

# Formelsammlung:

## Physik I+II für Naturwissenschaftler

Stand: 7. Juni 2024

### 1 Messen und Einheiten

- Physikalische Größe

$$X = \text{Zahl} \cdot [X]$$

↙  
Einheit

- SI-Basiseinheiten (Mechanik)

Zeit	$[t] = 1 \text{ s}$
Länge	$[x] = 1 \text{ m}$
Masse	$[m] = 1 \text{ kg}$

### 2 Mechanik

#### 2.1 Kinematik in 1D

bekannt	gesucht	Operation
Bahn $x(t)$	Geschwindigkeit	differenzieren $v(t) = \dot{x}(t) = \frac{dx}{dt}$
	Beschleunigung	differenzieren $a(t) = \ddot{x}(t) = \frac{d^2x}{dt^2}$
Geschwindigkeit $v(t)$	Bahn	integrieren $x(t) = \int_0^t v(t') dt' + x_0$
	Beschleunigung	differenzieren $a(t) = \dot{v}(t)$
Beschleunigung $a(t)$	Geschwindigkeit	integrieren $v(t) = \int_0^t a(t') dt' + v_0$
	Bahn	integrieren $x(t) = \int_0^t v(t') dt' + x_0$

$x_0$  : Anfangsort

$v_0$  : Anfangsgeschwindigkeit

→ vollständige Information über 1D-Bahn:  $a(t)$ ,  $x_0$ ,  $v_0$  !

**Beispiel:** Bahn bei  $a = \text{const.}$

$$x(t) = \frac{1}{2} a t^2 + v_0 t + x_0$$

## 2.2 Kinematik in 2D

- Ortsvektoren (angeheftet an Koordinatenursprung!)  $\vec{x}(t) = \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix}$
- Momentangeschwindigkeit (Tangente an Bahn)  $\vec{v}(t) = \dot{\vec{x}}(t) = \begin{pmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{y}(t) \end{pmatrix}$
- Bahngeschwindigkeit  $v(t) = |\vec{v}| = \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}$
- Beschleunigung  $\vec{a}(t) = \ddot{\vec{x}}(t) = \dot{\vec{v}}(t) = \begin{pmatrix} \ddot{x}(t) \\ \ddot{y}(t) \end{pmatrix}$

- Beispiel 1:** Allgemeiner Wurf unter Abwurfwinkel  $\varphi$  mit Erdbeschleunigung  $g = 9.81 \text{ m s}^{-2}$

Anfangsgeschwindigkeit  $\vec{v}_0 = \begin{pmatrix} v_0 \cos(\varphi) \\ v_0 \sin(\varphi) \end{pmatrix}$

Anfangsort  $\vec{x}_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

Damit folgt für die Bahn  $\vec{x}(t) = \begin{pmatrix} v_0 \cos \varphi \cdot t \\ v_0 \sin \varphi \cdot t - \frac{1}{2}gt^2 \end{pmatrix}$

z.B. Wurfweite  $x_A = \frac{v_0^2}{g} \cdot \sin(2\varphi)$

- Beispiel 2:** Gleichförmige Kreisbewegung mit Umlaufzeit  $T$  und Radius  $R$

Bahn  $\vec{x}(t) = R \cdot \begin{pmatrix} \cos(\omega t) \\ \sin(\omega t) \end{pmatrix}$

Winkelgeschwindigkeit  $\omega = \frac{2\pi}{T} = \text{const.}$  (gleichförmig!)

Bahngeschwindigkeit  $v = |\vec{v}| = \omega \cdot R = \text{const.}$

Zentripetalbeschleunigung  $a = |\vec{a}| = \omega^2 \cdot R = \frac{v^2}{R}$  (Betrag)

## 2.3 Dynamik

- **2. Newtonsches Axiom:**  $m \ddot{\vec{x}}(t) = \sum_i \vec{F}_i$ 
  - Lineare Superposition aller am Massenpunkt  $m$  angreifenden Kräfte  $\vec{F}_i$ ,  
 $[F] = 1 \text{ N} = 1 \text{ kg m s}^{-2}$
  - Mit Anfangsort  $\vec{x}(0)$  und Anfangsgeschwindigkeit  $\dot{\vec{x}}(0)$  folgt damit die gesamte Bahn  $\vec{x}(t)$  („Programm der Mechanik“)

