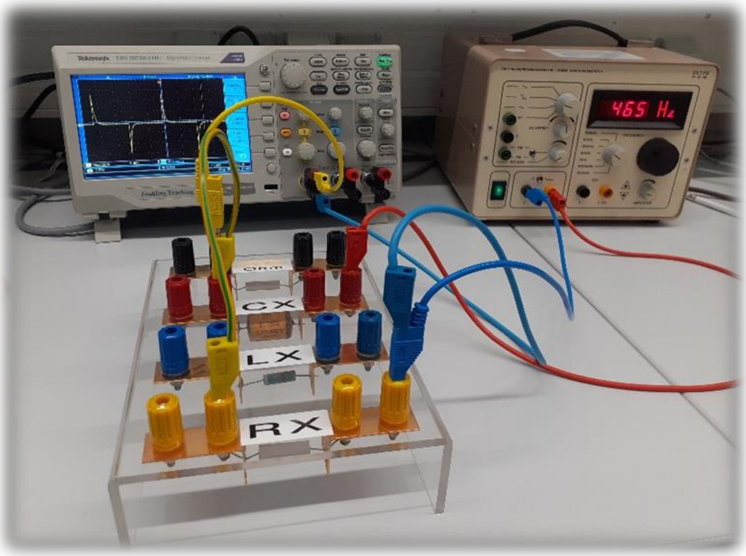
Praktikum Physik
für Naturwissenschaftler

universität
uulm

Elektrische Eigenschaften

Versuchsinhalt

Elektrische Leitungsmechanismen in Festkörpern und Flüssigkeiten, Temperaturabhängigkeit,
Elektrische Schaltungen und deren Analyse, Elektronische Bauteile,
Wechselstromkreise und Oszilloskop, Ladeverhalten des Kondensators,
Analogien zu biologischen Membranen



Experimente

Der Strom durch einen Metallfaden wird in Abhängigkeit von der angelegten Spannung gemessen und mit dem Verhalten eines idealen ohmschen Widerstands verglichen, um Aufschluss über die Temperaturabhängigkeit der Leitfähigkeit des Metalls zu bekommen.

An einem Schaltkreis mit Widerständen werden Teilströme und -spannungen gemessen um anhand der Kirchhoff'schen Regeln die Widerstandswerte der einzelnen Komponenten zu bestimmen.

Mit Hilfe eines Oszilloskops wird das Ladeverhalten eines Kondensators untersucht, indem die zeitlichen Verläufe von Strom und Spannung am Kondensator analysiert werden. Aus der Ladezeitkonstanten wird der Wert der Kapazität ermittelt und mit Kapazitätswerten für biologische Systeme verglichen.

Inhalt

Stichworte zur Vorbereitung

- Spannung, Ladung, Stromstärke, Leitfähigkeit und Widerstand
- Elektronische Bauteile, Widerstand, Spule, Kondensator
- Elektrische Schaltungen und Kirchhoff'sche Regeln
- Gleich- und Wechselströme, Oszilloskop
- Kapazitive Eigenschaften biologischer Membranen

Literaturauswahl

- Gerthsen, Kneser, Vogel; *'Physik'*, Springer-Verlag
- Harten H., *'Physik für Mediziner'*, 4.Auflage, Springer-Verlag
- Walcher W., *'Praktikum der Physik'*, Teubner-Verlag

I) ELEKTRISCHE GRUNDGRÖSSEN

1. *Elektrische Spannung und elektrisches Potential*

Um den Begriff der „elektrischen Spannung“ besser zu verstehen, wollen wir zunächst den Zusammenhang mit dem „elektrischen Potential" anhand einer mechanischen Analogie veranschaulichen: Ein Stein, den wir von einem Hocker auf einen Tisch heben (Abb.1a), hat auf dem Tisch gegenüber dem Bezugspunkt Fußboden - verursacht durch das Gravitationsfeld der Erde - eine potentielle Energie

$$W_2 = mgh_2 \text{ (ergibt sich aus } W = m\int_0^{h_2} g\,dh\text{)}$$

(g: Ortsfaktor, m: Masse des Steins)

Dabei ist der Wert der potentiellen Energie unabhängig vom speziellen Weg, auf welchem wir den Stein auf den Tisch bewegen.

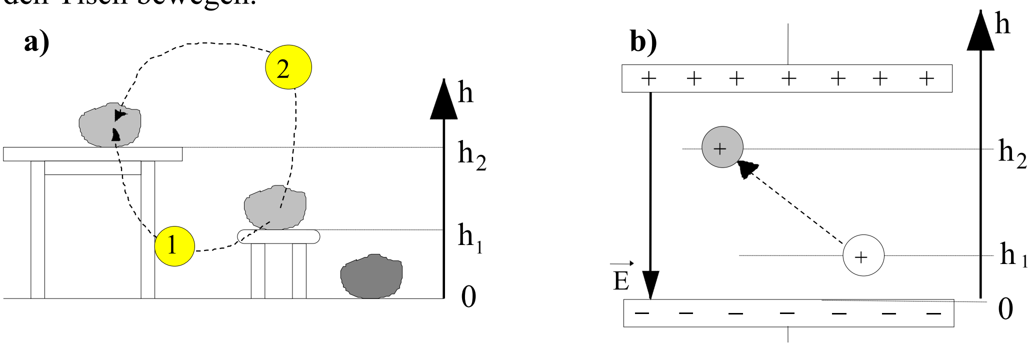


Abb.1: Zur Veranschaulichung der Analogie zwischen potentieller Energie einer Masse im Gravitationsfeld der Erde (a) und einer elektrischen Ladung im elektrischen Feld eines Plattenkondensators (b). Der Zuwachs an potentieller Energie der Masse (a) bzw. der Ladung (b) ist unabhängig vom Weg, auf welchem die Bewegung von h1 nach h2 erfolgt.

Im elektrischen Fall herrscht in einem geladenen Plattenkondensator (Abb. 1b) ein konstantes elektrisches Feld E, welches dem oben diskutierten Gravitationsfeld völlig analog ist.
Betrachten wir eine Ladung Q, die sich zwischen den Platten des Kondensators befindet (Abb.1b). Wir bewegen die Ladung vom Ort h_1 zum Ort h_2. Dann beträgt die potentielle Energie W der Ladung Q an den Orten h_1 und h_2 :

$$W_1 = QEh_1 \quad \text{bzw.} \quad W_2 = QEh_2$$

(E: elektrische Feldstärke).

Dabei ist es vollkommen egal, auf welchem Weg wir die Ladung zu den entsprechenden Punkten bewegen.

Die Größen $\Phi_1 = Eh_1$ bzw. $\Phi_2 = Eh_2$ bezeichnen das elektrische Potential, welches an den entsprechenden Punkten des elektrischen Feldes gegenüber dem Bezugspunkt (negative Platte) herrscht. Die Differenz der elektrischen Potentiale an den Orten h_2 und h_1 beträgt also

$$\Delta\Phi = \Phi_2 - \Phi_1 = E\left(h_2 - h_1\right) = U_{21}.$$

Die **Differenz zweier elektrischer Potentiale** bezeichnet man als **"*elektrische Spannung*"** U_{21}. Man sagt auch, dass zwischen den Punkten 2 und 1 "die Spannung U anliegt/abfällt".

Die Maßeinheit für die Spannung im internationalen Einheitensystem (SI) ist das Volt (V).

In einer Spannungsquelle (Batterie, Generator, Steckdose) werden Ladungen so getrennt, dass an einem Anschluss ein Elektronenmangel (Pluspol) und am anderen ein Elektronenüberschuss (Minuspol) herrscht. Somit besteht zwischen den Polen ein elektrisches Feld und damit eine Potentialdifferenz, die man als Klemmenspannung, Batteriespannung oder auch als Urspannung bezeichnet.

