Seminar zur Vorlesung Physik II für Naturwissenschaftler

Sommersemester 2024 **Blatt 3** **29.04.2024**

Aufgabe 6 *Elektrisches Potential I*

Eine positive Ladung Q befindet sich vor einer geerdeten Metallplatte.

a) Welches Potential hat die Metallplatte? Skizzieren Sie die Äquipotentialflächen. (1 Punkt)

b) Skizzieren Sie den Verlauf des Potentials entlang einer Geraden, die die Platte mit der Ladung verbindet. (1 Punkt)

Aufgabe 7 *Elektrische Felder und Potentiale I*

Am Punkt $(-a, 0, 0)$ befinden sich zwei Protonen, am Punkt $(a, 0, 0)$ ein Elektron. Der Abstand zwischen den beiden Protonen und dem Elektron beträgt $2\,\text{Å}$. In den nachfolgenden Rechnungen müssen nur dort Zahlenwerte angeben, wo dies explizit verlangt wird.

a) Berechnen Sie das elektrische Feld im Punkt $(0, a, 0)$. (1 Punkt)

b) Welchen Betrag (in V/m) hat das elektrische Feld im Punkt $(0, a, 0)$? Welchen Winkel schließt es mit der x-Achse ein? (1 Punkt)

c) Wie sieht das elektrische Potential an einem beliebigen Punkt (x, y, z) aus? (1 Punkt)

d) Berechnen Sie aus diesem Potential das elektrische Feld am Punkt $(0, a, 0)$. (1 Punkt)

e) Welche Arbeit (in eV) muss geleistet werden, um ein zusätzliches Elektron vom Punkt $(0, 0, 0)$ zum Punkt $(0, a, 0)$ zu bringen? (1 Punkt)

Aufgabe 8 *Elektrisches Potential II*

Wir betrachten zunächst die beiden leitenden Kugeln K_1 und K_2 aus Abb. 1a mit den Radien $R_1 = 1\,\text{cm}$ und $R_2 = 2\,\text{cm}$. Die Kugel K_1 hat das feste elektrische Potential $\phi_1 = -500\,\text{V}$; K_2 ist geerdet.

a) Drücken Sie $1\,\text{V}$ in SI-Basiseinheiten aus. (1 Punkt)

b) Skizzieren Sie die elektrischen Feldlinien und die zugehörigen Äquipotentialflächen im Bereich zwischen den beiden Kugeln und die auf den Kugeln sitzenden Ladungen. (1 Punkt)

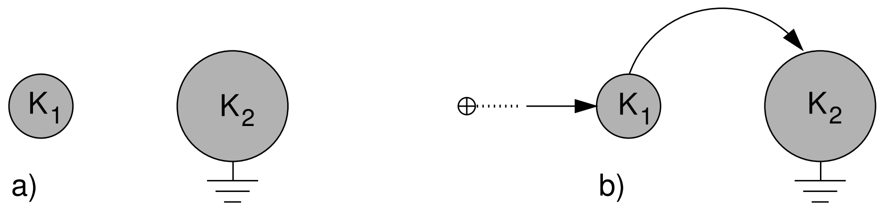


Abb. 1: Zwei leitende Kugeln K_1 und K_2.

c) Im „Unendlichen“ wird nun ein Proton mit der Masse $m = 1{,}67 \cdot 10^{-27}\,\mathrm{kg}$ und der Ladung $q = +1{,}6 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C}$ ohne Anfangsgeschwindigkeit losgelassen und bewegt sich auf K_1 zu, siehe Abb. 1b. Mit welcher Geschwindigkeit erreicht das Proton diese Kugel? (1 Punkt)

d) Ein zweites Proton wird wieder aus der Ruhe entlang des in Abb. 1b skizzierten Wegs von K_1 auf K_2 gebracht. Bestimmen Sie die Arbeit, die dabei am Proton mindestens geleistet werden muss. (1 Punkt)