- **Reibungskräfte (Beträge)**

- proportional zur Normalkraft  $F_n$
- Maximale Haftreibungskraft  $F_{RH} = \mu_H \cdot F_n$
- Gleitreibungskraft  $F_{RG} = \mu_G \cdot F_n$   $\mu_G < \mu_H$

- **Gravitationskraft** (Betrag) zwischen Massen  $m_1$  und  $m_2$  im Abstand  $r$

$$F_G = G \cdot \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

wirkt anziehend entlang Verbindung der Massenpunkte mit Gravitationskonstante

$$G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$$

- **Federkraft** (Hooke'sches Gesetz)  $F(x) = -kx$ 
  - $x$ : Dehnung/Stauchung der Feder
  - $k$ : Federkonstante

## 2.4 Arbeit und Energie

- **Arbeit** einer Kraft  $\vec{F}(\vec{x})$  auf dem Weg von  $\vec{x}_1$  nach  $\vec{x}_2$

$$W(\vec{x}_1, \vec{x}_2) = \int_{\vec{x}_1}^{\vec{x}_2} \vec{F}(\vec{x}) d\vec{x}, \quad [W] = 1 \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-2} = 1 \text{ J}$$

Variante in 1D  $W(x_1, x_2) = \int_{x_1}^{x_2} F(x) dx$  (Fläche unter Kurve  $F(x)$ )

- **Satz von der kinetischen Energie:**

Energiebilanz für einen Massenpunkt  $m$

$$\frac{1}{2} m \vec{v}_1^2 + W(\vec{x}_1, \vec{x}_2) = \frac{1}{2} m \vec{v}_2^2$$

mit der kinetischen Energie  $E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} m \vec{v}^2$

- **Energieerhaltungssatz:** Bei *konservativen* Kräften  $\vec{F}$  wird

$$W(\vec{x}_1, \vec{x}_2) = E_{\text{pot}}(\vec{x}_1) - E_{\text{pot}}(\vec{x}_2)$$

$E_{\text{pot}}(\vec{x}_i)$ : potentielle Energie am Punkt  $\vec{x}_i$

Damit folgt der **Energieerhaltungssatz**

$$\frac{1}{2}m\vec{v}_1^2 + E_{\text{pot}}(\vec{x}_1) = \frac{1}{2}m\vec{v}_2^2 + E_{\text{pot}}(\vec{x}_2) = E_{\text{ges}} = \text{const.}$$

- **Beispiele zur potentiellen Energie:**

- Schwerefeld  $E_{\text{pot}}(z) = mgz$   $z$ : vertikale Koordinate
- Feder  $E_{\text{pot}}(x) = \frac{1}{2}kx^2$   $x$ : Dehnung/Stauchung der Feder
- Potentielle Energie im Gravitationsfeld der Masse  $M$

$$E_{\text{pot}}(r) = -G\frac{mM}{r} \quad r: \text{ Abstand von Masse } M$$

Achtung: Referenzpunkt ist hier  $r = \infty$

## 2.5 Impuls und Impulserhaltungssatz

- **Impuls** einer Masse  $m$  mit Geschwindigkeit  $\vec{v}$

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

- Wenn nur innere Kräfte (actio = reactio) zwischen den Massen  $m_i$  wirken, gilt der **Impulserhaltungssatz**

$$\sum_i \vec{p}_i = \sum_i m_i \vec{v}_i = \overrightarrow{\text{const.}}$$

- **Anwendung:** Zentraler elastischer Stoß zwischen den Massen  $m_1$  und  $m_2$

$$v'_1 = \frac{(m_1 - m_2)v_1 + 2m_2v_2}{m_1 + m_2}$$

$$v'_2 = \frac{(m_2 - m_1)v_2 + 2m_1v_1}{m_1 + m_2}$$

$v_i$ : Anfangsgeschwindigkeit von Masse  $m_i$  **mit** Vorzeichen

$v'_i$ : Endgeschwindigkeit von Masse  $m_i$  **mit** Vorzeichen

## 2.6 Starrer Körper – Drehbewegungen

- **Translation** des Schwerpunkts  $\vec{x}_S$

$$\vec{x}_S \equiv \frac{1}{m_{\text{ges}}} \sum_i m_i \vec{x}_i$$

$\vec{x}_i$ : Positionen der Massenpunkte  $m_i$   
 $m_{\text{ges}} = \sum_i m_i$ : Gesamtmasse