In der Biologie wird der Begriff **Membranpotential** verwendet. Gemeint ist damit die elektrische **Spannung** (= Potentialdifferenz) zwischen dem Zellinneren und dem Extrazellularraum als Bezugspunkt.

2. Ladung und elektrischer Strom

Eine **gerichtete Bewegung von elektrischen Ladungen nennt man "elektrischen Strom"**.

Die **Stromstärke *I*** ist die **Ladungsmenge** ΔQ**, die pro Zeitintervall** Δt durch einen Stromkreis fließt **:**

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{dQ}{dt}.$$

Die Maßeinheit der Stromstärke ist das Ampere (A).

Bei der Angabe der Richtung des Stromflusses verwendet man die **technische Stromrichtung**, d.h. es wird die Bewegungsrichtung positiver Ladungsträger betrachtet. In Metallen ist deshalb die Stromrichtung entgegengesetzt zur Bewegungsrichtung der Ladungsträger (negativ geladene Elektronen).

3. Leitfähigkeit und elektrischer Widerstand

Ein elektrischer Strom durch ein Material kann nur zustande kommen, wenn dort bewegliche Ladungsträger vorhanden sind. Wir wollen zunächst das **mikroskopische** Verhalten der beweglichen Ladungsträger beschreiben und dann einen Zusammenhang mit den **makroskopisch** messbaren Eigenschaften, die durch das Ohm'sche Gesetz beschrieben werden, herstellen.

Wird ein elektrisches Feld E an einen Körper angelegt, so wirkt auf die beweglichen Ladungsträger mit der Ladung $Q = Ze$ (e: Elementarladung, Z: Ladungszahl) eine Kraft F, die gemäß dem 2. Newton'schen Gesetz zu einer Beschleunigung a führt:

$$F = QE = ZeE = m \cdot a$$

Ohne bremsende Gegenwirkung würde die Geschwindigkeit der Ladungsträger also immer weiter ansteigen. Dieses Verhalten findet man allerdings nur bei exotischen Materialien, den Supraleitern.

Bei 'normalen' Materialien werden die Elektronen im elektrischen Feld zunächst beschleunigt, stoßen jedoch nach einer gewissen Zeit τ mit einem Hindernis (z.B. den Ionenrümpfen eines Kristallgitters) zusammen, geben kinetische Energie ab und ändern ihre Richtung und Geschwindigkeit. Anschließend werden sie wiederum durch das Feld beschleunigt bis zur nächsten Kollision. Von außen betrachtet entspricht dies einer Bewegung der Elektronen mit einer mittleren konstanten **'Driftgeschwindigkeit'** $\boldsymbol{v_D}$, analog zur Bewegung eines Körpers unter Einfluss einer Reibungskraft, die proportional zur Geschwindigkeit ist (siehe auch Versuch 'Viskosität'). Die Driftgeschwindigkeit v_D ist proportional zur elektrischen Feldstärke E und der '**Beweglichkeit'** $\boldsymbol{\mu}$ der Ladungsträger:

$$\boxed{v_D = \mu \cdot E} \qquad (1)$$

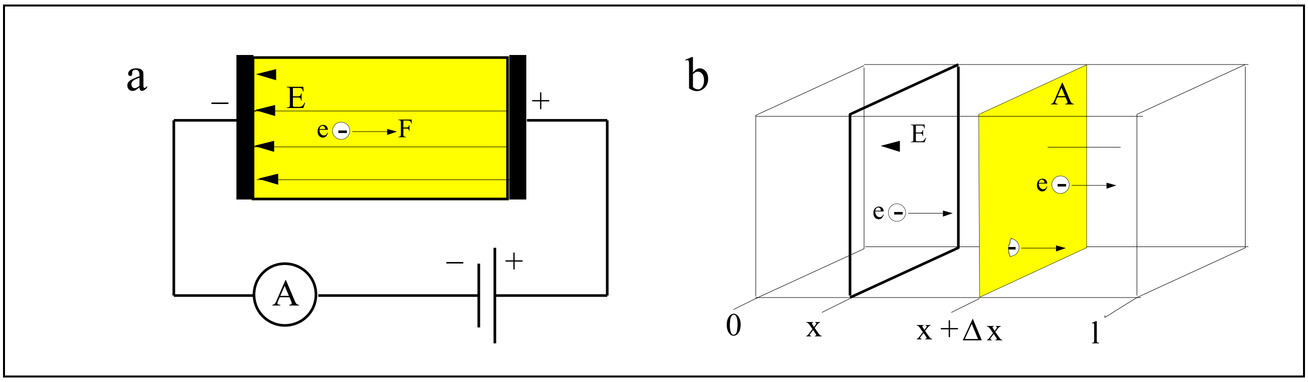


Abb.2: Mikroskopische Beschreibung der elektrischen Leitfähigkeit (hier am Beispiel von Elektronen).
a) Eine angelegte Spannung U erzeugt ein elektrisches Feld E = U/l, welches einen Ladungsträgerfluss verursacht.
b) Die resultierende Stromstärke dQ/dt ist bestimmt durch die Querschnittsfläche A, sowie Konzentration, Ladung und Driftgeschwindigkeit der Ladungsträger im elektrischen Feld.

Die erzeugte Stromstärke nach Anlegen eines elektrischen Feldes ergibt sich nun aus dem Fluss der Ladungsträger der Konzentration = Anzahldichte $n = N/V$ durch die Querschnittfläche A des Leiters mit der konstanten Geschwindigkeit v_D (Abb. 2):

$$I = Ze \cdot n \cdot A \cdot v_D = A \cdot Ze \cdot n \cdot \mu \cdot E = A \cdot \sigma \cdot E$$

Dies ist nichts weiter als das **Ohm'sche Gesetz**, ausgedrückt mit Hilfe der **elektrischen Leitfähigkeit $\boldsymbol{\sigma}$** des Materials: Der Strom ist proportional zur angelegten Spannung ($E = U/l$)

$$\boxed{\boldsymbol{I} = \frac{\boldsymbol{U}}{\boldsymbol{R}} \quad mit \quad G = \frac{1}{R} = \sigma \frac{A}{l}}$$

Mit dem elektrischen Widerstand R. Die Maßeinheit des Widerstands ist das Ohm (Ω = V/A).

Hierbei wird G als "Leitwert" bezeichnet und die elektrische Leitfähigkeit σ ist das Produkt aus Ladung, Anzahldichte und Beweglichkeit der Ladungsträger:

$$\boxed{\sigma = Ze \cdot n \cdot \mu} \tag{2}$$

Im Folgenden wird für verschiedene Materialien die Veränderung der Leitfähigkeit mit der Temperatur betrachtet, wobei die Veränderung der **Ladungsträgerdichte** und der **Beweglichkeit** mit der Temperatur eine Rolle spielt.

4. Temperaturabhängigkeit der Leitfähigkeit verschiedener Materialien

a) Metalle

Die beweglichen Ladungsträger sind die ‚freien' Elektronen, die zahlreich vorhanden sind. Mit zunehmender Temperatur werden Schwingungen der Ionenrümpfe im Kristallgitter immer stärker angeregt. Diese Gitterschwingungen machen Kollisionen mit den Elektronen immer wahrscheinlicher und behindern daher die Elektronenbewegung, d.h. die **Beweglichkeit** der Elektronen nimmt deswegen mit steigender Temperatur ab. Man bezeichnet Metalle als **Kaltleiter**.

