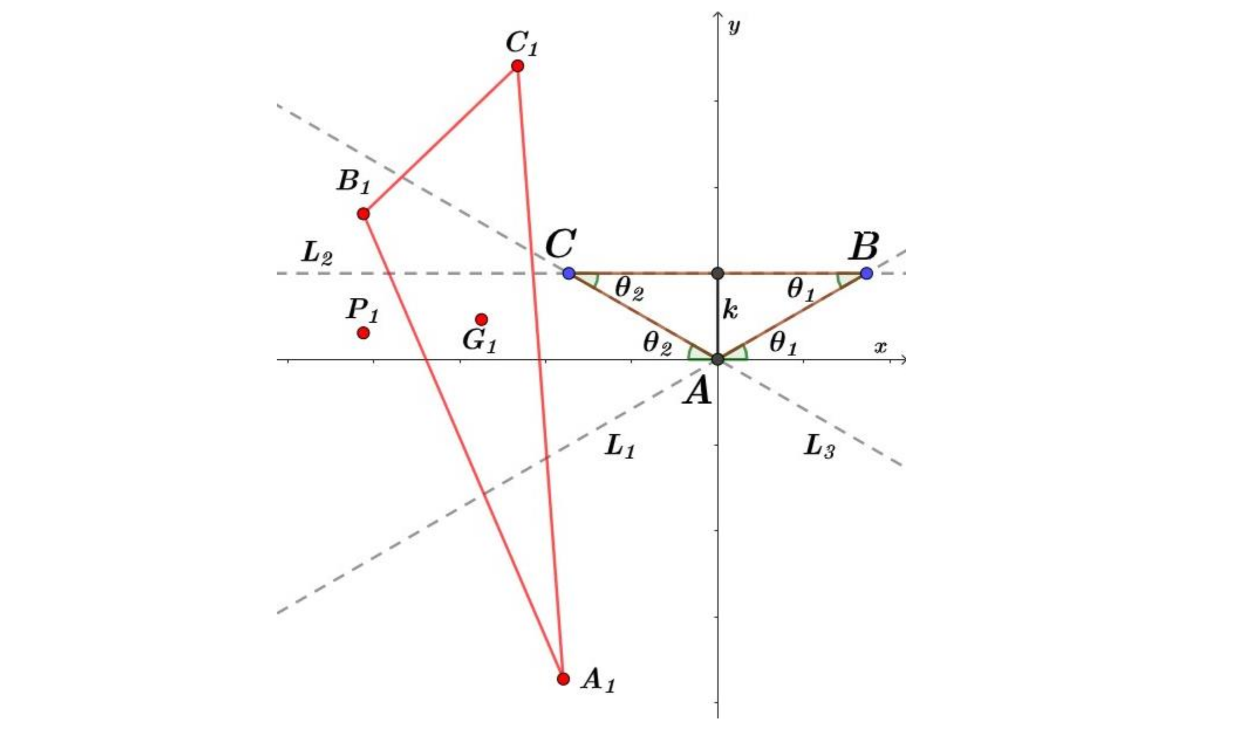
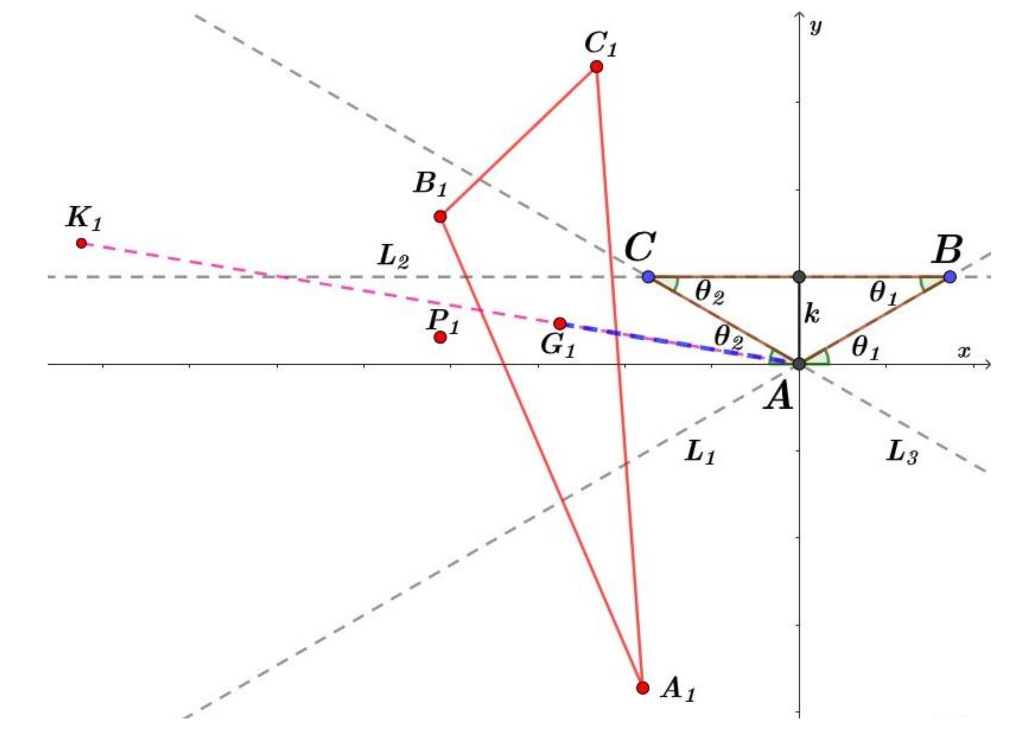