Dann lautet die **Bewegungsgleichung der Translation**

$$m_{\text{ges}} \ddot{\vec{x}}_S = \sum_i \vec{F}_i$$

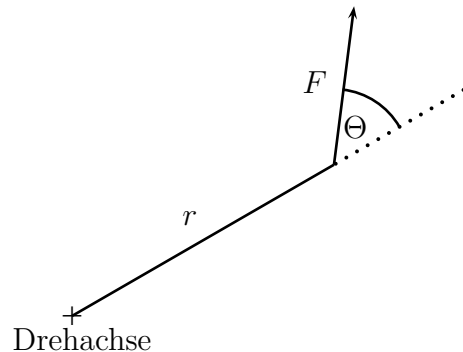
$\vec{F}_i$ : äußere Kräfte

- **Kinematische Grundgrößen** der Rotation (um eine feste Drehachse)
  - „Bahn“ der Rotation = Winkel um Drehachse  $\varphi(t)$
  - Winkelgeschwindigkeit  $\omega(t) = \dot{\varphi}(t)$
  - Winkelbeschleunigung  $\alpha(t) = \ddot{\varphi}(t)$

- **Drehmoment** (skalare Formulierung)

$$M = rF \sin \Theta$$

$F$ : angreifende Kraft unter Winkel  $\Theta$  im Abstand  $r$  zur Drehachse („Ursache“ der Rotation)



- **Bewegungsgleichung der Rotation**

$$I_D \ddot{\varphi} = \sum_i M_i$$

$I_D = \sum_i m_i r_i^2$ : **Trägheitsmoment** der Massen  $m_i$  im Abstand  $r_i$  zur Drehachse  $D$

$M_i$ : angreifende Drehmomente

- **Satz von Steiner** zu Trägheitsmomenten

$$I_D = I_S + m_{\text{ges}} d^2$$

$I_S$ : Trägheitsmoment um Schwerpunktsachse  $S$

$I_D$ : Trägheitsmoment um Achse  $D$  parallel zu  $S$  im Abstand  $d$

- **Drehimpuls** um eine Achse  $D$  mit zugehörigem Trägheitsmoment  $I_D$

$$L \equiv I_D \dot{\varphi} = I_D \omega$$

Damit wird die **Bewegungsgleichung der Rotation**

$$\dot{L} = \sum_i M_i$$

Wenn keine äußeren Drehmomente am starren Körper angreifen, gilt **Drehimpulserhaltung**

$$L = I_D \omega = \text{const.}$$

- **Kinetische Energie der Rotation** („Rotationsenergie“) um eine Achse

$$E_{\text{rot}} = \frac{1}{2} I_D \omega^2$$

**Anwendung:** **Rollen** eines Rades (auch Zylinder oder Kugel) mit Radius  $R$  und der Masse  $m_{\text{ges}}$  im Schwerfeld

$$E_{\text{ges}} = \frac{1}{2} m_{\text{ges}} v_S^2 + \frac{1}{2} I_S \omega^2 + m_{\text{ges}} gh = \text{const.}$$

$$\text{Schwerpunktsgeschwindigkeit} \quad v_S = \omega R \quad (\text{Rollbedingung})$$

- Gegenüberstellung von Translation und Rotation

Translation (1D)		Rotation	
Masse	$m$	Trägheitsmoment	$I_D$
Geschwindigkeit	$v$	Winkelgeschwindigkeit	$\omega$
Kraft	$F$	Drehmoment	$M$
Impuls	$p = mv$	Drehimpuls	$L = I_D \omega$
Bewegungsgleichung	$\dot{p} = F$	Bewegungsgleichung	$\dot{L} = M$
Kinetische Energie	$E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} mv^2$	Rotationsenergie	$E_{\text{rot}} = \frac{1}{2} I_D \omega^2$

## 2.7 Schwingungen

- **Freie, ungedämpfte Schwingungen:** harmonischer Oszillator
  - Wichtig: linear rückstellende Kraft (z.B. Feder)

$$F = -kx$$

- Bewegungsgleichung (2. Newton'sches Axiom) für Masse  $m$

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0$$

ergibt Schwingung (Bahn der Masse  $m$ )

$$x(t) = A \cdot \cos(\omega_0 t)$$

mit Amplitude  $A$  und Eigenfrequenz (Kreisfrequenz!)