Bändermodell und elektrische Leitfähigkeit in Festkörpern (Exkurs)

Durch Wechselwirkungen zwischen den Elektronensystemen der N einzelnen Atome in einem Kristall spalten sich die Energieniveaus der Einzelatome in jeweils N benachbarte Niveaus auf. Wegen der sehr großen Zahl der Atome in einem Kristall entstehen viele eng beieinander liegende Einzelniveaus, sodass für jedes ursprünglich „scharfe“ Energieniveau des Atoms ein „Energieband“ entsteht, das aufgrund des Pauliprinzips mit jeweils 2N Elektronen besetzt werden kann. Im Einzelatom sind nur die untersten Energieniveaus mit Elektronen besetzt, sodass im Kristallverband nur die aus diesen Niveaus hervorgehenden Bänder mit Elektronen gefüllt sind.

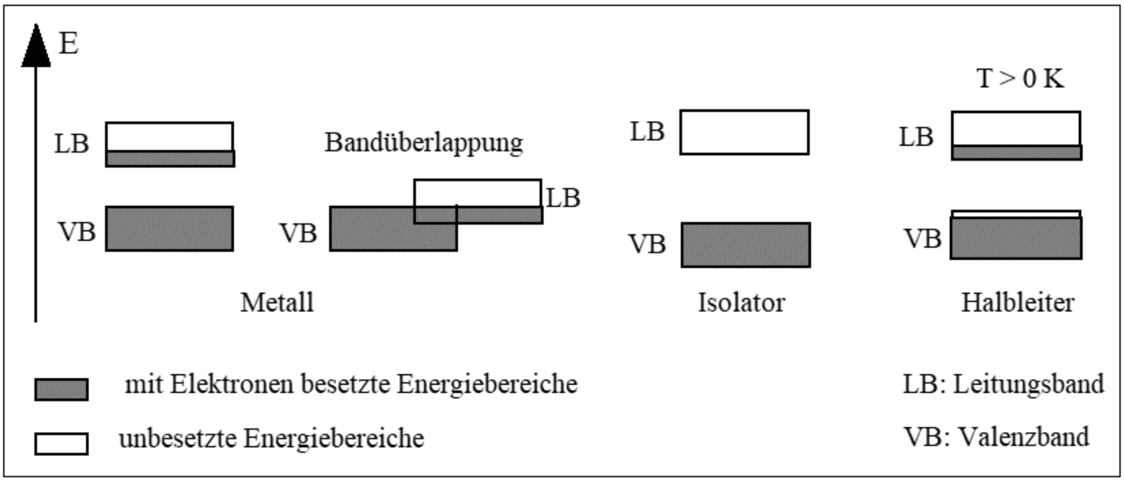


Abb.3: Bänderschema von Metallen, Isolatoren, Halbleitern.

Energiebänder, die voll besetzt sind nennt man **Valenzbänder**. Die nicht vollbesetzten Energiebänder oberhalb der Valenzbänder nennt man **Leitungsbänder**. Meist betrachtet man nur das oberste Valenzband und das unterste Leitungsband und spricht dann von "dem Valenzband" und "dem Leitungsband". Von Bedeutung ist die **Bandlücke** (=“verbotene Zone“) zwischen Valenz- und Leitungsband ΔE_{gap}. Um Elektronen im Valenzband mit höherer Energie zu versehen, muss ihnen mindestens diese Energiedifferenz zugeführt werden.

Für elektrische Leitfähigkeit müssen bewegliche Ladungsträger vorhanden sein, d.h. ein Elektron muss aus einem elektrischen Feld einen kleinen Energiebeitrag aufnehmen können, um in einen benachbarten Energiezustand zu wechseln. Dies ist aber nur dann möglich, wenn nach obenhin nichtbesetzte Zustände existieren. Folglich ist in einem vollbesetzten Band eine Elektronenbewegung innerhalb des Bandes nicht möglich.
Anhand der Besetzung der Energiebänder kann man folgende Materialen unterscheiden:

•**Metall:** Das oberste besetzte Band ist nicht vollständig mit Elektronen gefüllt oder das Valenzband ist vollständig gefüllt, überlappt aber mit dem darüberliegenden leeren Leitungsband.

•**Isolator:** Das oberste besetzte Band ist vollständig besetzt und über die große Bandlücke hinweg ist keine thermische Anregung möglich.

•**Halbleiter:** Das oberste besetzte Band ist ebenfalls vollständig besetzt. Da die Bandlücke jedoch kleiner ist als bei einem Isolator, reicht die thermische Anregung bei Raumtemperaturen aus, um einige wenige Elektronen vom Valenz- ins Leitungsband anzuheben. Im Valenzband bleiben positiv geladene Elektronenfehlstellen, sogenannte **"Defektelektronen"** oder **"Löcher"** zurück. Zur Stromleitung tragen sowohl die wenigen Elektronen im Leitungsband, als auch die Löcher im Valenzband bei. Die Leitfähigkeit ist deutlich schlechter als bei Metallen.

b) Halbleiter

Bei Halbleitern tragen sowohl die Elektronen im Leitungsband, als auch die Defektelektronen (Löcher) im Valenzband zur Leitfähigkeit bei. Bei Anlegen einer Spannung an den Halbleiterkristall bewegen sich die negativ geladenen Elektronen zum Pluspol, die Löcher zum Minuspol. Genau genommen bewegen sich nicht die Löcher, sondern Valenzelektronen, die in entgegengesetzter Richtung von Bindungsplatz zu Bindungsplatz wandern. Im Bändermodell ist es jedoch bequemer, die Bewegung der wenigen Löcher zu betrachten.

Bei der Leitfähigkeit muss die Bewegung zweier Sorten Ladungsträger berücksichtigt werden:

$$\boxed{\sigma = -en\mu_n + ep\mu_p} \tag{4}$$

(μ_n: Beweglichkeit der Elektronen, μ_p: Beweglichkeit der Löcher).

Am absoluten Nullpunkt sind Halbleiter Isolatoren, da keine beweglichen Ladungsträger vorhanden sind. Bei Erhöhung der Temperatur können einige Elektronen mit Hilfe der thermischen Energie die Bandlücke ΔE_{gap} überwinden, sich aus ihren Bindungen lösen und ins Leitungsband übertreten. (siehe Exkurs Bändermodell). Da die angeregten Elektronen und die Löcher paarweise erzeugt werden, ist ihre Anzahldichte gleich groß. Sie zeigt wegen des "Boltzmann-Faktors" eine exponentielle Abhängigkeit von der Temperatur:

$$n(T) = p(T) = n_i(T) = const \cdot e^{-\frac{\Delta E_{gap}}{2k_B T}} \tag{3}$$

(n: Anzahldichte der Elektronen,
p: Anzahldichte der Löcher,
n_i: intrinsische Ladungsträgerdichte).

Wie bei den Metallen nimmt die Beweglichkeit mit der Temperatur ab. Wegen der viel stärkeren (exponentiellen!) Abhängigkeit der Ladungsträgerdichte von der Temperatur spielt aber diese die entscheidende Rolle. Die Leitfähigkeit von Halbleitern nimmt deshalb mit der Temperatur zu, sie werden als Heißleiter bezeichnet. Da die erreichbaren Ladungsträgerdichten extrem klein sind, sind reine Halbleiter sind schlechte Leiter, die erst durch ‚Dotierung' für technische Anwendungen in Halbleiterbauelementen interessant werden.

c) Ionenleitung in Lösungen

Ionische Lösungen enthalten typischerweise bewegliche Ladungsträger beider Polaritäten, sodass sich für die Leitfähigkeit ein ähnlicher Zusammenhang ergibt wie bei Halbleitern, der nun aber **Ladungszahl, Beweglichkeit und Konzentration** von Kationen und Anionen enthält:

$$\boxed{\sigma = -Z^- ec_- \mu_- + Z^+ ec_+ \mu_+}$$

Die Beweglichkeit μ von Ionen im elektrischen Feld wird in diesem Fall durch die viskose Reibung eingeschränkt und man wird im einfachsten Modell erwarten (Stokes-Reibung, siehe Versuch 'Viskosität'):

$$\boxed{\mu_+ = \frac{Z^+ e}{6\pi R\eta}}$$

d.h. die Beweglichkeit für geladene Teilchen im elektrischen Feld hängt von der Viskosität η des umgebenden Mediums, aber vor allem auch von der Ladung und der Größe (Radius R) der Teilchen ab. Die Temperaturabhängigkeit resultiert hier hauptsächlich aus der Zunahme der **Beweglichkeit** aufgrund der Verringerung der Viskosität mit steigender Temperatur.