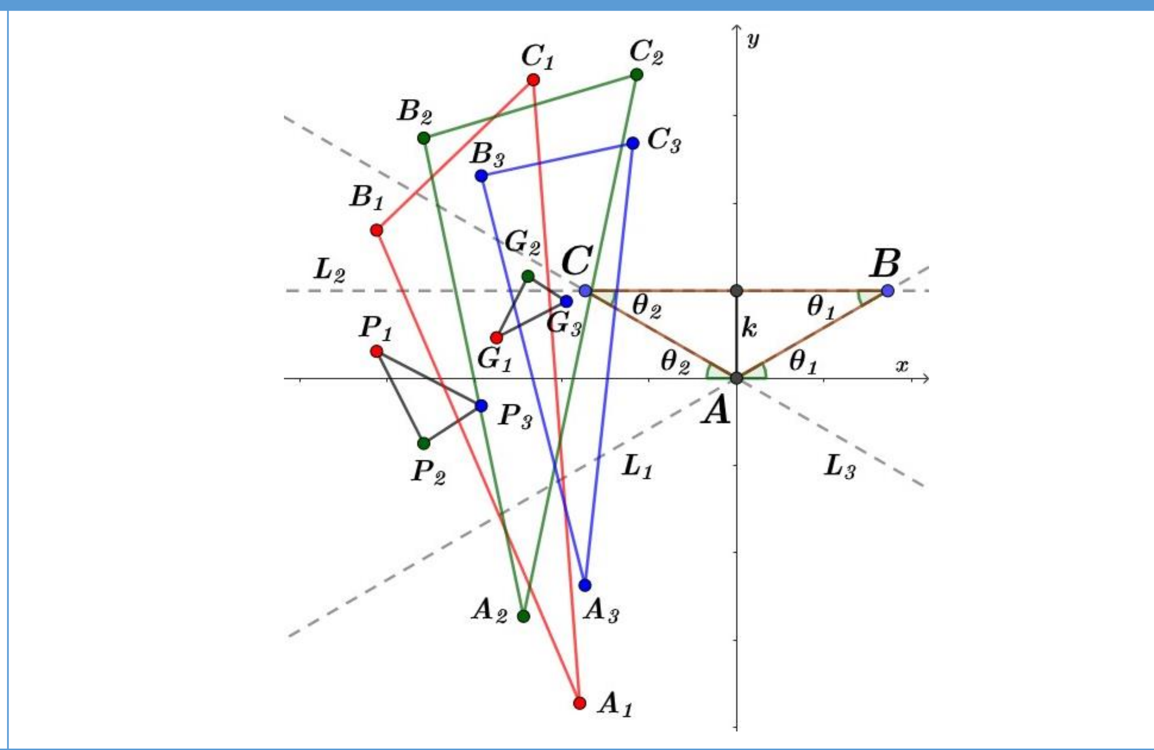
表 1 對任意三角形的鏡射重心情況。