$$\omega_0 \equiv \sqrt{\frac{k}{m}}$$

- Periodendauer der Schwingung  $T \equiv 2\pi/\omega_0$
- zugehörige Frequenz

$$f = \frac{1}{T} = \frac{\omega_0}{2\pi}$$

- **Mathematisches Pendel** (Massenpunkt) der Länge  $l$

$$\ddot{\varphi} + \omega_0^2 \varphi = 0$$

- Eigenfrequenz  $\omega_0 = \sqrt{g/l}$

- **Physikalisches Pendel** (starrer Körper, Masse  $m$ ) mit Trägheitsmoment  $I_D$  um Drehachse im Abstand  $d$  vom Schwerpunkt

$$\ddot{\varphi} + \omega_0^2 \varphi = 0$$

- Eigenfrequenz  $\omega_0 = \sqrt{\frac{mgd}{I_D}} = \sqrt{\frac{mgd}{I_S + md^2}}$

- **Freie, gedämpfte Schwingung**

- Wichtig: lineare, rückstellende Kraft  $F = -kx$  und Reibungskraft  $F_R \sim \dot{x}$
- Bewegungsgleichung für Masse  $m$

$$\ddot{x} + 2\kappa\dot{x} + \omega_0^2 x = 0$$

- Exponentiell abklingende Schwingung

$$x(t) = A e^{-\kappa t} \cos(\omega t)$$

mit Dämpfungskonstante  $\kappa$  und Kreisfrequenz  $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \kappa^2} < \omega_0$

- **Angetriebener Oszillator – Resonanz**

- Äußere antreibende Kraft  $F \sim \cos(\Omega t)$

- Bewegungsgleichung für Masse  $m$

$$\ddot{x} + 2\kappa\dot{x} + \omega_0^2 x = \text{const.} \cdot \cos(\Omega t)$$

wird gelöst von

$$x(t) = A(\Omega) \cos[\Omega t - \psi(\Omega)]$$

- Amplitude

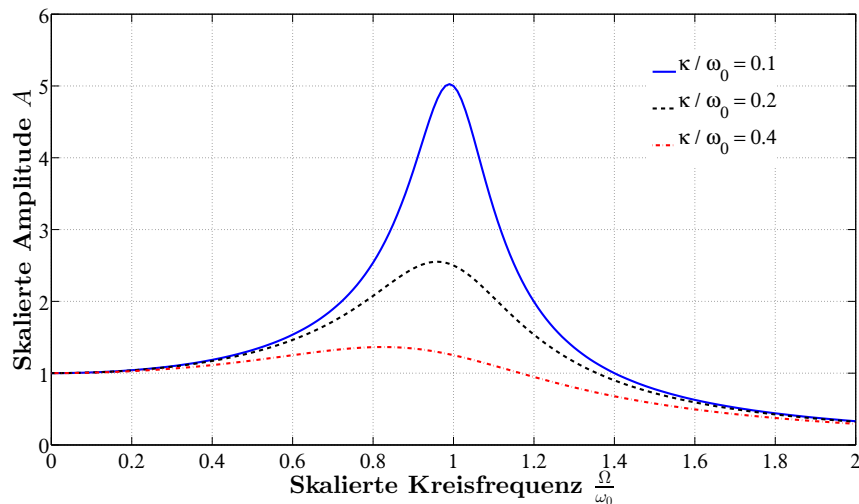
$$A(\Omega) \equiv \frac{\text{const.}}{\sqrt{(\Omega^2 - \omega_0^2)^2 + 4\kappa^2 \Omega^2}}$$

mit Resonanzfrequenz (Maximum)

