

Seminar zur Vorlesung Physik II für Naturwissenschaftler

Sommersemester 2024

Blatt 2

22.04.2024

Aufgabe 3 *Coulomb-Gesetz II*

An den Ecken eines gleichseitigen Dreiecks mit den Koordinaten

$$\vec{x}_1 = a \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \vec{x}_2 = \frac{a}{2} \begin{pmatrix} \sqrt{3} \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \vec{x}_3 = \frac{a}{2} \begin{pmatrix} -\sqrt{3} \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

befinden sich die Ladungen $Q = +10^{-8} \text{ C}$. Für die nachfolgende Rechnungen wählen wir $a = 1 \text{ cm}$.

- Berechnen Sie das elektrische Feld am Punkt $(0, a/2, 0)$ und die Kraft auf eine Probeladung $q = Q/4$ an diesem Punkt. (1 Punkt)
- Auf der z -Achse gibt es Punkte, an denen auf eine Probeladung keine Kraft wirkt. Bestimmen Sie diese Punkte. (1 Punkt)

Aufgabe 4 *Coulomb-Gesetz III*

An den Punkten

$$\vec{x}_1 = \frac{a}{5} \begin{pmatrix} 2 \\ 2\sqrt{3} \\ -3 \end{pmatrix}, \quad \vec{x}_2 = \frac{a}{5} \begin{pmatrix} 2 \\ -2\sqrt{3} \\ -3 \end{pmatrix}, \quad \vec{x}_3 = \frac{a}{5} \begin{pmatrix} -4 \\ 0 \\ -3 \end{pmatrix}, \quad \vec{x}_4 = a \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

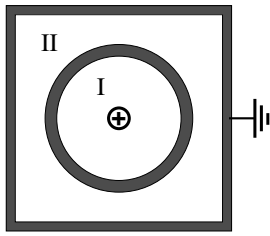
($a = 1 \text{ cm}$) befindet sich die Ladungen $Q_1 = Q_2 = Q_3 = Q_4 = +10^{-8} \text{ C}$. Zusätzlich ist bei

$$\vec{x}_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

die Ladung $Q_0 = -10^{-8} \text{ C}$ vorhanden.

- Skizzieren Sie die Ladungen. (1 Punkt)
- Welche Kraft \vec{F} wirkt auf die Ladung bei \vec{x}_0 ? (1 Punkt)
- Welche Kraft \vec{F} wirkt auf die Ladung bei \vec{x}_4 ? (1 Punkt)
- Durch geschickte Wahl der Ladungen bei $\vec{x}_1, \vec{x}_2, \vec{x}_3$ und \vec{x}_4 kann man erreichen, dass die daraus resultierende Kraft auf die Ladung bei \vec{x}_0 verschwindet. Finden Sie eine mögliche Konfiguration, bei der dies der Fall ist. Dabei sollen alle Ladungen von Null verschieden sein. (1 Punkt)

Aufgabe 5 Äquipotentialflächen und Feldlinien



Im Mittelpunkt einer leitenden, ungeladenen Hohlkugel befindet sich eine positive Punktladung. Die Kugel befindet sich in einem leitenden, geerdeten Würfel.

- a) Skizzieren Sie in den Bereichen *I* und *II* die Äquipotentialflächen, die Feldlinien und die Influenzladungen. (1 Punkt)
- b) Wir verbinden die Kugel und den Würfel mit einem leitenden Draht. Wie müssen Sie in diesem Fall Ihre Skizze aus a) modifizieren? (1 Punkt)
- c) Wir legen zwischen Kugel und Würfel eine Spannung von 100 V an. Wie müssen Sie in diesem Fall Ihre Skizze aus a) modifizieren? (1 Punkt)

