Seminar zur Vorlesung Physik II für Naturwissenschaftler

Sommersemester 2024 **Blatt 2** **22.04.2024**

Aufgabe 3 *Coulomb-Gesetz II*

An den Ecken eines gleichseitigen Dreiecks mit den Koordinaten

$$\vec{x}_1 = a \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \vec{x}_2 = \frac{a}{2} \begin{pmatrix} \sqrt{3} \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \vec{x}_3 = \frac{a}{2} \begin{pmatrix} -\sqrt{3} \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

befinden sich die Ladungen $Q = +10^{-8}\,\mathrm{C}$, Für die nachfolgende Rechnungen wählen wir $a = 1\,\mathrm{cm}$.

a) Berechnen Sie das elektrische Feld am Punkt $(0, a/2, 0)$ und die Kraft auf eine Probeladung $q = Q/4$ an diesem Punkt. (1 Punkt)

b) Auf der z-Achse gibt es Punkte, an denen auf eine Probeladung keine Kraft wirkt. Bestimmen Sie diese Punkte. (1 Punkt)

Aufgabe 4 *Coulomb-Gesetz III*

An den Punkten

$$\vec{x}_1 = \frac{a}{5} \begin{pmatrix} 2 \\ 2\sqrt{3} \\ -3 \end{pmatrix}, \quad \vec{x}_2 = \frac{a}{5} \begin{pmatrix} 2 \\ -2\sqrt{3} \\ -3 \end{pmatrix}, \quad \vec{x}_3 = \frac{a}{5} \begin{pmatrix} -4 \\ 0 \\ -3 \end{pmatrix}, \quad \vec{x}_4 = a \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$(a = 1\,\mathrm{cm})$ befindet sich die Ladungen $Q_1 = Q_2 = Q_3 = Q_4 = +10^{-8}\,\mathrm{C}$. Zusätzlich ist bei

$$\vec{x}_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

die Ladung $Q_0 = -10^{-8}\,\mathrm{C}$ vorhanden.

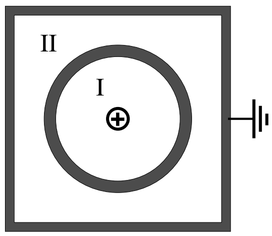
a) Skizzieren Sie die Ladungen. (1 Punkt)

b) Welche Kraft $\vec{F}$ wirkt auf die Ladung bei $\vec{x}_0$? (1 Punkt)

c) Welche Kraft $\vec{F}$ wirkt auf die Ladung bei $\vec{x}_4$? (1 Punkt)

d) Durch geschickte Wahl der Ladungen bei $\vec{x}_1$, $\vec{x}_2$, $\vec{x}_3$ und $\vec{x}_4$ kann man erreichen, dass die daraus resultierende Kraft auf die Ladung bei $\vec{x}_0$ verschwindet. Finden Sie eine mögliche Konfiguration, bei der dies der Fall ist. Dabei sollen alle Ladungen von Null verschieden sein. (1 Punkt)

Aufgabe 5 *Äquipotentialflächen und Feldlinien*



Im Mittelpunkt einer leitenden, ungeladenen Hohlkugel befindet sich eine positive Punktladung. Die Kugel befindet sich in einem leitenden, geerdeten Würfel.

a) Skizzieren Sie in den Bereichen I und II die Äquipotentialflächen, die Feldlinien und die Influenzladungen. (1 Punkt)

b) Wir verbinden die Kugel und den Würfel mit einem leitenden Draht. Wie müssen Sie in diesem Fall Ihre Skizze aus a) modifizieren? (1 Punkt)

c) Wir legen zwischen Kugel und Würfel eine Spannung von 100 V an. Wie müssen Sie in diesem Fall Ihre Skizze aus a) modifizieren? (1 Punkt)

