

Seminar zur Vorlesung Physik II für Naturwissenschaftler

Sommersemester 2024

Blatt 4

06.05.2024

Aufgabe 10 *Schwingende Ladung im elektrischen Potential (Zuletzt SoSe 2024)*

An den Punkten $\vec{x}_1 = (a, 0, 0)$ und $\vec{x}_2 = (-a, 0, 0)$ sind positive Ladungen $Q_1 = Q_2 = Q > 0$ angebracht. Zwischen diesen Feldladungen befindet sich am Ursprung $\vec{x} = (0, 0, 0)$ die Probeladung $q > 0$ mit der Masse m . Sie kann sich mit kleinen Auslenkungen x entlang der x -Achse bewegen, es gilt also $|x| \ll a$.

- a) Erklären Sie zunächst qualitativ mithilfe der auf q wirkenden Coulomb-Kräfte, dass diese Probeladung nach einer Auslenkung eine Schwingungsbewegung macht. (1 Punkt)
- b) Berechnen Sie jetzt das durch die beiden Feldladungen auf der x -Achse erzeugte elektrische Potential $\phi = \phi(x)$. Dieses Potential lässt sich für $|x| \ll a$ approximieren (siehe Hinweis). Berechnen Sie dieses approximierte Potential $\tilde{\phi} = \tilde{\phi}(x)$. (1 Punkt)

Hinweis: $\frac{1}{1 \pm \xi} \simeq 1 \mp \xi + \xi^2$ (Taylor-Entwicklung)

Ergebnis: $\tilde{\phi}(x) = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 a} + \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 a^3} x^2$

- c) Skizzieren Sie damit die potentielle Energie, in der sich die Probeladung q mit den kleinen Auslenkungen $|x| \ll a$ bewegt (vgl. Physik I, Aufgabe 32). (1 Punkt)
- d) Mit welcher Frequenz ω schwingt folglich die Probeladung? (1 Punkt)

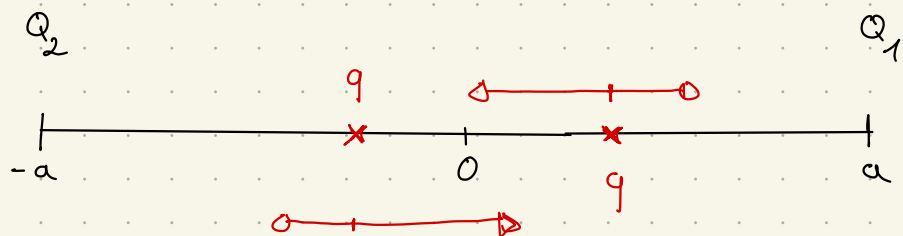
Aufgabe 11 *Reihen- und Parallelschaltung von Kondensatoren*

Wir betrachten zwei Kondensatoren mit den unbekannten Kapazitäten C_1 und C_2 . Wenn man die Kondensatoren hintereinander schaltet und eine Spannung von 100 V anlegt, findet man auf den beiden positiv geladenen Platten insgesamt die Ladung $1,5 \cdot 10^{-4}$ C. Wenn man die Kondensatoren parallel schaltet und wieder eine Spannung von 100 V anlegt, findet man auf den beiden positiv geladenen Platten insgesamt die Ladung $4 \cdot 10^{-4}$ C. Welche Kapazitäten haben die beiden Kondensatoren? (1 Punkt)

Aufgabe 10 - Schwingende Ladung im el. Pot.-fial

$$\vec{x}_1 = (a, 0, 0) \quad \vec{x}_2 = (-a, 0, 0); \quad Q_1 = Q_2 = Q > 0$$
$$\vec{x} = (0, 0, 0) \quad ; \quad q > 0, m, |x| \ll a$$

a)



b)

$$\tilde{\phi} = \phi(x) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^2 \frac{Q_i}{|\vec{x} - \vec{x}_i|} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \cdot \left[\frac{1}{|\vec{x} - \vec{x}_1|} + \frac{1}{|\vec{x} - \vec{x}_2|} \right]$$

$$|\vec{x} - \vec{x}_1| = \sqrt{(x-a)^2} = x-a$$

⚡ $\begin{pmatrix} a-x \\ a+x \end{pmatrix}?$

$$|\vec{x} - \vec{x}_2| = \sqrt{(x-(-a))^2} = x+a$$

$$\Rightarrow \tilde{\phi} = \phi(x) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{x-a} + \frac{1}{x+a} \right) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{2x}{x^2 - a^2}$$