Aufgabe 3: Coulomb-Gesetz II

$$\vec{x}_1 = a \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \vec{x}_2 = \frac{a}{2} \begin{pmatrix} \sqrt{3} \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \vec{x}_3 = \frac{a}{2} \begin{pmatrix} -\sqrt{3} \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$Q = +10^{-8} \text{ C}, \quad a = 1 \text{ cm}$$

a)

$$\vec{P} = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{a}{2} \\ 0 \end{pmatrix}, \quad q = \frac{Q}{4}$$

$$\vec{E}(\vec{x}) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^3 \frac{\vec{x} - \vec{x}_i}{|\vec{x} - \vec{x}_i|^3}$$

3D-Formel

$$|\vec{E}(\vec{P})| = \sum_{i=1}^3 \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{|\vec{P} - \vec{x}_i|}$$

$$= \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{|\vec{P} - \vec{x}_1|} + \frac{1}{|\vec{P} - \vec{x}_2|} + \frac{1}{|\vec{P} - \vec{x}_3|} \right)$$

$$|\vec{P} - \vec{x}_1| = \sqrt{\left(\frac{a}{2} - a\right)^2} = \sqrt{\left(-\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a}{2}$$

$$|\vec{P} - \vec{x}_2| = \sqrt{\left(0 - \frac{a}{2}\sqrt{3}\right)^2 + \left(\frac{a}{2} - \left(-\frac{a}{2}\right)\right)^2} = \sqrt{\frac{3a^2}{4} + a^2} = a$$

$$|\vec{P} - \vec{x}_3| = \sqrt{\left(0 + \frac{a}{2}\sqrt{3}\right)^2 + \left(\frac{a}{2} - \left(-\frac{a}{2}\right)\right)^2} = \sqrt{\frac{3a^2}{4} + a^2} = a$$

$$\Rightarrow |\vec{E}(\vec{P})| = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{\frac{a}{2}} + \frac{1}{a} + \frac{1}{a} \right)$$

$$= \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{4}{a} \approx \frac{10^{-8} \text{ C}}{4\pi \cdot 8,8 \cdot 10^{-12} \frac{\text{C}}{\text{Vm}}} \cdot \frac{4}{1 \text{ cm}} \approx 0,01 \text{ V/m}$$

$$= \frac{4 \cdot 10^{-8}}{4\pi \cdot 8,8 \cdot 10^{-12} \frac{1}{\text{Vm}} \cdot 0,01 \text{ m}}$$

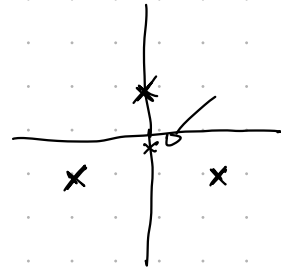
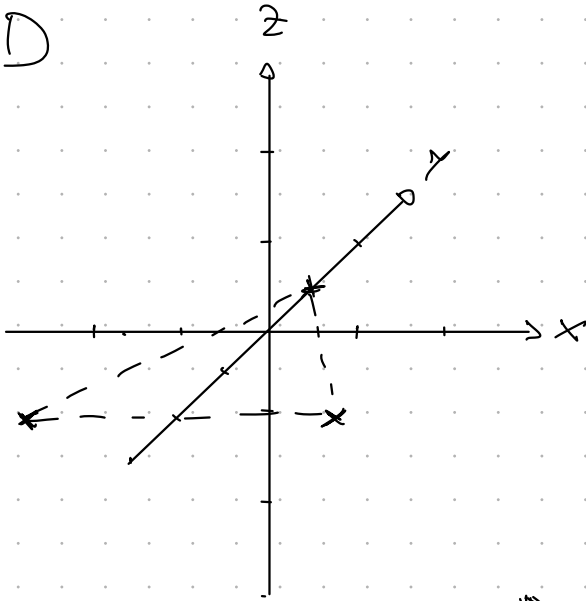
$$= 36171 \text{ V} \quad \hookrightarrow \text{Einheit sollte } \frac{\text{V}}{\text{m}} \text{ sein}$$

$$2181560 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

$$\vec{F} = \frac{\vec{E}}{q} = \frac{36171 \frac{\text{V}}{\text{m}}}{\frac{10^{-8} \text{ C}}{4}} = \frac{4 \cdot 36171 \frac{\text{V}}{\text{m}}}{10^{-8} \text{ C}} \approx \underline{\underline{1,4 \cdot 10^{13} \text{ N}}}$$

