Formelsammlung:
Physik I+II für Naturwissenschaftler

Stand: 5. Juli 2024

1 Messen und Einheiten

- Physikalische Größe $\qquad X = \text{Zahl} \cdot \underset{\text{Einheit}}{[X]}$

- SI-Basiseinheiten (Mechanik)

Zeit	$[t] = 1\,\mathrm{s}$
Länge	$[x] = 1\,\mathrm{m}$
Masse	$[m] = 1\,\mathrm{kg}$

2 Mechanik

2.1 Kinematik in 1D

bekannt	**gesucht**	**Operation**	
Bahn $x(t)$	Geschwindigkeit	differenzieren	$v(t) = \dot{x}(t) = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$
	Beschleunigung	differenzieren	$a(t) = \ddot{x}(t) = \frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}$
Geschwindigkeit $v(t)$	Bahn	integrieren	$x(t) = \int_0^t v(t')\,\mathrm{d}t' + x_0$
	Beschleunigung	differenzieren	$a(t) = \dot{v}(t)$
Beschleunigung $a(t)$	Geschwindigkeit	integrieren	$v(t) = \int_0^t a(t')\,\mathrm{d}t' + v_0$
	Bahn	integrieren	$x(t) = \int_0^t v(t')\,\mathrm{d}t' + x_0$

x_0 : Anfangsort
v_0 : Anfangsgeschwindigkeit

$\rightarrow$ vollständige Information über 1D-Bahn: $\quad a(t),\, x_0,\, v_0$!

Beispiel: Bahn bei $a = \text{const.}$ $\qquad x(t) = \frac{1}{2}\,a\,t^2 + v_0\,t + x_0$

2.2 Kinematik in 2D

- Ortsvektoren (angeheftet an Koordinatenursprung!) $\vec{x}\,(t) = \begin{pmatrix} x\,(t) \\ y\,(t) \end{pmatrix}$

- Momentangeschwindigkeit (Tangente an Bahn) $\vec{v}\,(t) = \dot{\vec{x}}\,(t) = \begin{pmatrix} \dot{x}\,(t) \\ \dot{y}\,(t) \end{pmatrix}$

  Bahngeschwindigkeit $v(t) = |\vec{v}| = \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}$

- Beschleunigung $\vec{a}\,(t) = \ddot{\vec{x}}\,(t) = \dot{\vec{v}}\,(t) = \begin{pmatrix} \ddot{x}\,(t) \\ \ddot{y}\,(t) \end{pmatrix}$

- **Beispiel 1:** Allgemeiner Wurf unter Abwurfwinkel φ mit Erdbeschleunigung $g = 9.81\,\mathrm{m\,s^{-2}}$

  Anfangsgeschwindigkeit $\vec{v}_0 = \begin{pmatrix} v_0\,\cos(\varphi) \\ v_0\,\sin(\varphi) \end{pmatrix}$

  Anfangsort $\vec{x}_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

  Damit folgt für die Bahn $\vec{x}\,(t) = \begin{pmatrix} v_0\,\cos\varphi \cdot t \\ v_0\,\sin\varphi \cdot t - \frac{1}{2}gt^2 \end{pmatrix}$

  z.B. Wurfweite $x_\mathrm{A} = \dfrac{v_0^2}{g} \cdot \sin(2\varphi)$

- **Beispiel 2:** Gleichförmige Kreisbewegung mit Umlaufzeit T und Radius R

  Bahn $\vec{x}\,(t) = R \cdot \begin{pmatrix} \cos(\omega\,t) \\ \sin(\omega\,t) \end{pmatrix}$

  Winkelgeschwindigkeit $\omega = \dfrac{2\pi}{T} = \text{const.} \quad \text{(gleichförmig!)}$

  Bahngeschwindigkeit $v = |\vec{v}| = \omega \cdot R = \text{const.}$

  Zentripetalbeschleunigung $a = |\vec{a}| = \omega^2 \cdot R = \dfrac{v^2}{R} \quad \text{(Betrag)}$

2.3 Dynamik

- **2. Newtonsches Axiom:** $m\,\ddot{\vec{x}}\,(t) = \sum_i \vec{F}_i$
  - Lineare Superposition aller am Massenpunkt m angreifenden Kräfte $\vec{F}_i$, $[F] = 1\,\mathrm{N} = 1\,\mathrm{kg\,m\,s^{-2}}$
  - Mit Anfangsort $\vec{x}(0)$ und Anfangsgeschwindigkeit $\dot{\vec{x}}(0)$ folgt damit die gesamte Bahn $\vec{x}(t)$ („Programm der Mechanik")
- **Reibungskräfte (Beträge)**
  - proportional zur Normalkraft F_n
  - Maximale Haftreibungskraft $F_\mathrm{RH} = \mu_\mathrm{H} \cdot F_\mathrm{n}$
  - Gleitreibungskraft $F_\mathrm{RG} = \mu_\mathrm{G} \cdot F_\mathrm{n}$ $\qquad \mu_\mathrm{G} < \mu_\mathrm{H}$
- **Gravitationskraft** (Betrag) zwischen Massen m_1 und m_2 im Abstand r