Elektrophorese

Da die Beweglichkeit von Ladung und Größe der Teilchen abhängt, variiert auch die Driftgeschwindigkeit im elektrischen Feld mit diesen Teilcheneigenschaften (Gl. (1)). Daraus erwächst die Möglichkeit, eine Mischung von geladenen Molekülen (z.B. Proteine) aufgrund der unterschiedlichen Driftgeschwindigkeit ('Wanderungsgeschwindigkeit') im einem elektrischen Feld aufzutrennen.
Dieses wichtige Trennverfahren in der Biochemie (Elektrophorese) wird typischerweise in einem Gel durchgeführt und die Auftrennung erfolgt aufgrund des Unterschieds in der **'elektrophoretischen Mobilität'**, die allerdings (u. a. wegen der Solvathüllen der Moleküle) nicht genau dem einfachen Modell entspricht.

II) Elektrische Schaltungen

1. Schaltsymbole und Netzwerke

Eine bestimmte Anordnung der elektrischen Verbindungen zwischen einzelnen Bauteilen wird in der Elektrotechnik als **Schaltung** bezeichnet. Ihre zeichnerische Darstellung erfolgt mittels genormter Symbole in **Schaltbildern**. In Abb.4 sind die wichtigsten Schaltsymbole dargestellt.

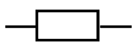
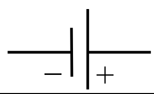
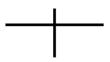
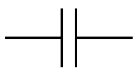
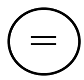
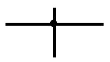
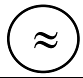
	Leitung			Widerstand **R**			Batterie, Akkumulator
	kreuzende Leitungen ohne Verbindung			Kondensator, Kapazität **C**			Gleichspannungsquelle
	kreuzende Leitungen mit Verbindung			Spule, Induktivität **L**			Wechselspannungsquelle

Abb.4: Wichtige Schaltungssymbole

Häufig werden die wesentlichen elektrischen Eigenschaften einer Anordnung in Form von ***Ersatzschaltbildern*** dargestellt. Abb.5 zeigt ein einfaches Beispiel einer Schaltung sowie den entsprechenden Schaltplan und ein Ersatzschaltbild.

Die Glühbirnen in unserem Beispiel stellen einen Verbraucher dar, der über zwei Anschlüsse die Spannungsquelle belastet (s. Abb.5).

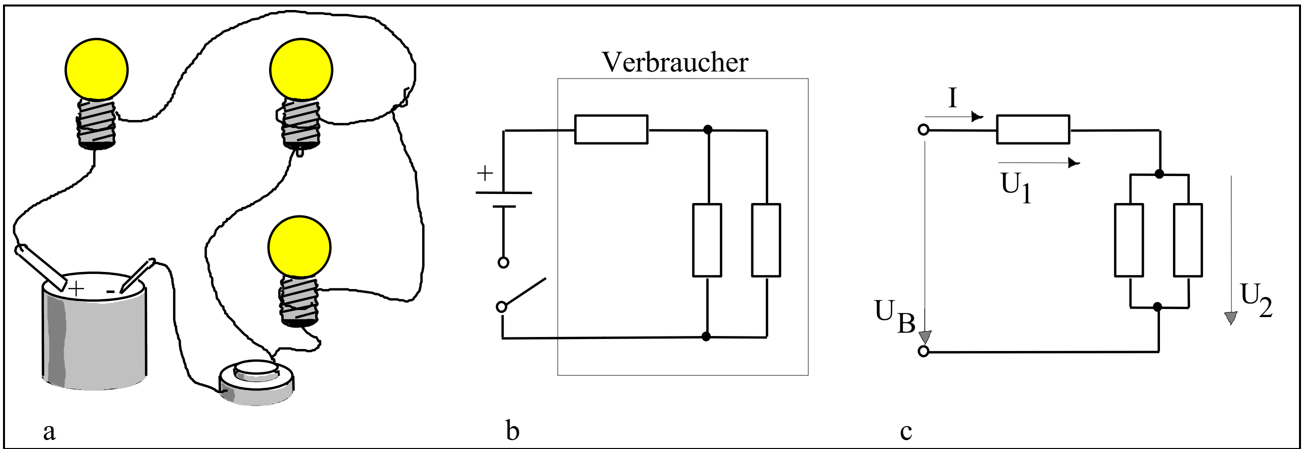


Abb.5: a) Anordnung einer Batterie, eines Schalters sowie von drei Glühbirnen zu einer elektrischen Schaltung. b) Schaltplan der Schaltung. Die Glühbirnen wurden durch einen Ohmschen Widerstand ersetzt. Sie stellen gemeinsam einen Verbraucher dar, der mit zwei Anschlüssen mit der Spannungsquelle verbunden ist. c) Ersatzschaltbild zur Hervorhebung von Serien- und Parallelschaltung der Widerstände im Zweipol.

Aus der Messung des Stromes und der angelegten Spannung kann man Rückschlüsse auf den inneren Aufbau ziehen und für ihn ein Ersatzschaltbild entwerfen. Umgekehrt kann man das Verhalten eines bekannten Schaltkreises bei Anlegen einer Spannung vorhersagen. Zur Untersuchung von Schaltungen mit kapazitiven (C) oder induktiven (L) Eigenschaften müssen Wechselspannungen eingesetzt werden.

Auch komplizierte elektrische Netzwerke lassen sich häufig auf ein Ersatzschaltbild reduzieren, in welchem nur noch die elementaren Bauteile Ohmscher Widerstand R, Kondensator C, und Spule L vorkommen. So kann etwa der (passive) Signaltransport in Nervenzellen (Abb. 6a) mit Hilfe eines Ersatzschaltbildes (Abb. 6b) verstanden werden.