$0,00705 \text{ N} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

b) 3D 2D



$$\Rightarrow P = \begin{pmatrix} 0 \\ -? \\ 0 \end{pmatrix}$$

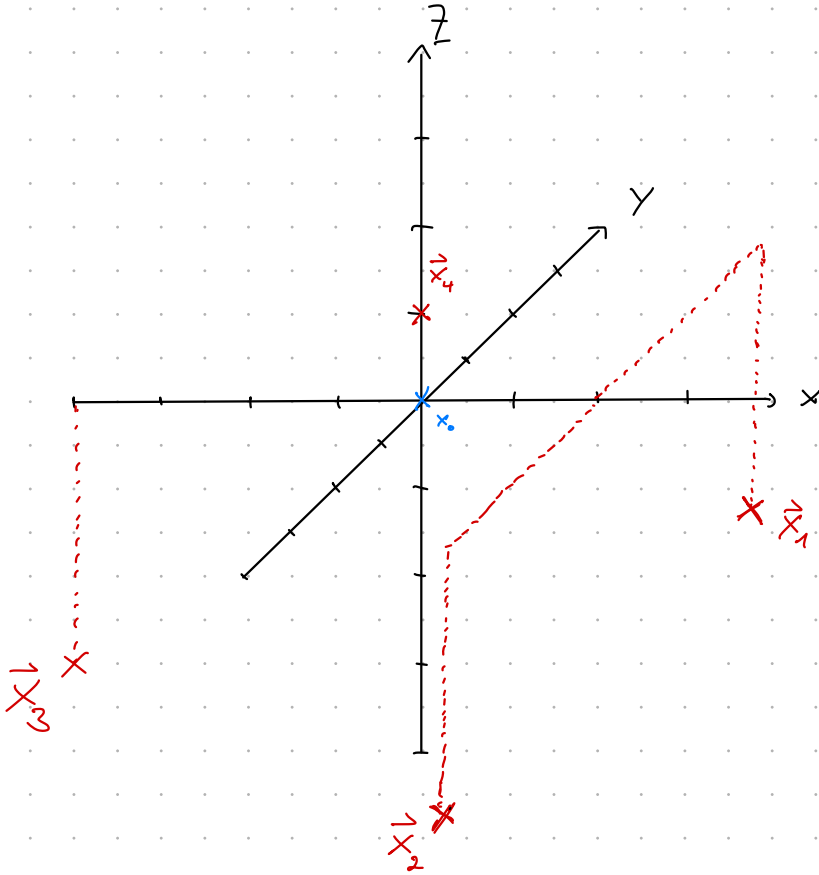
$$\vec{F}\left(\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ z \end{pmatrix}\right) = \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0 \sqrt{z^2 + a^2}^3} \left(\begin{pmatrix} 0 \\ -q \\ z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -\frac{\sqrt{3}}{2}a \\ \frac{q}{2} \\ z \end{pmatrix} \right)$$

$$= \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Leftrightarrow z=0$$

Aufgabe 4 = Coulomb-Gesetz III

$$\vec{x}_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \vec{x}_1 = \frac{a}{5} \begin{pmatrix} 2 \\ 2\sqrt{3} \\ -3 \end{pmatrix}, \quad \vec{x}_2 = \frac{a}{5} \begin{pmatrix} 2 \\ -2\sqrt{3} \\ -3 \end{pmatrix}, \quad \vec{x}_3 = \frac{a}{5} \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ -3 \end{pmatrix}, \quad \vec{x}_4 = a \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

a)