Aufgabe 3: Coulomb-Gesetz II

$$\vec{x}_1 = a\begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix}, \quad \vec{x}_2 = \frac{a}{2}\begin{pmatrix}\sqrt{3}\\-1\\0\end{pmatrix}, \quad \vec{x}_3 = \frac{a}{2}\begin{pmatrix}-\sqrt{3}\\-1\\0\end{pmatrix}$$

$Q = +10^{-8}\,C$, $a = 1\,cm$

a)

$$P = \begin{pmatrix}0\\\frac{a}{2}\\0\end{pmatrix}, \quad q = \frac{Q}{4}$$

$\lightning$ $\vec{E}(\vec{x}) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\sum_{i=1}^{3}\frac{\vec{x}-\vec{x}_i}{|\vec{x}-\vec{x}_i|}$

3D-Formel

$$|\vec{E}(\vec{P})| = \sum_{i=1}^{3}\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{|\vec{P}-\vec{x}_i|}$$

$$= \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{|\vec{P}-\vec{x}_1|}+\frac{1}{|\vec{P}-\vec{x}_2|}+\frac{1}{|\vec{P}-\vec{x}_3|}\right)$$

$$|\vec{P}-\vec{x}_1| = \sqrt{\left(\frac{a}{2}-a\right)^2} = \sqrt{\left(-\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a}{2}$$

$$|\vec{P}-\vec{x}_2| = \sqrt{\left(0-\frac{a}{2}\sqrt{3}\right)^2+\left(\frac{a}{2}-\left(-\frac{a}{2}\right)\right)^2} = \sqrt{\frac{3a^2}{4}+a^2} = a$$

$$|\vec{P}-\vec{x}_3| = \sqrt{\left(0+\frac{a}{2}\sqrt{3}\right)^2+\left(\frac{a}{2}-\left(-\frac{a}{2}\right)\right)^2} = \sqrt{\frac{3a^2}{4}+a^2} = a$$

$$\Rightarrow |\vec{E}(\vec{P})| = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\underbrace{\frac{1}{\frac{a}{2}}}_{\frac{2}{a}}+\frac{1}{a}+\frac{1}{a}\right)$$

$$= \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{4}{a} \approx \frac{10^{-8}\cancel{C}}{4\pi\cdot 8{,}8\cdot 10^{-12}\frac{\cancel{C}}{Vm}}\cdot\frac{4}{\underbrace{1cm}_{0{,}01m}}$$

$$= \frac{4\cdot 10^{-8}}{4\pi\cdot 8{,}8\cdot 10^{-12}\frac{1}{V\cancel{m}}\cdot 0{,}01\cancel{m}}$$

$$= \underline{\underline{36171\,V}}$$

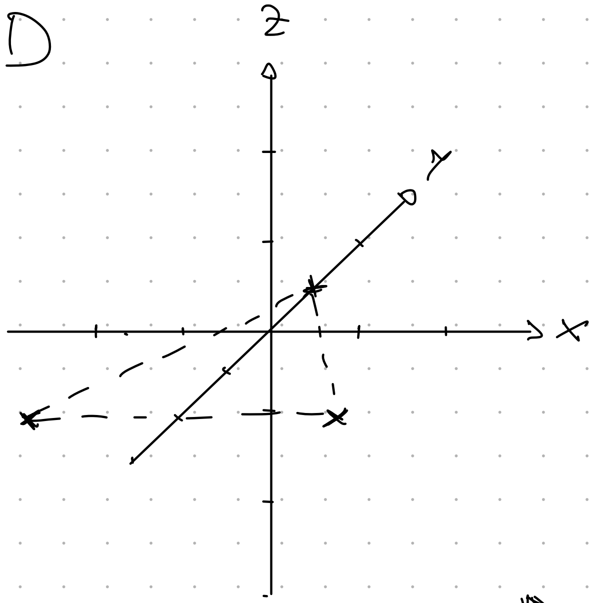
$\lightning$ Einheit sollte $\frac{V}{m}$ sein