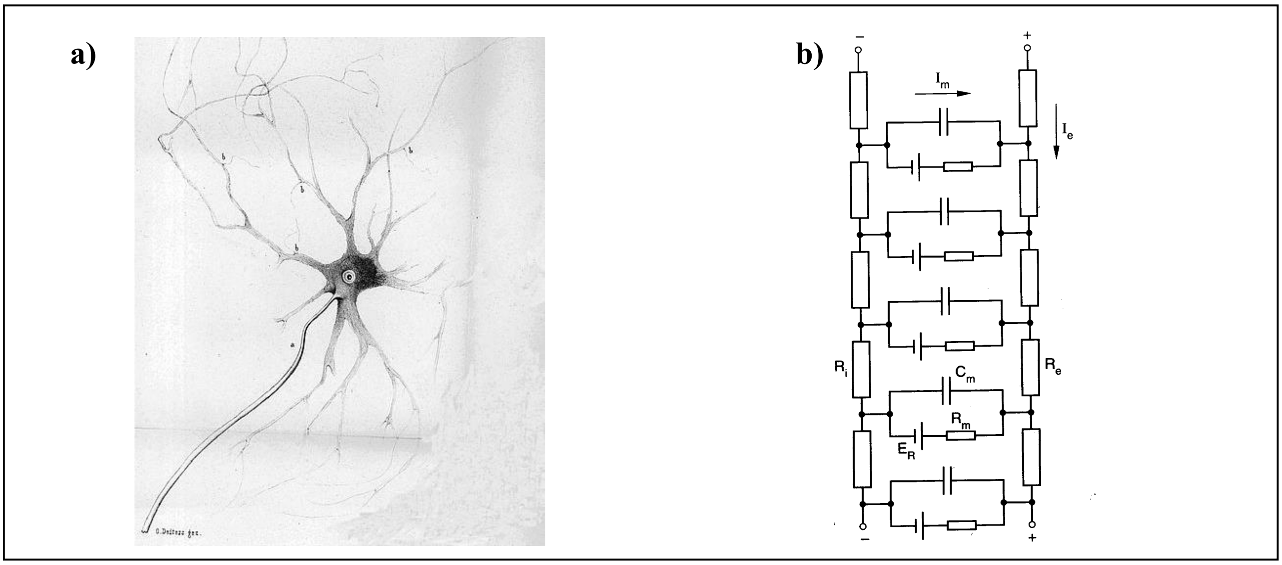


Abb. 6: (a) Historische Zeichnung einer Nervenzelle
(Quelle: Otto Deiters, https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Deiters-axon.JPG, „Deiters-axon“, gemeinfrei)
(b) Einfaches Ersatzschaltbild für den Signaltransport in einer Nervenzelle

2. *Schaltungsanalyse mit den Kirchhoffschen Regeln*

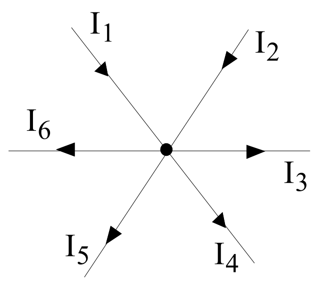
a) Knotenregel (1.Kirchhoffsche Regel)

In einem elektrischen Stromkreis gehorchen die Ladungen einem Erhaltungssatz. Dies bedeutet, dass an jedem Verzweigungspunkt (Knoten) in einer Schaltung ebensoviel Ladungen zu- wie abfließen. Dies ist die Aussage der **Knotenregel**:

An jedem Verzweigungspunkt (Knoten) ist die Summe der zu- und abfließenden Ströme Null:

$$I_1 + I_2 + I_3 + \ldots = \sum_{k=1}^{n} I_k = 0$$

Dabei werden die zufließenden Ströme positiv, die abfließenden negativ gezählt (s.Abb.7).



$$I_1 + I_2 - I_3 - I_4 - I_5 - I_6 = 0$$

Abb.7: Beispiel zur Knotenregel

b) Maschenregel (2.Kirchhoffsche Regel)

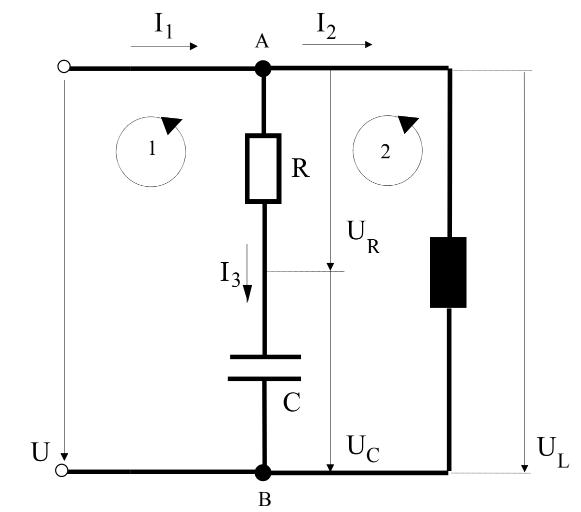
In einer elektrischen Schaltung gilt überall die Wegunabhängigkeit einer Potentialdifferenz. Deswegen müssen die Spannungen längs zweier verschiedener Wege zwischen zwei Punkten einer Schaltung gleich sein. Anders ausgedrückt: Durchläuft man einen geschlossenen Weg innerhalb einer Schaltung (Masche) und addiert die Spannungen an den passierten Bauteilen auf, ergibt deren Summe stets Null. Dies gilt auch, wenn auf dem Weg Spannungsquellen liegen. Dies ist die Aussage der **Maschenregel**:

Entlang einer Masche ist die Summe der Spannungen Null:

$$U_1 + U_2 + U_3 + \ldots = \sum_{k=1}^{n} U_k = 0$$

Dabei ist es gleichgültig, welchen Umlaufsinn der Weg hat. Es muss nur beachtet werden, dass Spannung, deren Pfeile entgegen der Wegrichtung zeigen, negativ, andernfalls positiv gezählt werden (s.Abb.8).

Mit den beiden Kirchhoffschen Regeln und den Strom-Spannungs-Beziehungen der einzelnen Bauteile kann man jede beliebige Schaltung analysieren. Knoten- und Maschenregel gelten für die Momentanwerte von Strom und Spannung, also auch für Wechselströme und -spannungen.



Masche 1: $U - U_C - U_R = 0$
Masche 2: $U_R + U_C - U_L = 0$
Knoten A: $I_1 - I_2 - I_3 = 0$

Abb.8: Beispiel zur Knoten- und Maschenregel.

Aus den Kirchhoffschen Regeln folgen für Reihen- und Parallelschaltungen von Widerständen:

- **Reihenschaltung** (Abb.9a): *Bei einer Reihenschaltung ist die Summe der Einzelwiderstände gleich dem Gesamtwiderstand:* $R = R_1 + R_2$.

- **Parallelschaltung** (Abb.9b): *Bei einer Parallelschaltung ist der Kehrwert des Gesamtwiderstandes gleich der Summe der Kehrwerte der Einzelwiderstände:*

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}.$$

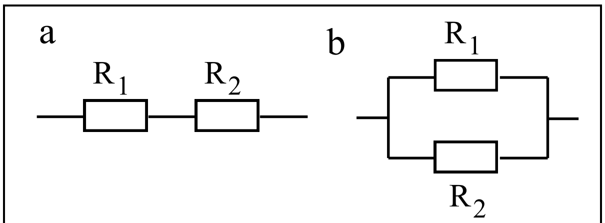


Abb.9: a) Reihenschaltung, b) Parallelschaltung zweier Widerstände.

3. Ohmscher Widerstand

Den Zusammenhang zwischen der Spannung U, dem Strom I und dem Widerstand R beschreibt das **Ohmsche Gesetz**

Der Strom, der infolge einer angelegten Spannung fließt, ist der Spannung proportional.

$$I(t) = \frac{1}{R} \cdot U(t)$$

Widerstände, an denen dieser lineare Zusammenhang erfüllt ist, nennt man ohmsche Widerstände.
Die Maßeinheit des Widerstandes ist das Ohm (Ω, 1Ω=1V/1A).
Diese Relation gilt für **beliebige zeitliche Verläufe der angelegten Spannung**, also für Gleich- und Wechselspannungen gleichermaßen.

4. Spule

Wir betrachten wir eine ideale Spule aus mehreren Drahtwicklungen, wobei der Draht einen vernachlässigbar kleinen Ohmschen Widerstand haben soll. Das Magnetfeld einer stromdurchflossenen Spule ergibt sich als Überlagerung der magnetischen Felder der einzelnen Drahtschleifen. Die Gesamtheit aller magnetischen Feldlinien, die eine bestimmte Fläche durchfluten, nennt man den *magnetischen Fluss* ϕ. Eine zeitliche Änderung des magnetischen Flusses durch eine zeitliche Änderung des Spulenstroms erzeugt eine Induktionsspannung U_{ind} , die der Änderung des Stroms proportional, aber entgegengesetzt gerichtet ist. Ein konstanter Strom (= Gleichstrom) bewirkt demnach keine Induktionsspannung, so eine ideale Spule ohne Ohmschen Widerstand bei Gleichstrombetrieb wirkungslos bleibt.

$$U_{ind}(t) = -\frac{d\phi(t)}{dt}, \qquad U_{ind} = -L\frac{dI}{dt}$$

Dabei beschreibt **L die Induktivität der Spule**, die von der Geometrie der Spule, der Anzahl der Spulenwindungen und dem Material des Spulenkerns abhängt.
Die Maßeinheit der Induktivität ist das Henry (H, 1H = 1 Vs/A).

