



universität
uulm

Praktikum Physik für Naturwissenschaftler

Bericht zum Versuch

Drehschwingungen

Durchgeführt am 7. Dezember 2023

Gruppe 6

Moritz Wieland und **Dominik Beck**
(moritz.wieland@uni-ulm.de) (dominik.beck@uni-ulm.de)

Betreuer: **Stefan Pokrivka**

Wir bestätigen hiermit, dass wir die Ausarbeitung selbständig erarbeitet haben und detaillierte Kenntnis vom gesamten Inhalt besitzen.

_____ und _____
Moritz Wieland Dominik Beck

Inhaltsverzeichnis

Kapitel		Seite
	1 Einleitung	2
Kapitel	2 Versuchsdurchführung und Auswertung	3
2.1	Versuch 1: Frequenz und Dämpfung der freien Schwingung Versuchsaufbau und -durchführung — 3	3
2.2	Versuch 2: Computersimulation Versuchsaufbau und -durchführung — 6	6
2.3	Versuch 3: Erzwungene Schwingungen Versuchsaufbau und -durchführung — 9 • Abschließende Diskussion — 11	9

1 Einleitung

Drehschwingungen stellen eine faszinierende Facette der physikalischen Phänomene dar und finden Anwendung in verschiedenen Bereichen, von mechanischen Systemen bis hin zur molekularen Ebene. Dieses Protokoll dokumentiert eine Reihe von Experimenten, die sich mit unterschiedlichen Aspekten von Drehschwingungen auseinandersetzen.

Der Versuchsumfang umfasst die Untersuchung freier Schwingungen, Dämpfung, erzwungener Schwingungen, Resonanz, Phasenkurven, den Energieerhaltungssatz, die Schwingungsgleichung, Regression/Fit-Analysen und Molekulardynamik. In den Experimenten werden zunächst die Eigenfrequenz und Dämpfungskonstante eines frei schwingenden Drehpendels durch die Messung von Periodendauer und Amplitudenabnahme bestimmt.

Weiterhin werden die Amplitude und Phase erzwungener Schwingungen bei verschiedenen Erregerfrequenzen gemessen und in einer Resonanzkurve aufgetragen. Durch Anpassung einer Modellfunktion an diese Kurve werden Eigenfrequenz und Dämpfungskonstante ermittelt und mit den Ergebnissen der freien Schwingung verglichen. Ein weiterer Schwerpunkt des Experiments liegt auf dem Zusammenhang zwischen Infrarotabsorption und verschiedenen Schwingungsmoden eines Moleküls, der mithilfe einer Computersimulation, genauer gesagt der 'Molekulardynamik', untersucht wird.

Diese Experimente bieten nicht nur Einblicke in grundlegende Prinzipien der Drehschwingungen, sondern demonstrieren auch die Anwendbarkeit und Relevanz dieser Konzepte in unterschiedlichen physikalischen Kontexten. Die vorliegende Untersuchung verfolgt das Ziel, die zugrundeliegenden Mechanismen von Drehschwingungen zu verstehen und ihre Bedeutung für vielfältige Anwendungen zu unterstreichen.