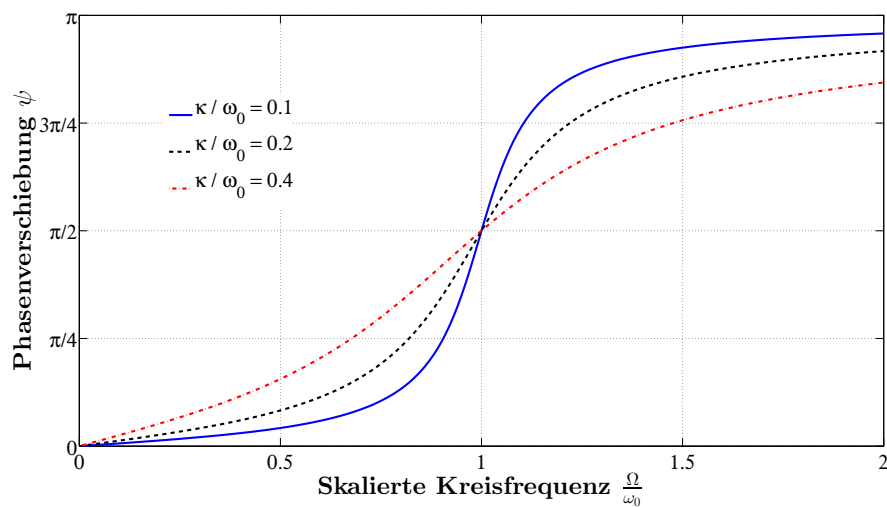
$$\Omega_{res} \equiv \sqrt{\omega_0^2 - 2\kappa^2}$$

- Phasenverschiebung (Oszillator „hinkt hinterher“)

$$\psi(\Omega) \equiv \arctan \frac{2\kappa\Omega}{\omega_0^2 - \Omega^2}$$



(a) Amplitude  $A(\Omega)$  zeigt Resonanz



(b) Phasenverschiebung  $\psi(\Omega)$



## 2.8 Mechanik fluiden Medien (inkompressibel)

- Grundgrößen

- Druck

$$p = \frac{F_{\perp}}{A}$$

ausgeübt von der senkrechten Komponente  $F_{\perp}$  einer Kraft  $\vec{F}$  auf eine Fläche  $A$  mit den Einheiten

$$[p] = 1 \text{ N m}^{-2} = 1 \text{ Pa (Pascal)} = 10^{-5} \text{ bar}$$

- Dichte

$$\rho = \frac{m}{V}$$

eines Körpers mit der Masse  $m$  und dem Volumen  $V$  mit der Einheit

$$[\rho] = 1 \text{ kg m}^{-3}$$

- Hydrostatischer Druck

$$p = p_0 + \rho g z$$

in der Tiefe  $z$  bei äußerem Druck  $p_0$

- Kontinuitätsgleichung (Erhaltungsgesetz)

$$Av = \text{const.}$$

bei laminarer, stationärer Strömung mit Geschwindigkeit  $v$  durch Querschnittsfläche  $A$

- Bernoulli-Gleichung

$$p + \frac{1}{2}\rho v^2 = \text{const.}$$

bei Geschwindigkeit  $v$  und statischem Druck  $p$

- Oberflächenspannung

$$\sigma \equiv \frac{\Delta W}{\Delta A}$$

bei Vergrößerung  $\Delta A$  einer Oberfläche und dazu notwendiger Arbeit  $\Delta W$ .

Einfache Messmethode über eine Kraft  $F$  zum Heben der Fluidlamelle mit Länge  $l$  ergibt

$$\sigma = \frac{F}{2l}$$

Anwendung: Kapillare Steighöhe

$$h = \frac{2\sigma}{\rho g r}$$

in einem Rohr mit Radius  $r$  (totale Benetzung)

# 3 Elektrizität und Magnetismus

## 3.1 Ladung und Ladungserhaltung

- Ladung  $q = n(\pm e)$  mit Elementarladung

$$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ As}$$

## 3.2 Coulomb-Gesetz

- Kraft auf die Ladung  $q_1$  bei  $\vec{x}_1$  durch die Ladung  $q_2$  bei  $\vec{x}_2$  (Fernwirkungsprinzip)

$$\vec{F}_{12} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0} \frac{\vec{x}_1 - \vec{x}_2}{|\vec{x}_1 - \vec{x}_2|^3}$$

mit Permittivität des Vakuums (el. Feldkonstante)

$$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{Nm}^2}$$

- Gesamtkraft auf  $q_1$  ausgeübt durch viele Ladungen  $q_2, q_3, \dots$

$$\vec{F}_1 = \vec{F}_{12} + \vec{F}_{13} + \dots \quad (\text{lineare Superposition})$$