$2181560\begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix}\frac{N}{C}$

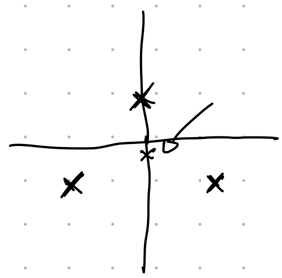
$$\vec{F} = \frac{\vec{E}}{q} = \frac{36171\,\frac{V}{m}}{\frac{10^{-8}}{4}\,C} = \frac{4\cdot 36171\,\frac{V}{m}}{10^{-8}\,C} \approx \underline{\underline{1{,}4\cdot 10^{13}\,N}}$$

$0{,}00705\,N \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

b) 3D



2D



$$\Rightarrow P = \begin{pmatrix} 0 \\ -? \\ 0 \end{pmatrix}$$

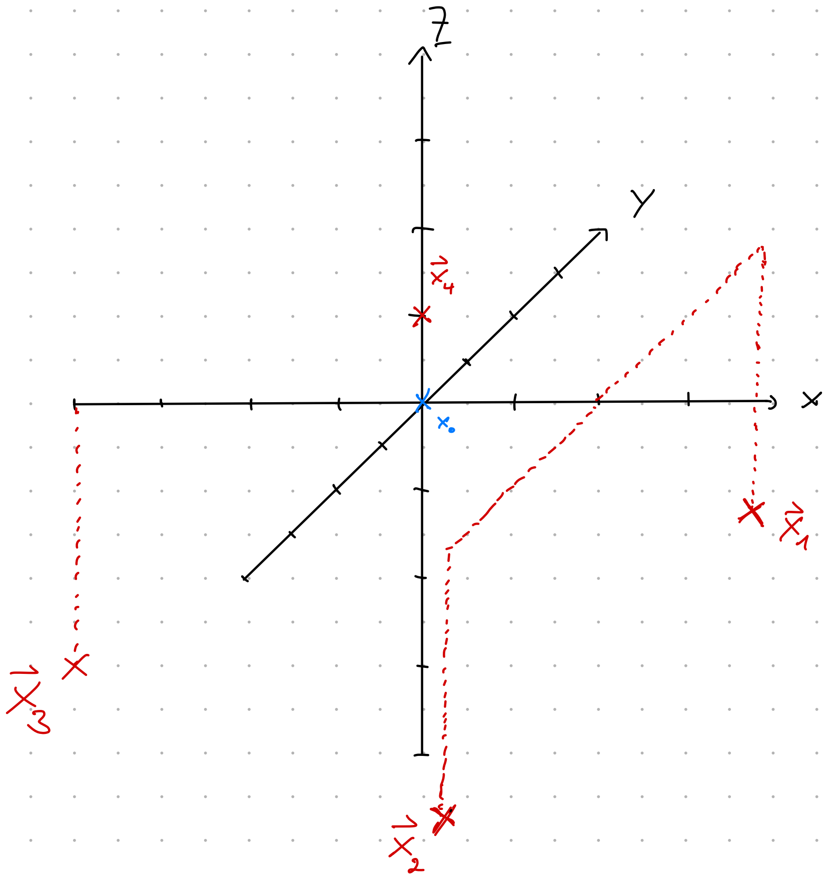
$$\vec{F}\left(\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ z \end{pmatrix}\right) = \frac{qQ}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{z^2+a^2}^{\,3}}\left(\begin{pmatrix} 0 \\ -a \\ z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -\frac{\sqrt{3}}{2}a \\ \frac{a}{2} \\ z \end{pmatrix}\right)$$

$$= \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Leftrightarrow z = 0$$

Aufgabe 4: Coulomb-Gesetz III

$$\vec{x}_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \vec{x}_1 = \frac{a}{5}\begin{pmatrix} 2 \\ 2\sqrt{3} \\ -3 \end{pmatrix}, \quad \vec{x}_2 = \frac{a}{5}\begin{pmatrix} 2 \\ -2\sqrt{3} \\ -3 \end{pmatrix}, \quad \vec{x}_3 = \frac{a}{5}\begin{pmatrix} -4 \\ 0 \\ -3 \end{pmatrix}, \quad \vec{x}_4 = a\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

