

3.3-1

25.04.24

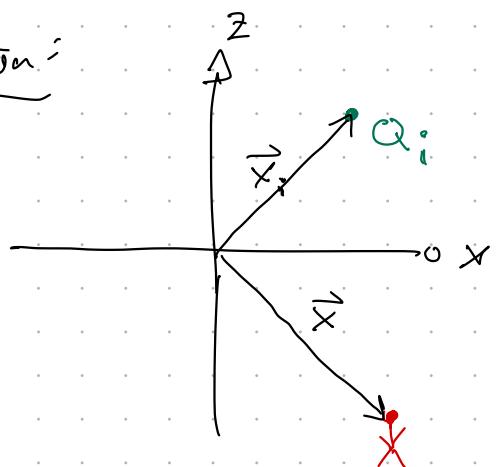
[...]

↪ Das Coulomb-Potential einer Ladung Q :

$$\parallel \phi_{el}(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r}, [\phi_{el}] = 1 \text{ V}$$

→ Q befindet sich im Koordinatenursprung

Situation:



↪ allg. Coulomb-Potential:

$$\parallel \phi_{el}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_i}{|\vec{r} - \vec{r}_i|}$$

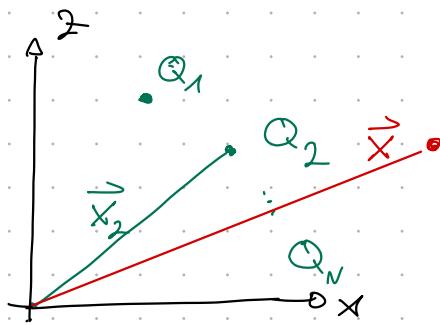
Beurteile Einheiten

$$[\phi_{el}] = 1 \frac{\text{J}}{\text{C}} = 1 \text{ V}$$

$$\hookrightarrow [\vec{E}] = 1 \frac{\text{V}}{\text{m}} = 1 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

Zerlegen

3.3.2 | Das el. Potential einer beliebigen Ladungsverteilung



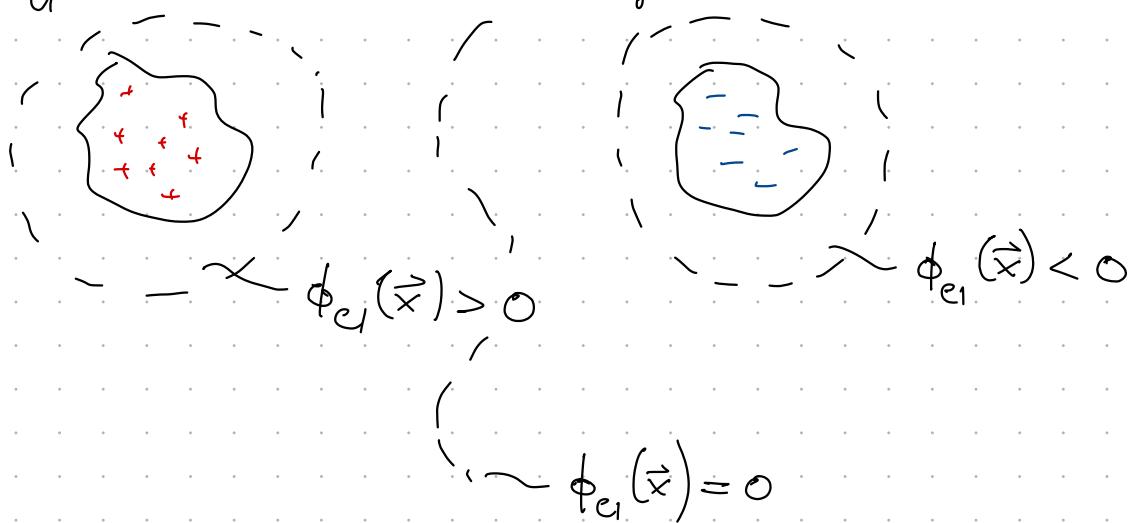
Superposition:

$$\parallel \phi_{el}(\vec{x}) = \sum_{i=1}^N \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_i}{|\vec{x} - \vec{x}_i|}$$

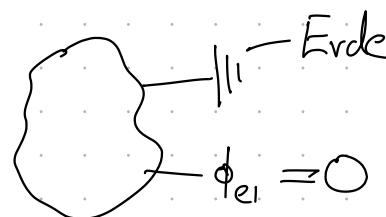
$$\text{mit } |\vec{x} - \vec{x}_i| = \sqrt{(x - x_i)^2 + \dots + (z - z_i)^2}$$

Bem:

1. $\phi_{el}(\vec{x})$ hat ein Vorzeichen!



2. $\phi_{el}(\vec{x})$ für $|\vec{x}| \rightarrow \infty$: $\phi_{el}(|\vec{x}| \rightarrow \infty) = 0$



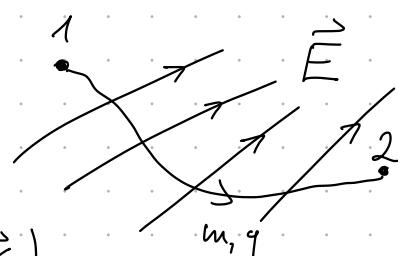
3. EES geschrieben mit $\phi_{el}(\vec{x})$:

Energie-
erhaltungs-
satz

$$\frac{1}{2} m \vec{v}_1^2 + q \cdot \phi_{el}(\vec{x}_1) = \frac{1}{2} m \vec{v}_2^2 + q \cdot \phi_{el}(\vec{x}_2)$$

oder

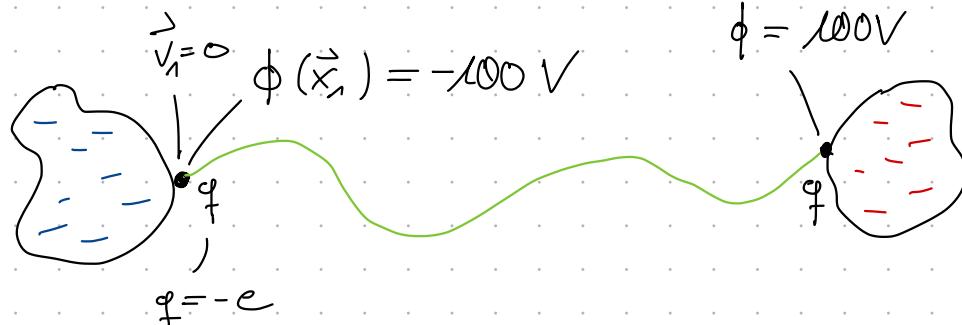
$$\underbrace{\frac{1}{2} m \vec{v}_1^2 + q (\phi_{el}(\vec{x}_1) - \phi_{el}(\vec{x}_2))}_{\text{el. Arbeit}} = \frac{1}{2} m \vec{v}_2^2$$



el. Arbeit: $W_{el}(\vec{x}_1, \vec{x}_2) = q (\phi_{el}(\vec{x}_1) - \phi_{el}(\vec{x}_2))$

↳ geleistet vom el. Feld

Bsp:



EES:

$$0 + (-e)\phi(\vec{x}_1) = \frac{1}{2}mv_2^2 + (-e)\phi(\vec{x}_2)$$

$$\xrightarrow[m_e]{\quad} \frac{1}{2}mv_2^2 = (-e)(\phi(\vec{x}_1) - \phi(\vec{x}_2))$$

$$= 200 \text{ eV} \quad \text{Elektronen-} \\ \text{volt}$$

$$= 200 \cdot 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

[...]

3.3.3.1 Visualisierung des el. Potentials

↳ Äquipotentialflächen / -linien

a) Definition:

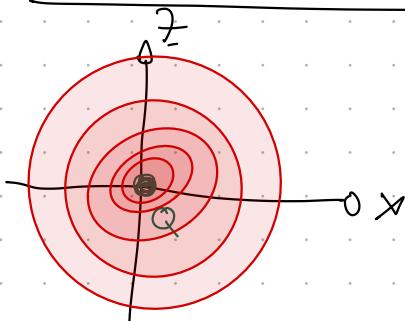
$$\phi = \text{const.}$$

Analogie:

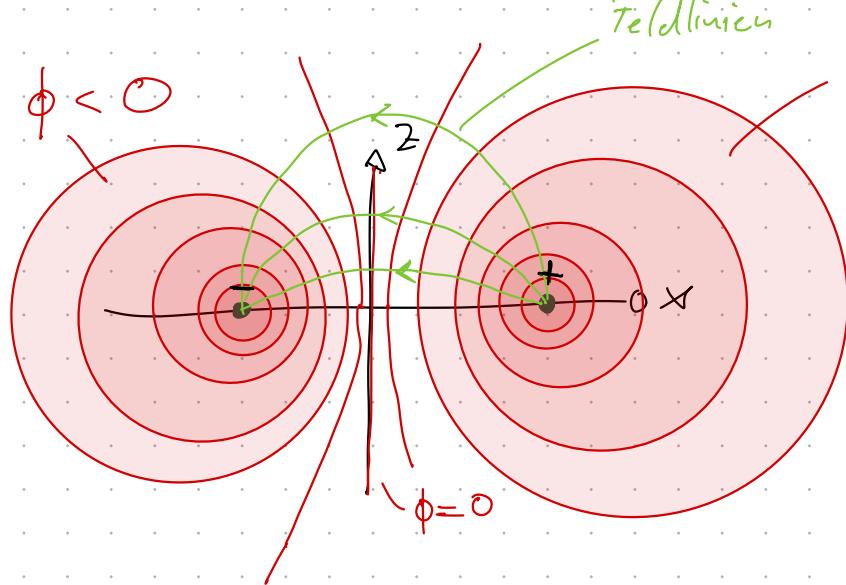
Höhenlinien einer topographischen Karte.



b) Äquipotentialflächen / -linien des Coulomb-Potentials



c) Äquipotentiallinien des Dipols

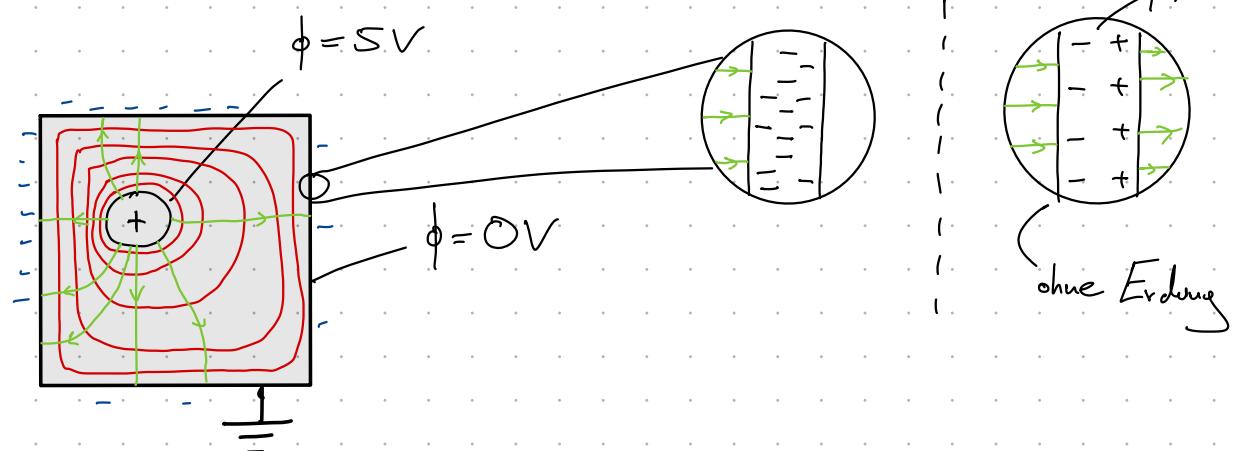
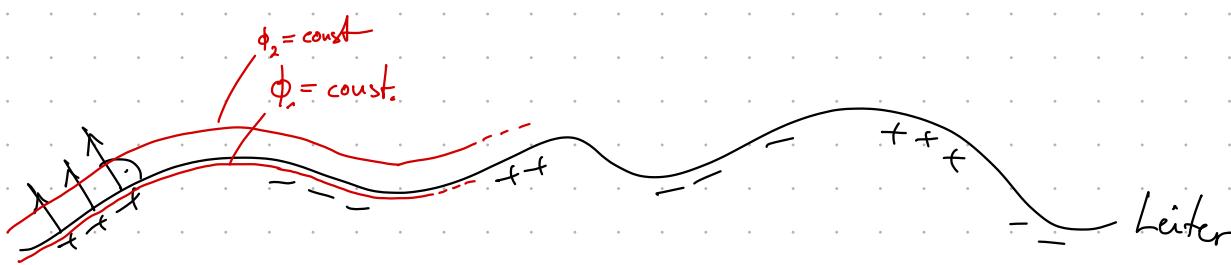


\Rightarrow Feldlinien verlaufen senkrecht durch Äquipotentiallinien!