2 Versuchsdurchführung und Auswertung

2.1 Versuch 1: Frequenz und Dämpfung der freien Schwingung

2.1.1 Versuchsaufbau und -durchführung

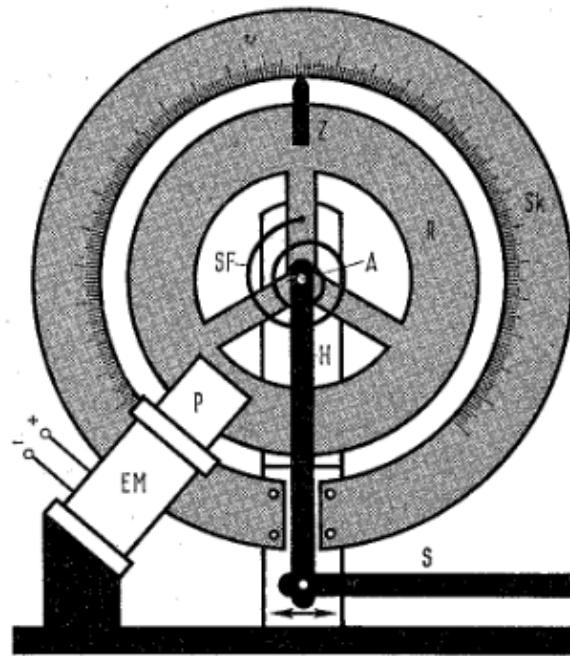


Abbildung 2.1: Versuchsaufbau für Versuch 1

Das Drehpendel in 2.1 besteht aus einer horizontalen Achse (A) einem darum drehenden Kupfering (R), der über eine Spiralfeder (SF) mit einem Hebel (H) verbunden ist und über eine Stange (S) in Bewegung versetzt werden kann. Die Amplitude kann an einer festen Skala (Sk) abgelesen werden. Die Dämpfung wird durch eine Spannungsquelle erzeugt, die über einen Elektromagneten (EM) auf den Kupfering wirkt.

Teil 1: Eigenfrequenz

Im ersten Teil von Versuch 1 soll die Eigenfrequenz des Drehpendels bestimmt werden. Der Aufbau ist in 2.1 zu sehen. Um die Eigenfrequenz zu bestimmen wird die Schwingungsdauer mit einer Stoppuhr gemessen. Die Messung wird 5 mal wiederholt und läuft über 10 Perioden. Die Messergebnisse sind in Tabelle 2.1 zu sehen.

Ergebnisse & Diskussion

Tabelle 2.1: Messergebnisse Eigenfrequenz

n	Schwingungsdauer in s	Periodendauer T in s
1	19,27	1,927
2	19,16	1,916
3	19,20	1,920
4	18,95	1,895
5	19,11	1,911

Da die Schwingungsdauer über 10 Perioden gemessen wird um den Messfehler so gering wie möglich zu halten, muss der Messwert durch 10 geteilt werden um die Periodendauer zu erhalten. Der Fehler lässt sich auf die Reaktionszeit des Menschen zurückführen und darauf dass die Stoppuhr 2 mal betätigt werden muss. Da der Fehler bei der Messung der Schwingungsdauer betrachtet werden muss, wird der Fehler für die Periodendauer ebenfalls durch 10 geteilt. Man erhält nun einen Mittelwert für die Periodendauer von $T = 1,914 \pm 0,06$ s. Die 0,06 basieren auf der 2-fachen Reaktionszeit des Menschen: [https://de.wikipedia.org/wiki/Reaktion_\(Verkehrsgeschehen\)](https://de.wikipedia.org/wiki/Reaktion_(Verkehrsgeschehen)). Die Eigenfrequenz können wir nun mit folgender Formel berechnen:

$$f = \frac{1}{T} \quad (2.1)$$

Daraus resultiert eine Eigenfrequenz von:

$$\omega_0 = 2\pi \cdot f = 2\pi \cdot \frac{1}{T} = 2\pi \cdot \frac{1}{1,914 \text{ s}} = 3,28 \text{ Hz} \quad (2.2)$$

Nun können wir noch den geforderten Größtfehler $\Delta\omega_0$ berechnen. Dazu verwenden wir folgende Formeln:

$$\begin{aligned} \Delta f &= f \cdot \frac{\Delta T}{T} \\ \Delta\omega_0 &= \left| 2\pi \cdot -\frac{1}{T^2} \cdot \Delta T \right| \end{aligned} \quad (2.3)$$

Wir erhalten einen Größtfehler von $\Delta\omega_0 = 0,10$ Hz und somit eine Eigenfrequenz von $\omega_0 = (3,28 \pm 0,10)$ Hz.

Das Ergebnis lässt sich nun diskutieren. Da wir keinen Literaturwert haben, können wir nur die Messwerte betrachten. Diese sind in Tabelle 2.1 zu sehen. Die Messwerte sind sehr nah beieinander lässt also darauf schließen, dass hier eine gewisse Konsistenz vorhanden ist. Allerdings ist das Drehpendel nicht ideal, was die Varianz erklärt. Das Endergebnis ist also durchaus plausibel. Zudem kommt, dass eine natürliche Dämpfung vorhanden ist, die die Schwingungsdauer beeinflusst. Diese wurde hier nicht berücksichtigt, weshalb die Messwerte nicht exakt gleich sind.