$$F_G = G \cdot \frac{m_1\,m_2}{r^2}$$

  wirkt anziehend entlang Verbindung der Massenpunkte mit Gravitationskonstante

$$G = 6.67 \times 10^{-11}\,\mathrm{N\,m^2\,kg^{-2}}$$

- **Federkraft** (Hooke'sches Gesetz) $F(x) = -kx$

  x: Dehnung/Stauchung der Feder
  k: Federkonstante

2.4 Arbeit und Energie

- **Arbeit** einer Kraft $\vec{F}(\vec{x})$ auf dem Weg von $\vec{x}_1$ nach $\vec{x}_2$

$$W(\vec{x}_1, \vec{x}_2) = \int_{\vec{x}_1}^{\vec{x}_2} \vec{F}(\vec{x})\,\mathrm{d}\vec{x}\ , \qquad [W] = 1\,\mathrm{kg\,m^2\,s^{-2}} = 1\,\mathrm{J}$$

  Variante in 1D $\quad W(x_1, x_2) = \int_{x_1}^{x_2} F(x)\,\mathrm{d}x \quad$ (Fläche unter Kurve $F(x)$)

- **Satz von der kinetischen Energie:**
  Energiebilanz für einen Massenpunkt m

$$\frac{1}{2}m\vec{v}_1^{\,2} + W(\vec{x}_1, \vec{x}_2) = \frac{1}{2}m\vec{v}_2^{\,2}$$

  mit der kinetischen Energie $E_\mathrm{kin} = \frac{1}{2}m\vec{v}^{\,2}$

- **Energieerhaltungssatz:** Bei *konservativen* Kräften $\vec{F}$ wird

$$W(\vec{x}_1, \vec{x}_2) = E_{\text{pot}}(\vec{x}_1) - E_{\text{pot}}(\vec{x}_2)$$

$E_{\text{pot}}(\vec{x}_i)$: potentielle Energie am Punkt $\vec{x}_i$

Damit folgt der **Energieerhaltungssatz**

$$\frac{1}{2}m\vec{v}_1^2 + E_{\text{pot}}(\vec{x}_1) = \frac{1}{2}m\vec{v}_2^2 + E_{\text{pot}}(\vec{x}_2) = E_{\text{ges}} = \text{const.}$$

- **Beispiele zur potentiellen Energie:**
  - Schwerefeld $\quad E_{\text{pot}}(z) = mgz \quad$ z: vertikale Koordinate
  - Feder $\quad E_{\text{pot}}(x) = \frac{1}{2}kx^2 \quad$ x: Dehnung/Stauchung der Feder
  - Potentielle Energie im Gravitationsfeld der Masse M

    $$E_{\text{pot}}(r) = -G\frac{mM}{r} \qquad r: \text{ Abstand von Masse } M$$

    Achtung: Referenzpunkt ist hier $r = \infty$

2.5 Impuls und Impulserhaltungssatz

- **Impuls** einer Masse m mit Geschwindigkeit $\vec{v}$

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

- Wenn nur innere Kräfte (actio = reactio) zwischen den Massen m_i wirken, gilt der **Impulserhaltungssatz**

$$\sum_i \vec{p}_i = \sum_i m_i\vec{v}_i = \overrightarrow{\text{const.}}$$

- **Anwendung:** Zentraler elastischer Stoß zwischen den Massen m_1 und m_2

$$v_1' = \frac{(m_1 - m_2)v_1 + 2m_2v_2}{m_1 + m_2}$$

$$v_2' = \frac{(m_2 - m_1)v_2 + 2m_1v_1}{m_1 + m_2}$$

v_i: Anfangsgeschwindigkeit von Masse m_i **mit** Vorzeichen
v_i': Endgeschwindigkeit von Masse m_i **mit** Vorzeichen

2.6 Starrer Körper – Drehbewegungen

- **Translation** des Schwerpunkts $\vec{x}_S$

$$\vec{x}_S \equiv \frac{1}{m_{\text{ges}}} \sum_i m_i \vec{x}_i$$

$\vec{x}_i$:	Positionen der Massenpunkte m_i
$m_{\text{ges}} = \sum_i m_i$:	Gesamtmasse