- Elektrisches Feld  $\vec{E}$  (Nahwirkungsprinzip) der Ladungen  $q_1, q_2 \dots q_N$  (Feldladungen) wirkend auf  $q$  (Probeladung) bei  $\vec{x}$

$$\vec{E}(\vec{x}) = \frac{\vec{F}}{q} = \sum_{i=1}^N \frac{q_i}{4\pi\epsilon_0} \frac{\vec{x} - \vec{x}_i}{|\vec{x} - \vec{x}_i|^3}$$

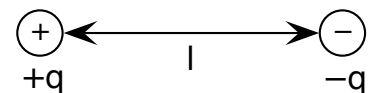
- Feldlinien:

- Dichte = Maß für  $E = |\vec{E}|$
- Tangenten = Richtung von  $\vec{E}$  (von + nach -)
- Feldlinien stehen senkrecht auf Leitern und verschwinden darin

- Elektrischer Dipol: Ladungen  $\pm q$  im Abstand  $l$

- Dipolmoment  $p = ql$
- Fernfeld (Betrag) im Abstand  $r \gg l$

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p}{r^3}$$



### 3.3 Elektrisches Potential

- Potential einer Punktladung  $Q$  (Quelle) bei  $\vec{x}_1$

$$\phi(\vec{x}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{|\vec{x} - \vec{x}_1|}$$

- Einheit  $[\phi] = 1 \text{ J/C} = 1 \text{ V (Volt)}$
- Potential von  $N$  Punktladungen  $Q_i$  bei  $\vec{x}_i$  (Superposition)

$$\phi(\vec{x}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^N \frac{Q_i}{|\vec{x} - \vec{x}_i|}$$

- Energieerhaltungssatz für eine Ladung  $q$  im Potential  $\phi$  an zwei Punkten  $\vec{x}_1$  und  $\vec{x}_2$ :

$$\begin{aligned} E_{\text{ges}} &= E_{\text{kin},1} + q \phi(\vec{x}_1) \\ &= E_{\text{kin},2} + q \phi(\vec{x}_2) = \text{const.} \end{aligned}$$

- Energien werden jetzt oft in Elektronenvolt angegeben:

$$\begin{aligned} 1 \text{ eV} &= e \cdot 1 \text{ V} \\ &= 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 1 \text{ V} \\ &= 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J} \end{aligned}$$

- Elektrische Spannung zwischen den Punkten  $\vec{x}_1$  und  $\vec{x}_2$ :

$$U = \phi(\vec{x}_2) - \phi(\vec{x}_1)$$

- Elektrisches Feld  $\vec{E}$  und Potential  $\phi = \phi(x, y, z)$

$$\vec{E} = - \begin{pmatrix} \partial\phi/\partial x \\ \partial\phi/\partial y \\ \partial\phi/\partial z \end{pmatrix} = - \text{grad } \phi$$

$\Rightarrow$  Feldlinien stehen senkrecht auf Äquipotentialflächen  $\phi = \text{const.}$

### 3.4 Kapazitäten – Kondensatoren

- Kondensator speichert Ladung  $Q$  auf Elektroden mit Potentialdifferenz  $U$ 
  - Kapazität („Fassungsvermögen“ für Ladung)

$$C = \frac{Q}{U}$$

- Einheit  $[C] = 1 \text{ C/V} = 1 \text{ F}$  (Farad)

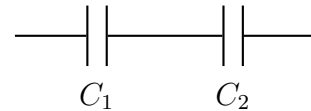
- Beispiel: Kondensator aus Platten der Fläche  $A$  im Abstand  $d$  hat Kapazität

$$C = \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{A}{d}$$

$\varepsilon_r$ : relative Dielektrizitätszahl (Vakuum:  $\varepsilon_r = 1$ )

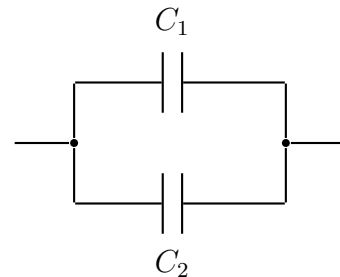
- Zusammenschalten von Kondensatoren (Zweipole)
  - Serienschaltung

$$\frac{1}{C_{\text{ges}}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$



- Parallelschaltung

$$C_{\text{ges}} = C_1 + C_2$$



- Elektrische Energie im Kondensator

$$W_e = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2} C U^2 = \frac{1}{2} Q U$$