Aufgabe 9 *Elektrische Felder und Potentiale II*

Gegeben sind die beiden elektrischen Potentiale

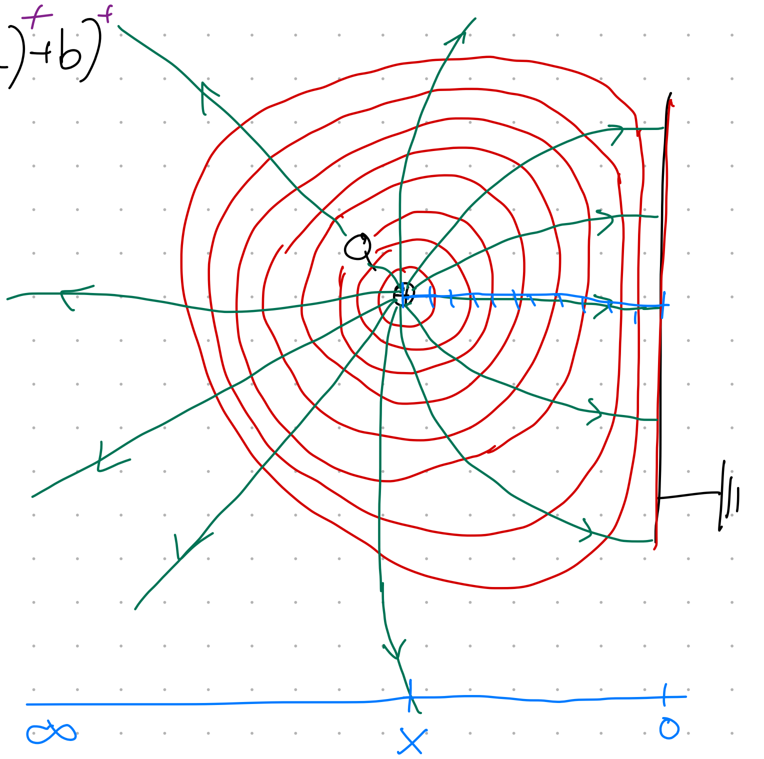
$$\phi_M(x,y,z) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}} \quad \text{und} \quad \phi_D(x,y,z) = \frac{p}{4\pi\varepsilon_0} \frac{x}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}^{\,3}}.$$

a) Berechnen Sie die zugehörigen elektrischen Felder. (1 Punkt)

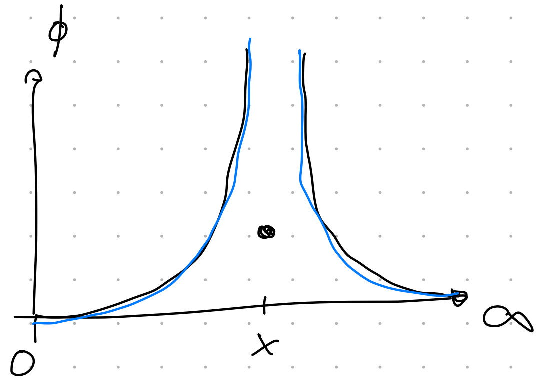
b) Wie sieht das Feld im Fall des Potentials $\phi_D(x,y,z)$ entlang der z-Achse aus? Um welche Ladungsverteilung könnte es sich handeln? (1 Punkt)

Aufgabe 6 – Elektrisches Potential I

a)+b)



b)



Aufgabe 7 – Elektrische Felder und Potentiale I

$P_1 = (-a, 0, 0) \rightsquigarrow$ Protonen $\times 2$

$P_2 = (a, 0, 0) \rightsquigarrow$ Elektron $\times 1$

$d = 2\,\text{Å}$

a)

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ a \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\vec{E}(\vec{x}) = \sum_{i=1}^{2} \frac{q_i}{4\pi\varepsilon_0} \frac{\vec{x} - \vec{P}_i}{|\vec{x} - \vec{P}_i|^3} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{2q_p\left(\begin{pmatrix} 0 \\ a \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -a \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}\right)}{\underbrace{\left|\begin{pmatrix} 0 \\ a \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -a \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}\right|^3}_{2\sqrt{2}a^3}} + \frac{q_e\left(\begin{pmatrix} 0 \\ a \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} a \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}\right)}{\underbrace{\left|\begin{pmatrix} 0 \\ a \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} a \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}\right|^3}_{2\sqrt{2}a^3}}\right]$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{2q_p\begin{pmatrix} a \\ a \\ 0 \end{pmatrix}}{2\sqrt{2}a^3} + \frac{q_e\begin{pmatrix} -a \\ a \\ 0 \end{pmatrix}}{2\sqrt{2}a^3}\right]$$

$$= \frac{1}{8\pi\varepsilon_0 \cdot \sqrt{2}\,a^3} \cdot \left[2\overset{e}{\overset{\uparrow}{q_p}} \begin{pmatrix} a \\ a \\ 0 \end{pmatrix} + \overset{-e}{\overset{\uparrow}{q_e}} \begin{pmatrix} -a \\ a \\ 0 \end{pmatrix} \right] = \frac{1}{8\pi\varepsilon_0 \sqrt{2}\,a^3} \begin{pmatrix} 3ea \\ ea \\ 0 \end{pmatrix} \frac{V}{m}$$