Teil 2: Dämpfung

Im zweiten Teil soll die Dämpfung des Drehpendels bestimmt werden. Der Versuchsaufbau ist auch hier in 2.1 zu sehen. Im Unterschied zu Teil 1 wird nun allerdings eine Dämpfungsspannung von 2 V, bzw. 4 V angelegt. Wir möchten hier nun die Dämpfungskonstante β sowie das Dämpfungsverhältnis K bestimmen. Letzteres beschreibt die relative Veränderung der Amplitude pro Periode. Die Dämpfungskonstante lässt sich nun mit folgender Formel¹ berechnen:

$$\beta = \frac{\ln K}{T} \quad (2.4)$$

Die Messung der Amplitude und der Periodendauer erfolgt in zwei Teilen. Das liegt daran, dass die Periodendauer unabhängig von der Amplitude, im Idealfall, immer gleich bleibt. Die Amplitude wird an der Skala des Drehpendels

¹Die Formel wurde in der Anleitung des Versuchs hergeleitet und von uns übernommen.

abgelesen. Die Messung der Periodendauer erfolgt über eine weitere Messung, die später noch erläutert wird. Die Messergebnisse sind in Tabelle 2.2 zu sehen.

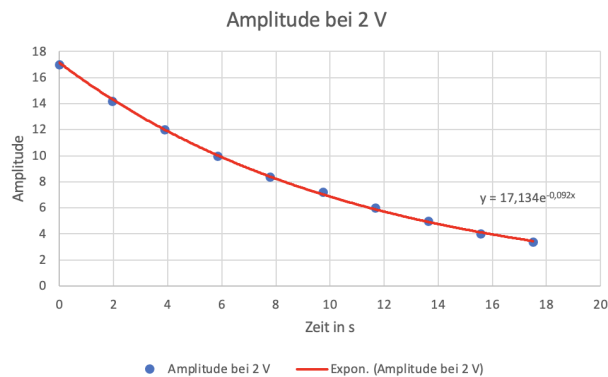
Ergebnisse & Diskussion

Man erhält nun folgenden Werte für die Dämpfung β :

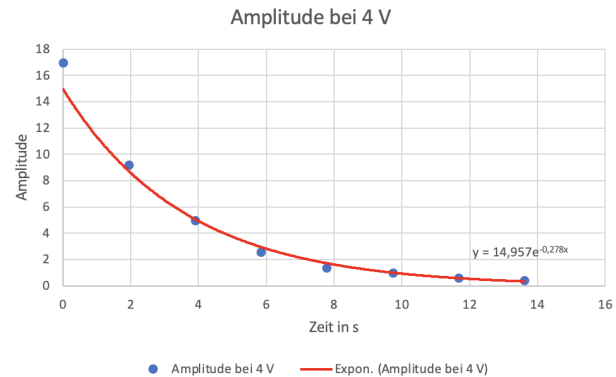
Tabelle 2.2: Dämpfung bei 2 V und 4 V

n	Zeit t in s bei 2 V in LE	Amplitude bei 2 V	Zeit t in s bei 4 V	Amplitude bei 4 V in LE
0	0,000	17,0	0,000	17,0
1	$1,946 \pm 0,06$	$14,2 \pm 0,2$	$1,945 \pm 0,06$	$9,2 \pm 0,2$
2	$3,892 \pm 0,06$	$12,0 \pm 0,2$	$3,890 \pm 0,06$	$5,0 \pm 0,2$
3	$5,838 \pm 0,06$	$10,0 \pm 0,2$	$5,835 \pm 0,06$	$2,6 \pm 0,2$
4	$7,784 \pm 0,06$	$8,4 \pm 0,2$	$7,78 \pm 0,06$	$1,4 \pm 0,2$
5	$9,730 \pm 0,06$	$7,2 \pm 0,2$	$9,725 \pm 0,06$	$1,0 \pm 0,2$
6	$11,676 \pm 0,06$	$6,0 \pm 0,2$	$11,670 \pm 0,06$	$0,6 \pm 0,2$
7	$13,622 \pm 0,06$	$5,0 \pm 0,2$	$13,615 \pm 0,06$	$0,4 \pm 0,2$
8	$15,568 \pm 0,06$	$4,0 \pm 0,2$	-	-
9	$17,514 \pm 0,06$	$3,4 \pm 0,2$	-	-