### 3.5 Bewegte Ladungen – Ströme

- Elektrischer Strom

$$I = \frac{dQ}{dt}$$

- Einheit  $[I] = 1 \text{ C/s} = 1 \text{ A}$  (Ampère)

- Ohm'sches Gesetz ( $I \sim U$ )

$$I = \frac{1}{R} U$$

- Ohm'scher Widerstand  $R$
  - Einheit  $[R] = 1 \text{ V/A} = 1 \Omega$  (Ohm)

- Elektrische Leistung

$$P = \frac{dW}{dt} = U I$$

- Kirchhoff'sche Regeln

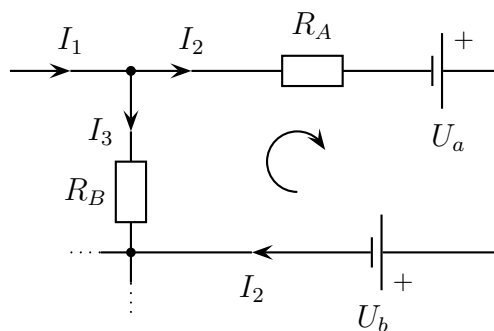
- Knotenregel

$$\sum_k I_k^{\text{in}} = \sum_k I_k^{\text{out}}$$

- Maschenregel

$$\sum_k U_k = 0$$

- Anwendung der Kirchhoff'schen Regeln



1. Identifiziere alle Knoten und wähle die Richtungen (beliebig) der Ströme  $I_k$ .
2. Bilanziere die Ströme für jeden Knoten. Für den oben gewählten Knoten bedeutet dies:

$$\underbrace{I_1}_{\text{in}} = \underbrace{I_2 + I_3}_{\text{out}} .$$

3. Wähle genügend Maschen (jedes Bauteil muss mindestens in einer Masche vorkommen) und einen Umlaufsinn (beliebig) für jede Masche.
4. Bilanziere die Potentialdifferenzen  $U_k$  im Umlaufsinn. Im obigen Beispiel wäre die Maschenregel:

$$\sum_k U_k = U_a - U_b + I_3 R_B - I_2 R_A = 0 .$$

Ergebnis: Aus Knoten- und Maschenregel folgen mindestens  $n$  Gleichungen für  $n$  Unbekannte.

- Beispiel: RC-Kreis (Ladevorgang)

- Maschenregel:

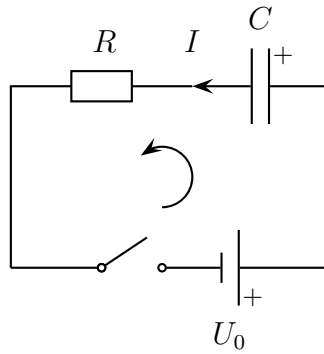
$$R \frac{dQ}{dt} + \frac{Q}{C} = U_0 \quad (\text{DGL 1. Ordnung})$$

- Lösung:

$$Q(t) = U_0 C (1 - e^{-t/RC})$$

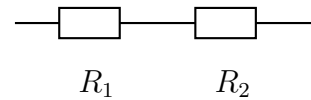
$$I(t) = \dot{Q}(t) = \frac{U_0}{R} e^{-t/RC}$$

mit typischer Zeitkonstante  $\tau = RC$  (Ladezeit).



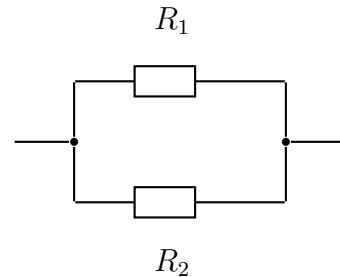
- Zusammenschalten von Widerständen (Zweipole)
  - Serienschaltung

$$R_{\text{ges}} = R_1 + R_2$$



- Parallelschaltung

$$\frac{1}{R_{\text{ges}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$



### 3.6 Magnetfelder

- Kraft auf Probestrom  $I$  im Magnetfeld  $\vec{B}$

$$\vec{F} = I \vec{s} \times \vec{B} \quad (\text{„Drei-Finger-Regel“ wegen Kreuzprodukt})$$

mit  $\vec{s}$  als stromdurchflossene Leiterlänge im Magnetfeld

- Einheit  $[\vec{B}] = 1 \frac{\text{N}}{\text{Am}} = 1 \text{ T (Tesla)}$

- Lorentz-Kraft auf Punktladung  $q$  im  $\vec{E}$ - und  $\vec{B}$ -Feld

$$\vec{F}_L = q (\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$$

- Magnetfeld bei  $\vec{x}_1$  durch einen Stromfaden  $I d\vec{x}_2$  bei  $\vec{x}_2$  (Biot-Savart-Gesetz):