+

b) $$|\vec{E}| = \left| \frac{1}{8\pi\varepsilon_0 \sqrt{2}\,a^3} \cdot \begin{pmatrix} 3ea \\ 2ea \\ 0 \end{pmatrix} \right| = \frac{1}{8\pi\varepsilon_0 \sqrt{2}\,a^{\cancel{3}\,2}} \cdot \sqrt{10}\,e\cancel{a}$$

$$= \frac{\sqrt{5}\,e}{8\pi\varepsilon_0 a^2} \frac{V}{m}$$

$a = Å$ $\approx 1{,}61 \cdot 10^{11} \frac{V}{m}$

$\langle \vec{v}, \vec{w} \rangle = \|\vec{v}\| \, \|\vec{w}\| \cos(\beta)$

$\vec{E}$

$\vec{x}$-Achsenvektor

$\approx 18{,}4°$

+

c) $$\vec{x} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}, \quad \phi(\vec{x}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \sum_{i=1}^{2} \frac{Q_i}{|\vec{x} - \vec{P}_i|}$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \left(\frac{2e}{\underbrace{|\vec{x} - \vec{P}_1|}_{\sqrt{(x+a)^2 + y^2 + z^2}}} - \frac{e}{\underbrace{|\vec{x} - \vec{P}_2|}_{\sqrt{(x-a)^2 + y^2 + z^2}}} \right) = \frac{e}{4\pi\varepsilon_0} \left(\frac{2}{\sqrt{(x+a)^2 + y^2 + z^2}} - \frac{1}{\sqrt{(x-a)^2 + y^2 + z^2}} \right)$$

✓

0

d) $P(0, a, 0)$

$\lightning$ $\vec{E} = -\vec{\nabla}\phi \leadsto \frac{3e}{8\pi\varepsilon_0 \sqrt{2}\,a^2}$

$$\leadsto \phi(\vec{P}) = \frac{2e}{4\pi\varepsilon_0 \sqrt{a^2 + a^2}} - \frac{e}{4\pi\varepsilon_0 \sqrt{a^2 + a^2}} = \frac{e}{4\pi\varepsilon_0 \sqrt{2}\,a}$$

0

e) $$q\phi\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \overset{0}{\overset{!}{E_{kin}}} + \Delta W = q\phi\begin{pmatrix} 0 \\ a \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \Delta W = e\left(\phi\begin{pmatrix} 0 \\ a \\ 0 \end{pmatrix} - \phi\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}\right) = e\left(\frac{e}{4\pi\varepsilon_0 \cdot a} - \frac{e}{4\pi\sqrt{2}\,a\,\varepsilon_0}\right)$$

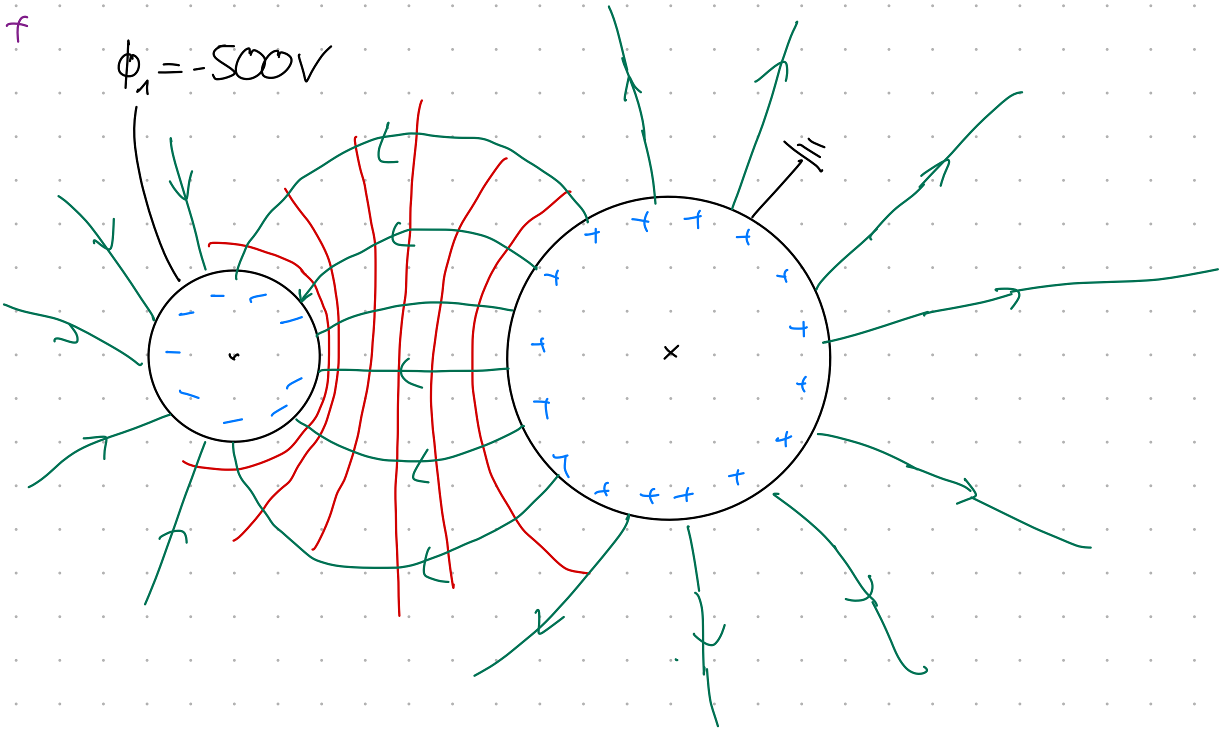
$$= \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 a}\left(1 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right) \approx 4{,}22\,\text{eV}$$