b) $\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = \sum_{i=1}^4 \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{-Q}{a^3} (-x_i)$

$$\vec{F}_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{10^{-8} \text{ C} \cdot 10^{-8} \text{ C}}{|\vec{x}_0 - \vec{x}_1|} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{10^{-16} \text{ C}^2}{a}$$

$$|\vec{x}_0 - \vec{x}_1| = \sqrt{\left(\frac{2a}{5}\right)^2 + \left(\frac{2\sqrt{3}a}{5}\right)^2 + \left(-\frac{3a}{5}\right)^2} = \sqrt{\frac{4a^2}{25} + \frac{12a^2}{25} + \frac{9a^2}{25}} = a$$

$$\vec{F} = \vec{E} \cdot Q_0 = \sum_{i=1}^4 \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{|\vec{x}_0 - \vec{x}_i|} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \cdot \sum_{i=1}^4 \frac{1}{|\vec{x}_0 - \vec{x}_i|}$$

$$|\vec{x}_0 - \vec{x}_1| = \sqrt{\left(-\frac{2a}{5}\right)^2 + \left(-\frac{2\sqrt{3}a}{5}\right)^2 + \left(-\frac{3a}{5}\right)^2} = \sqrt{\frac{4a^2}{25} + \frac{12a^2}{25} + \frac{9a^2}{25}} = a$$

$$|\vec{x}_0 - \vec{x}_2| = \sqrt{\left(-\frac{2a}{5}\right)^2 + \left(-\frac{2\sqrt{3}a}{5}\right)^2 + \left(-\frac{3a}{5}\right)^2} = a$$

$$|\vec{x}_0 - \vec{x}_3| = \sqrt{\left(\frac{-4a}{5}\right)^2 + \left(-\frac{3a}{5}\right)^2} = a$$

$$|\vec{x}_0 - \vec{x}_4| = \sqrt{a^2} = a$$

$$\Rightarrow \vec{F} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^4 \frac{1}{|\vec{x}_0 - \vec{x}_i|} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{4}{a} = \frac{Q}{\pi\epsilon_0 a}$$