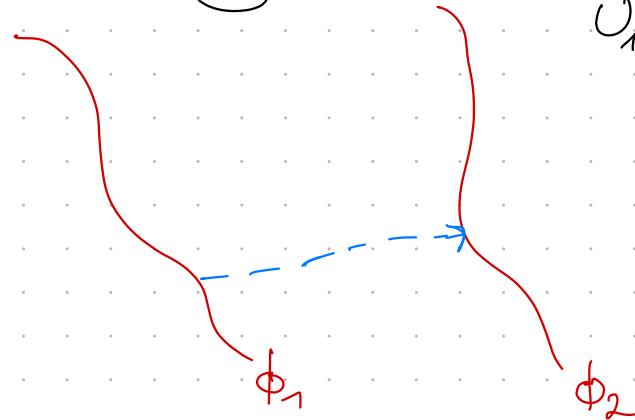
d) Äquipotentiallinien an Leiteroberflächen

26.04.24

Exp:



e) El. Spannung U



$$U_{1,2} = U = \phi_2 - \phi_1$$

Bem: In EES

$$\frac{1}{2}mv_1^2 - qU = \frac{1}{2}mv_2^2$$

3.3.4 Zusammenhang zw. ϕ und \vec{E}



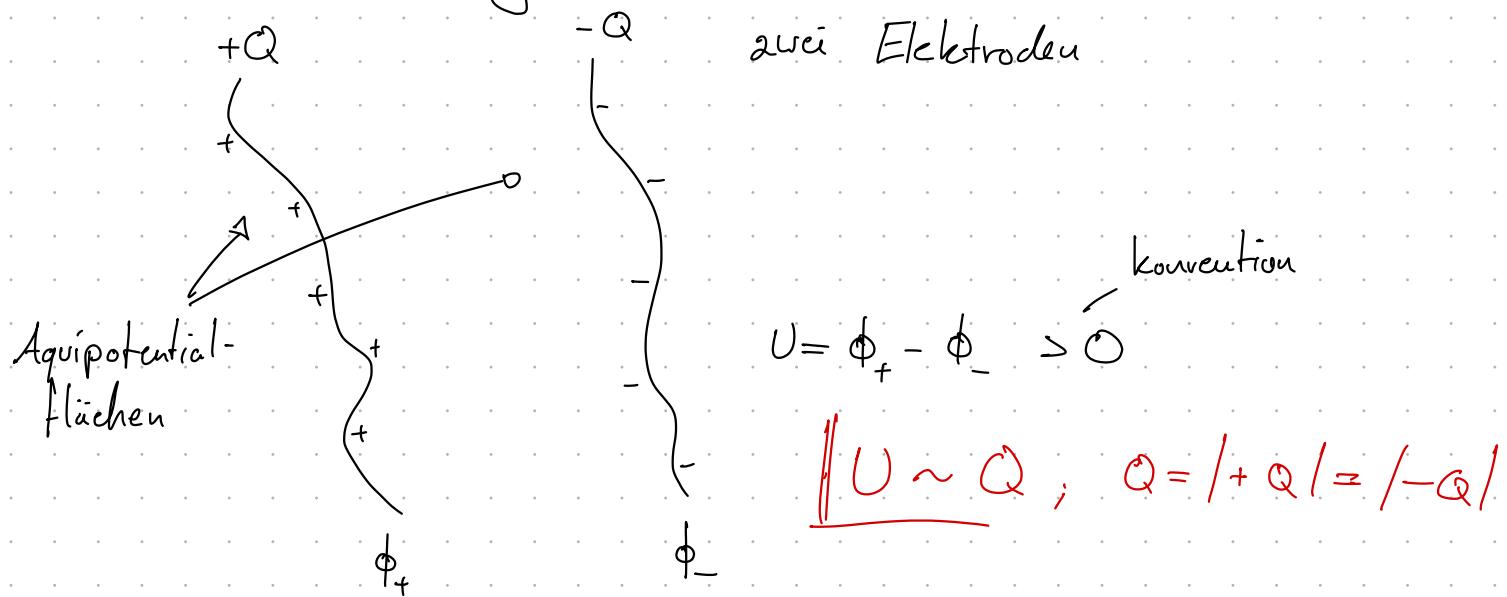
≈ Gradient von $\phi(x, y, z) = \phi(\vec{x})$ bestimmt \vec{E} -Feld:

$$\vec{E} = -\text{grad } \phi(x, y, z) = - \left(\begin{array}{c} \frac{\partial \phi}{\partial x} \\ \frac{\partial \phi}{\partial y} \\ \frac{\partial \phi}{\partial z} \end{array} \right)$$

3.4

Anwendung: Kapazität, Kondensator

3.4.1 // Kapazität: allgemein



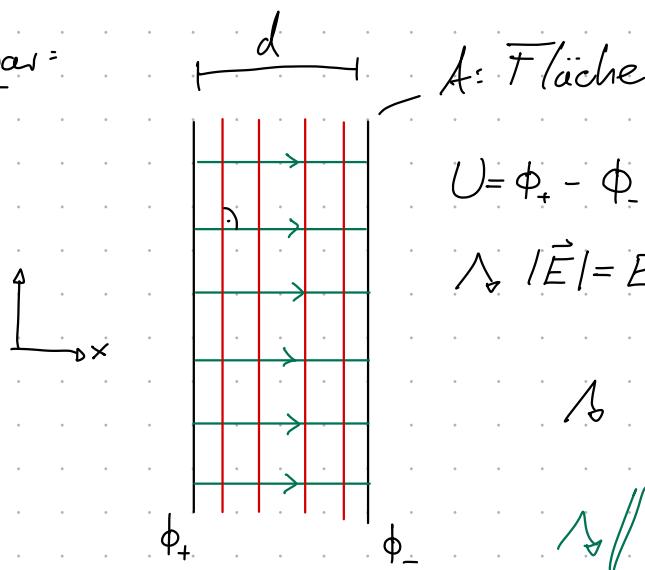
$$\rightsquigarrow \parallel Q = C \cdot U$$

C : Kapazität ("Ladungsfassungsvermögen")
der Elektrodenanordnung

$$[C] = \left[\frac{Q}{U} \right] = 1 \frac{C}{V} = 1 F \text{ (Farad)}$$

3.4.2 // Kapazität des Plattenkondensator

Aufbau:



$$\text{Idee } C = C(A, d)$$

$$U = \phi_+ - \phi_-$$

s. Physik I

$$\rightsquigarrow |\vec{E}| = E = \frac{U}{d} = \underbrace{\frac{1}{\epsilon \cdot A} Q}$$

$$\rightsquigarrow Q = \epsilon_0 \frac{A}{d} \cdot U$$

$$\rightsquigarrow \parallel C_{\text{Platte}} = \epsilon_0 \frac{A}{d}$$

Beur:

1) C ist eine geometrische Größe. ($\sim \frac{A}{d}$)

→ Plattenkondensator

2) Typ. techn. Werte:

$$C = 1\text{pF} \dots 1\mu\text{F} \dots 1\text{F}$$

3) Schaltsymbol: $\text{---} \cap$

02.08.24

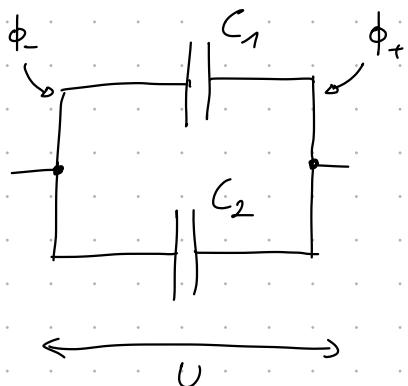
4) Anwendungen:

- Standlicht
- Speicherchips 0/1
- Zellmembran

3.4.3 | Zusammenschalten von Kapazitäten

(i) Parallelschaltung

$$Q_1 = C_1 \cdot U$$

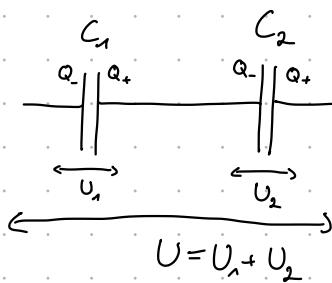


$$\rightarrow Q = Q_1 + Q_2 = (\underbrace{C_1 + C_2}_{C_{\text{ges}}}) \cdot U$$

$$C_{\text{ges}} = C_1 + C_2$$

→ analog für $n > 2$

(ii) Rienschaltung



$$Q = C_1 \cdot U_1$$

$$Q = C_2 \cdot U_2$$

$$\begin{aligned}
 U &= U_1 + U_2 = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} \\
 &= \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right) Q \\
 &= \frac{1}{C_{\text{ges}}} Q
 \end{aligned}$$

$$\rightarrow \boxed{\frac{1}{C_{\text{ges}}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}} \quad \text{→ analog für } n > 2$$

Bem:

$$1) \ C_{\text{ges}} = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2} \rightarrow \text{nicht analog für } n > 2 ?$$

2) Serenschaltung: $C_{\text{ges}} < \min \{C_i\}$

3.4.4.1 Materie im elektrischen Feld

\hookrightarrow Dielektrika

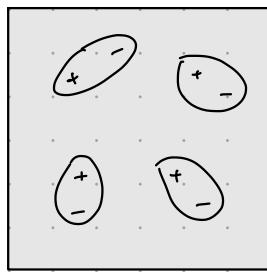
Bisher: Alles im Vakuum!

Jetzt: Was passiert in polarisierbarer Materie - Dielektrika?

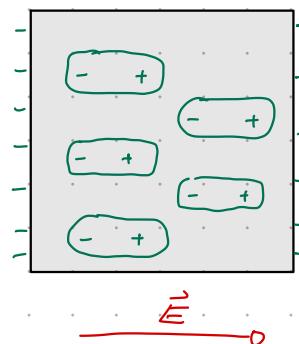
Polarisation:

(i) Materie mit permanenten Dipolen:

$$\vec{E} = 0$$



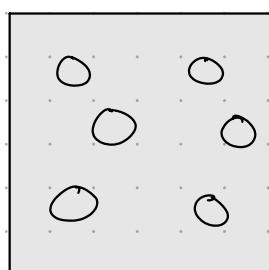
$$\vec{E} \neq 0$$



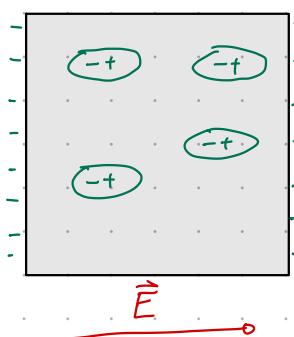
(ii) Materie ohne permanente Dipole:

\rightarrow Dipole werden zunächst induziert!

$$\vec{E} = 0$$

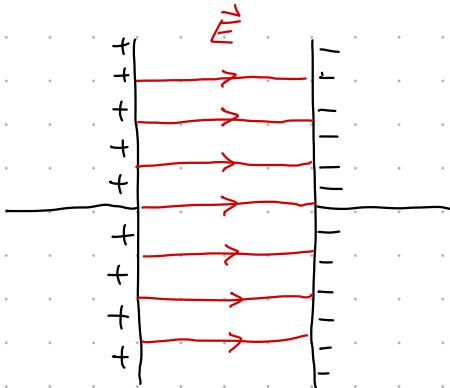


$$\vec{E} \neq 0$$

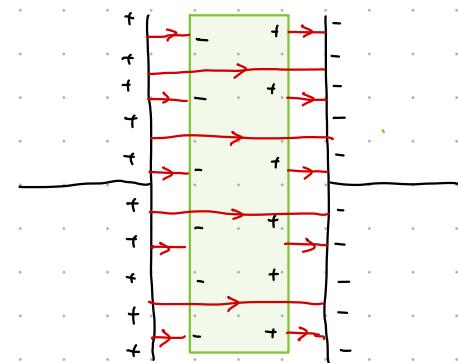


Polarisation

Was passiert zwischen den Platten des Kondensators?



$$E_0 = |\vec{E}| = \frac{U_0}{d}$$



$$E_D = \frac{U_D}{d} < E_0 \quad !$$

$$\therefore E_D = \frac{E_0}{\epsilon_r}; \quad \epsilon_r > 1$$

$$[\epsilon_r] = 1$$

$r \sim$ relativ zum Vakuum

Dielektrizitätskonstante

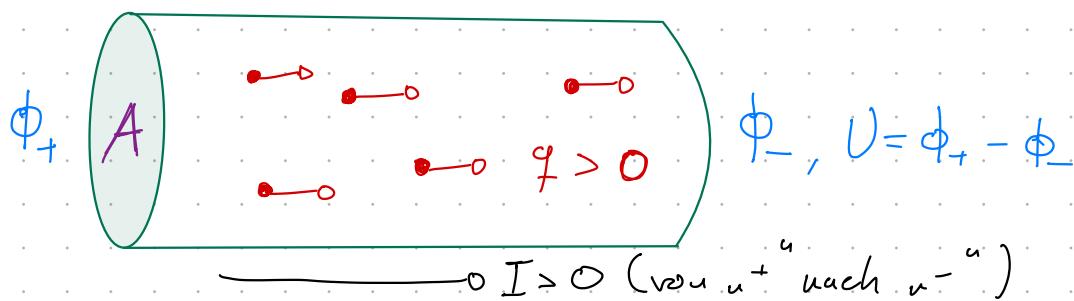
$$\therefore U_D = E_D \cdot d = \frac{E_0}{\epsilon_r} \cdot d = \frac{U_0}{\epsilon_r}$$

$$\therefore \boxed{C_D = \frac{Q}{U_D} = \epsilon_r \frac{Q}{U_0} = \textcircled{\epsilon_r} \epsilon_0 \cdot \frac{A}{d}}$$

Kapazität mit Dielektrikum wird größer!

3.5Bewegte Ladungen - Ströme

03.05.24

Bisher: Elektrostatik (~ 1800)Jetzt: \vec{E} -Feld \rightarrow Kraft $\vec{F} = q \cdot \vec{E}$ auf Ladung q \hookrightarrow q bewegt sich in Zeit $t \Rightarrow$ elektrischer Strom!Definition des elektrischen Stroms: $I = I(t)$ 

- Mittlerer Strom in Zeit Δt :

$$\bar{I} = \frac{\Delta Q}{\Delta t}; \quad \Delta Q = \begin{matrix} \text{Gesamtladung} \\ \text{durch } A \end{matrix}$$

- (Momentan-) Strom:

$$I = I(t) = \frac{dQ}{dt} = \dot{Q}(t) \quad [I] = 1 \frac{C}{s} = 1A$$

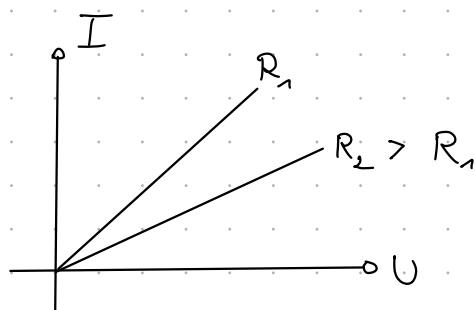
Ampère

3.5.1 | Ohm'sches „Gesetz“ \hookrightarrow Georg Simon Ohm, 1789 - 1854

$$I \underset{\text{Wirkung}}{\overset{?}{\sim}} \underset{\text{Ursache}}{\overset{?}{U}}$$

Ohmsches Gesetz (1826): Ohmische Materialien

Kennlinie:



$$I = \frac{1}{R} \cdot U$$

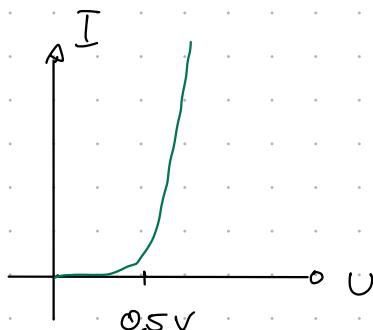
Dimension: $R = \text{Ohmischer Widerstand}$

↳ Materialkonstante

$$[R] = 1 \frac{V}{A} = 1 \Omega \text{ ("Ohm")}$$

Bem.: Nicht ohmische Materialien

z.B. Halbleiterdiode



Der spezifische Widerstand: ρ

$$R \stackrel{?}{\sim} \rho$$

Exp.:

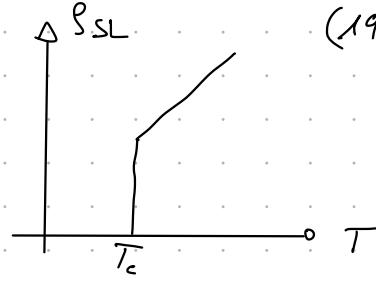
$$R = \rho \cdot \frac{l}{A}$$

$$; [\rho] = 1 \Omega \cdot m$$

Bem.: Temperaturabhängigkeit $\rho = \rho(T)$?