Dann lautet die **Bewegungsgleichung der Translation**

$$m_{\text{ges}}\, \ddot{\vec{x}}_S = \sum_i \vec{F}_i$$

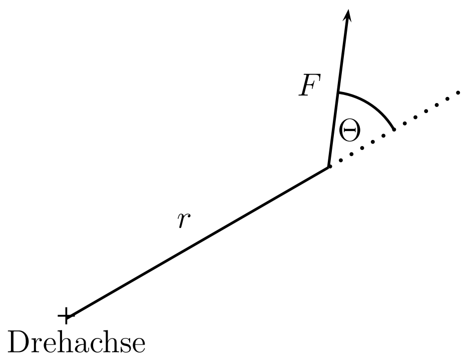
$\vec{F}_i$: äußere Kräfte

- **Kinematische Grundgrößen** der Rotation (um eine feste Drehachse)
  - „Bahn“ der Rotation = Winkel um Drehachse $\varphi(t)$
  - Winkelgeschwindigkeit $\omega(t) = \dot{\varphi}(t)$
  - Winkelbeschleunigung $\alpha(t) = \ddot{\varphi}(t)$

- **Drehmoment** (skalare Formulierung)

$$M = rF \sin\Theta$$

F: angreifende Kraft unter Winkel Θ im Abstand r zur Drehachse („Ursache“ der Rotation)



- **Bewegungsgleichung der Rotation**

$$I_D\, \ddot{\varphi} = \sum_i M_i$$

$I_D = \sum_i m_i r_i^2$:	**Trägheitsmoment** der Massen m_i im Abstand r_i zur Drehachse D
M_i:	angreifende Drehmomente

- **Satz von Steiner** zu Trägheitsmomenten

$$I_D = I_S + m_{\text{ges}} d^2$$

I_S: Trägheitsmoment um Schwerpunktsachse S
I_D: Trägheitsmoment um Achse D parallel zu S im Abstand d

- **Drehimpuls** um eine Achse D mit zugehörigem Trägheitsmoment I_D

$$L \equiv I_D\, \dot{\varphi} = I_D\, \omega$$

Damit wird die **Bewegungsgleichung der Rotation**

$$\dot{L} = \sum_i M_i$$

Wenn keine äußeren Drehmomente am starren Körper angreifen, gilt **Drehimpulserhaltung**

$$L = I_D\,\omega = \text{const.}$$

- **Kinetische Energie der Rotation** („Rotationsenergie") um eine Achse

$$E_{\text{rot}} = \frac{1}{2} I_D\,\omega^2$$

Anwendung: **Rollen** eines Rades (auch Zylinder oder Kugel) mit Radius R und der Masse m_{ges} im Schwerefeld

$$E_{\text{ges}} = \frac{1}{2} m_{\text{ges}}\, v_S^2 + \frac{1}{2} I_S \omega^2 + m_{\text{ges}}\, gh = \text{const.}$$

Schwerpunktsgeschwindigkeit $\quad v_S = \omega R \quad$ (Rollbedingung)

- Gegenüberstellung von Translation und Rotation

Translation (1D)		**Rotation**	
Masse	m	Trägheitsmoment	I_D
Geschwindigkeit	v	Winkelgeschwindigkeit	ω
Kraft	F	Drehmoment	M
Impuls	$p = mv$	Drehimpuls	$L = I_D\,\omega$
Bewegungsgleichung	$\dot{p} = F$	Bewegungsgleichung	$\dot{L} = M$
Kinetische Energie	$E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} m v^2$	Rotationsenergie	$E_{\text{rot}} = \frac{1}{2} I_D\,\omega^2$

2.7 Schwingungen

- **Freie, ungedämpfte Schwingungen:** harmonischer Oszillator
  - Wichtig: linear rückstellende Kraft (z.B. Feder)

$$F = -kx$$

- Bewegungsgleichung (2. Newton'sches Axiom) für Masse m

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0$$

ergibt Schwingung (Bahn der Masse m)

$$x(t) = A \cdot \cos(\omega_0 t)$$

mit Amplitude A und Eigenfrequenz (Kreisfrequenz!)

$$\omega_0 \equiv \sqrt{\frac{k}{m}}$$

- Periodendauer der Schwingung $T \equiv 2\pi/\omega_0$
- zugehörige Frequenz

$$f = \frac{1}{T} = \frac{\omega_0}{2\pi}$$

- **Mathematisches Pendel** (Massenpunkt) der Länge l

$$\ddot{\varphi} + \omega_0^2 \varphi = 0$$

  - Eigenfrequenz $\omega_0 = \sqrt{g/l}$

- **Physikalisches Pendel** (starrer Körper, Masse m) mit Trägheitsmoment I_D um Drehachse im Abstand d vom Schwerpunkt

$$\ddot{\varphi} + \omega_0^2 \varphi = 0$$

  - Eigenfrequenz $\omega_0 = \sqrt{\frac{mgd}{I_D}} = \sqrt{\frac{mgd}{I_S + md^2}}$