步驟一：觀察各點的鏡射重心連線。	步驟二：$\overline{K_1A}:\overline{G_1A}$。	步驟三：證明 $\Delta G_1G_2G_3$ 與 $\Delta P_1P_2P_3$ 相似及求出其縮放倍率。
		
利用鏡射矩陣得到鏡射三角形三點座標。 以 $P_1(x_1,y_1)$ 為例： $A_1=(x_1\cdot\cos 2\theta_1+y_1\cdot\sin 2\theta_1,-y_1\cdot\cos 2\theta_1+x_1\cdot\sin 2\theta_1)$ $B_1=(x_1,2k-y_1)$ $C_1=(x_1\cdot\cos 2\theta_2-y_1\cdot\sin 2\theta_2,-y_1\cdot\cos 2\theta_2-x_1\cdot\sin 2\theta_2)$	將鏡射三角形三點座標相加得到 K_1、K_2、K_3 以 $P_1(x_1,y_1)$ 為例： $K_1=(x_1\cdot(1+\cos 2\theta_1+\cos 2\theta_2)$ $+y_1\cdot(\sin 2\theta_1-\sin 2\theta_2),$ $-y_1\cdot(1+\cos 2\theta_1+\cos 2\theta_2)$ $+x_1\cdot(\sin 2\theta_2-\sin 2\theta_2)+2k)$	因 $\Delta K_1K_2K_3$ 與 $\Delta P_1P_2P_3$ 相似（對應邊成固定比例） 故 $\Delta G_1G_2G_3$ 與 $\Delta P_1P_2P_3$ 相似，且縮放倍率為 $\frac{\sqrt{-3+4\left[\cos^2\theta_1+\cos^2\theta_2+\cos^2(\theta_1+\theta_2)\right]}}{3}$。