- Glasstab

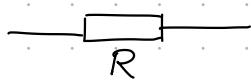
- Supraleiter



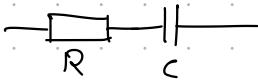
(1911 an Hg bei
 $T_c = 4,2 \text{ K}$)

↓ Sprungtemperatur

Schaltsymbol ohmischer Widerstand:



z.B.:



(Zweipol)

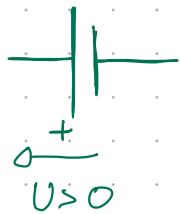
3.5.2 | Stromkreise - Kirchhoff'sche Regeln

10.05.24

KR: G. Kirchhoff, 1845

Liste der Zweipole:

• Spannungsquelle:



Ohmischer Widerstand:



$R, [R] = 1 \Omega$

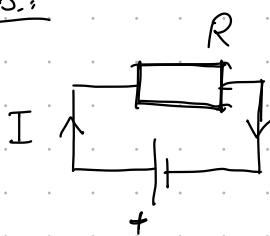
• Kondensator:



$C, [C] = 1 \text{ Farad}$

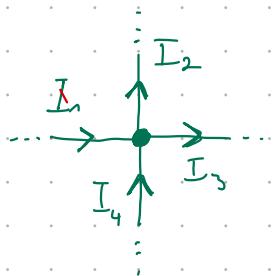
↗ Kombinationen aus diesen Zweipolen liefern/ergeben Stromkreise!

Bsp.:



a) Regeln für diese Stromkreise = KR

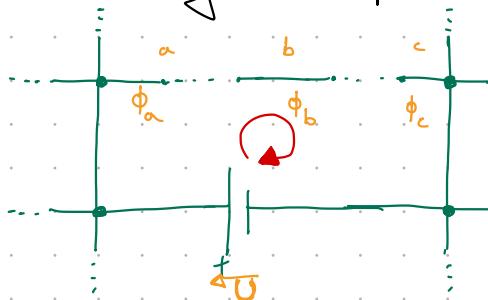
i) Knotenregel für Ströme



$$I_1 + I_4 = I_2 + I_3$$

$$\boxed{\sum_i I_i^{\text{in}} = \sum_i I_i^{\text{out}}}$$

ii) Maschenregel für Spannungen



$$U_{ab} = \phi_b - \phi_a$$

$$U_{bc} = \phi_c - \phi_b$$

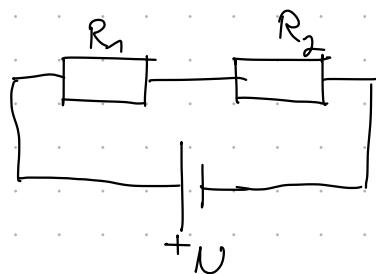
$$U = \phi_a - \phi_c$$

$$U_{ab} + U_{bc} + U = 0$$

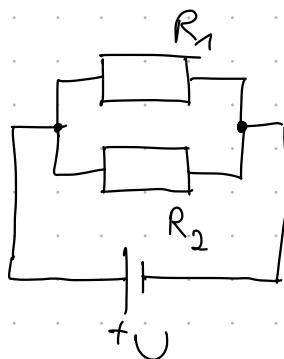
$$\boxed{\sum_i U_i = 0 \text{ in einer Masche}}$$

b) Beispiele

1) Reihen- u. Parallelschaltung von ohmischen Widerständen

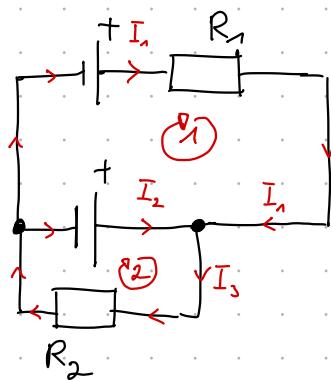


$$R_{\text{ges}} = R_1 + R_2$$



$$\frac{1}{R_{\text{ges}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

2) Etwas komplizierterer Stromkreis



$$U_1 = 10V, U_2 = 5V$$

$$R_1 = 10\Omega, R_2 = 5\Omega$$

$$\text{Knotenregel: } I_1 + I_2 = I_3 \quad (1)$$

$$\text{Maschenregel: } U_1 - (R_1 \cdot I_1) - U_2 = 0 \quad (2)$$

$$U_2 - (R_2 \cdot I_3) = 0 \quad (3)$$

$$(2) \quad I_1 = \frac{U_1 - U_2}{R_1} = \frac{10V - 5V}{10\Omega} = \underline{\underline{0,5A}}$$

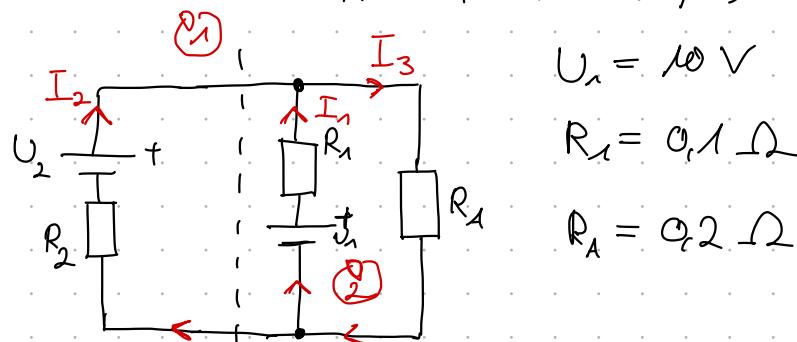
$$(3) \quad I_3 = \frac{U_2}{R_2} = \underline{\underline{1A}}$$

$$(1) \quad I_1 = I_3 - I_2 = 1A - 0,5A = \underline{\underline{0,5A}}$$

3) Starthilfe Autobatterie

$$U_2 = 12V$$

$$R_2 = 0,02\Omega$$



Auto 1 (Starthilfe)

$$U_1 = 10V$$

$$R_1 = 0,1\Omega$$

$$R_A = 0,2\Omega$$

$$\text{KR: } I_1 + I_2 = I_3 \quad I_1 = -8,2A$$

$$\text{MR: } U_2 - (I_3 \cdot R_A) - (I_2 \cdot R_2) = 0 \rightarrow I_2 = 62A$$

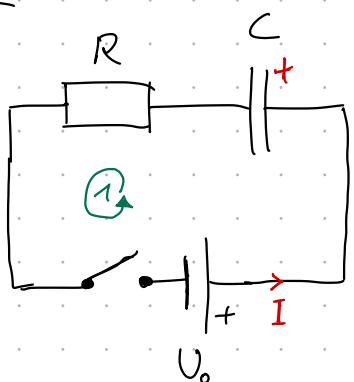
$$U_1 - (I_1 \cdot R_1) - (I_3 \cdot R_A) = 0 \quad I_3 = 53,8A$$

3.5.3 | Der RC-Strangkreis

16.05.24

→ Beschreibung der zeitlichen Lade- und Entladevorgang einer Kapazität C .

Strangkreis:



$$t = 0: Q(0) = 0$$

$$I(t) = \dot{Q}(t)$$

$$U_C = \frac{Q(t)}{C}$$

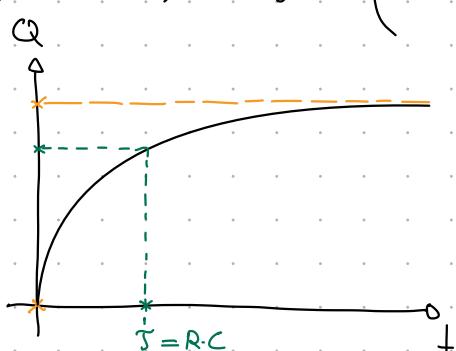
$$\text{M: } U_0 - U_C - (I \cdot R) = 0, \quad U_C = U_C(t)$$

$$I = I(t)$$

$$\rightarrow U_0 - \frac{Q(t)}{C} - (\dot{Q}(t) \cdot R) = 0, \quad Q(t) = ?$$

$$\Leftrightarrow \boxed{\dot{Q} + \frac{Q}{RC} = \frac{U_0}{R}} \quad \text{DGL 1. Ord linear}$$

Lösung: $Q(t) = U_0 \cdot C \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}} \right); \quad U_C(t) = \frac{Q(t)}{C}$

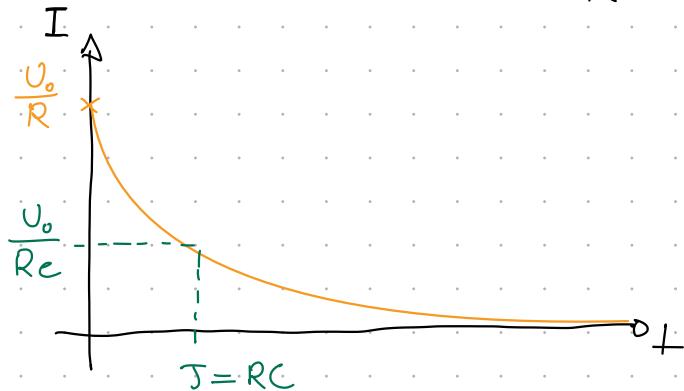


$$\begin{aligned} \text{Bem: } [RC] &= 1 \Omega \cdot 1 F \\ &= \dots \\ &= 1 s \end{aligned}$$

⇒ Char. Ladegesetz des RC-Kreises:

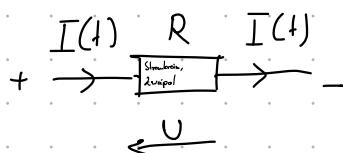
$$\boxed{T = R \cdot C}$$

Ladestrom: $I(t) = \dot{Q} = \frac{U_0}{R} e^{-\frac{t}{RC}}$



3.5.4 | Elektrische Leistung P

Prinzip:



El. Arbeit:

$$(W_{el} = -q \cdot U)$$

$$dW_{el} = dQ \cdot U(t)$$

El. Leistung:

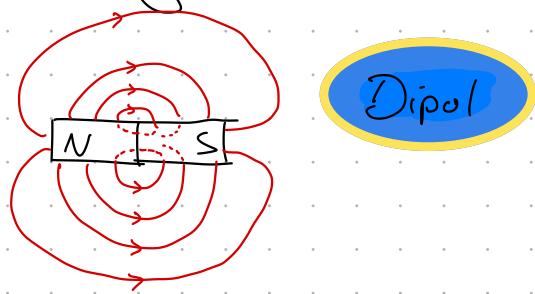
$$P(t) = \frac{dW_{el}}{dt} = U(t) \cdot \frac{dQ}{dt} = U(t) \cdot I(t)$$

$$[P] = [U \cdot I] = 1V \cdot 1A = 1W \quad (1 \text{ Watt}) \quad (= 1 \frac{J}{s})$$

3.6 | Magnetfelder - magnetische Phänomene

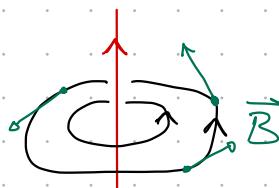
3.6.1 | Magnetische Phänomene

a) Permanentmagnete ("Erze")



b) Magnetfeld eines Stroms I

↓ H.C. Oersted 1820

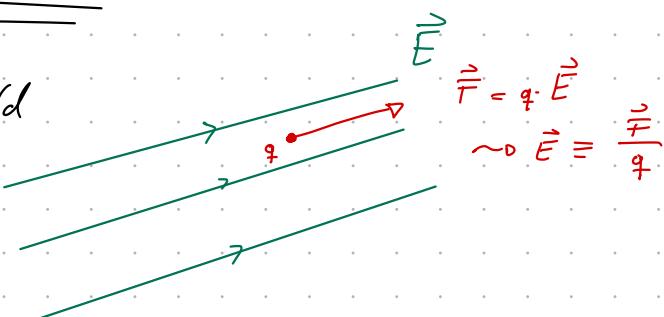


\vec{B} -Feldlinien sind immer geschlossen.

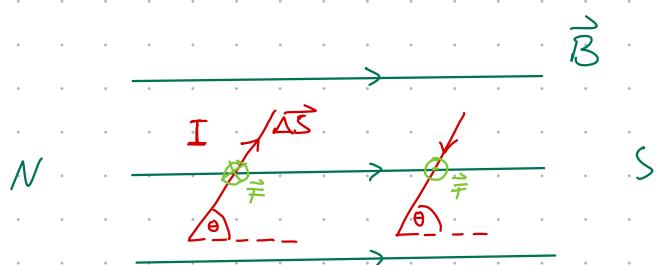
3.6.2 | Messung des \vec{B} -Feldes

17.05.24

Erinnerung: Messprinzip \vec{E} -Feld



Def: \vec{B} -Feld über Probestrom



Vektoriell:

$$\vec{F} = I \vec{A} \times \vec{B}$$

Probestrom: $I \vec{A}$

$$F \sim I \cdot |\vec{A}| \cdot B \cdot \sin \theta$$

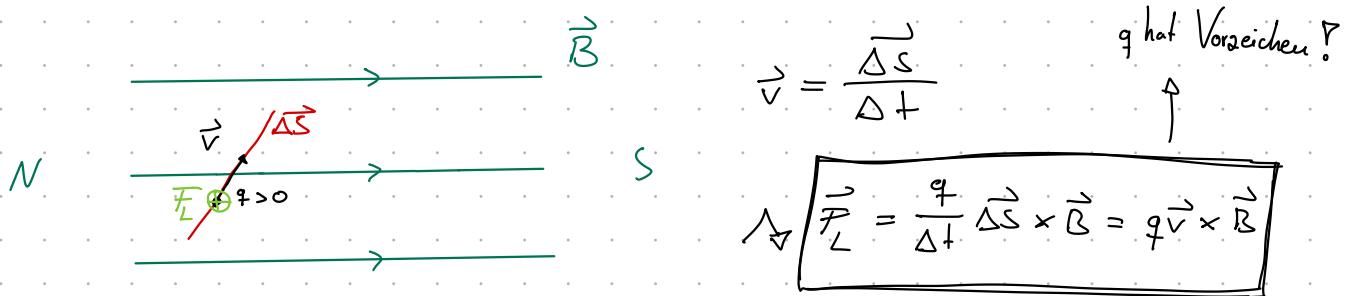
$$[B] = 1 \frac{N}{A \cdot m} = 1 T \text{ (Tesla)}$$

Bem: 1) Erdmagnetfeld: $B \approx 0,5 \cdot 10^{-4} T$
 $\approx 0,5 \text{ Gauß (G)}$