Die folgenden zwei Graphen 2.2a und 2.2b zeigen die Messwerte aus Tabelle 2.2 in einem Diagramm. Die Funktionsgleichung wurde mit einem Fit bestimmt, welcher durch die rote Trendlinie dargestellt wird.



(a) Amplitude bei 2 V



(b) Amplitude bei 4 V

Wie bereits oben erwähnt, wurde die Periodendauer über eine weitere Messung bestimmt. Das Drehpendel besitzt eine Zeitschranke, welche bei Amplitude 0 angebracht ist. Um nun die Amplitude zu messen, wird das Drehpendel ausgelenkt und die Zeit gemessen, die das Pendel für eine Auslenkung auf einer Seite des Nullpunktes benötigt. Die Messung wird für beide Seiten durchgeführt, da die Zeitschranke nicht perfekt symmetrisch ist. Die Werte werden addiert.

Final können wir nun β und K bestimmen. Für β gibt es zwei Wege. Der erste Weg ist einfach, da die Berechnung von Excel getätigt wurde. Die Funktionen der Fits 2.2a und 2.2b beinhalten bereits den finalen Wert. Der zweite Weg ist die Berechnung mit der Formel 2.4. Hierzu muss die Dämpfungskonstante bestimmt werden. Diese wird durch das Verhältnis der Amplituden bestimmt. Wir verwenden die Werte von $n = 1$ und $n = 2$ aus Tabelle 2.2.

Die Ergebnisse sind in folgender Tabelle 2.3 zu sehen.

Tabelle 2.3: Ergebnisse für β und K

Dämpfungsspannung	β_1	β_2	K
2 V	0,092	0,087	1,18
4 V	0,278	0,314	1,84

Da die finalen Ergebnisse von β_1 und β_2 sehr nah beieinander liegen, kann davon ausgegangen werden, dass die Messung recht genau war. Die Werte für β im Vergleich zwischen 2 V und 4 V sind ebenfalls plausibel. Die Dämpfung ist bei 4 V größer, was auch zu erwarten war. Allerdings sollte β_1 genauer sein, da dieser alle Messwerte beinhalten und nicht nur zwei.

2.2 Versuch 2: Computersimulation

2.2.1 Versuchsaufbau und -durchführung

Teil 1: Erzwungene Schwingungen

In Teil 1 wird in einer vorbereiteten Matlab-Applikation die Resonanzkurve und damit die Resonanzfrequenz des simulierten Pendels herausgefunden. Die Applikation stellt zwei Diagramme zur Verfügung 2.3. Diese stellen einmal die Amplituden und einmal die Phasen der Schwingung dar.

