**新北市立永和國民中學113學年度科學展覽會**

**作品說明書封面**

參賽科別：

□ 物理

□ 化學

□ 生物

□ 地球科學

■ 數學

□ 生活與應用科學(一)(機械/能源/光電/物理/資訊之工程與應用)

□ 生活與應用科學(二)(化學工程/生物科技/食品科學/環境科學/材料)

作品名稱：鏡射三角形

關 鍵 詞：鏡射、三角形的心、保角變換

編 號：

摘要

本研究是假設任意一個點對任意三角形，利用解析幾何研究在平面上鏡射出來的三個點關係，或是用多個任意點觀察其三角形的重心的保角變換，並整理成一般式。

1. 前言

我們看了第62屆全國科展作品《三角形與其垂足三角形的心不變量》之後，對鏡射三角形有新的想法，暑假開始嘗試翻閱其他文獻，想要對鏡射三角形著手研究。

1. 研究目的

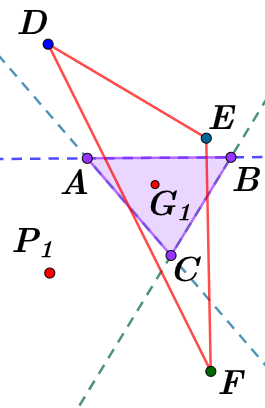
相異點對同一三角形做鏡射三角形後，其重心之間的關係。

1. 研究器材與設備

紙、筆、電腦、計算機、

肆、研究過程及方法

【名詞定義】

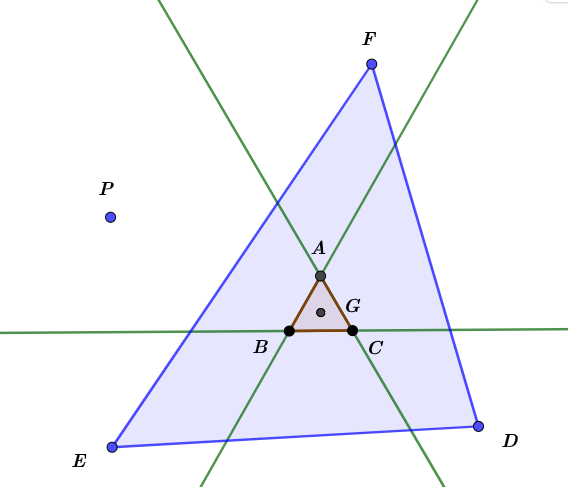
**鏡射三角形：**給定一個三角形做一個任意點分別對鏡射得到三個鏡射點，將其連起來就是鏡射三角形。

**鏡射重心：**點對三角形的鏡射三角形重心為。

一、對的三角形鏡射後重心位置恆定

　　用 、 兩點分別對正三角形做鏡射三角形，發現這兩個鏡射三角形的重心都與原三角形的重心重合。因此我們猜測，不論 點位於何處，形成之鏡射三角形重心必會和原三角形之重心重合。