- **Freie, gedämpfte Schwingung**
  - Wichtig: lineare, rückstellende Kraft $F = -kx$ und Reibungskraft $F_\mathrm{R} \sim \dot{x}$
  - Bewegungsgleichung für Masse m

$$\ddot{x} + 2\kappa\dot{x} + \omega_0^2 x = 0$$

  - Exponentiell abklingende Schwingung

$$x(t) = A\, e^{-\kappa t} \cos(\omega t)$$

mit Dämpfungskonstante κ und Kreisfrequenz $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \kappa^2} < \omega_0$

- **Angetriebener Oszillator – Resonanz**
  - Äußere antreibende Kraft $F \sim \cos(\Omega t)$

– Bewegungsgleichung für Masse m

$$\ddot{x} + 2\kappa\dot{x} + \omega_0^2 x = \text{const.}\cdot\cos(\Omega t)$$

wird gelöst von

$$x(t) = A(\Omega)\cos\left[\Omega t - \psi(\Omega)\right]$$

– Amplitude

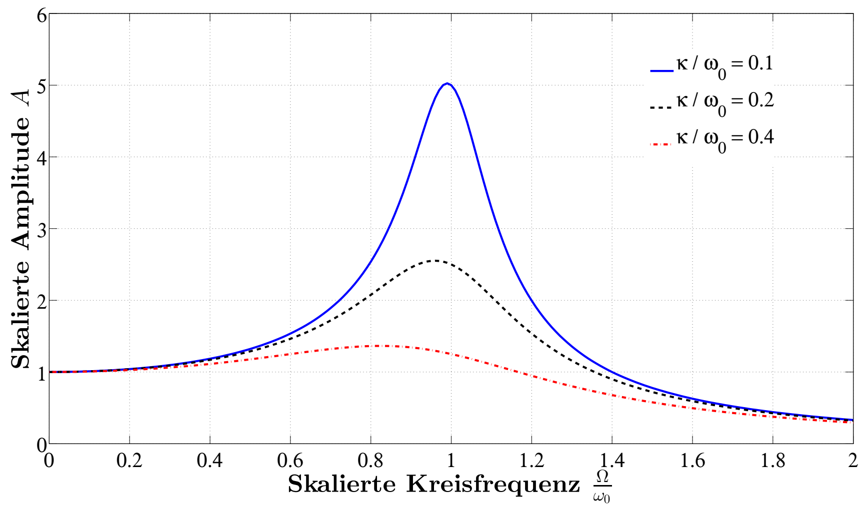
$$A(\Omega) \equiv \frac{\text{const.}}{\sqrt{\left(\Omega^2 - \omega_0^2\right)^2 + 4\kappa^2\Omega^2}}$$

mit Resonanzfrequenz (Maximum)

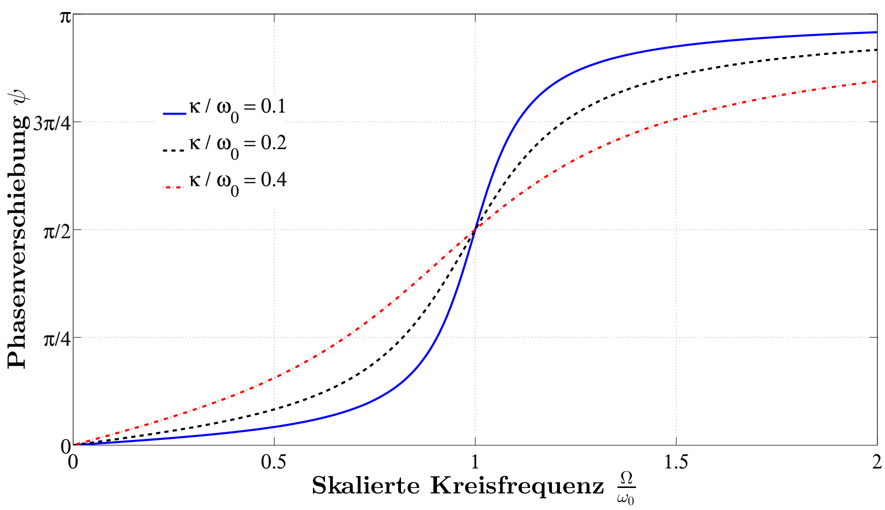
$$\Omega_{res} \equiv \sqrt{\omega_0^2 - 2\kappa^2}$$

