定義新增：

**、、**：、、分別為過、、點的外接圓切線。

一、落在過頂點的直線上

　　在此不失一般性，將其平移、旋轉、縮放後令，平行於軸。則與軸正向的夾角為、與軸正向的夾角為。

二、落在的外接圓切線上

　　接著來討論當位於的外接圓切線上的情況。

1. 為等腰直角三角形的情況

*/\* 落在、、時，移動軌跡為一直線，且與切點的對邊平行 \*/*

　　在此不失一般性，將其平移、旋轉、縮放後令、、，與軸重合、垂直於軸。此時發現的中垂線即為；又是三角形

三邊、、的中垂線交點，必定位於上，如圖。

　　當時，、、。

　　以為例，因，以代入，則、、

，而的中垂線固定（）；又是三角形三邊、、

的中垂線交點，、的中垂線則不固定，因此的軌跡會形成一直線，且該軌跡（）為過點且平行的直線。

　　因，以代入，則、、

，而的中垂線固定（）；又是三角形

三邊、、的中垂線交點，、的中垂線則不固定，因此的

軌跡會形成一直線，且該軌跡（）為過點且平行的直線。

　　因，以代入，則、

、，而的中垂線固定（）；又是

三角形三邊、、的中垂線交點，、的中垂線則不固定，

因此的軌跡會形成一直線，且該軌跡（）為過點且平行的直線。

　　由此可得知，當為等腰直角三角形，落在的外接圓切線上時，

的軌跡會形成一直線，且該軌跡為過切點且平行對邊的直線。將上述整理成定理

如下：

|  |
| --- |
| 定理：當落在等腰直角三角形的外接圓切線、、上時，鏡射外心的移動軌跡為過切點且平行對邊的直線。 |

2. 為正三角形的情況

*/\* 在洪紹宸那邊 \*/*

三、

*/\* 落在上時，軌跡與重合，且**與之間有特殊關係 \*/*

　　如圖，位於上，設為。

此時；以代入，

則，而。因此可得知也位於這條直線上，且此直線與重合。將上述

整理成定理如下：

|  |
| --- |
| 定理：當落在等腰直角三角形的外接圓切線上時，鏡射外心的移動軌跡會與重合。 |

　　我們也發現，在此情況與之間有特殊關係，與的長度相乘會是。

底下證明之：

　　，，因此的長度是。

　　，因此的長度是。

　　將與相乘，可得。

　　綜合上述與上定理，可得知、與皆位於同一條直線（）上，且與相乘會是，因此與之間為反演關係，且反演圓為以點為圓心、

半徑為的圓。將上述內容整理成定理：

|  |
| --- |
| 定理：當落在等腰直角三角形的外接圓切線上時，與互為反演關係且反演圓為以點為圓心、半徑為的圓。 |