Aufgabe 8 - Elektrisches Potential II

a) +

$$[U] = 1\,V = 1\,\frac{J}{C} = 1\,\frac{kg\,m^2}{C\,s^2} = 1\,\frac{kg\,m^2}{A\,s^3}$$

b) +



c) +

$$E_{kin_1} + q\,\phi(\vec{x}_1) = E_{kin_2} + q\,\phi(\vec{x}_2)$$

$$0 = \frac{1}{2} m v_2^2 - 500eV$$

$$v_2 = \sqrt{\frac{1000eV}{m}} \quad \frac{m}{s}$$

$$v_2 = 316227\sqrt{\frac{CV}{kg}}$$

$-500V$

d) +

$$W = \Delta\phi \cdot q \quad = \left(\phi(\vec{x}_2) - \phi(\vec{x}_1)\right) \cdot e$$

$$= (\;0\; + 500V)\,e$$

$$= 500eV$$

nicht U!

Aufgabe 9

a)

$$\phi_m(x,y,z) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0} \frac{1}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}} \to (x^2+y^2+z)^{-\frac{1}{2}}$$

$$= -\nabla\phi =$$

$$\vec{E} = -\begin{pmatrix} \partial\phi/\partial x \\ \text{"} \ y \\ \text{"} \ z \end{pmatrix} \leadsto = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0} \begin{pmatrix} x\,(x^2+y^2+z^3)^{-\frac{3}{2}} \\ y \quad \text{"} \\ z \quad \text{"} \end{pmatrix}$$

$$\left(= \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 \|\vec{x}\|^3} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \right)$$

$$x: \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \left(-x \cdot (x^2+y^2+z^2)^{-\frac{3}{2}}\right)$$

y, z analog $\to -y, -z$

$$\phi_D(x,y,z) = \frac{p}{4\pi\varepsilon_0} \frac{x}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}^3} \to x(x^2+y^2+z^2)^{-\frac{3}{2}}$$

$$\vec{E} = -\begin{pmatrix} \partial\phi/\partial x \\ \text{"} \ y \\ \text{"} \ z \end{pmatrix} = -\frac{p}{4\pi\varepsilon_0} \begin{pmatrix} \circ \\ \circ \\ \circ \end{pmatrix}$$

$$x: (x^2+y^2+z)^{-\frac{3}{2}} + \underbrace{\left(x \cdot 2x \left(-\frac{3}{2}\right)(x^2+y^2+z^2)^{-\frac{5}{2}}\right)}_{-3x^2 (x^2+y^2+z^2)^{-\frac{5}{2}}}$$

$$= \frac{1}{\|\vec{x}\|^3} - \frac{3x^2}{\|\vec{x}\|^5}$$

$$y: -3xy\,(x^2+y^2+z^2)^{-\frac{5}{2}} = -\frac{3xy}{\|\vec{x}\|^5}$$

$$z: \quad xz \quad \text{"} \quad = -\frac{3xz}{\|\vec{x}\|^5}$$

b) $x = y = 0$

$$\vec{E}(0,0,z) = \frac{p}{4\pi\varepsilon_0 |z|^5} \begin{pmatrix} -z^2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{p}{4\pi\varepsilon_0 |z|^3} \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$\hookrightarrow$ $\vec{E}$-Feld von Dipol