– Phasenverschiebung (Oszillator „hinkt hinterher“)

$$\psi(\Omega) \equiv \arctan\frac{2\kappa\Omega}{\omega_0^2 - \Omega^2}$$



(a) Amplitude $A(\Omega)$ zeigt Resonanz



(b) Phasenverschiebung $\psi(\Omega)$

2.8 Mechanik fluider Medien (inkompressibel)

- **Grundgrößen**
  - **Druck**

    $$p = \frac{F_\perp}{A}$$

    ausgeübt von der senkrechten Komponente $F_\perp$ einer Kraft $\vec{F}$ auf eine Fläche A mit den Einheiten

    $$[p] = 1\,\mathrm{N\,m^{-2}} = 1\,\mathrm{Pa(Pascal)} = 10^{-5}\,\mathrm{bar}$$

  - **Dichte**

    $$\rho = \frac{m}{V}$$

    eines Körpers mit der Masse m und dem Volumen V mit der Einheit

    $$[\rho] = 1\,\mathrm{kg\,m^{-3}}$$

- **Hydrostatischer Druck**

  $$p = p_0 + \rho g z$$

  in der Tiefe z bei äußerem Druck p_0

- **Kontinuitätsgleichung (Erhaltungsgesetz)**

  $$Av = \mathrm{const.}$$

  bei laminarer, stationärer Strömung mit Geschwindigkeit v durch Querschnittsfläche A

- **Bernoulli-Gleichung**

  $$p + \frac{1}{2}\rho v^2 = \mathrm{const.}$$

  bei Geschwindigkeit v und statischem Druck p

- **Oberflächenspannung**

  $$\sigma \equiv \frac{\Delta W}{\Delta A}$$

  bei Vergrößerung ΔA einer Oberfläche und dazu notwendiger Arbeit ΔW.
  Einfache Messmethode über eine Kraft F zum Heben der Fluidlamelle mit Länge l ergibt

  $$\sigma = \frac{F}{2l}$$

  Anwendung: Kapillare Steighöhe

  $$h = \frac{2\sigma}{\rho g r}$$

  in einem Rohr mit Radius r (totale Benetzung)

3 Elektrizität und Magnetismus

3.1 Ladung und Ladungserhaltung

- Ladung $q = n(\pm e)$ mit Elementarladung

$$e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C} = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{As}$$

3.2 Coulomb-Gesetz

- Kraft auf die Ladung q_1 bei $\vec{x}_1$ durch die Ladung q_2 bei $\vec{x}_2$ (Fernwirkungsprinzip)

$$\vec{F}_{12} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0} \frac{\vec{x}_1 - \vec{x}_2}{|\vec{x}_1 - \vec{x}_2|^3}$$

mit Permittivität des Vakuums (el. Feldkonstante)

$$\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}\,\frac{\mathrm{C}^2}{\mathrm{Nm}^2}$$

- Gesamtkraft auf q_1 ausgeübt durch viele Ladungen q_2, q_3, ...

$$\vec{F}_1 = \vec{F}_{12} + \vec{F}_{13} + \ldots \qquad \text{(lineare Superposition)}$$

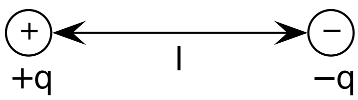
- Elektrisches Feld $\vec{E}$ (Nahwirkungsprinzip) der Ladungen q_1, $q_2 \ldots q_N$ (Feldladungen) wirkend auf q (Probeladung) bei $\vec{x}$

$$\vec{E}(\vec{x}) = \frac{\vec{F}}{q} = \sum_{i=1}^{N} \frac{q_i}{4\pi\varepsilon_0} \frac{\vec{x} - \vec{x}_i}{|\vec{x} - \vec{x}_i|^3}$$

- Feldlinien:
  - Dichte = Maß für $E = |\vec{E}|$
  - Tangenten = Richtung von $\vec{E}$ (von + nach -)
  - Feldlinien stehen senkrecht auf Leitern und verschwinden darin

- Elektrischer Dipol: Ladungen $\pm q$ im Abstand l
  - Dipolmoment $p = ql$
  - Fernfeld (Betrag) im Abstand $r \gg l$

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{p}{r^3}$$



3.3 Elektrisches Potential

- Potential einer Punktladung Q (Quelle) bei $\vec{x}_1$

$$\phi(\vec{x}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q}{|\vec{x} - \vec{x}_1|}$$

- Einheit $[\phi] = 1\,\mathrm{J/C} = 1\,\mathrm{V}$ (Volt)
- Potential von N Punktladungen Q_i bei $\vec{x}_i$ (Superposition)

$$\phi(\vec{x}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \sum_{i=1}^{N} \frac{Q_i}{|\vec{x} - \vec{x}_i|}$$

- Energieerhaltungssatz für eine Ladung q im Potential ϕ an zwei Punkten $\vec{x}_1$ und $\vec{x}_2$:

$$\begin{aligned} E_{\mathrm{ges}} &= E_{\mathrm{kin},1} + q\,\phi(\vec{x}_1) \\ &= E_{\mathrm{kin},2} + q\,\phi(\vec{x}_2) = \mathrm{const.} \end{aligned}$$