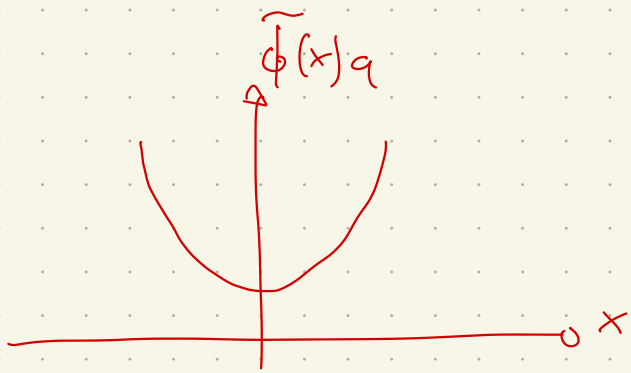
$$\phi'(x) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{(a-x)^2} - \frac{1}{(a+x)^2} \right)$$

$\swarrow 1 - \frac{x}{a} \quad \searrow 1 + \frac{x}{a}$

$$\phi''(x) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{2}{(a-x)^3} - \frac{2}{(a+x)^3} \right)$$

$$\tilde{\phi}(x) = \phi(0) + \underbrace{\phi'(0)}_0 \cdot x + \frac{\phi''(0)}{2} x^2$$
$$= \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 a} + \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 a^3} x^2$$

c)



d)

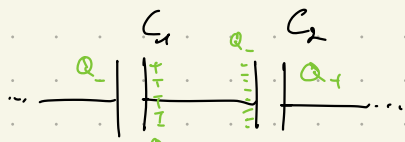
$$\tilde{\phi} = \underset{\substack{\text{offset} \\ \text{Lage}}}{\alpha} q + \frac{qQ}{2\pi\epsilon_0 a^3} x^2 = \frac{1}{2} k x^2$$

$$\Rightarrow k = \frac{qQ}{\pi\epsilon_0 a^3}, \quad \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{qQ}{m\pi\epsilon_0 a^3}}$$

mit $E = E_{\text{kin}} + E_{\text{pot}} + E_{\text{off}}$

Aufgabe 11 - Reihen- und Parallelschaltung von Kondensatoren

Reihenschaltung:



$$U = 100V$$

$$\sim 2Q = 1,5$$

$$Q = 0,75$$

$$C_{ges} = 1,5 \cdot 10^{-4} C \Rightarrow \frac{1}{C_{ges}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

$$\text{Annahme: } C_1 = C_2$$

$$C_{ges} = \frac{C_{1/2}}{2} \quad \sim C_1 = C_2 = 3 \cdot 10^{-4} C$$

$$\frac{U}{Q_1} = \frac{1}{C_{ges}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

$$\frac{Q_2}{U} = C_1 + C_2 = C_{ges}$$

$$\Leftrightarrow C_1 = \frac{Q_2 - UC_2}{U}$$

$$\frac{U}{Q_1} = \frac{U}{Q_2 - UC_2} + \frac{1}{C_2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{U}{Q_1} = \frac{Q_2}{Q_2 C_2 - UC_2^2}$$

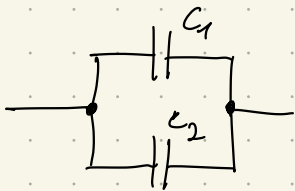
$$\Leftrightarrow Q_1 Q_2 = U Q_2 C_2 - U^2 C_2^2$$

$$\Rightarrow 0 = C_2^2 - \frac{Q_2}{U} C_2 + \frac{Q_1 Q_2}{U^2}$$

$$C_{1/2} = \frac{Q_2}{U} \pm \sqrt{\frac{Q_2^2}{U^2} - \frac{4Q_1 Q_2}{U^2}}$$

$$\sim C_{1/2} = 2 \cdot 10^{-6} \pm 10^{-6} F$$

Parallelschaltung



$$U = 100V$$

$$C_{ges} = 4 \cdot 10^{-4} C \Rightarrow C_{ges} = C_1 + C_2$$

$$\text{Annahme: } C_1 = C_2$$

$$C_{ges} = 2C_{1/2} \quad \sim C_1 = C_2 = 2 \cdot 10^{-4} C$$

Reihe	Para	$C = \frac{Q}{U}$
$U_G = U_1 + U_2$	$U_G = U_1 = U_2$	
$Q = Q_1 = Q_2$	$Q = Q_1 + Q_2$	
$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$	$C = C_1 + C_2$	