將其整理成**定理三**，如下：

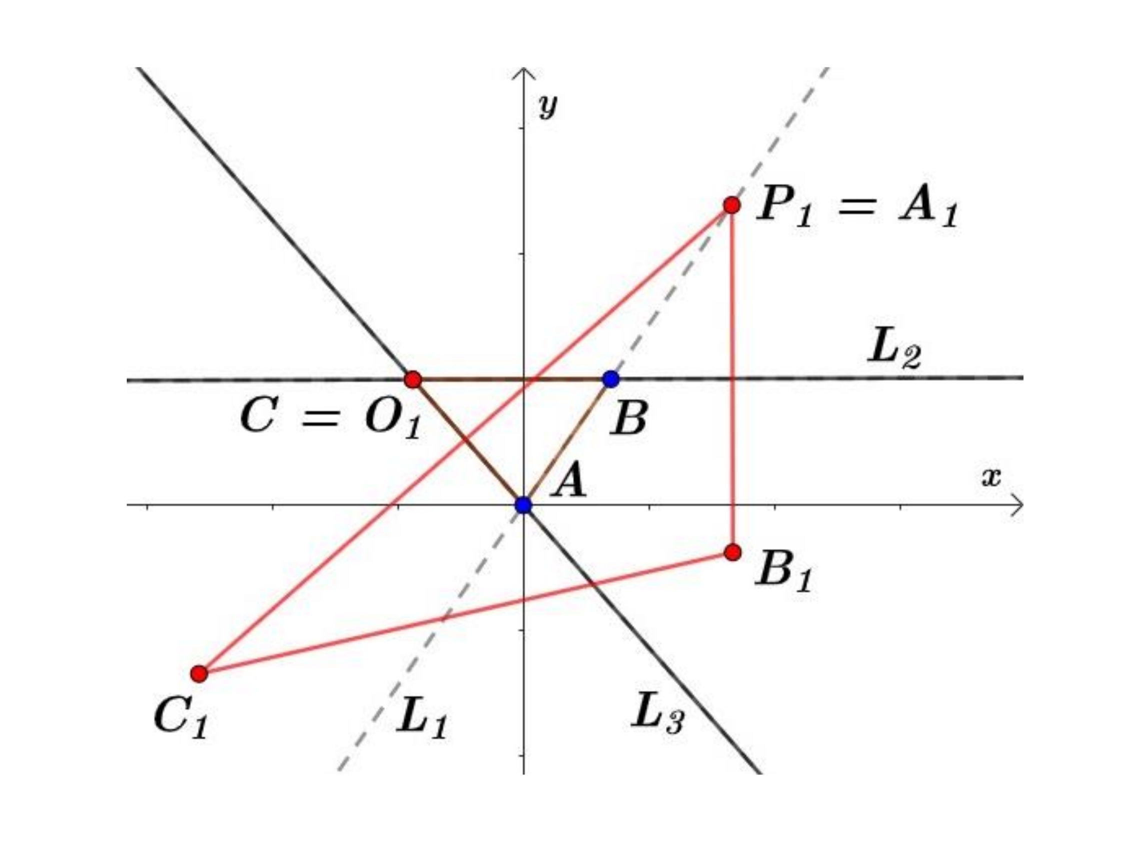
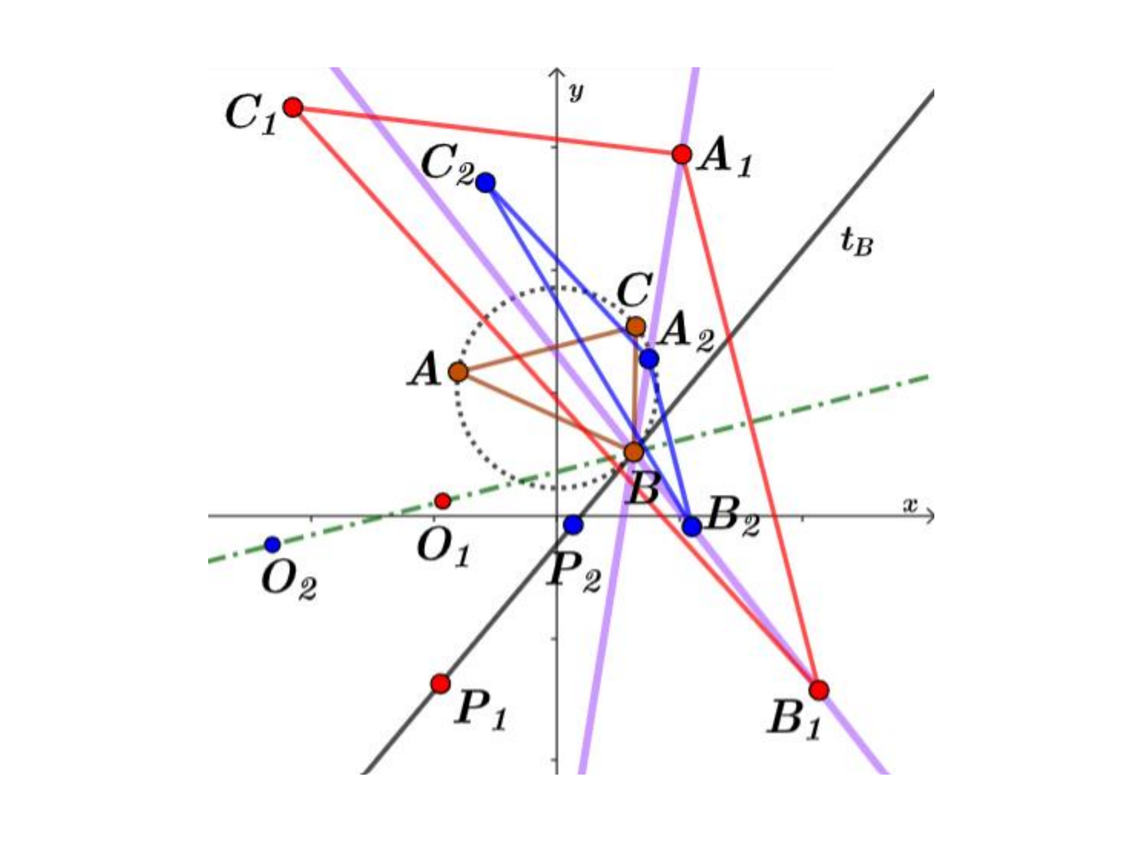
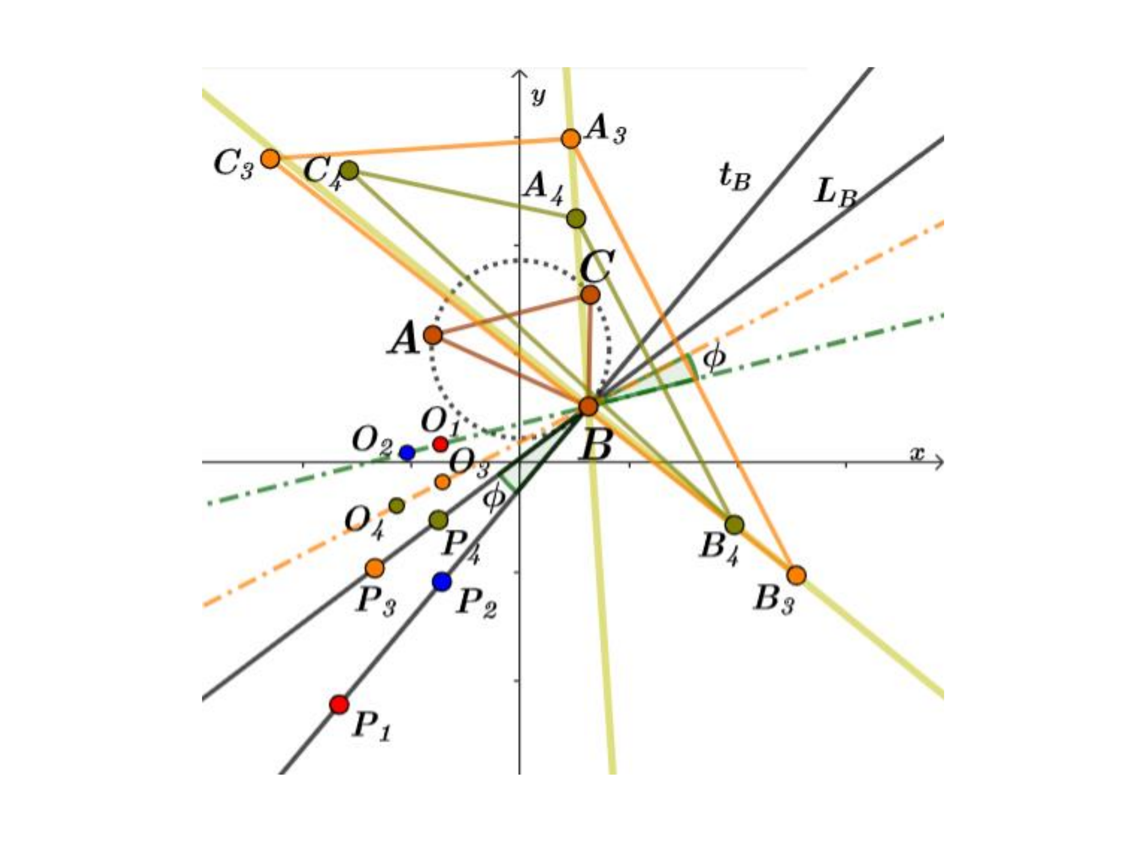
> **定理三**：在對任意三角形鏡射的情況下，P_1、P_2、P_3 會分別對應到 G_1、G_2、G_3；$\Delta G_1G_2G_3$ 與 $\Delta P_1P_2P_3$ 相似，且 $\Delta G_1G_2G_3$ 邊長長度會分別是 $\Delta P_1P_2P_3$ 邊長的 $\frac{\sqrt{-3+4\left[\cos^2\theta_1+\cos^2\theta_2+\cos^2(\theta_1+\theta_2)\right]}}{3}$ 倍。