- Energien werden jetzt oft in Elektronenvolt angegeben:

$$\begin{aligned} 1\,\mathrm{eV} &= \mathrm{e} \cdot 1\,\mathrm{V} \\ &= 1,6 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C} \cdot 1\,\mathrm{V} \\ &= 1,6 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{J} \end{aligned}$$

- Elektrische Spannung zwischen den Punkten $\vec{x}_1$ und $\vec{x}_2$:

$$U = \phi(\vec{x}_2) - \phi(\vec{x}_1)$$

- Elektrisches Feld $\vec{E}$ und Potential $\phi = \phi(x, y, z)$

$$\vec{E} = -\begin{pmatrix} \partial\phi/\partial x \\ \partial\phi/\partial y \\ \partial\phi/\partial z \end{pmatrix} = -\,\mathrm{grad}\,\phi$$

$\Rightarrow$ Feldlinien stehen senkrecht auf Äquipotentialflächen $\phi = \mathrm{const.}$

3.4 Kapazitäten – Kondensatoren

- Kondensator speichert Ladung Q auf Elektroden mit Potentialdifferenz U
  - Kapazität („Fassungsvermögen“ für Ladung)

$$C = \frac{Q}{U}$$

  - Einheit $[C] = 1\,\mathrm{C/V} = 1\,\mathrm{F} \quad \text{(Farad)}$

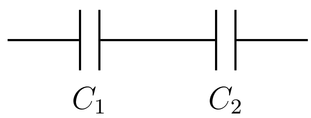
- Beispiel: Kondensator aus Platten der Fläche A im Abstand d hat Kapazität

$$C = \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{A}{d}$$

  ε_r: relative Dielektrizitätszahl (Vakuum: $\varepsilon_r = 1$)

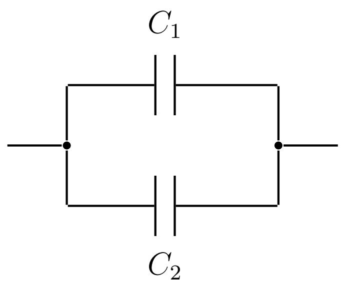
- Zusammenschalten von Kondensatoren (Zweipole)
  - Serienschaltung

$$\frac{1}{C_{\text{ges}}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$



  - Parallelschaltung

$$C_{\text{ges}} = C_1 + C_2$$



- Elektrische Energie im Kondensator

$$W_{\mathrm{e}} = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2}CU^2 = \frac{1}{2}QU$$

3.5 Bewegte Ladungen – Ströme

- Elektrischer Strom

$$I = \frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}t}$$

  - Einheit $[I] = 1\,\mathrm{C/s} = 1\,\mathrm{A}$ (Ampère)

- Ohm’sches Gesetz ($I \sim U$)

$$I = \frac{1}{R}U$$

  - Ohm’scher Widerstand R
  - Einheit $[R] = 1\,\mathrm{V/A} = 1\,\Omega$ (Ohm)

- Elektrische Leistung

$$P = \frac{dW}{dt} = U\,I$$

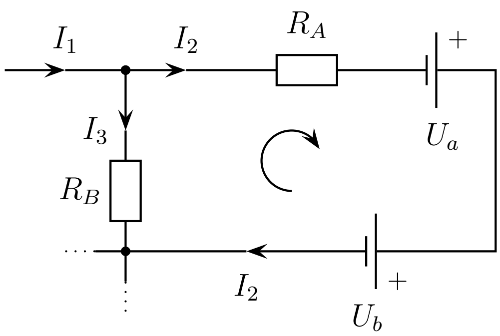
- Kirchhoff'sche Regeln
  - Knotenregel

$$\sum_k I_k^{\mathrm{in}} = \sum_k I_k^{\mathrm{out}}$$

  - Maschenregel

$$\sum_k U_k = 0$$

- Anwendung der Kirchhoff'schen Regeln



1. Identifiziere alle Knoten und wähle die Richtungen (beliebig) der Ströme I_k.
2. Bilanziere die Ströme für jeden Knoten. Für den oben gewählten Knoten bedeutet dies:

$$\underbrace{I_1}_{\text{in}} = \underbrace{I_2 + I_3}_{\text{out}}\,.$$

3. Wähle genügend Maschen (jedes Bauteil muss mindestens in einer Masche vorkommen) und einen Umlaufsinn (beliebig) für jede Masche.
4. Bilanziere die Potentialdifferenzen U_k im Umlaufsinn. Im obigen Beispiel wäre die Maschenregel:

$$\sum_k U_k = U_a - U_b + I_3 R_B - I_2 R_A = 0\,.$$

   Ergebnis: Aus Knoten- und Maschenregel folgen mindestens n Gleichungen für n Unbekannte.