a)



b) ↯ 30: $\vec{F} = \sum_{n=1}^{4} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{-Q^2}{a^3}(-x_n)$

$$F_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{10^{-8}C \cdot 10^{-8}C}{|\vec{x}_0 - \vec{x}_1|} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{10^{-16}C^2}{a}$$

$$|\vec{x}_0 - \vec{x}_1| = \sqrt{\left(\frac{2a}{5}\right)^2 + \left(\frac{2\sqrt{3}a}{5}\right)^2 + \left(-\frac{3a}{5}\right)^2} = \sqrt{\frac{4a^2}{25} + \frac{12a^2}{25} + \frac{9a^2}{25}} = a$$

$$\vec{F} = \vec{E} \cdot Q_0 = \sum_{i=1}^{4} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q}{|\vec{x}_0 - \vec{x}_i|} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \sum_{i=1}^{4} \frac{1}{|\vec{x}_0 - \vec{x}_i|}$$

$$|\vec{x}_0 - \vec{x}_1| = \sqrt{\left(-\frac{2a}{5}\right)^2 + \left(-\frac{2\sqrt{3}a}{5}\right)^2 + \left(-\frac{-3a}{5}\right)^2} = \sqrt{\frac{4a^2}{25} + \frac{12a^2}{25} + \frac{9a^2}{25}}$$

$$= \underline{\underline{a}}$$

$$|\vec{x}_0 - \vec{x}_2| = \sqrt{\left(-\frac{2a}{5}\right)^2 + \left(-\frac{-2\sqrt{3}a}{5}\right)^2 + \left(-\frac{-3}{5}\right)^2} = \underline{\underline{a}}$$

$$|\vec{x}_0 - \vec{x}_3| = \sqrt{\left(\frac{-4a}{5}\right)^2 + \left(-\frac{3a}{5}\right)^2} = \underline{\underline{a}}$$

$$|\vec{x}_0 - \vec{x}_4| = \sqrt{a^2} = \underline{\underline{a}}$$

$$\Rightarrow \vec{F} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0} \sum_{i=1}^{4} \frac{1}{|x_0 - x_i|} = \frac{Q}{\cancel{4}\pi\varepsilon_0} \frac{\cancel{4}}{a} = \frac{Q}{\pi\varepsilon_0 a}$$

$-7{,}2 \cdot 10^{-3}\,N$

c) $= -1{,}45 \cdot 10^{-3}\,N$

d)

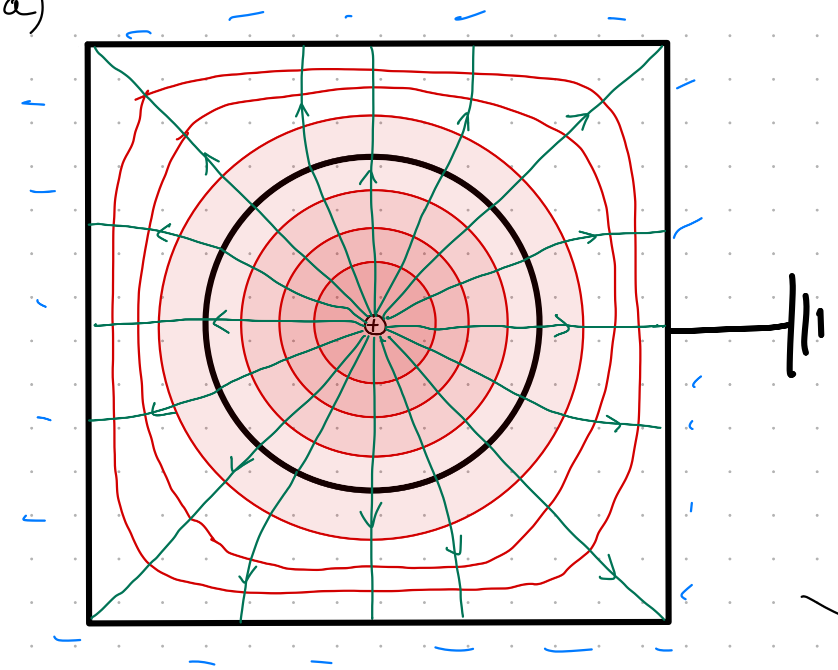
$$E_{z0} + E_z' = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{5a^2} + \frac{Q'}{4\pi\varepsilon_0 a^2}(-1) = 0$$