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} I d\vec{x}_2 \times \frac{\vec{x}_1 - \vec{x}_2}{|\vec{x}_1 - \vec{x}_2|^3}$$

mit Permeabilität des Vakuums

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Tm/A}$$

(vgl. dazu Coulomb-Gesetz)

- Magnetfeld eines Kreisstroms (magnetischer Dipol) mit dem Radius  $R$  und der Stromstärke  $I$  auf der Symmetrieachse ( $z$ -Achse):

$$\vec{B}(z) = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{m}{(z^2 + R^2)^{\frac{3}{2}}} \vec{e}_z$$

mit dem magnetischen Dipolmoment

$$m = \pi R^2 I$$

- Magnetfeld (Betrag) im Inneren einer langen Spule mit  $N$  Windungen auf der Länge  $l$ , gefüllt mit Materie und durchflossen vom Strom  $I$ :

$$B = \mu_0 \mu_r \frac{N}{l} I$$

$\mu_r$ : relative Permeabilität des Materials

### 3.7 Elektromagnetische Induktion

- Magnetischer Fluss eines homogenen  $\vec{B}$ -Felds durch ebene Fläche  $\vec{A} = \vec{n}A$

$$\Phi_{\text{mag}} = \vec{B} \cdot \vec{A}$$

– Einheit  $[\Phi_{\text{mag}}] = 1 \text{ Tm}^2 = 1 \text{ Wb}$  (Weber)

- Induktionsgesetz (Faraday)

$$U_{\text{ind}} = - \frac{d}{dt} \Phi_{\text{mag}}$$

- Lenz'sche Regel: Induktionsspannung wirkt Flussänderung entgegen
- Magnetischer Fluss durch lange Spule

$$\Phi_{\text{mag}} = LI$$

mit Induktivität (Geometriegröße, „Fassungsvermögen“ für magnet. Fluss)

$$L = \mu_0 \mu_r \frac{N^2}{l^2} V$$

- Windungsdichte  $N/l$
- Volumen der Spule  $V$
- Einheit  $[L] = 1 \text{ Wb/A} = 1 \text{ H}$  (Henry)

- Induktionsspannung an der Spule (in Stromrichtung über Spule)

$$U_L = -L \frac{dI}{dt}$$

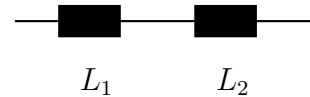
- Magnetische Energie im Feld der Spule

$$W_m = \frac{1}{2} L I^2 = \frac{1}{2} L \dot{Q}^2$$

- Zusammenschalten von Spulen (Zweipole)

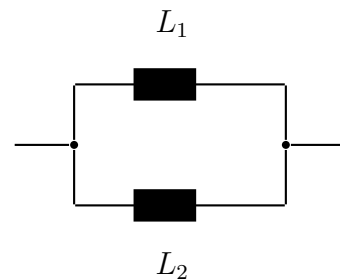
- Serienschaltung

$$L_{\text{ges}} = L_1 + L_2$$



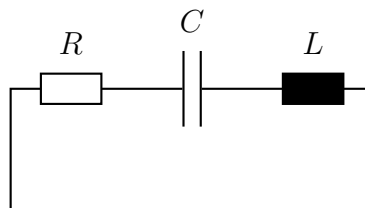
- Parallelschaltung

$$\frac{1}{L_{\text{ges}}} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2}$$



### 3.8 Elektromagnetische Schwingungen

- *RLC*-Schwingkreis



- Maschenregel:

$$\ddot{Q} + 2\kappa\dot{Q} + \omega_0^2 Q = 0$$

- Eigenfrequenz  $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$
- Dämpfungskonstante  $\kappa = R/(2L)$
- Lösung: gedämpfte Oszillation ( $\kappa < \omega_0$ , Kondensator anfangs geladen)

$$Q(t) = Q_0 e^{-\kappa t} \cos(\omega t)$$

mit Frequenz  $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \kappa^2}$