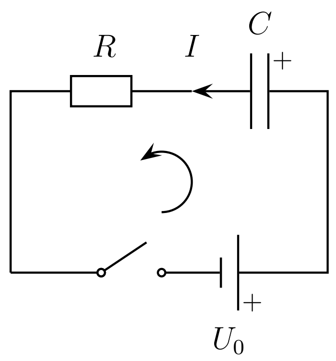
- Beispiel: RC-Kreis (Ladevorgang)
  - Maschenregel:

$$R\,\frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}t} + \frac{Q}{C} = U_0 \qquad \text{(DGL 1. Ordnung)}$$

  - Lösung:

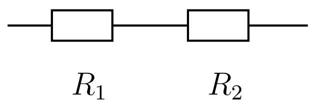
$$Q(t) = U_0 C \left(1 - \mathrm{e}^{-t/RC}\right)$$
$$I(t) = \dot{Q}(t) = \frac{U_0}{R}\,\mathrm{e}^{-t/RC}$$

  mit typischer Zeitkonstante $\tau = RC$ (Ladezeit).



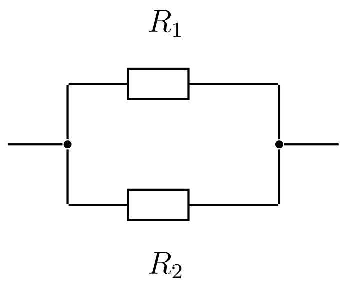
- Zusammenschalten von Widerständen (Zweipole)
  - Serienschaltung

$$R_{\text{ges}} = R_1 + R_2$$



  - Parallelschaltung

$$\frac{1}{R_{\text{ges}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$



3.6 Magnetfelder

- Kraft auf Probestrom I im Magnetfeld $\vec{B}$

$$\vec{F} = I\vec{s} \times \vec{B} \qquad \text{(„Drei-Finger-Regel“ wegen Kreuzprodukt)}$$

  mit $\vec{s}$ als stromdurchflossene Leiterlänge im Magnetfeld
  - Einheit $[\vec{B}] = 1\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{Am}} = 1\,\mathrm{T}$ (Tesla)
- Lorentz-Kraft auf Punktladung q im $\vec{E}$- und $\vec{B}$-Feld

$$\vec{F}_{\mathrm{L}} = q\left(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}\right)$$

- Magnetfeld bei $\vec{x}_1$ durch einen Stromfaden $I\mathrm{d}\vec{x}_2$ bei $\vec{x}_2$ (Biot-Savart-Gesetz):

$$\mathrm{d}\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\, I\mathrm{d}\vec{x}_2 \times \frac{\vec{x}_1 - \vec{x}_2}{|\vec{x}_1 - \vec{x}_2|^3}$$

  mit Permeabilität des Vakuums

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\,\mathrm{Tm/A}$$

  (vgl. dazu Coulomb-Gesetz)

- Magnetfeld eines Kreisstroms (magnetischer Dipol) mit dem Radius R und der Stromstärke I auf der Symmetrieachse (z-Achse):

$$\vec{B}(z) = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{m}{(z^2 + R^2)^{\frac{3}{2}}} \vec{e}_z$$

mit dem magnetischen Dipolmoment

$$m = \pi R^2 I$$

- Magnetfeld (Betrag) im Inneren einer langen Spule mit N Windungen auf der Länge l, gefüllt mit Materie und durchflossen vom Strom I:

$$B = \mu_0 \mu_r \frac{N}{l} I$$

  μ_r: relative Permeabilität des Materials

3.7 Elektromagnetische Induktion

- Magnetischer Fluss eines homogenen $\vec{B}$-Felds durch ebene Fläche $\vec{A} = \vec{n}A$

$$\Phi_{\text{mag}} = \vec{B} \cdot \vec{A}$$

  - Einheit $[\Phi_{\text{mag}}] = 1\,\text{Tm}^2 = 1\,\text{Wb}$ (Weber)

- Induktionsgesetz (Faraday)

$$U_{\text{ind}} = -\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \Phi_{\text{mag}}$$

- Lenz'sche Regel: Induktionsspannung wirkt Flussänderung entgegen

- Magnetischer Fluss durch lange Spule

$$\Phi_{\text{mag}} = LI$$

  mit Induktivität (Geometriegröße, „Fassungsvermögen“ für magnet. Fluss)

$$L = \mu_0 \mu_r \frac{N^2}{l^2} V$$

  - Windungsdichte N/l
  - Volumen der Spule V
  - Einheit $[L] = 1\,\text{Wb/A} = 1\,\text{H}$ (Henry)