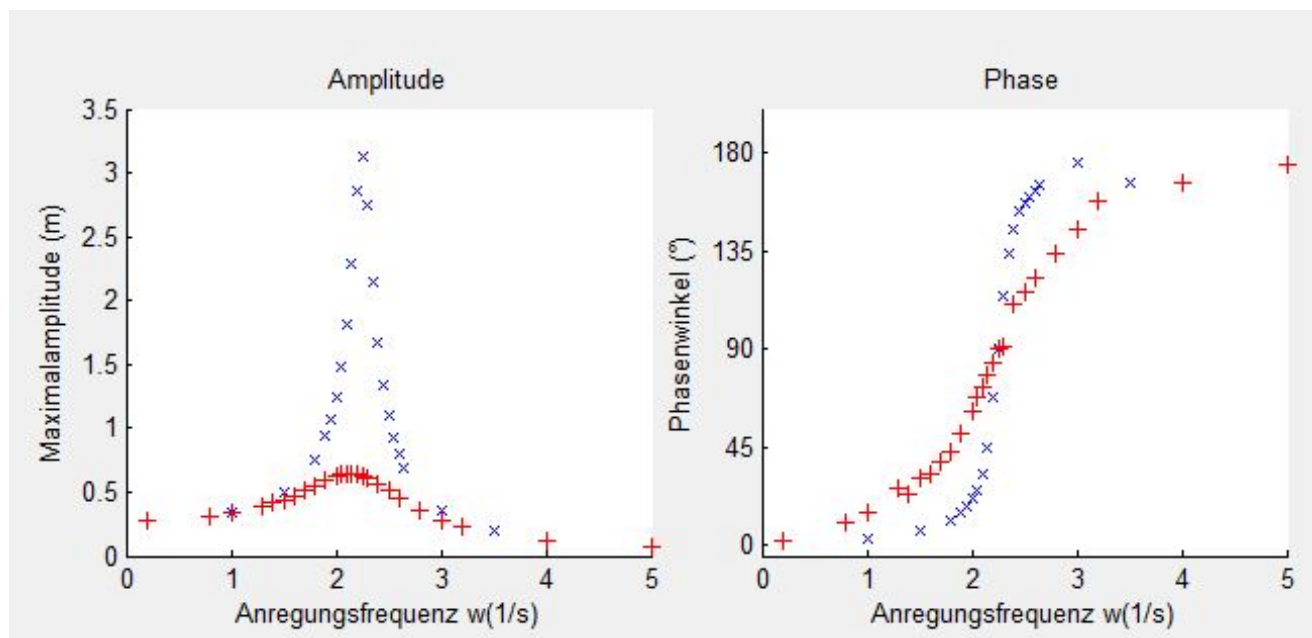


Abbildung 2.3: Plots der Applikation für Versuch 2 Teil 1

Es lässt sich gut erkennen, dass die Amplitude des Pendels maximal ist, wenn die Phasenverschiebung der Anregerfrequenz 90° beträgt. Weiter erkennt man auch, dass die Schwingungen bzw. Erregungen bei einer hohen Anregerfrequenz z.B. 4 Hz gegenphasig sind. Bei niedriger Anregerfrequenz z.B. 1 Hz sind die Schwingungen in Phase.

Die dargestellte Simulation in 2.3 wurde 2 mal durchgeführt. Einmal mit einer hohen Dämpfungskonstanten in Rot und das andere mal mit einer niedrigen Dämpfungskonstanten in Blau. Die Dämpfungskonstante kann in der Applikation eingestellt werden. Nun sieht man schnell, dass bei einer niedrigen Dämpfungskonstanten die Amplitude deutlich größer ist als bei einer großen Dämpfungskonstanten. Dies liegt daran, dass bei einer großen Dämpfungskonstanten die Energie schneller abgebaut wird und somit die Amplitude kleiner ist. Im Phasendiagramm (rechts in 2.3) erkennt man auch hier, dass die Steigung der Phase deutlich flacher ist, wenn die Dämpfungskonstante größer ist. Dies liegt daran, dass die Phase bei einer großen Dämpfungskonstante schneller abgebaut wird.

Nun können wir mit Hilfe der gegebenen Federkonstante D die Masse des simulierten Federpendels bestimmen. Dazu benötigen wir folgende Formel:

$$x_{0,max} = \frac{\frac{F_0}{m}}{2\beta\omega_0} \quad (2.5)$$

sowie:

$$\omega_{res} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2} \quad (2.6)$$

Wobei ω_{res} die Resonanzfrequenz, ω_0 die Eigenfrequenz, β die Dämpfungskonstante und $x_{0,max}$ die maximale Amplitude ist.