2) Magnetfeld Tomograph: $B \sim 10T$

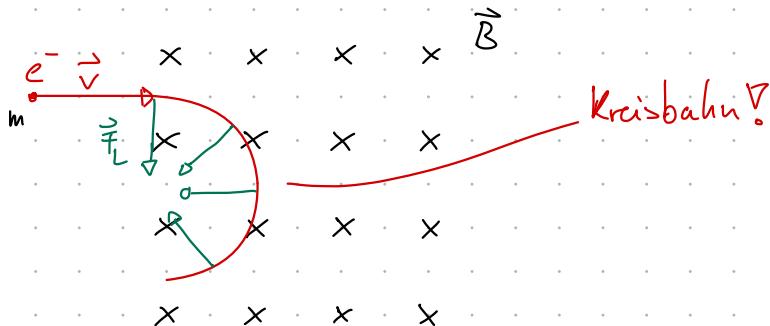
3) Elektromagnet: $B \sim 1T$

3.6.3/ Einzelne Ladung im Magnetfeld - Lorentzkraft



Konsequenzen:

a) e^- im homogenen Magnetfeld

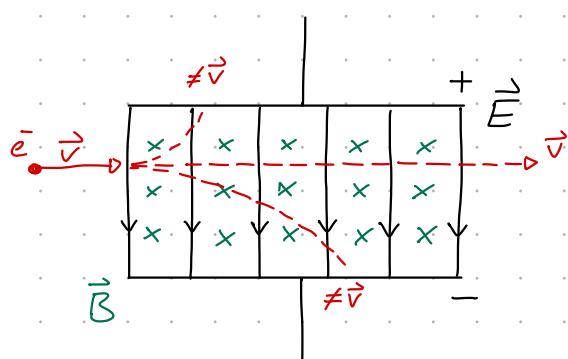


Kreisbahn: Zentripetalkraft = Lorentzkraft

$$m \frac{v^2}{R} = evB; \quad \theta = \frac{\pi}{2} \quad \sin = 1$$

$$R = \frac{mv}{eB}$$

b) Geschwindigkeitsfilter - gekreuzte E/B - Felder



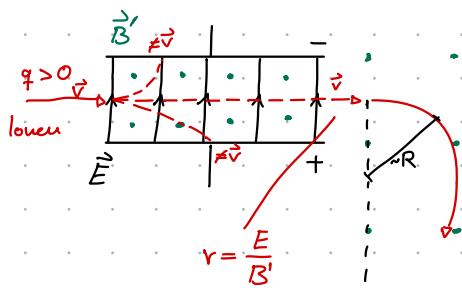
Bedingung für geradlinige Bahnen:

$$evB = E \rightarrow$$

$$v = \frac{E}{B}$$

$$\text{Bem: } \left[\frac{E}{B} \right] = \frac{m}{s}$$

c) Prinzip des Massenspektrometers



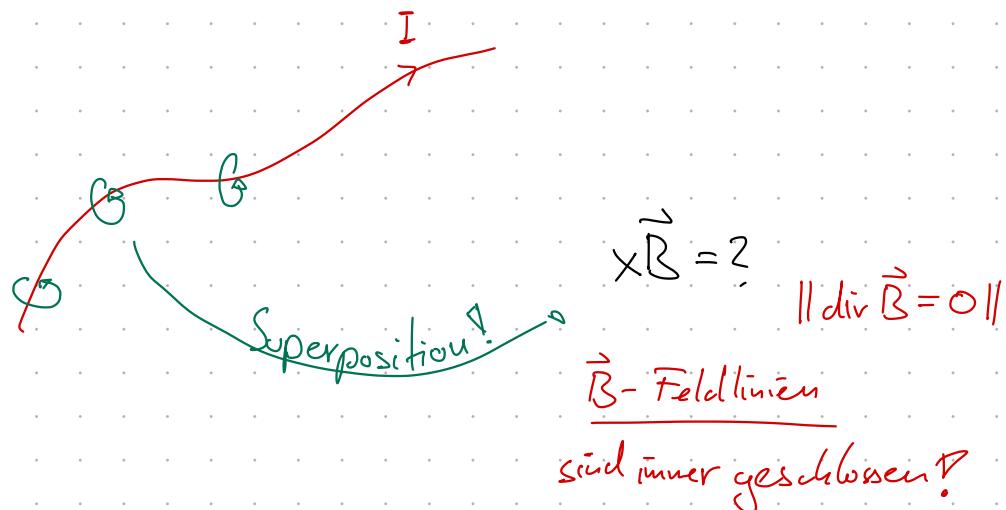
$$R = \frac{m \cdot v}{q \cdot B} = \frac{m \cdot E}{q \cdot B \cdot B'}$$

$$\Rightarrow \frac{m}{q} = \frac{R \cdot B \cdot B'}{E}$$

3.6.4 // Erzeuger von Magnetfeldern - Beispiele

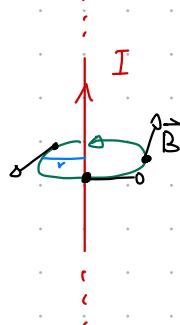
23.05.24

a) Grundprinzip - Gesetz von Biot und Savart (1820)



b) Beispiele für Magnetfelder

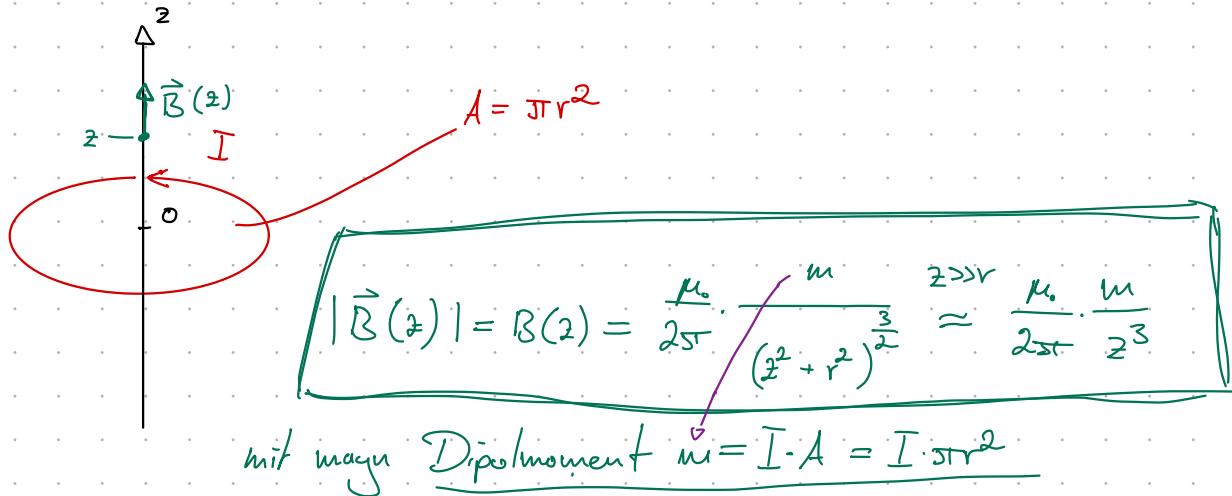
i) Oersted - Magnetfeld



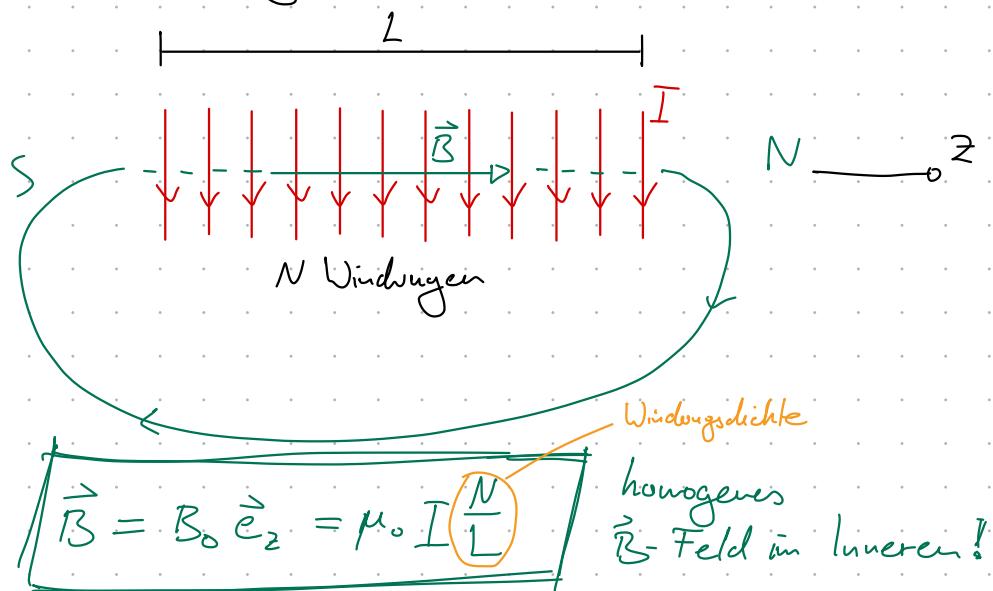
$$|\vec{B}| = B(r) = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I}{r}$$

μ_0 = magnetische Feldkonstante,
Permeabilität des Vakuums
 $= 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{T \cdot m}{A}$

ii) Magnetfeld eines Kreisstroms - magn. Dipol



iii) Magnetfeld einer langen Spule (Solenoid)



3.6.5 // Magnetische Materialien

24.05.24

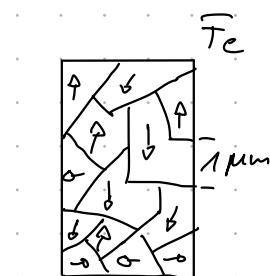
↳ Drei Grundklassen

- Ferromagnete (Permanentmagnete):
Fe, Ni, Co, Gd (bei Raumtemperatur)

- Paramagnete:
Al, Ca, ...

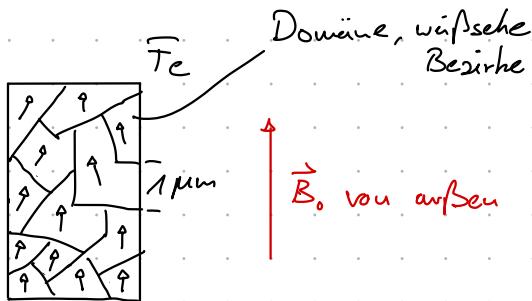
- Diamagnete:
Au, Pb, Diamant, Bi

a) Ferromagnete



nicht magnetisiert

"umklappen"
der Domänen

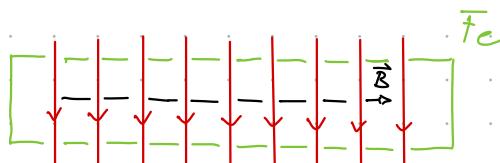


magnetisiert

Domäne, wässrige
Besirke

\vec{B}_0 von außen

i) Ausrichten der Domänen im äußeren Feld

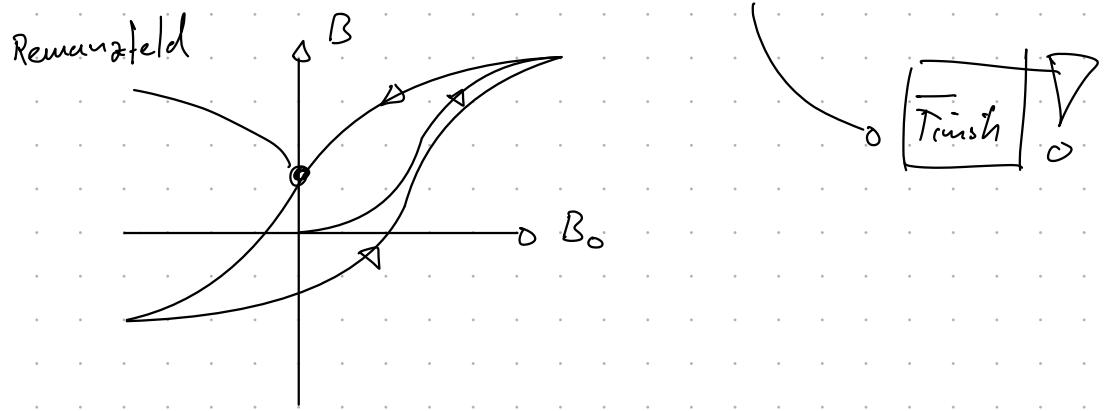


$$\begin{aligned}\vec{B} &= \vec{B}_{\text{Spule}} + \vec{B}_{\text{Fe}} \\ &= \mu_r \cdot \mu_0 \cdot I \cdot \frac{N}{L} \vec{e}_z\end{aligned}$$

μ_r : relative Permeabilität (Materialkonst.)

z.B.: $\mu_{r,\text{Fe}} \approx 5000$

Ausrichten findet statt nach einer sog. Hysteresekurve:



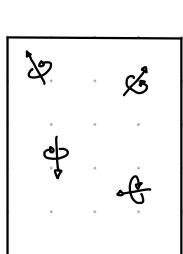
ii) Zerstören der Ausrichtung durch Temperatur

Temperatur: Curiekp. = Curie-Temperatur

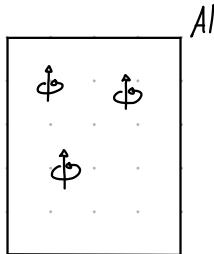
$$T_{C, Fe} \approx 1000 \text{ K}$$

b) Paramagnetismus (schwach magnetisierbar)

z.B.: Al $\mu_{r, Al} = 1 + 2 \cdot 10^{-5}$



vorher Dipole
nicht magnetisiert



ausgerichtete Dipole
magnetisiert (schwach!)

c) Diamagnetismus

$\mu_r < 1 \Rightarrow$ keine perm. magu. Dipole im Material vorhanden;

Dipole werden induziert durch äußeres Feld

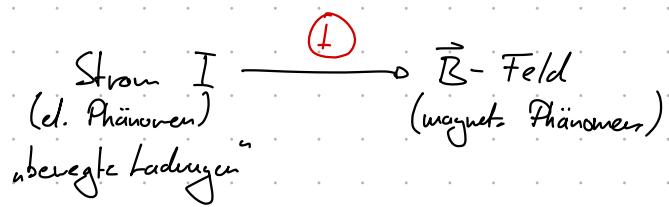
Induktionsgesetz \propto

3.7 | Elektromagnetische Induktion

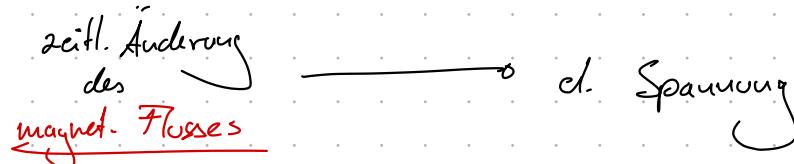
-1830

↳ Entdeckt von M. Faraday und J. Henry

Wir wissen schon:



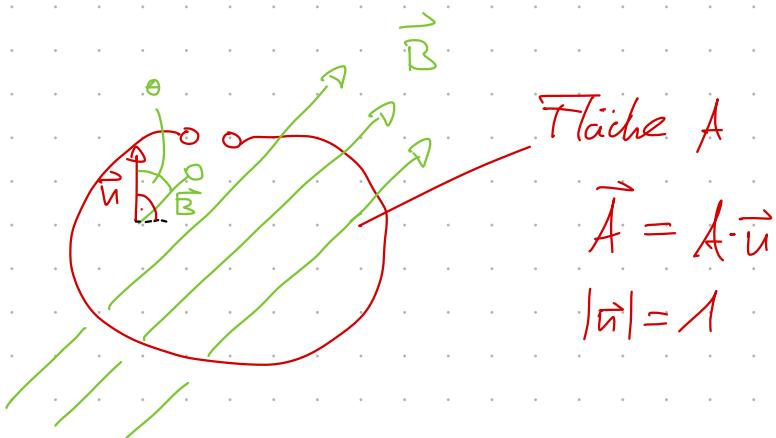
Jetzt:



el. Phänomene \leftrightarrow magnet. Phänomene

Grundexperimente zur Induktion

06.06.24 /
08.06.24



U_{ind} entsteht nur, wenn:

- $A = A(t)$ (zeitliche Veränderung) / oder $\vec{B} = \vec{B}(t)$
- A muss von \vec{B} durchflossen werden

Magnetischer Fluss von \vec{B} durch A

$$\boxed{\Phi_{\text{mag}} = \vec{B} \cdot \vec{A} = |\vec{B}| \cdot A \cdot \cos(\theta)}$$

Einheit $[\Phi_{\text{mag}}] = 1 \text{ T m}^2 = 1 \text{ Wb} \text{ (Weber)}$

$$= 1 \frac{N}{m \cdot A} m^2 = 1 \frac{C \frac{V}{m}}{m \cdot A} \cdot \cancel{m^2} = 1 \frac{A \cdot s \cdot V}{A} = 1 \text{ Vs}$$

$$\rightarrow 1 \text{ V} = 1 \frac{\text{Wb}}{\text{s}}$$

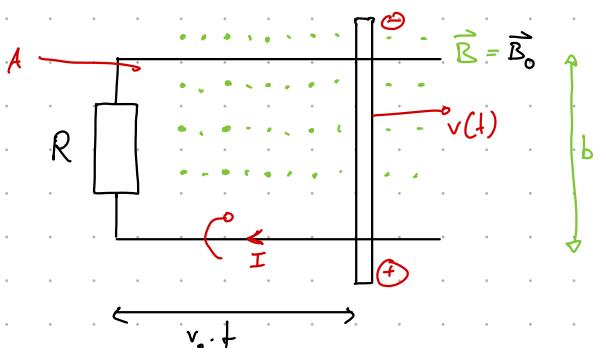
\rightarrow Vollständiges Induktionsgesetz folgt somit aus der obigen Einheitenüberlegung! ✓

3.7.1 | Induktionsgesetz

- $U_{\text{ind}} = \left| \frac{d}{dt} \Phi_{\text{mag}}(t) \right|$

- Lenz-Regel: U_{ind} ist so gepolt, dass der Flussänderung entgegen gewirkt wird.

Prinzip eines Generators:



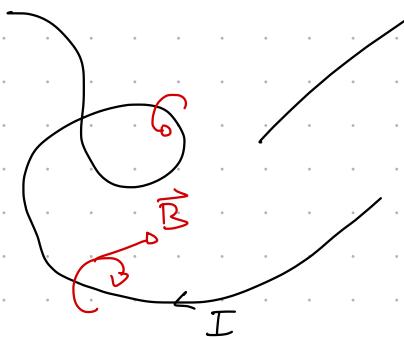
$$\rightarrow A = A(t) = b \cdot v_0 \cdot t$$

$$\rightarrow \Phi_{\text{mag}}(t) = B_0 \cdot A(t) = B_0 \cdot b \cdot v_0 \cdot t$$

$$\rightarrow U_{\text{ind}} = \left| \frac{d}{dt} \Phi_{\text{mag}} \right| = B_0 \cdot b \cdot v_0$$

3.7.2 | Induktivität

magn. Fluss Φ_{mag} enthalten / gespeichert



\nearrow Speichervermögen für Φ_{mag} einer Leiteranordnung heißt Induktivität. (vgl. Kapazität)

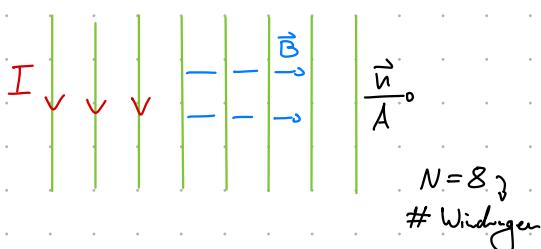
$\nearrow \Phi_{\text{mag}} = L \cdot I$ (vgl. $Q = C \cdot U$)

\hookrightarrow Proportionalitätskonstante

Einheit: $[L] = \left[\frac{\Phi_{\text{mag}}}{I} \right] = 1 \frac{\text{Wb}}{\text{A}} = 1 \text{H}$ (Henry)

Bsp: L einer langen Spule (Solenoid)

(Aufsicht)



$$|\vec{B}| = B = \mu_0 \cdot \frac{N}{l} I$$

$$\nearrow \Phi_{\text{mag}} = B \cdot A \cdot N$$

$$= \mu_0 \cdot \frac{N}{l} \cdot I \cdot A \cdot N$$

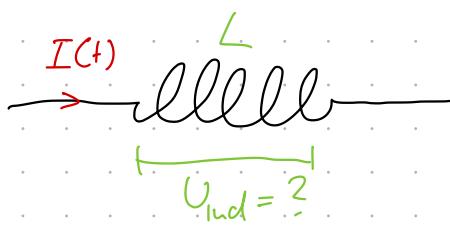
$$= \mu_0 \cdot \frac{N^2}{l^2} \underbrace{(A \cdot l)}_{V} \cdot I$$

$$= V$$

\nearrow Geometriegröße
 $L = \mu_0 \cdot \frac{N^2}{l^2} \cdot V$

3.7.3 | Induktionsspannung an einer Induktivität

Betrachte:



$$\Phi_{\text{mag}} = L \cdot I$$

\hookrightarrow nicht änderbar

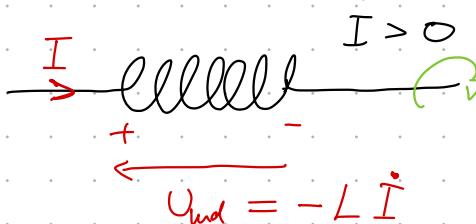
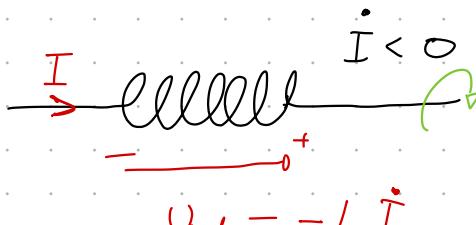
\Rightarrow Änderung kann nur durch I

hervorgebracht werden!

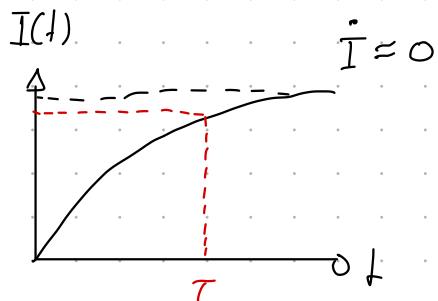
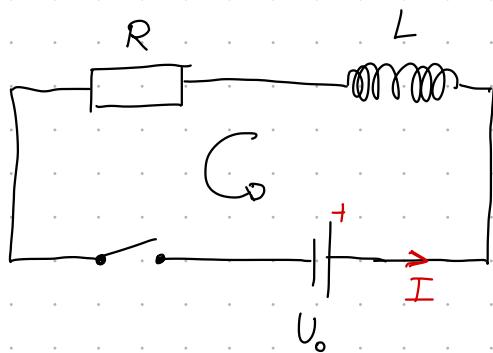
\nearrow Induktionsgesetz:

$$U_{\text{ind}} = \left| \frac{d}{dt} \Phi_{\text{mag}} \right| = \left| \frac{d}{dt} (L \cdot I) \right| = L \cdot \underline{\underline{|I'|}}$$

Polarität der Spannung Und Lenz-Regel

- i) 
 $I > 0$
 $U_{\text{ind}} = -LI$
- ii) 
 $I < 0$
 $U_{\text{ind}} = -LI$
- immer $-L \cdot I = U_{\text{ind}}$ ⚡

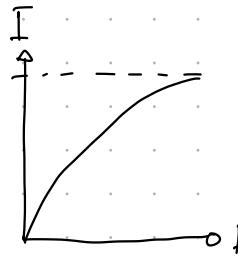
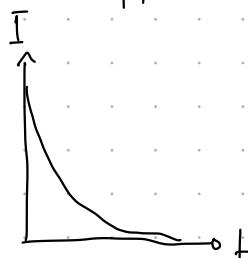
3.7.4 | RL-Kreis (Ladekreis für L)



char. Ladezeit

$$\tau = \frac{L}{R} \quad [\frac{L}{R}] = 1 \frac{\Omega}{\Omega} = \dots = 1 \text{s}$$

3.8 | Elektromagnetische Schwingungen



$\hat{=}$ elast. Verhalten

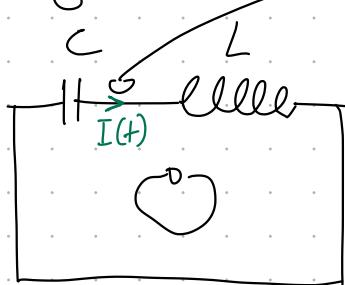
$\hat{=}$ trüger Verhalten

$\hat{=}$ Feder

$\hat{=}$ Masse

13.06.24

\rightsquigarrow Schwingkreis



$Q(t=0) = Q_0$ ("Feder" ist gespannt)

$$I(t) = -\dot{Q}, \quad -\ddot{I} = -\ddot{Q}$$



$$\text{Eigenfrequenz } \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = 2\pi \cdot f$$

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0 \quad \rightsquigarrow x(t) = x_0 \cos(\omega_0 t)$$

$$MR: \quad U_C + U_L = 0$$

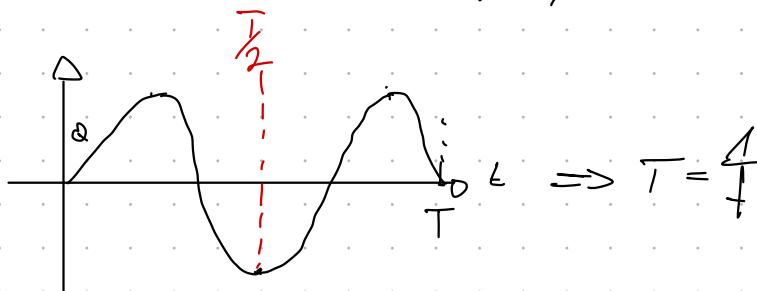
$$\Leftrightarrow \frac{Q}{C} - L \cdot \dot{I} = 0$$

$$\rightsquigarrow \frac{Q}{C} + L \cdot \ddot{Q} = 0$$

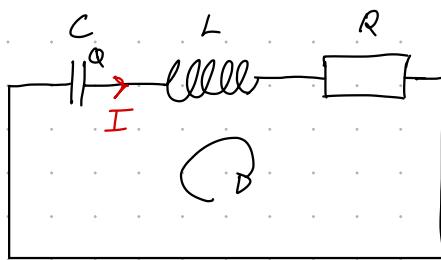
$$\Leftrightarrow \ddot{Q} + \frac{1}{CL} Q = 0$$

$$\rightsquigarrow \boxed{\text{Erfahrungswert } \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}}$$

$$\rightsquigarrow Q(t) = Q_0 \cos(\omega_0 t), \quad I(t) = Q_0 \omega_0 \sin(\omega_0 t)$$

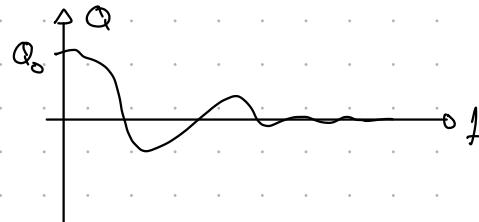


3.8.1 | Gedämpfter Schwingkreis



$$Q(t=0) = Q_0$$

gedämpfte Oszillationen:



$$MR: \frac{Q}{C} - L \dot{I} - RI = 0$$

$$\rightarrow \frac{Q}{C} + L \ddot{Q} + R \dot{Q} = 0$$

$$\rightarrow \ddot{Q} + \underbrace{\frac{R}{L} \dot{Q}}_{2K} + \omega_0^2 Q = 0$$

$$\Rightarrow Q(t) = Q_0 e^{-Kt} \cdot \cos(\omega \cdot t) \quad \text{mit}$$

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - K^2}, \quad K = \frac{R}{2L}$$

Zusammenfassung:

Grundgesetze des Elektromagnetismus

1) Coulombgesetz:

$$Q \longrightarrow \vec{E}$$

2) Biot-Savart-Gesetz:

$$I(t) = \dot{Q}(t) \longrightarrow \vec{B}$$

3) Faraday-Henry Induktionsgesetz:

$$\vec{B}(t) \longrightarrow \vec{E}(t)$$

4) Ladungserhaltung

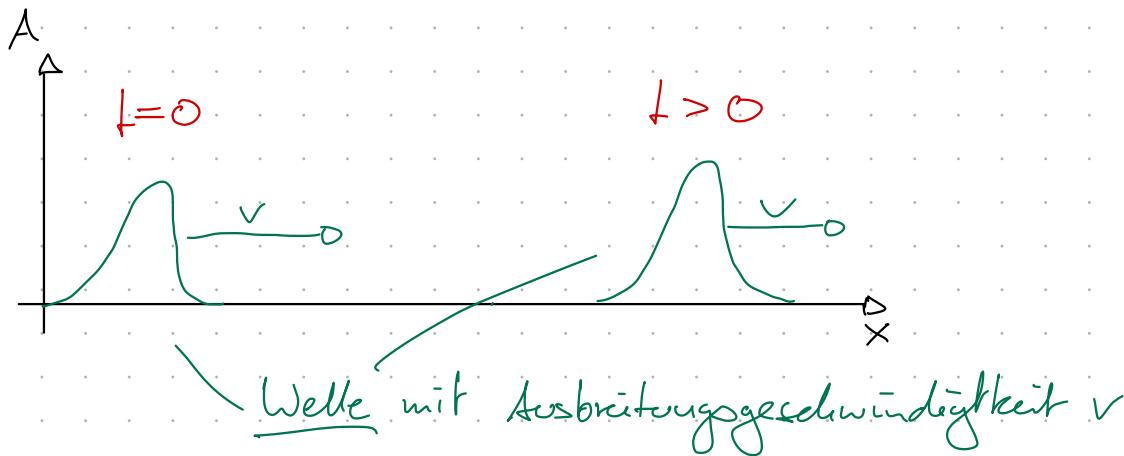
Maxwell-Gleichungen

Vorhersage: EM-Wellen

3.9 | Elektromagnetische Wellen

3.9.1 | Wellen

Wellen: Eine physikalische Größe („Auslenkung“), die sich in Raum und Zeit ausbreitet.



$$A(x, t) = A_+(x - vt) \quad \begin{matrix} \text{Welle von links} \\ \text{nach rechts} \end{matrix}$$

Wellenargument: $x \pm vt$

Entscheidend:
Ausbreitungsgeschwindigkeit!