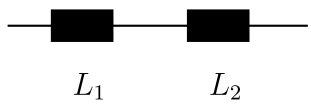
- Induktionsspannung an der Spule (in Stromrichtung über Spule)

$$U_L = -L \frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t}$$

- Magnetische Energie im Feld der Spule

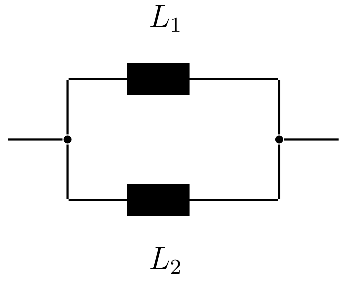
$$W_m = \frac{1}{2}\,LI^2 = \frac{1}{2}\,L\dot{Q}^2$$

- Zusammenschalten von Spulen (Zweipole)
  - Serienschaltung



$$L_{\text{ges}} = L_1 + L_2$$

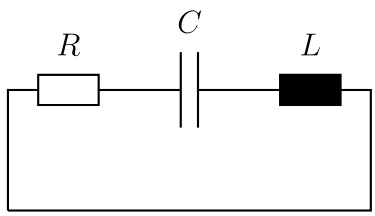
  - Parallelschaltung



$$\frac{1}{L_{\text{ges}}} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2}$$

3.8 Elektromagnetische Schwingungen

- RLC-Schwingkreis



  - Maschenregel:

$$\ddot{Q} + 2\kappa\dot{Q} + \omega_0^2 Q = 0$$

  - Eigenfrequenz $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$
  - Dämpfungskonstante $\kappa = R/(2L)$
  - Lösung: gedämpfte Oszillation ($\kappa < \omega_0$, Kondensator anfangs geladen)

$$Q(t) = Q_0\,\mathrm{e}^{-\kappa t}\cos(\omega t)$$

    mit Frequenz $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \kappa^2}$

3.9 Elektromagnetische Wellen (Fernfelder)

- Ebene, harmonische Welle

$$\vec{E} = E_0\,\vec{e}\cos(kx - \omega t)$$
$$\vec{B} = B_0\,\vec{e}\,'\cos(kx - \omega t)$$

- Wellenlänge $\lambda = 2\pi/k$ mit Wellenzahl k
- Kreisfrequenz $\omega = 2\pi/T$ mit Periodendauer T
- Dispersionrelation $\omega = ck$

- Ausbreitungsgeschwindigkeit im Vakuum: Lichtgeschwindigkeit

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \approx 3{\cdot}10^8\,\mathrm{m/s}$$

- Polarisation: $\vec{e} \perp \vec{e}\,' \perp x$-Achse (Ausbreitungsrichtung)

- Licht: elektromagnetische Wellen im Spektralbereich

$$\begin{aligned} \lambda = 400\,\mathrm{nm}\ &\ldots 750\,\mathrm{nm} \\ \text{(violett)}\ &\ldots\ \text{(rot)} \end{aligned}$$

4 Optik

- Beobachtbar: Mittlere Intensität

$$I \sim \frac{1}{T} \int_0^T \mathrm{d}t\, \vec{E}^2$$

- Superposition zweier harmonischer Wellen ($j = 1, 2$)

$$\vec{E}_j = E_0\, \vec{e}_j \cos(kr_j - \omega t)$$

liefert mittlere Intensität

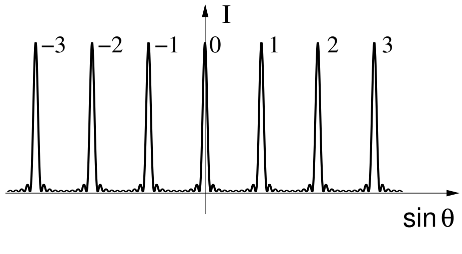
$$I \sim \frac{1}{T} \int_0^T \mathrm{d}t\, \left(\vec{E}_1 + \vec{E}_2\right)^2$$

- Sich ergebendes Zweistrahl-Interferenzmuster

$$I = I_0 \left[1 + (\vec{e}_1 {\cdot} \vec{e}_2) \cos(k\Delta r)\right]$$

mit Gangunterschied $\Delta r = r_1 - r_2$
  - Maxima bei $\Delta r = \pm n\lambda$
  - Minima bei $\Delta r = \pm \left(n + \frac{1}{2}\right) \lambda$

- Beugung am Gitter mit Spalten im Abstand s



  - Hauptmaximum $\pm m$-ter Ordnung bei

$$s \sin\theta_{\pm m} = \pm m\lambda \qquad m = 0, 1, 2, \ldots$$

  - Achtung: Einzelne Hauptmaxima eventuell unterdrückt durch Minima der Einzelspalte mit endlicher Breite b an den Stellen $b \sin\theta_{\pm j} = \pm j\lambda; j = 0, 1, 2, \ldots$