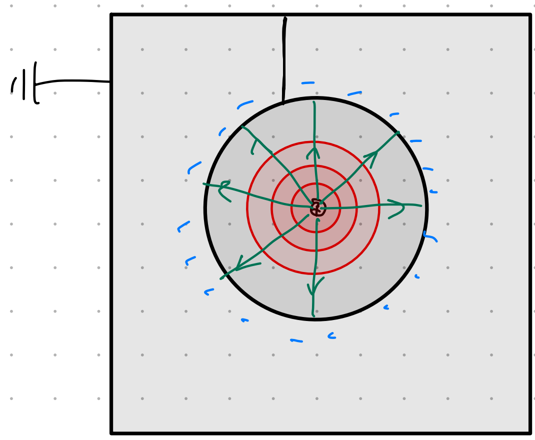
$$\Leftrightarrow Q = \frac{q}{5} Q_0 = 1{,}8 \cdot 10^8\, C$$

Aufgabe 5: Äquipotentialflächen und Feldlinien

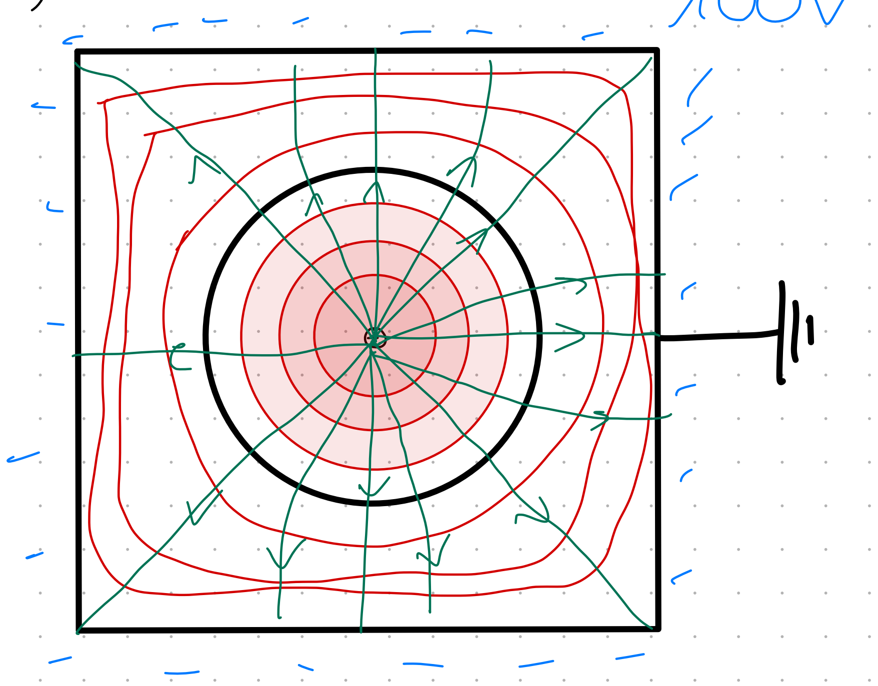
a)



b)



c)



unterschiedliche Anordnung der Ladungen