Nun können wir Anhand der Eigenfrequenz, die Resonanzfrequenz bestimmen. Dazu stellen wir 2.6 nach ω_0 um und erhalten:

$$\omega_0 = \sqrt{\omega_{res}^2 + 2\beta^2} \quad (2.7)$$

Die Formel können wir nun in 2.5 einsetzen und erhalten:

$$x_{0,max} = \frac{\frac{F_0}{m}}{2\beta\sqrt{\omega_{res}^2 + 2\beta^2}} \quad (2.8)$$

Nun stellen wir 2.8 nach m um und erhalten:

$$m = \frac{\frac{F_0}{x_{0,max}}}{2\beta\sqrt{\omega_{res}^2 + 2\beta^2}} \quad (2.9)$$

Die Resonanzfrequenz ω_{res} lässt sich aus dem Schaubild 2.3 ablesen und beträgt etwa 2,3 Hz. Als F_0 wird die Federkraft zur Auslenkung x_0 beschrieben:

$$F_0 = D \cdot x_0 \quad (2.10)$$

nun setzen wir dies in 2.9 ein und erhalten:

$$m = \frac{\frac{D \cdot x_0}{x_{0,max}}}{2\beta\sqrt{\omega_{res}^2 + 2\beta^2}} \quad (2.11)$$

Wir wählen x_0 nun so das es der maximalen Amplitude entspricht. Dann kürzt es sich aus der Formel und wir erhalten:

$$m = \frac{D}{2\beta\sqrt{\omega_{res}^2 + 2\beta^2}} \quad (2.12)$$

Setzen wir nun die Federkonstante von $D = 4,6 \frac{N}{m}$ erhalten wir für die Masse m : $m = 10,97kg$.

Teil 2: Infrarotspektroskopie

Im zweiten Teil wird der Zusammenhang zwischen Infrarotspektroskopie und Molekülschwingungen dargestellt. Das folgende Diagramm 2.4 stellt die verschiedenen Ausschläge bei verschiedenen Wellenzahlen dar.