5. Kondensator

Wir schließen einen Plattenkondensator (s.Abb.1b), bestehend aus zwei leitenden Platten, zwischen denen sich eine nichtleitende Schicht (z.B. Luft) befindet, an eine Gleichspannungsquelle an.
Da am Pluspol der Spannungsquelle Elektronenmangel und am Minuspol Elektronenüberschuss herrscht, wird der Pluspol Elektronen von der an ihn angeschlossenen Platte abziehen; zurück bleibt eine positive Nettoladung (= Elektronenmangel). Der Minuspol verschiebt Elektronen auf „seine" Platte, es kommt dort zu einer negativen Nettoladung (= Elektronenüberschuss). Während dieses Vorganges fließt demnach ein Ladestrom, der zwischen den Platten ein elektrisches Feld und damit eine Potentialdifferenz aufbaut. Der Ladevorgang kommt zum erliegen, wenn die Potentialdifferenz zwischen den Platten den vollen Wert der Quellenspannung erreicht hat.

Die Platten des Kondensators speichern die aufgebrachten Ladungen, auch wenn die angeschlossene Spannungsquelle entfernt wird.
Die auf dem Kondensator gespeicherte Ladung ist der angelegten Spannung proportional.

$$Q = C \cdot U$$

Dabei beschreibt **C die Kapazität des Kondensators**, ein Maß für die Speicherfähigkeit für Ladungen bei einer gegebenen Spannung.
Die Maßeinheit der Kapazität ist das Farad (F, 1F = 1As/V).

Bei einem Plattenkondensator kann sie nach folgender Formel berechnet werden:

$$C = \varepsilon \varepsilon_0 \frac{A}{d}$$

ε : Dielektrizitätskonstante der Isolationsschicht
ε_0 : elektrische Feldkonstante
A : Fläche einer Kondensatorplatte
d : Abstand der Platten

Um das Verhalten des Kondensators im Stromkreis zu betrachten, müssen wir noch einen Zusammenhang zwischen der angelegten Spannung U(t) und dem Ladestrom I(t) herstellen.
Dazu müssen wir in die obige Kapazitätsformel den Wert für die Ladung einsetzen, der sich aus den vielen kleinen Ladungsmengen aufsummiert, die durch den jeweiligen Stromfluss in einem bestimmten Zeitintervall aufgebracht wurden.
Wir müssen also den Strom bis zum momentanen Zeitpunkt integrieren:

$$dQ = I\,dt \quad \Rightarrow \quad Q = \int_0^t I\,dt$$

Die Spannung U_C am Kondensator baut sich erst langsam aufgrund des bis zum Zeitpunkt t geflossenen Ladestroms I(t) auf, sodass zu jedem Zeitpunkt gilt:

$$U_C(t) = \frac{1}{C}\int_0^t I(t)dt.$$

Membrankapazität

Zellmembranen zeigen aufgrund Ihres Aufbaus die Eigenschaften eines Kondensators: Eine Isolatorschicht trennt zwei elektrisch leitfähige Regionen, das Cytoplasma und den Extrazellulärraum. Durch den kleinen ‚Platten'-Abstand aufgrund der dünnen Lipid-Doppelschicht (einige nm) ergibt sich eine erhebliche Kapazität, die für die Signalausbreitung in Neuronen eine wichtige Rolle spielt

6. Ladevorgang eines Kondensators (RC-Glied)

Wir betrachten zunächst einen Kondensator C, der über einen Widerstand R und einen Schalter S an eine Gleichspannungsquelle U_0 angeschlossen ist (Abb. 10). Nach Schließen des Schalters wird, wie oben beschrieben, zunächst ein hoher Ladestrom über den Widerstand zum Kondensator fließen, der aber wegen der zunehmenden Kondensatorspannung allmählich zum Erliegen kommt. Dieser zeitliche Ablauf kann mit Hilfe der Maschenregel auch quantitativ beschrieben werden: (siehe Masche 1 in Abb.8)

$$U_0 - U_C - U_R = 0$$

$$U_0 - \frac{1}{C}\int_0^t I(t)dt - RI(t) = 0$$

Da die Spannung der Quelle U_0 konstant ist, ergibt sich durch differenzieren nach t die DGl:

$$\frac{1}{RC}I(t) = \frac{dI}{dt}$$

Mit der Lösung:

$$I(t) = I_0 e^{-t/\tau} \qquad mit\ \tau = R \cdot C$$

Nach dem Anschalten sinkt also der Ladestrom von seinem Maximalwert exponentiell ab, und zwar mit einer Zeitkonstanten, die durch das Produkt aus Widerstand und Kapazität gegeben ist.

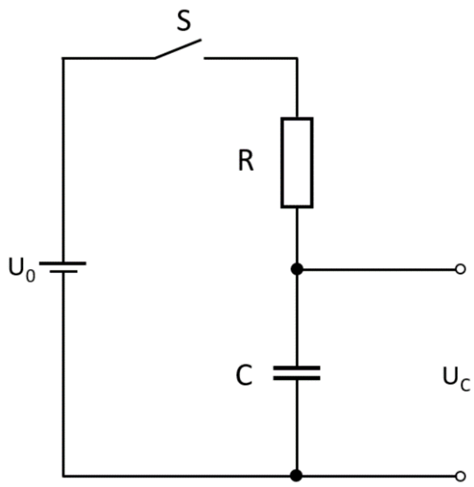


Abb. 10: Schaltbild zum Ladevorgang

Entsprechend kann der Spannungsverlauf am Kondensator berechnet werden als:

$$U_C(t) = U_0\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$$

Die Spannung am Kondensator nähert sich also exponentiell dem Wert der Quellenspannung an.

III) Messtechnik

1. Gleich- und Wechselströme, Gleich- und Wechselspannungen

Man unterscheidet die in einer Schaltung herrschenden Spannungen bzw. Ströme hinsichtlich der Art und Weise, wie sie sich zeitlich ändern. Grundsätzlich werden sie in Gleich-, Wechsel- und Mischspannung bzw. -strom eingeteilt.

Ändert sich Betrag und Richtung von Spannung bzw. Strom nicht, spricht man von Gleichspannung bzw. Gleichstrom (Abb.5). **Von Wechselspannung bzw. -strom spricht man gewöhnlich, wenn man einen sinusförmigen Kurvenverlauf meint** (Abb.11). Ist der Wechselspannung/dem Wechselstrom eine Gleichspannung/ein Gleichstrom überlagert, spricht man von Mischspannung/Mischstrom.

Der Kurvenverlauf eines sinusförmigen Signals (bzw. eines cosinusförmigen Signals) ist durch *Amplitude*, *Frequenz* und ggf. Angaben zur *Phase* ausgezeichnet. Der in Abb.11 gezeigte Spannungsverlauf lässt sich mit diesen Größen wie folgt beschreiben:

$$U(t) = U_0 \sin\left(\frac{2\pi}{T} t + \varphi_0\right) = U_0 \sin(2\pi f \cdot t + \varphi_0)$$

Darin bezeichnet U_0 die **Amplitude** (=Maximalwert) des periodischen Spannungsverlaufs. Die **Periodendauer** T gibt die Zeitdauer an, nach der sich die Signalform wiederholt. Mit der **Frequenz** f eines sinusförmigen Signals hängt sie über $f = 1/T$ zusammen.
Neben sinusförmigen Wechselspannungen, wie sie z.B. auch in unseren Stromnetzen verwendet werden (in Europa: $f = 50$ *Hz)*, können auch ‚rechteckförmige' Wechselspannungen von ‚Funktionsgeneratoren' erzeugt und für Experimente eingesetzt werden.