$$-7,2 \cdot 10^{-3} \text{ N}$$

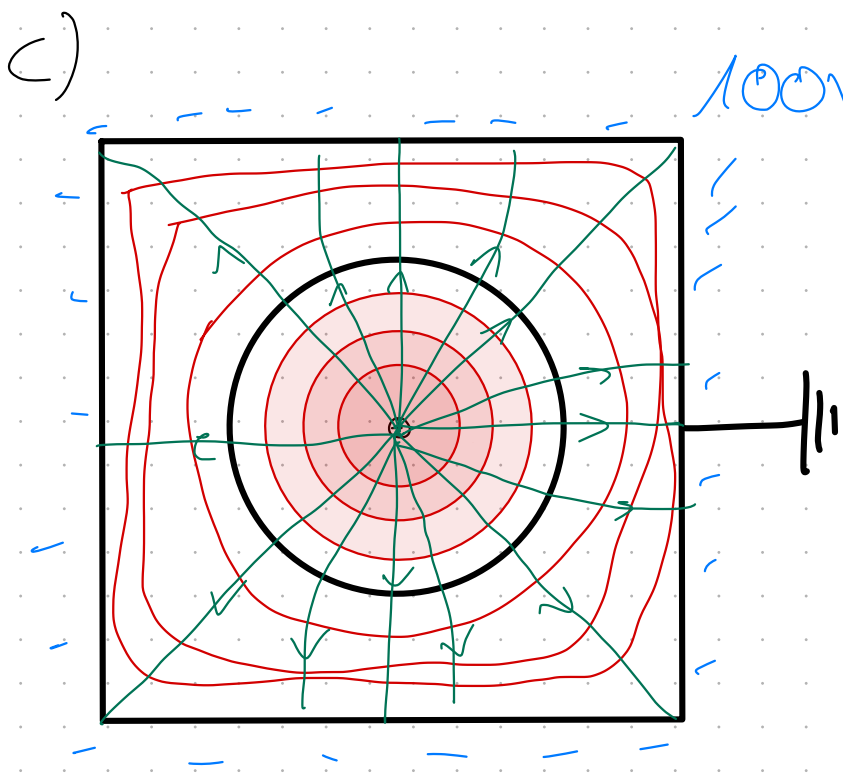
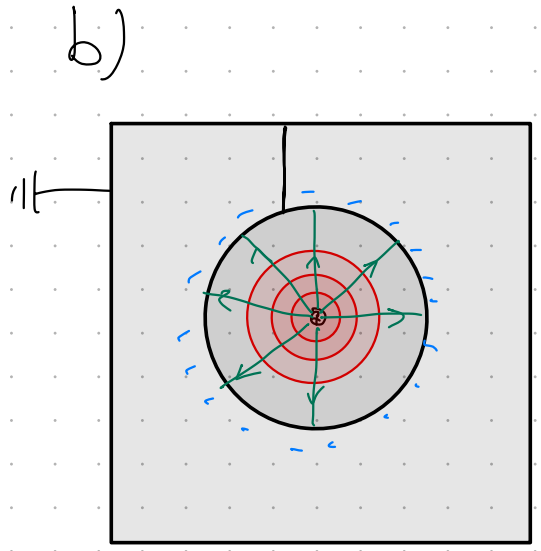
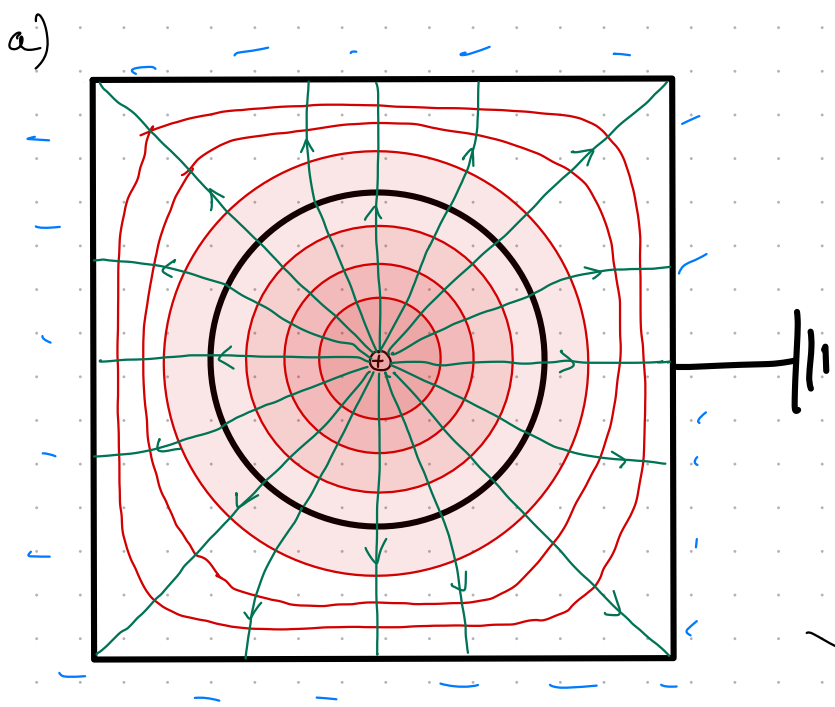
$$c) = -1,45 \cdot 10^{-3} \text{ N}$$

$$d) E_{20} + E_2' = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{5a^2} + \frac{Q'}{4\pi\epsilon_0 a^2} (2) = 0$$

$$\Rightarrow Q = \frac{1}{5} Q_0 = 1,8 \cdot 10^8 \text{ C}$$

Aufgabe 5: Äquipotentialflächen und Feldlinien



unterschiedliche
Anordnung der
Ladungen