3.9.2 | Harmonische Welle

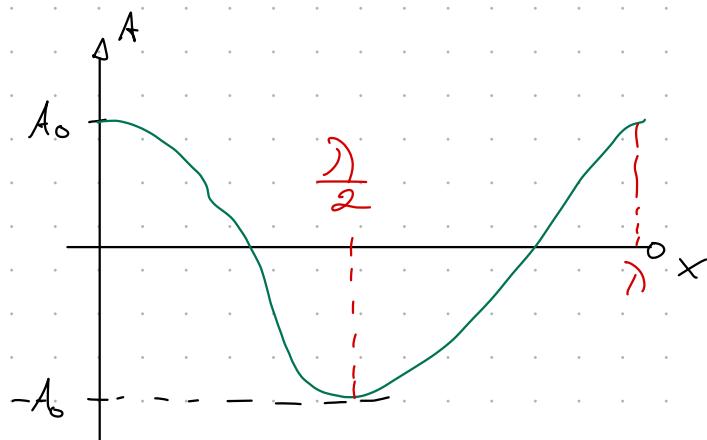
$$\begin{aligned} A(x, t) &= A_0 \cdot \cos(k(x - vt)) \\ &= A_0 \cos(kx - kv t), \quad [k] = \frac{1}{m} \\ &\quad \swarrow \quad \nearrow \\ &\quad \text{Zusammenhang zw. räumlicher \& zeitliche Periodizität} \end{aligned}$$

A_0 : Wellenamplitude räumlicher Periodizität

Interpretation der Parameter einer harm. Welle

14.06.24

i) $k = ?$: „Schwapposchuss“ bei $t = 0$



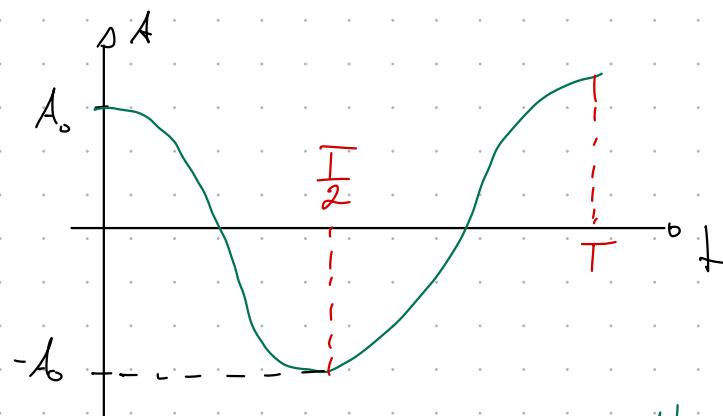
$$\rightarrow k \cdot \lambda = 2\pi$$

$\hookrightarrow \lambda$ = Wellenlänge

$$\rightarrow k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

$\hookrightarrow k$ = „Wellenzahl“

ii) $k \cdot v = ?$; $x = 0$



$$k \cdot v \cdot T = 2\pi$$

$$\rightarrow k \cdot v = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f = \omega$$

$$\boxed{\omega = k \cdot v}$$

zeitl. periodisches
Verhalten

räuml. periodisches
Verhalten

Bem: Zusammenhang $\omega \leftrightarrow k$

$$\omega = \omega(k) \quad \text{heißt auch } \underline{\text{Dispersionsrelation}}$$

\nearrow Harmonische Welle:

$$A(x, t) = A_0 \cos(kx - \omega t)$$

$$\text{mit } \omega(k) = v \cdot k ?$$

3.9.3 Elektromagnetische Wellen

Vorhersage: J. C. Maxwell 1864 !

$$\vec{E}(\vec{x}, t) \longleftrightarrow \vec{B}(\vec{x}, t)$$

Kopplung !

Experimentell nachgewiesen: Heinrich Hertz 1887

Bem: Suche nach dem Äther bis zum Michelson-Morley Experiment.

Ablösen em-Wellen:

Fernfeld: $\propto \gg \lambda$

ebene Welle

$$\approx \vec{E}(x, t) = E_0 \vec{e}_y \cos(kx - \omega t)$$

$$\vec{B}(x, t) = B_0 \vec{e}_z \cos(kx - \omega t)$$

Parameter:

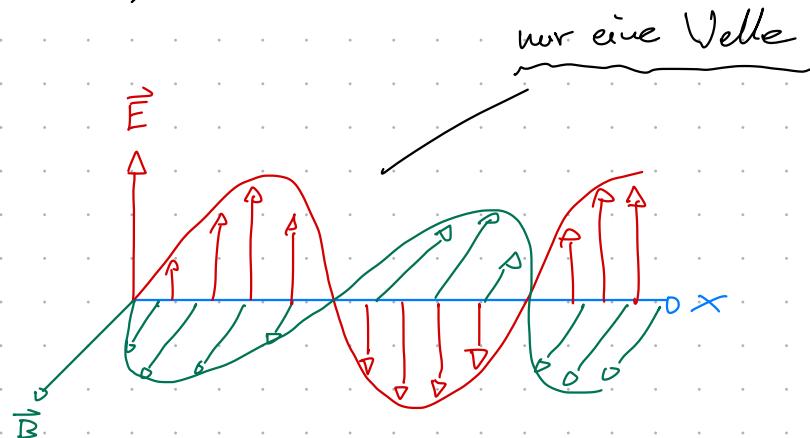
E_0, B_0 : Amplituden

\vec{e}_y, \vec{e}_z : Polarisierung

$$\omega = c \cdot k$$

$$\text{mit } c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \approx 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Lichtgeschwindigkeit !



4 | Optik

Bedeutung: Licht mit Auge (Detector) wahrnehmbar
 \leadsto Optik = Alltagsphysik

Zwei Teilgebiete der Optik:

- geometrische Optik / Strahlenoptik



- Wellenoptik

- Interferenz, Beugung, Auflösungsvermögen

4.1 // Was sehen wir?

Optisches Fenster: $\lambda = 400\text{nm} \dots 700\text{nm}$

blau rot

$$c \approx 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\omega = c \cdot k \sim 10^{15} \frac{1}{\text{s}}$$



\hookrightarrow gilt auch für jeden anderen elektrischen Detektor!

Optische Intensität

$$\bullet I \sim \bar{E}^2 \quad \text{Energiedichte}$$

T und Mittelung

$$\bullet I = \frac{1}{T} \int_0^T \bar{E}^2(x, t) dt = I(x)$$

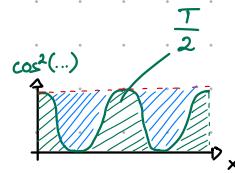
tempo

$$\text{mit } T = 10^{-15} \text{ s} = 1 \text{ fs}$$

Berechnung für: senkrecht zur Ausbreitungsrichtung

$$\vec{E}(x, t) = E_0 \vec{e} \cos(kx - \omega t)$$

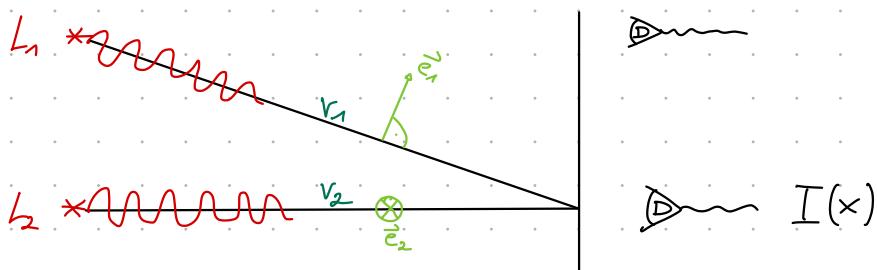
$$\begin{aligned} \nearrow I(x) &= \frac{1}{T} \int_0^T E_0^2 \vec{e}^2 \cos^2(kx - \omega t) dt \\ &= E_0^2 \frac{1}{T} \int_0^T \cos^2(kx - \omega t) dt \\ &= E_0^2 \frac{1}{T} \cdot \frac{T}{2} \\ &= \frac{E_0^2}{2} \quad \text{○ zeitliche & räumliche} \\ &= \frac{I_0}{2}, \quad I_0 = E_0^2 \quad \text{Unabhängigkeit} \end{aligned}$$



4.2 // Zwei-Wellen-Interferenz

↳ Absolutes Gravideperiment der Wellenoptik

* = Laser



$$\vec{E}_1(r_1, t) = E_0 \vec{e}_1 \cos(kr_1 - \omega t)$$

$$\vec{E}_2(r_2, t) = E_0 \vec{e}_2 \cos(kr_2 - \omega t)$$

$$\nearrow \vec{E}(r_1, r_2, t) = \underbrace{\vec{E}_1(r_1, t) + \vec{E}_2(r_2, t)}_{\text{Superposition}}$$

$$\begin{aligned} \nearrow I &= \frac{1}{T} \int_{T_0}^{T_0} \vec{E}(r_1, r_2, t) dt \\ &= \frac{1}{T} \int_0^T (E_0^2 \vec{e}_1^2 + E_0^2 \vec{e}_2^2 + 2 \vec{E}_1(r_1, t) \cdot \vec{E}_2(r_2, t)) dt \\ &= \frac{I_0}{2} + \frac{I_0}{2} + \frac{1}{T} \int_0^T 2 \vec{E}_1(r_1, t) \vec{E}_2(r_2, t) dt \\ &= I_0 + \frac{1}{T} \int_0^T 2 E_0^2 \vec{e}_1 \cdot \vec{e}_2 \cos(kr_1 - \omega t) \cos(kr_2 - \omega t) dt \\ &= I_0 + E_0^2 \vec{e}_1 \cdot \vec{e}_2 \left[\frac{1}{T} \int_0^T \cos(kr_1 - kr_2) dt + \frac{1}{T} \int_0^T \cos(kr_1 + kr_2 - 2\omega t) dt \right] \end{aligned}$$

$\downarrow I_0$

$$= I_0 + I_0 \vec{e}_1 \vec{e}_2 \cdot \cos(k(r_1 - r_2))$$

$$= I_0 (1 + \vec{e}_1 \vec{e}_2 \cdot \cos(k\Delta r))$$

mit Gangunterschied

$$\Delta r = r_1 - r_2.$$

$$\boxed{I(\Delta r) = I_0(1 + \vec{e}_1 \vec{e}_2 \cos(k\Delta r))}$$

Zwei-Wellen Interferenzuster?

Diskussion:

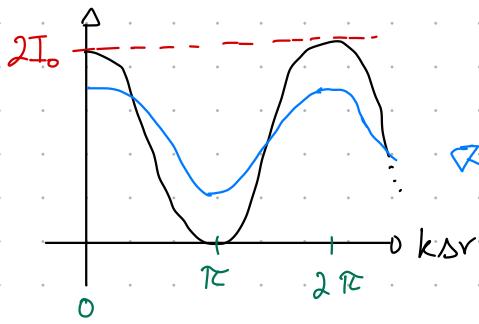
- $\vec{e}_1 \cdot \vec{e}_2 = 0$ oder $\vec{e}_1 \perp \vec{e}_2$:

$$\hookrightarrow I(\Delta r) = I_0$$

- $\vec{e}_1 \cdot \vec{e}_2 = 1$:

$$I(\Delta r) = I_0(1 + \cos(k\Delta r))$$

$$I(\Delta r)$$



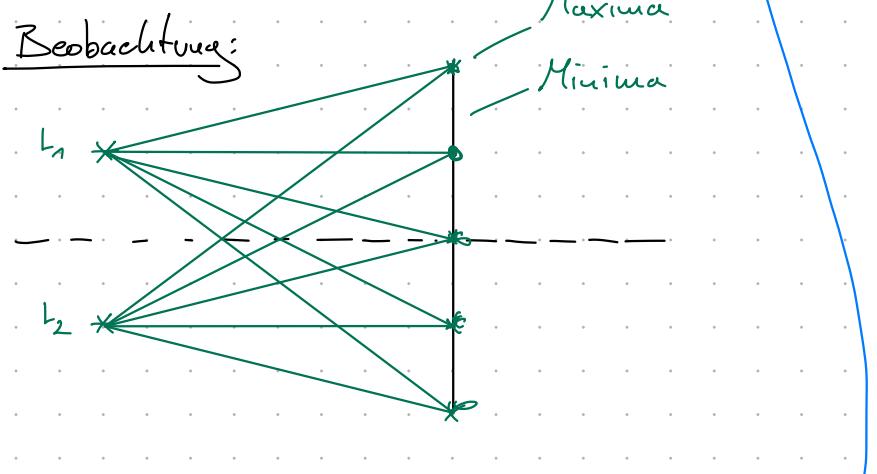
Maximale Intensität: $k\Delta r = \pm n \cdot 2\pi$,

$$\Rightarrow \boxed{\Delta r = \pm n\lambda} \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

Minimale Intensität: $k\Delta r = \pm (2n+1)\pi$

$$\Rightarrow \boxed{\Delta r = \pm (2n+1)\frac{\lambda}{2}}$$

Beobachtung:



- $\vec{e}_1 \cdot \vec{e}_2 < 1$:

$$\vec{e}_1 \cdot \vec{e}_2 < 1$$

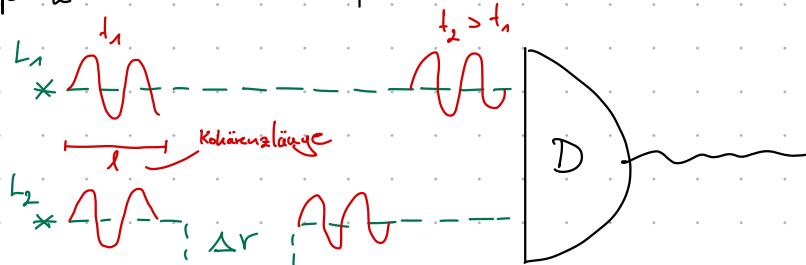
$$I(\Delta r) = I_0(1 + \underbrace{s}_{\vec{e}_1 \cdot \vec{e}_2 < 1} \cos(k\Delta r))$$

Frage: Warum sieht man dieses zwei-Wellen-Interferenzmuster nicht alltäglich?

- Polarisierung ist statistisch?
- Kohärenz

4.3 | Optische Kohärenz

Prinzip zwei-Wellen-Interferenz:



↗ Interferenz nur, wenn:

$$\Delta r \leq l$$

Typische Kohärenzlängen:

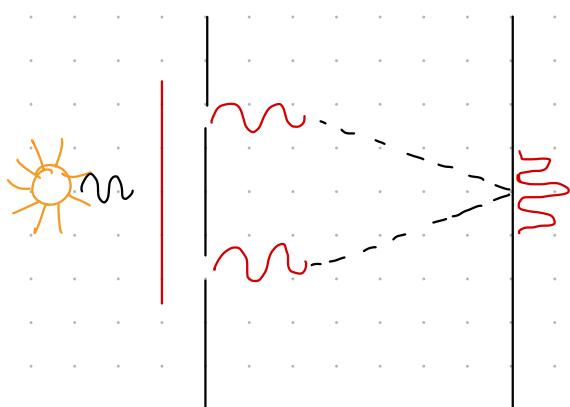
- klassische Lichtquellen: $l \sim 1 \mu\text{m}$
- Laser (1960) : $l > 100 \text{ m}$

↗ Beobachtung der zwei-Wellen Interferenz
erfordert geeignete „Tricks“ bei klassischen Lichtquellen.