底下證明之：

****　　為平面上的一邊長為正三角形，將旋轉後使點朝下位於，位於此時 ， 平行於 軸，且點 和點 到 軸的距離均為 。此時 。

設 為 、 為 、  
 為 、 為 。

因此可求得 對 對稱點為 、  
對 對稱點為 、對 對稱點為 。

此時 。

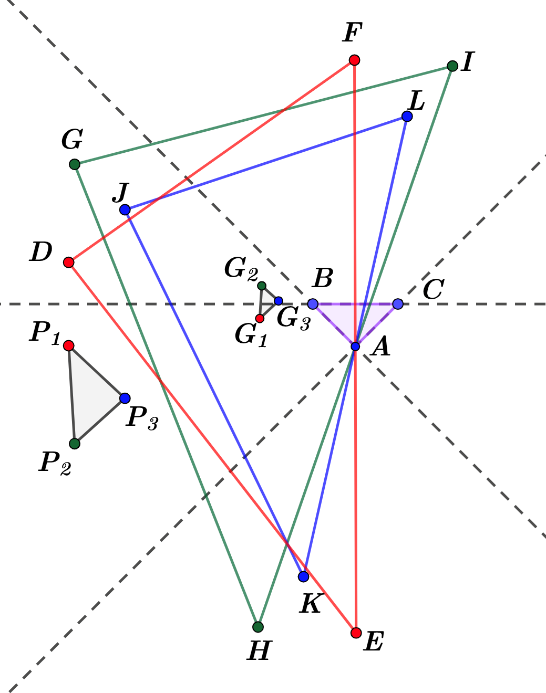
因三角形重心為 乘以三點之和，且 、 三點之和分別相同，故重心重合。

　　所以知道不論點位於何處，對正三角形鏡射後的重心都會跟原正三角形的重心重和。接下來我們研究其他特殊三角形的性質。

二、的三角形

待證：

等腰直角三角形由、、組成

任意不位於頂點上的點

鏡射矩陣

帶入後此矩陣為

帶入後此矩陣為

對鏡射後的點為

對鏡射後的點為

對鏡射後的點為

此時重心

同理、

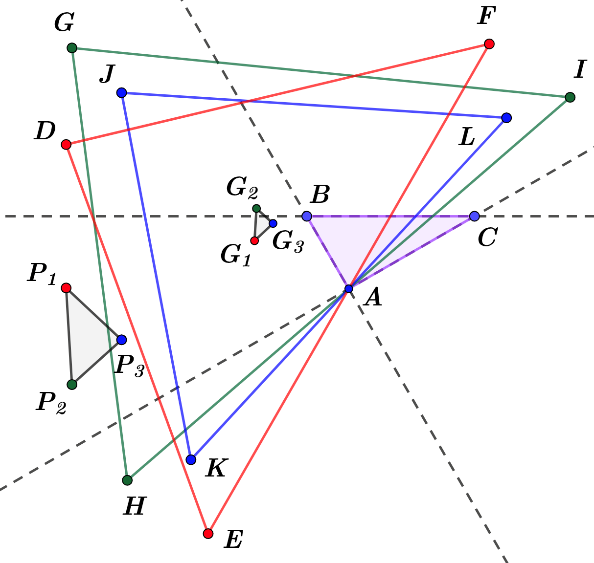
此時帶入待證式子對消後即成立

三、的三角形

待證：

等腰直角三角形由、、組成

任意不位於頂點上的點

鏡射矩陣

帶入後此矩陣為

帶入後此矩陣為

對鏡射後的點為

對鏡射後的點為

對鏡射後的點為

此時倍重心

同理、

此時帶入待證式子對消後即成立

四、任意直角三角形

待證：

等腰直角三角形由、、組成

任意不位於頂點上的點

旋轉後將點固定在原點，平行於軸，其與軸的距離為

鏡射矩陣

帶入後此矩陣為

帶入後此矩陣為

對鏡射後的點為

對鏡射後的點為

對鏡射後的點為

此時倍重心

同理、

此時帶入待證式子對消後即成立

總結

1. 任意點對正三角形的鏡射三角形，其重心位置必定和三角形的重心重合。
2. 我們將三個角度假設成。用三個點對鏡射，得到三個重心，將三重心連起來得到的三角形必與三角形相似。接著我們再將三個角度假設成。用三個點對鏡射，得到三個重心，將三重心連起來得到的三角形也必與三角形相似。
3. 第二點證明方法是使用鏡射矩陣，並使用

此方法求相似形證明，發現只要一將個角度設為，改變等式結果的常數項只有一個。

伍、未來展望

1. 討論任意三角形對任意是否都存保角變換。

2. 找出任意三點對任意鏡射，觀察保角變換的縮放倍率關係。

3. 希望能觀察出共同的外心性質，並且整理成一般式。

陸、參考資料

[1] 第 62 屆全國科展作品：三角形與其垂足三角形的心不變量。檢自：<https://twsf.ntsec.gov.tw/activity/race-1/62/pdf/NPHSF2022-030415.pdf?0.5737694491921621>

[2] 數學基礎講義 – 平面上的線性變換。檢自：<https://resource.learnmode.net/upload/flip/book/14/14facc1cc84d7f7a/dcb0b85eb4dd.pdf>