根據**定理三**，可知道對任意非正三角形鏡射重心連線形成三角形與原三角形相似，接著來討論鏡射外心的情況。

三、鏡射外心的特殊情況

經過觀察，我們發現了鏡射外心的三種特殊情況，如下：

表 2 鏡射外心的特殊情況。

P_1 落在 L_1、L_2、L_3 上	P_1、P_2 落在 t_A、t_B、t_C 上	P_3、P_4 落在過 ΔABC 一頂點的直線上
		
P_1 位於 L_1 上，且 O_1 與 C 重合	P_1、P_2 都在 t_A 上時，$\overline{O_1O_2}$ 平行 $\overline{BC}$	$\overleftrightarrow{O_3O_4}$ 連線也會通過該頂點

將其整理成**定理四**、**定理五**及**定理六**，如下：

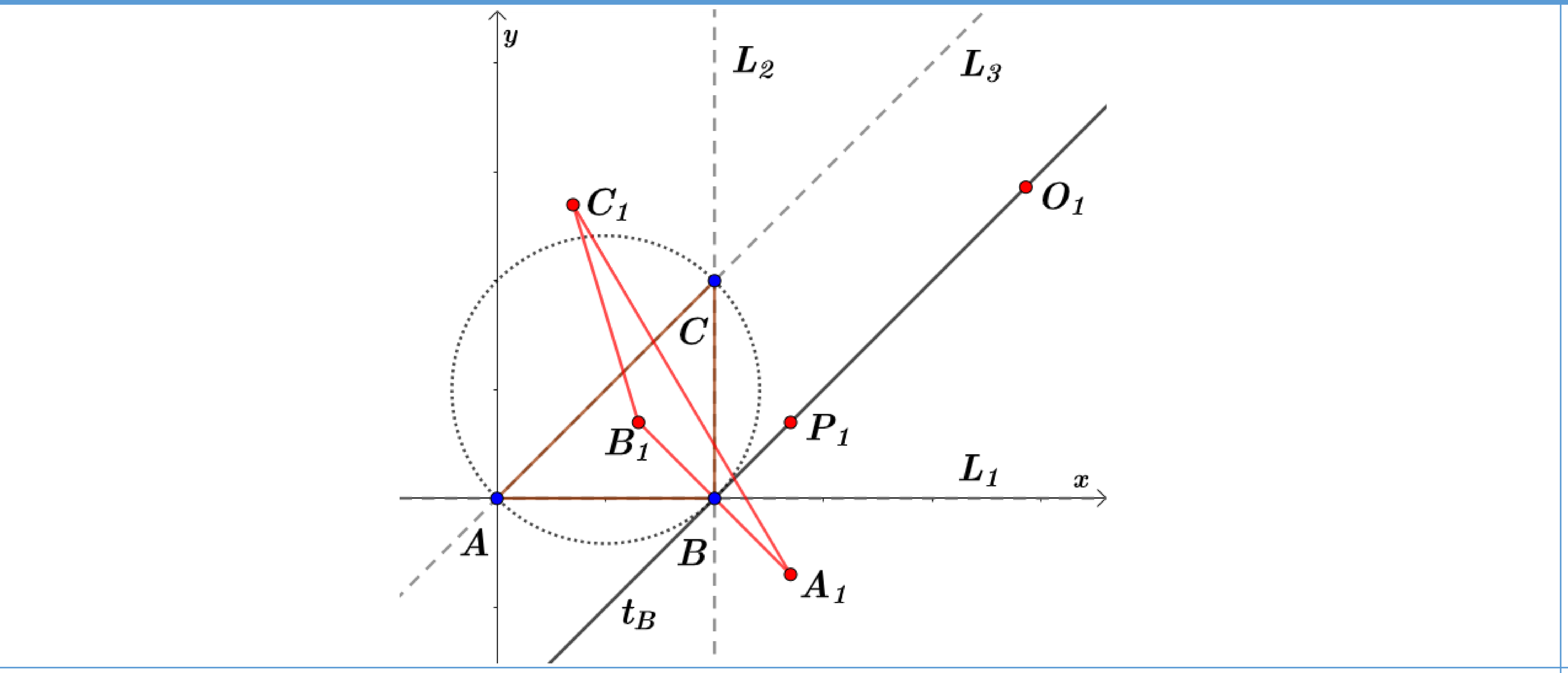
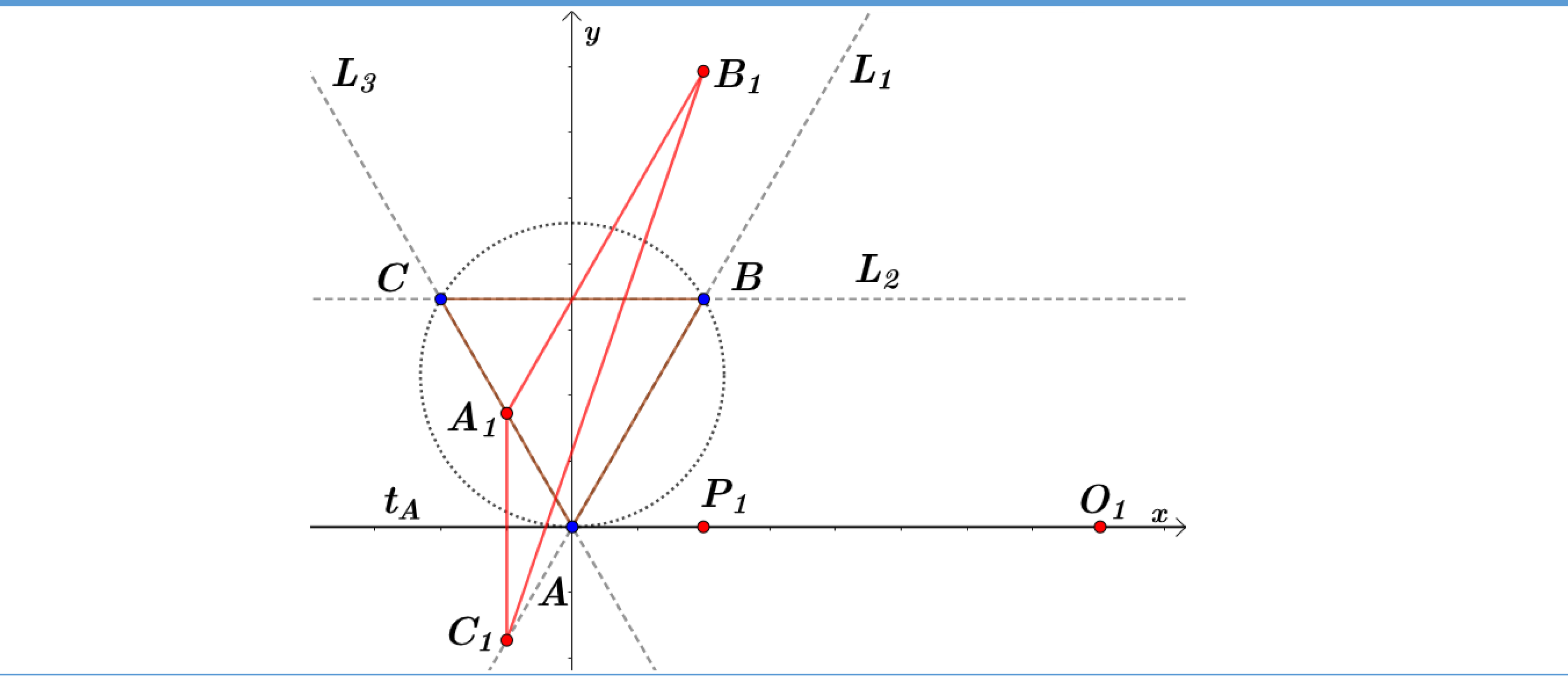
> **定理四**：當 P_1 落在 L_1、L_2、L_3 上時，鏡射外心 O_1 分別會與 L_1、L_2、L_3 的對角頂點 C、A、B 重合。

> **定理五**：當 P_1 落在 t_A、t_B、t_C 上時，鏡射外心 O_1 會落在過切點且平行對邊的直線上。

> **定理六**：當 P_1、P_2 連線通過 ΔABC 一頂點時，鏡射外心 O_1、O_2 連線也會通過該頂點。

四、P_1 在特殊三角形的過頂點外接圓切線上移動之鏡射情況

表 3 P_1 在特殊三角形的過頂點外接圓切線上移動的情況。

P_1 落在等腰直角三角形 ΔABC 的 t_B 上	P_1 落在正三角形 ΔABC 的 t_A、t_B、t_C 上
	
O_1 的移動軌跡為 t_B	O_1 的移動軌跡為 t_A

將其整理成**定理七**及**定理八**，如下：

> **定理七**：當 P_1 等腰直角三角形 ΔABC 的外接圓切線 t_B 上移動時，O_1 的移動軌跡就會與 t_B 重合。

> **定理八**：當 P_1 在正三角形 ΔABC 的外接圓切線 t_A、t_B、t_C 上移動時，O_1 的移動軌跡會與 t_A、t_B、t_C 重合。