27.06.24

a) Youngscher Doppelspalt (1801)

Prinzip:



b) Fresnelscher Doppelspiegel (1816)

4.4 | Zwei-Wellen Interferometer

a) Youngscher Doppelspalt (1801)

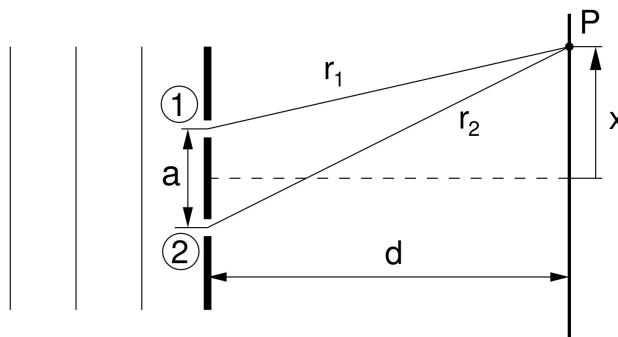


Abb. 1: Young'scher Doppelspalt.

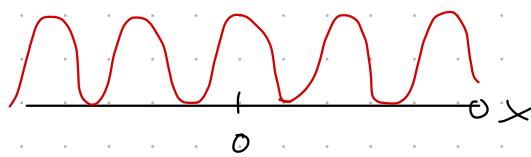
$$r_2 = \sqrt{d^2 + (x + \frac{a}{2})^2}$$

↗ ...

$$I(x) = I_0 \underbrace{\left(1 + \cos\left(k \frac{a}{d} x\right)\right)}_{= \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{a}{d} \cdot x}$$

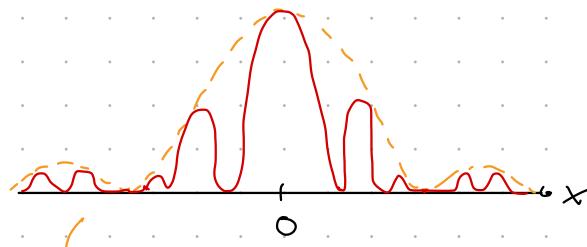
|| Wellenlängen - ||
|| Meßapparat ||

Bem: Reelles Doppelspaltexperiment



idealer Fall

≈ reine Zwei-Wellen Interferenz



Modulation durch Einzelpunkt Bewegung

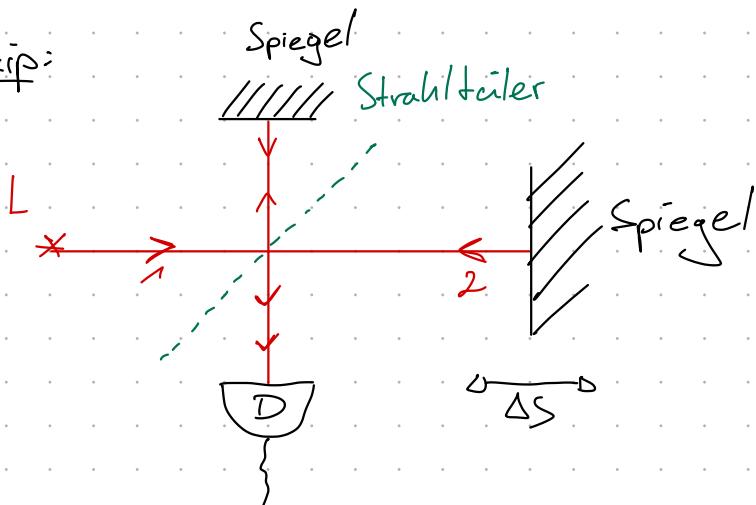
realer Fall

≈ Vielfachinterferenz

≈ Beugung

b) Michelson Interferometer (≈ 1881)

Prinzip:



\rightarrow Gangunterschied:

$$\Delta r = 2 \Delta s !$$

Hier fehlt was!

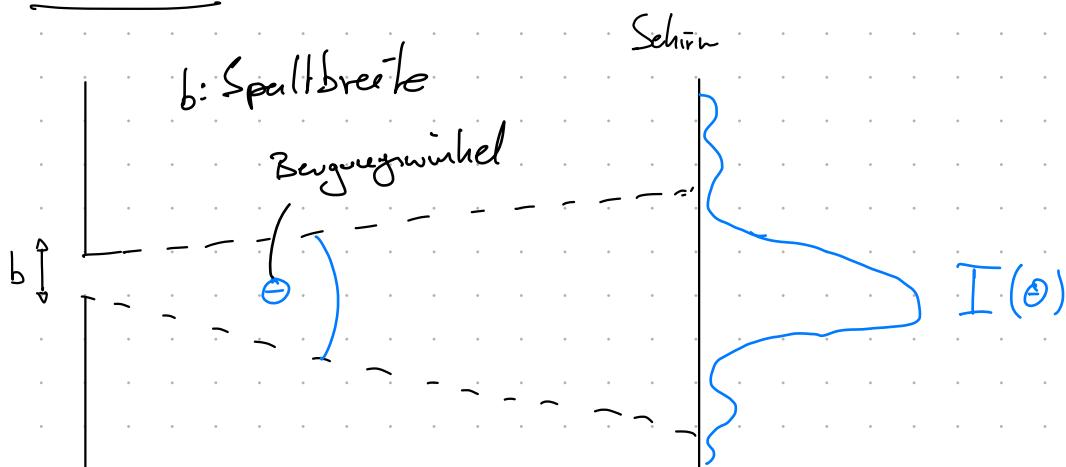
4.5 | Beugung - Vielfachinterferenz

04.07.24

- Beugung:
- Lichtintensität weit weg vom geometrischen Weg
 - durch bewegendes Objekt
 - Wellenoptisches Phänomen
 - Interferenz vieler Wellen!
 - bewegende Objekte:
 - Einzelspalt, Gitter, Kante, Kreisöffnung (Apertur)

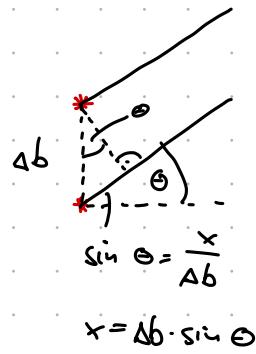
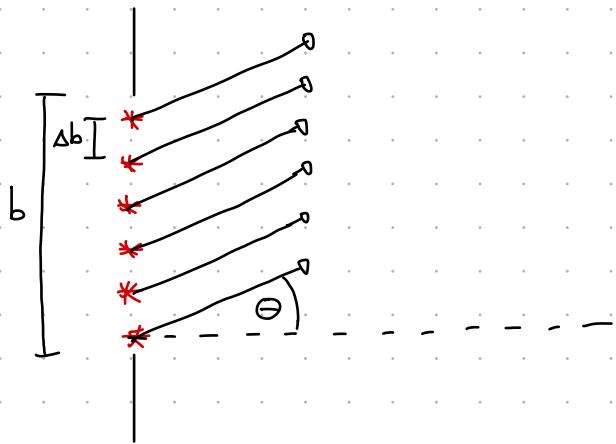
4.5.1 | Beugung am Einzelspalt

a) Experiment:



b) Theorie mit Vielfachinterferenz

- $e^{ix} = \cos x + i \sin x \quad \leadsto e^{i\pi} = 1$
- $\cos x = \operatorname{Re}(e^{ix})$
- Zerlege den Einzelspalt in viele $(N+1)$ Elementärwellen.



$$b = (N+1) \Delta b$$

$$\vec{E}_0(r, t) = E_0 \vec{e} \operatorname{Re}(e^{i(kr - wt)})$$

$$\vec{E}_1(r, t) = E_0 \vec{e} \operatorname{Re}(e^{i(kr - wt + k\Delta b \sin \theta)})$$

$$\vec{E}_2(r, t) = E_0 \vec{e} \operatorname{Re}(e^{i(kr - wt + k \cdot 2\Delta b \sin \theta)})$$

:

$$\vec{E}_N(r, t) = E_0 \vec{e} \operatorname{Re}(e^{i(kr - wt + k N \Delta b \sin \theta)})$$

$$\text{mit } E_0 = \frac{\tilde{E}_0}{N+1}$$

- Superposition:

$$\vec{E}(r, t) = \vec{E}_0(r, t) + \dots + \vec{E}_N(r, t)$$

$$= \sum_{l=0}^N \frac{\tilde{E}_0}{N+1} \vec{e} \operatorname{Re}(e^{i(kr - wt + l \Delta \varphi)})$$

$$\text{mit } \Delta \varphi = k \Delta b \sin \theta$$

$$= \frac{\tilde{E}_0}{N+1} \vec{e} \operatorname{Re} \left(\sum_{l=0}^N e^{i(kr - wt + l \Delta \varphi)} \right)$$

$$= \frac{\tilde{E}_0}{N+1} \vec{e} \operatorname{Re} \left(e^{i(kr - wt)} \sum_{l=0}^N e^{i l \Delta \varphi} \right)$$

$$\sum_{l=0}^N e^{il\Delta\varphi} = \sum_{l=0}^N (e^{i\Delta\varphi})^l = \frac{(e^{i\Delta\varphi})^{N+1} - 1}{e^{i\Delta\varphi} - 1}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \tilde{E}(r, t) &= \frac{\tilde{E}_0}{N+1} \vec{e} \operatorname{Re} \left(e^{i(kr-wt)} \cdot \frac{(e^{i\Delta\varphi})^{N+1} - 1}{e^{i\Delta\varphi} - 1} \right) \\ &= \frac{\tilde{E}_0}{N+1} \vec{e} \operatorname{Re} \left(e^{i(kr-wt)} \cdot \frac{e^{\frac{i\Delta\varphi(N+1)}{2}}}{e^{\frac{i\Delta\varphi}{2}}} \cdot \frac{\sin(\frac{\Delta\varphi(N+1)}{2})}{\sin(\frac{\Delta\varphi}{2})} \right) \\ &= \frac{\tilde{E}_0}{N+1} \vec{e} \operatorname{Re} \left(e^{i(kr-wt + \Delta\varphi \frac{N}{2})} \cdot \frac{\sin(\Delta\varphi \frac{N+1}{2})}{\sin(\frac{\Delta\varphi}{2})} \right) \\ &= \frac{\tilde{E}_0}{N+1} \vec{e} \cos(kr - wt + \Delta\varphi \frac{N}{2}) \cdot \frac{\sin(\Delta\varphi \frac{N+1}{2})}{\sin(\frac{\Delta\varphi}{2})} \\ &= \frac{\tilde{E}_0}{N+1} \vec{e} \cos(\dots) \cdot \frac{\sin(k \cdot \frac{b}{N+1} \sin \Theta \cdot \frac{N+1}{2})}{\sin(k \cdot \frac{b}{N+1} \sin \Theta) / 2} \\ \bullet N \rightarrow \infty: \sin\left(\frac{k \cdot \frac{b}{N+1} \sin \Theta}{2}\right) &\approx \frac{k \cdot b \sin \Theta}{2(N+1)} \end{aligned}$$

$$\rightarrow \tilde{E}_0 \vec{e} \cos(\dots) \cdot \frac{\sin(\frac{1}{2}kb \sin \Theta)}{\frac{1}{2}kb \sin \Theta}$$

• Optische Intensität:

$$\tilde{E}^2(r, t) = \tilde{E}_0^2 \cos^2(\dots) \quad \frac{\sin^2\left(\frac{\pi}{\lambda} b \sin \Theta\right)}{\left(\frac{\pi}{\lambda} b \sin \Theta\right)^2}$$

$$\text{Zentmittel: } \frac{1}{T} \int_0^T dt \cos^2(\dots) \approx \frac{1}{2}$$

\rightarrow Opt. Intensität eines Einzelspalts:

$$\boxed{I = I(\Theta) = I_0 \cdot \frac{\sin^2\left(\frac{\pi}{\lambda} b \sin \Theta\right)}{\left(\frac{\pi}{\lambda} b \sin \Theta\right)^2}}$$

05.07.24

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin ax}{x} = \underset{0}{\underset{0}{\text{H}}}= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{a \cos ax}{1} = a$$

c) Diskussion von $I = I(\theta)$

- $\theta = 0$: Hauptmax.

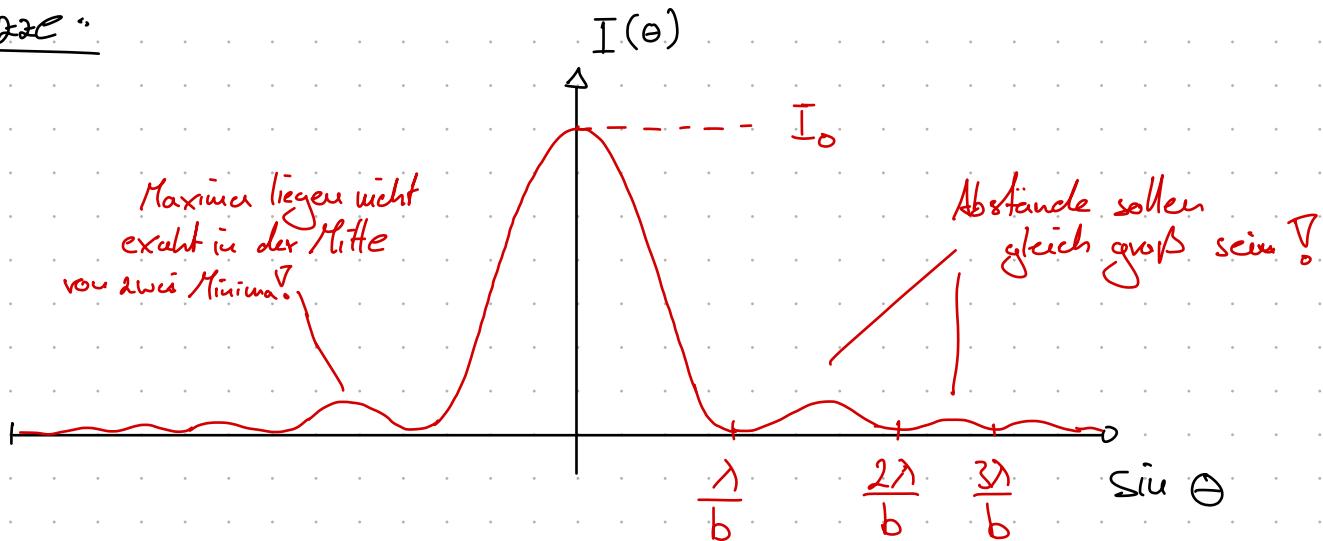
$$I(\theta=0) = I_0$$

- Maxima:

$$\frac{\pi}{\lambda} b \sin \theta_m = m\pi, \quad m=1,2,\dots$$

$b \cdot \sin \theta_m = m \cdot \lambda, \quad m=1,2,\dots$

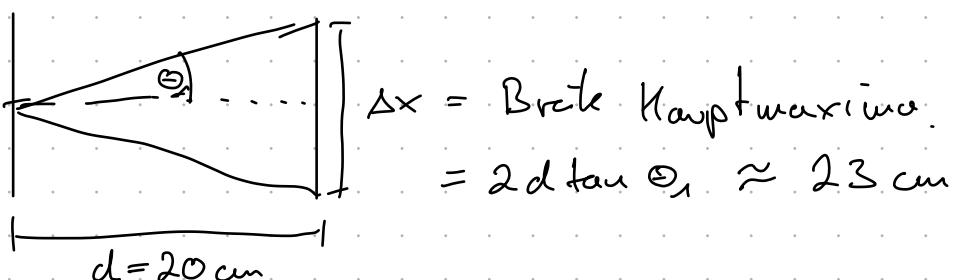
- Skizze:



d) Zahlenspiel:

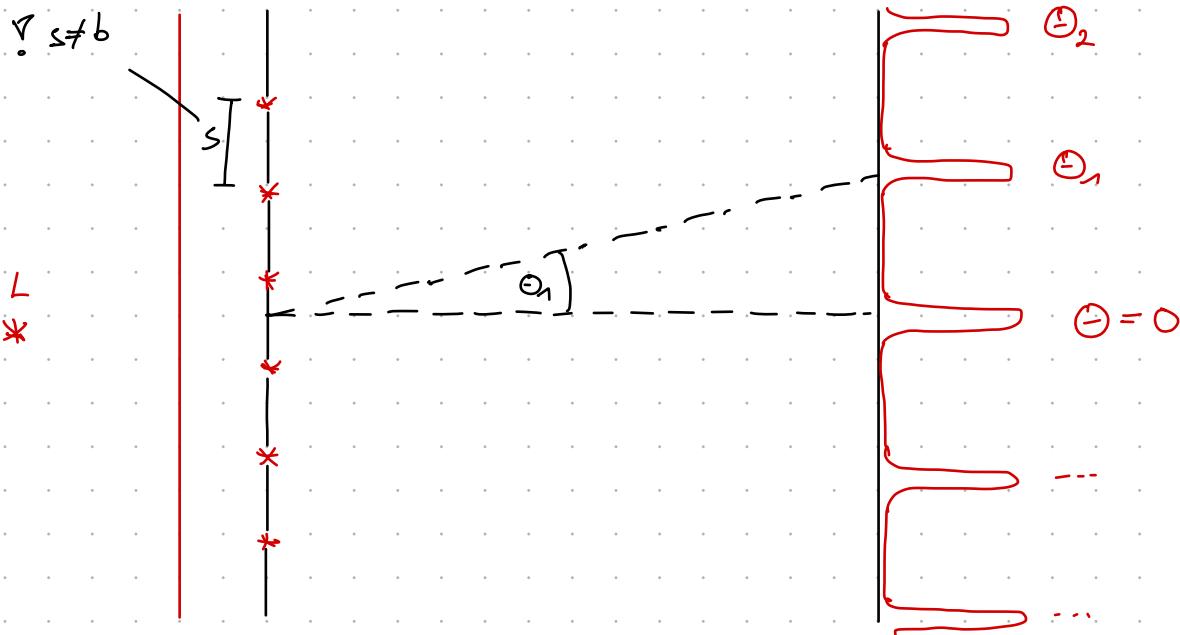
$$b = 1 \mu\text{m} = 1 \cdot 10^{-6} \text{ m}, \quad \lambda = 500 \text{ nm} = 5 \cdot 10^{-7} \text{ m}$$

1. Minimum: $\sin \theta_1 = \frac{\lambda}{b} = 0,5 \quad \Rightarrow \theta_1 = 30^\circ$



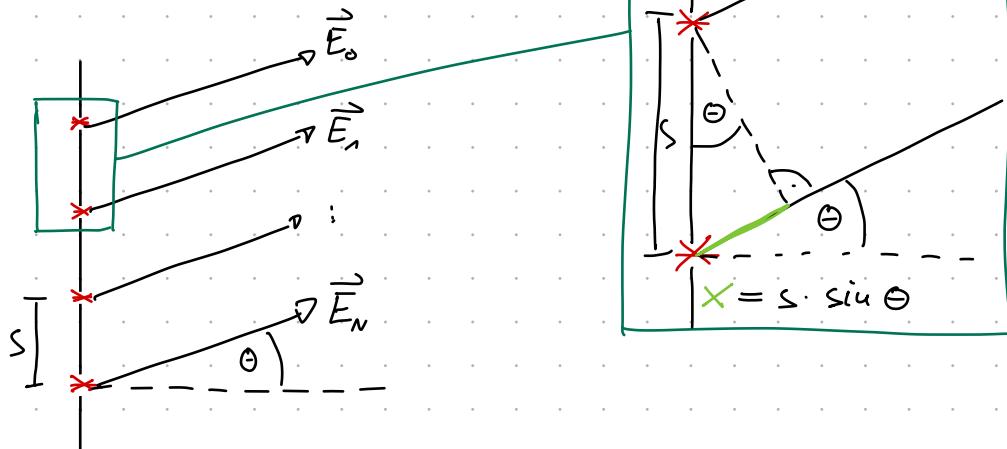
4.5.21 Bewegung am optischen Gitter

a) Experiment:



„scharfe“ Hauptmaxima

b) Theorie zum Gitter:



siehe Theorie [4.5.1]:

$$I(\Theta) = I_0 \cdot \frac{\sin^2\left(\frac{Ns \cdot \sin \Theta}{\lambda}\right)}{\sin^2\left(\frac{\pi s \cdot \sin \Theta}{\lambda}\right)}$$

c) Diskussion von $I = I(\theta)$:

- Kauptmaxima:

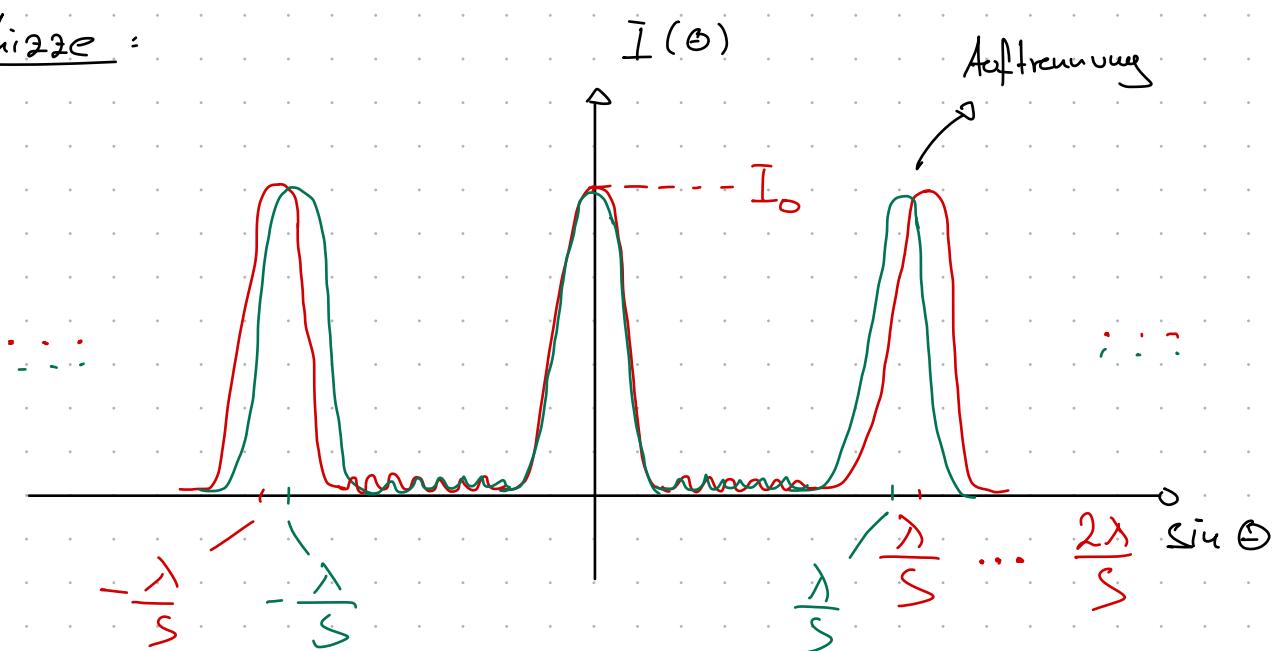
$$I(\theta_m) = \frac{0}{0}$$

\rightarrow Bedingung für „ $\frac{0}{0}$ “: $\frac{\pi \cdot s \cdot \sin \theta_m}{\lambda} = m \cdot \pi, m=1,2,\dots$

\rightarrow $s \cdot \sin \theta_m = m \cdot \lambda, m=1,2,\dots$

- Nebemaxima und Nebeminima gibt es auch!

d) Skizze:



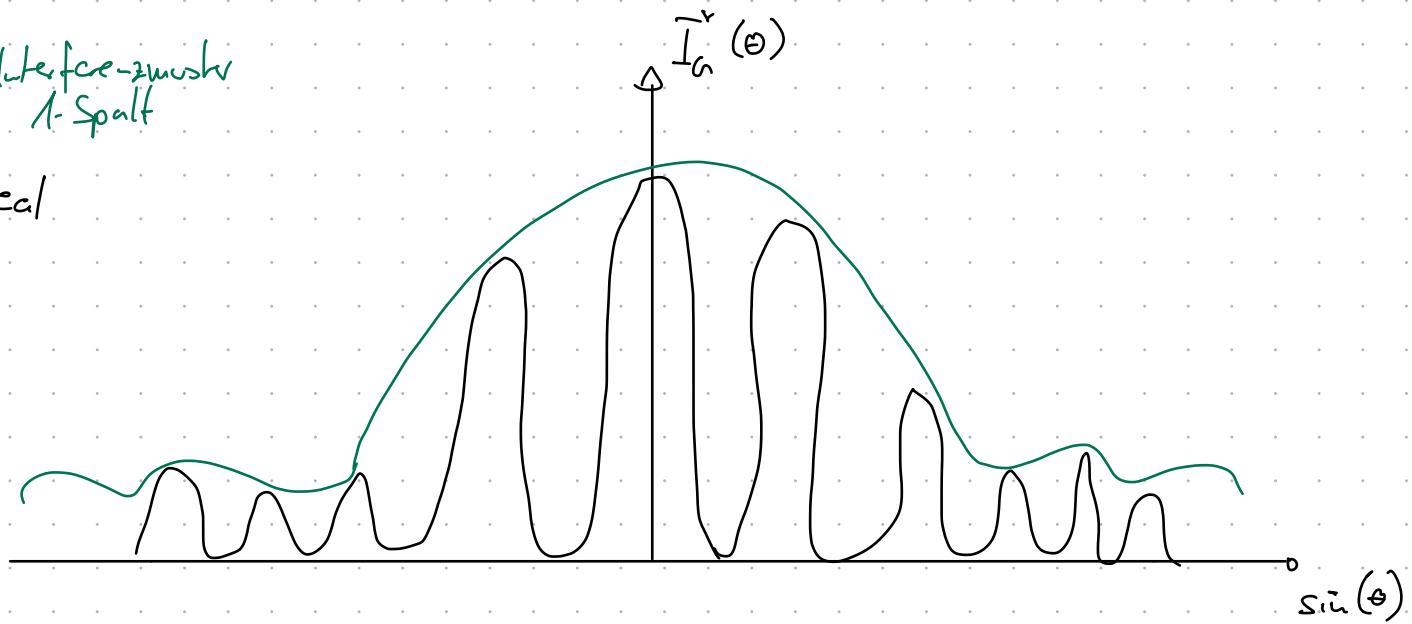
12.07.24

e) Reales Gitter:

$b = \text{endliche Spaltbreite}$ mit $b \ll s$

Interface-zwischen
1-Spalt

real



$$\Rightarrow I_G^r(\theta) = I_s(\theta) \cdot I_G(\theta)$$

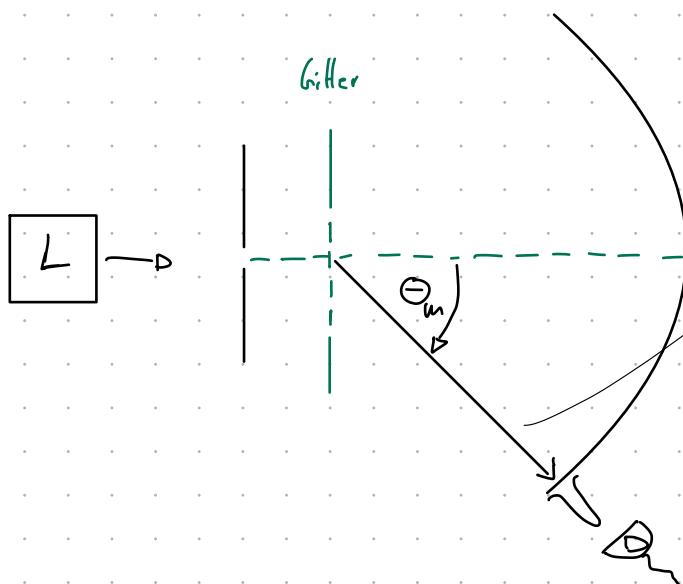
- Spalt gibt Amplitude vor \rightarrow für Hauptmaxima des Gitters.
- Wenn $\frac{k\lambda}{b}$ (Minima) von Spalt in Hauptmaxima von Gitter $(\frac{k\lambda}{s})$ fällt, so ist das nicht zu sehen.

4. G. Spektroskopie

↳ Messen von Wellenlängen unbekannter em. Strahlung

- Spektroskop: „Durchschauen“
- Spektrometer: mit Aufnahme
- Spektralphotometer: Intensität wird auch registriert

Prinzip des Aufbaus eines Spektrometers:



$$\lambda, \lambda + \underline{\Delta\lambda}$$

→ muss aufgelöst werden

→ Auflösungsvermögen wichtig!

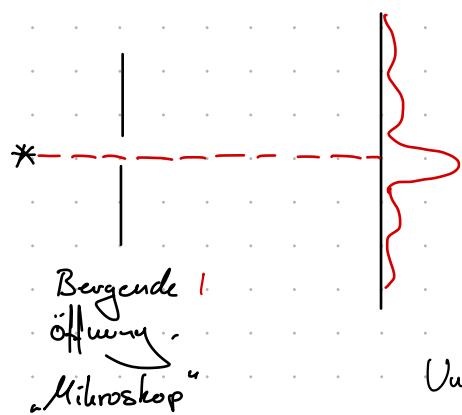
$$\Rightarrow \Delta\lambda = \frac{\lambda}{Nm}$$

mit N = Anzahl beobachteter Spalte,
 m = Ordnung Maxima

Bem: Oft notiert:

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = m \cdot N$$

4.7. Auflösungsvermögen (räumlich)



Bergungsbild



Unterscheidung zweier Lichtpunkte L_1 u. L_2