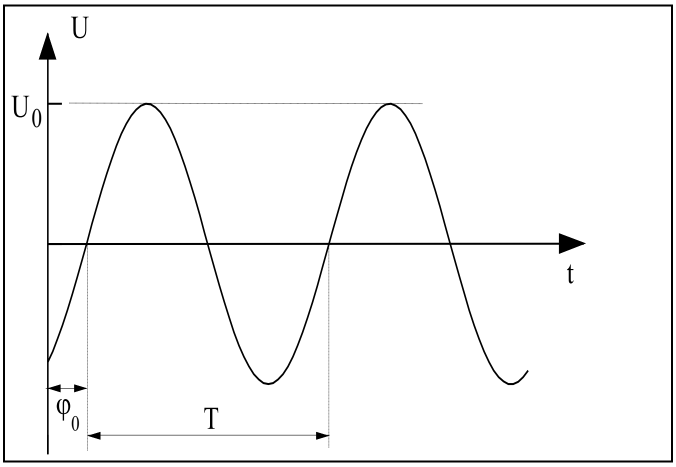


Abb.11: Kenndaten einer sinusförmigen Wechselspannung. U_0 Amplitude, T Periodendauer, φ_0 Nullphasenwinkel, auch Phase genannt (wird in Winkeleinheiten rad oder Grad angegeben).

2. Oszilloskop

Um die zeitlichen Verläufe von Signalen sichtbar zu machen, kann man ein **Elektronenstrahl-Oszilloskop** ('analoges' Oszilloskop) verwenden. Dieses besteht aus einer Elektronenstrahlröhre mit Leuchtschirm (Braunsche Röhre) sowie verschiedenen Einheiten zur Ablenkung des Elektronenstrahls.
Die von einer Glühkathode emittierten frei beweglichen Elektronen werden gebündelt und in Richtung Leuchtschirm beschleunigt, wo sie beim Aufprall einen Leuchtpunkt erzeugen (Abb. 12).

Der Elektronenstrahl durchläuft zwei senkrecht zueinanderstehende Plattenpaare. Dabei erfährt er waagrechte und senkrechte Ablenkungen, die proportional zur Spannung sind, die an den Plattenpaaren anliegt. Üblicherweise legt man die Messgröße an die vertikal ablenkenden Platten (y-Richtung) und schließt an die horizontal ablenkenden Platten (x-Richtung) eine periodische, proportional mit der Zeit ansteigende (Sägezahn-)Spannung an. Dadurch entsteht auf dem Leuchtschirm eine Abbildung des zeitlichen Verlaufes der an den Y-Platten anliegenden Spannung. Durch geeignete Synchronisation ('Triggerung') der X- und Y-Spannungen kann von einem periodischen Signal ein stehendes Bild erzeugt werden.

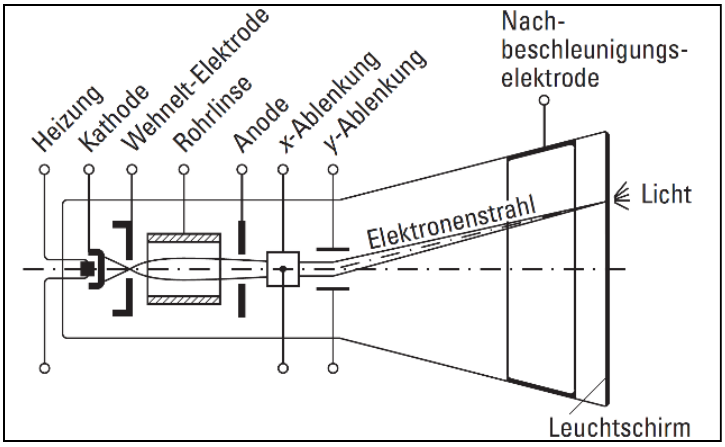


Abb. 12: Schematische Darstellung von Komponenten und Funktion eines Analog-Oszilloskops
(Quelle: Wilhelm Raith, Elektromagnetismus, Lehrbuch der Experimentalphysik 2, 9. Aufl Berlin: de Gruyter, 2006, S.700)

Die gleichzeitige Messung und Darstellung zweier Signale erfolgt mit einem Zweikanal-Oszilloskop. Es werden dann alternierend zwei verschiedene Spannungssignale (von den Eingängen ‚Kanal 1' bzw. ‚Kanal 2') an die vertikal ablenkenden Platten angelegt. Da der Wechsel zwischen beiden Signalen schneller erfolgt als unsere Wahrnehmung folgen kann, können somit zwei Signale (quasi) simultan angezeigt und miteinander verglichen werden (wichtig zur Ermittlung der Phasenverschiebung zwischen zwei Signalen).

Mit einem Oszilloskop können nur Spannungen gemessen werden. Ströme müssen deswegen indirekt über Spannungsabfälle an bekannten Widerständen bestimmt werden (siehe Aufgabe 4).

Inzwischen wird statt des 'analogen' Oszilloskops oft ein **digitales Oszilloskop** eingesetzt. Hier wird das analoge Spannungssignal mit einem Analog-Digital-Wandler digitalisiert, anschließend prozessiert und auf einem Bildschirm dargestellt. Das Digital-Oszilloskop hat einige Vorteile: Durch die elektronische Verarbeitung des Signals können mathematische Operationen vorgenommen werden, das Signal kann mit Hilfe eines Cursors einfacher analysiert werden und die Bildschirm-Darstellung ist flexibler, so können z.B. mehrere dargestellte Signale durch Farben unterschieden werden.

Die Bedienelemente sind meist dem analogen Oszilloskop nachempfunden, mit einer Vielzahl zusätzlicher Funktionen, was die Bedienung teilweise etwas unübersichtlicher macht.

IV) Aufgabenstellung

Vor Änderungen an den Schaltungen bitte stets die Versorgungsspannung abschalten.

Vor Inbetriebnahme einer aufgebauten Schaltungen bitte den Versuchsaufbau vom Betreuer kontrollieren lassen.

Machen Sie sich Gedanken über die Fehler, die durch den Einbau der Messgeräte in den Stromkreis auftreten und diskutieren Sie diesen Punkt auch im Versuchsbericht.

1. Strom-Spannungs Kennlinien

Nehmen sie mit der in Abb.13 gezeigten Schaltung die Kennlinie einer Metallfadenlampe bei Spannungen von 0 bis 20V im Abstand von 2V auf und zusätzlich den Bereich zwischen -0 und 2V in Schritten von 0.5V. *Die gemessenen U-I - Wertepaare werden gleich in eine Excel-Tabelle eingetragen. Schreiben Sie bitte die Einheiten mit in den Tabellenkopf!*

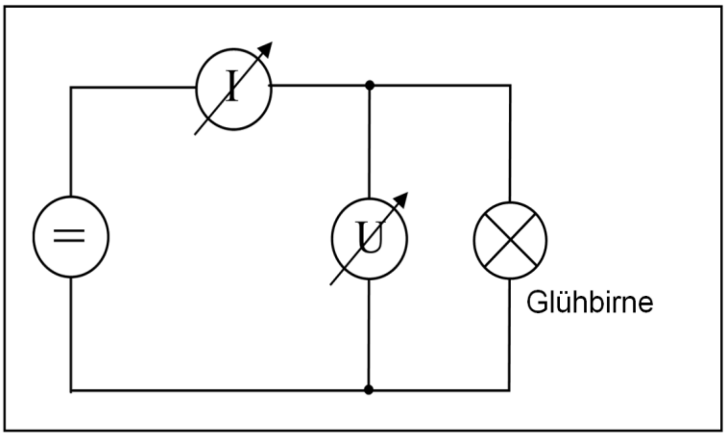


Abb.13: Schaltbild zur Bestimmung der I-U-Kennlinien

Führen Sie dieselben Messungen an einem Ohm'schen Widerstand (1kΩ) durch. Stellen Sie die beiden erhaltenen Kennlinien in einem gemeinsamen Diagramm dar (I über U). Diskutieren Sie den Kurvenverlauf in Bezug auf das Ohm'sche Gesetz. Bestimmen Sie die Steigung um den Spannungswert U=0V und berechnen Sie daraus den elektrischen Widerstand der Metallfadenlampe bei Raumtemperatur.

Berechnen Sie nun mit Hilfe Ihrer Excel-Tabelle für jedes Wertepaar die elektrische Leistung, die im Lampendraht bzw. im Bauteil 'verheizt' wird, sowie den elektrischen Widerstand. Tragen Sie jeweils Widerstand über Leistung in einem <u>gemeinsamen</u> Diagramm für beide Objekte auf und interpretieren Sie die beiden Kurven.

Spannungsgesteuerte Ionenkanäle

Die hier untersuchten Kennlinien zeigen keine spektakulären Effekte. Strom-Spannungskennlinien werden aber auch zur Charakterisierung des Schaltverhaltens von spannungsgesteuerten Ionenkanälen in einer Zellmembran eingesetzt (z.B. mit Hilfe der 'Patch-clamp Technik'):
Bei Ionenkanälen wird durch die Kraftwirkung des elektrischen Feldes auf geladene Gruppen im Kanalprotein eine **Konformationsänderung** bewirkt, die die Ionenleitfähigkeit des Kanals verändert. Mit Hilfe des elektrischen Feldes kann sozusagen zwischen den Zuständen 'offen' und 'geschlossen' umgeschaltet werden. Dies ist die Basis für die Entstehung von Aktionspotentialen in Nervenzellen.

2. Schaltkreise mit Widerständen

Bauen Sie die in Abb. 14 dargestellte Schaltung als Kombination der Widerstände R_1, R_2 und R_3 auf. Legen Sie eine Spannung U_{ges} = 5V an die Schaltung an und messen Sie zunächst den Gesamtstrom I_{ges}.

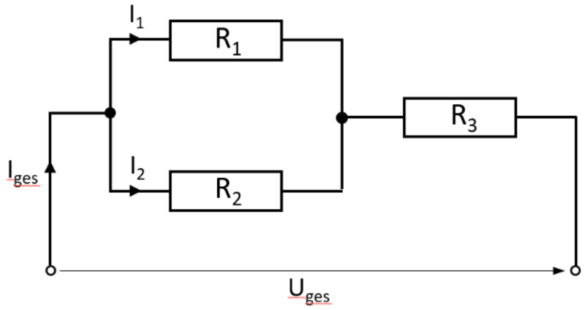


Abb.14: Schaltbild einer Widerstandskombination

Messen Sie nun die Teilspannung U_3 und den Teilstrom I_2. Berechnen Sie dann zunächst alle Teilspannungen und Teilströme und daraus die Werte der drei unbekannten Widerstände. Geben Sie nun einen Gesamtstrom von I_{ges} = 10 mA vor und führen Sie die Messungen nochmals durch.

3. Wechselspannung und Oszilloskop

Erzeugen Sie mit einem Signalgenerator eine sinusförmige Wechselspannun g mit f = 40kHz und beobachten Sie diese mit einem Oszilloskop (*Menu off*). Zeichnen Sie eine Schirmskizze auf das im Anhang gegebene Raster und ergänzen Sie die passenden Achsenbeschriftungen (berücksichtigen Sie die Zeitbasis in s/div und die Empfindlichkeit in V/div). Bestimmen Sie die Amplitude und die Periodendauer aus dem Schirmbild. Berechnen Sie aus Ihrer Messung die Signalfrequenz und deren Größtfehler. Wiederholen Sie das Vorgehen für eine rechteckförmige Wechselspannung mit f = 2.5kHz.

4. Ladeverhalten eines Kondensators

Legen Sie an eine Serienschaltung zur Untersuchung des Ladeverhaltens eines Kondensators (Abb.15a, R=100Ω) eine rechteckförmige Wechselspannung mit f ≈ 250 Hz an (Power-Ausgang) und beobachten Sie zunächst den Spannungsverlauf am Kondensator U_C auf dem Oszilloskop.

> Beachten Sie, dass sowohl beim Generator als auch beim Oszilloskop ein Anschluss geerdet ist!

Stellen am Oszilloskop Sie die Zeitbasis so ein, dass ca. 1-2 Perioden auf dem Schirm dargestellt werden und stellen Sie die Empfindlichkeit auf 1V/div. Stellen Sie die Amplitude am Generator so ein, dass die Signalhöhe das Bildschirmformat gut ausfüllt. Fotografieren Sie das Schirmbild zur Dokumentation und späteren Diskussion.

Tauschen Sie nun Widerstand und Kondensator (Abb.15b), sodass nun der Spannungsverlauf am Widerstand U_R dargestellt wird. Fotografieren Sie wiederum das Schirmbild. Erklären Sie anhand der Kirchhoffschen Regeln, warum mit dieser Schaltung der Stromfluss auf den Kondensator gemessen werden kann und warum die beiden Zeitverläufe komplementär sind.

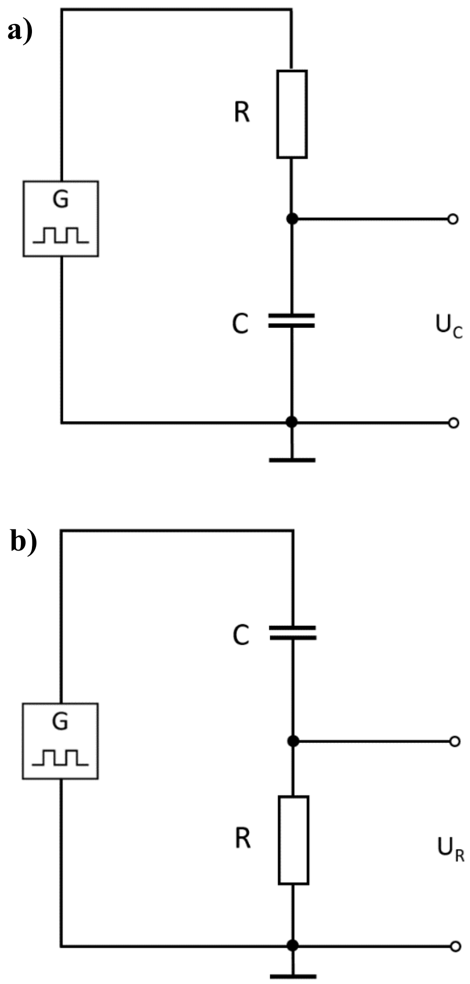


Abb.15: Schaltbilder zur Untersuchung des Spannungsverlaufs a) am Kondensator und b) am Widerstand

Bestimmen Sie nun den Stromverlauf einer einzelnen Ladekurve, indem Sie zunächst die Zeitbasis am Oszilloskop so einstellen, dass am Ende des Schirms das Signal auf ca. 1/10 des Anfangswerts abgefallen ist (Schieben Sie dazu den Beginn einer Ladekurve an den linken Bildrand). Bestimmen Sie mit Hilfe des Cursors (*Menu on*) 8 Wertepaare des Signalverlaufs. Tragen Sie die Wertepaare in einem Diagramm auf (Zeit in Sekunden) und bestimmen Sie mittels eines exponentiellen fits die Zeitkonstante und daraus die Kapazität des Kondensators.

Anhang: Raster für Schirmskizzen