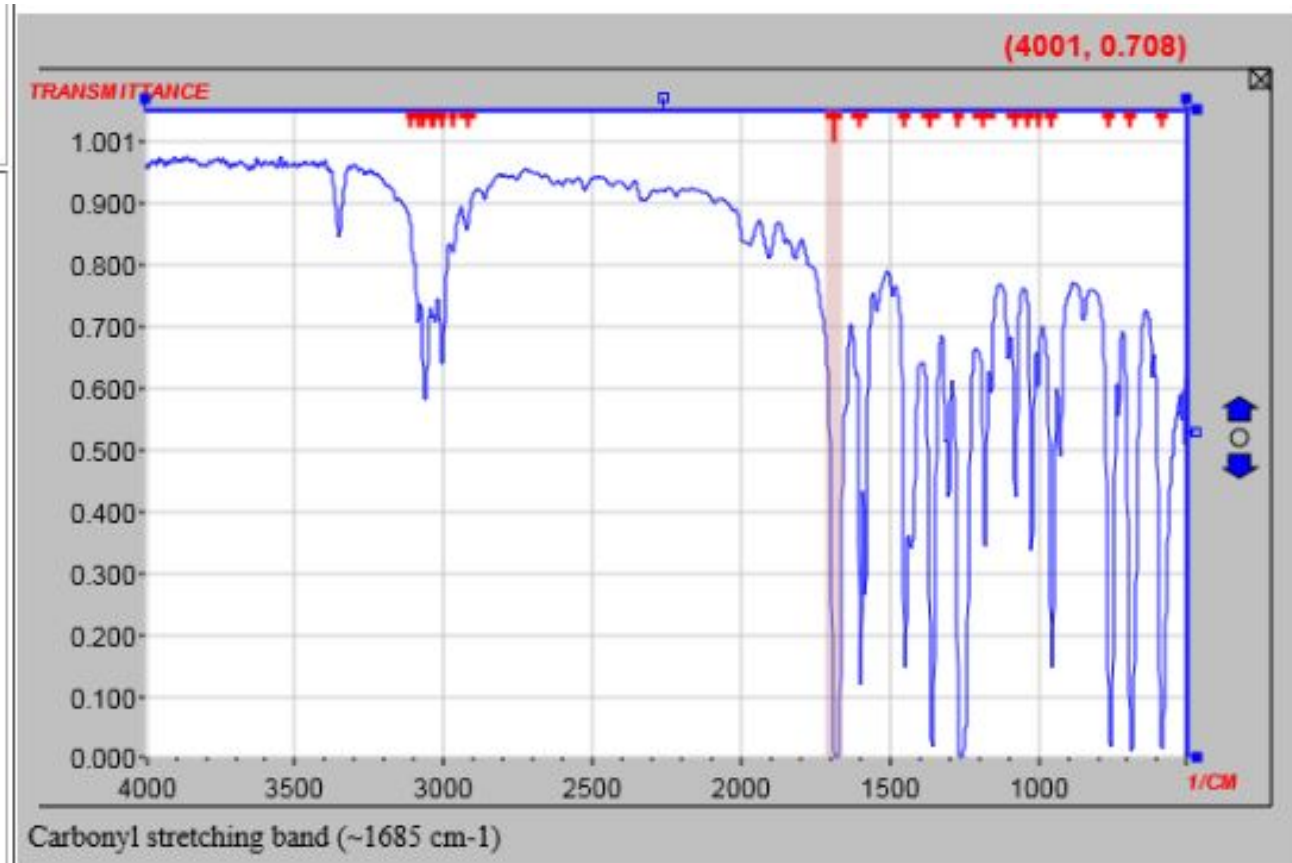


Abbildung 2.4: Diagramm der Applikation für Versuch 2 Teil 2

Bei einer Wellenzahl von ca. 3070 bewegen sich die weißen Moleküle. bei einer Wellenzahl von ca. 2998 bewegen sich die weißen ebenfalls, allerdings in eine andere Richtung. Und bei einer Wellenzahl von ca. 1688 bewegt sich das Sauerstoffmolekül.

2.3 Versuch 3: Erzwungene Schwingungen

2.3.1 Versuchsaufbau und -durchführung

In Versuch 3 wird der gleiche Aufbau wie in Versuch 1 verwendet: 2.1. Diesmal wird allerdings der Motor zur Anregung verwendet. Es muss zusätzlich noch eine Dämpfungsspannung von 2 V angelegt werden, da das Pendel sonst die maximale Amplitude überschreitet. Die Messung der Amplitude erfolgt wie üblich über die Skala des Drehpendels. Die Messung der Periodendauer erfolgt ebenfalls wie in Versuch 1. Teil 2. Die Anregerfrequenz kann am Gerät abgelesen werden und die Phasenzeit wird ebenfalls über eine extra Messung wie die der Amplitude durchgeführt. Hierzu wird das Gerät, welches die Anregerfrequenz erzeugt benutzt, welche einem die Phasenzeit anzeigt.

Teil 1: Resonanzfrequenz

Im ersten Teil soll die Resonanzfrequenz des Drehpendels bestimmt werden. Um die Resonanzfrequenz zu finden wird das Rädchen am Motor solange erhöht, bis eine maximale Amplitude erreicht wird. Die maximale Amplitude des Drehpendels befindet sich bei 10 Skaleneinheiten und bei einer Motor Skalenteilen von 500.

Teil 2: Resonanz- und Phasenkurve

Nun werden alle Messwerte in einem kleinen Umkreis um das Maximum in kleinen Schritten gemessen, und bei weiterem Abstand in größeren Schritten. Die Messwerte sind in Tabelle 2.4 zu sehen.

Die Messwerte des Motors, der Periodendauer, der Amplitude und der Phasenzeit können dabei ohne weiteres abgelesen werden. Die Anregerfrequenz wird mit der folgenden Formel berechnet:

$$\omega_a = \frac{2\pi}{T} \quad (2.13)$$

Die Phasenverschiebung Phi wird mit folgender Formel berechnet:

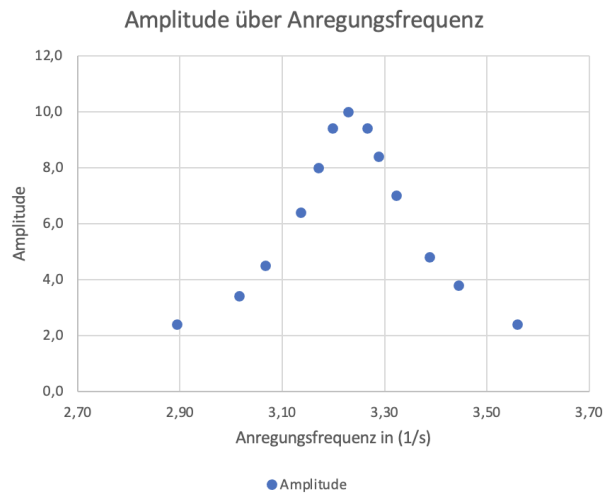
$$\varphi = \frac{\text{Phasenzeit}}{T} \quad (2.14)$$

Der in der Tabelle angegebene Fehler für die Zeit kommt von der menschlichen Reaktionszeit. Die Reaktionszeit wurde mit 0,03 s angenommen. Der Fehler für die Amplitude resultiert aus der Ungenauigkeit beim Ablesen der Skala. Hier wurde ein Fehler von 0,2 LE angenommen, das dies die kleinste ablesbare Einheit war.

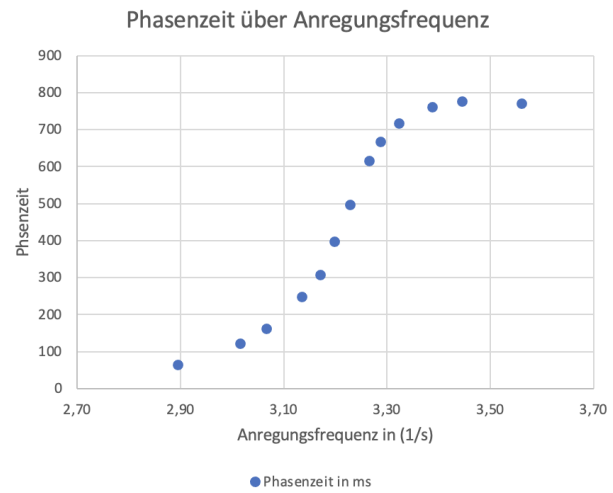
Tabelle 2.4: Messergebnisse für Versuch 3

Motor	$\frac{T}{2}$ links in ms	$\frac{T}{2}$ rechts in ms	T in ms	ω_a in $\frac{1}{s}$	Amplitude in LE	φ in ms	Phi in Grad
445	1117 ± 3	1054 ± 3	2171 ± 3	2,89	2,4 ± 0.2	65 ± 3	10,78
465	1058 ± 3	1026 ± 3	2084 ± 3	3,01	3,4 ± 0.2	122 ± 3	21,07
475	1034 ± 3	1015 ± 3	2049 ± 3	3,07	4,5 ± 0.2	163 ± 3	28,64
485	1001 ± 3	1003 ± 3	2004 ± 3	3,14	6,4 ± 0.2	248 ± 3	44,55
490	984 ± 3	998 ± 3	1982 ± 3	3,17	8,0 ± 0.2	308 ± 3	55,94
495	971 ± 3	994 ± 3	1965 ± 3	3,20	9,4 ± 0.2	397 ± 3	72,73
500	959 ± 3	987 ± 3	1946 ± 3	3,23	10,0 ± 0.2	498 ± 3	92,13
505	950 ± 3	974 ± 3	1924 ± 3	3,27	9,4 ± 0.2	617 ± 3	115,45
510	946 ± 3	965 ± 3	1911 ± 3	3,29	8,4 ± 0.2	667 ± 3	125,65
515	941 ± 3	950 ± 3	1891 ± 3	3,32	7,0 ± 0.2	717 ± 3	136,50
525	931 ± 3	924 ± 3	1855 ± 3	3,39	4,8 ± 0.2	761 ± 3	147,69
535	923 ± 3	901 ± 3	1824 ± 3	3,44	3,8 ± 0.2	777 ± 3	153,36
555	906 ± 3	895 ± 3	1765 ± 3	3,56	2,4 ± 0.2	771 ± 3	157,26

Die folgenden Diagramme 2.5a und 2.5b visualisieren die Messwerte aus Tabelle 2.4.



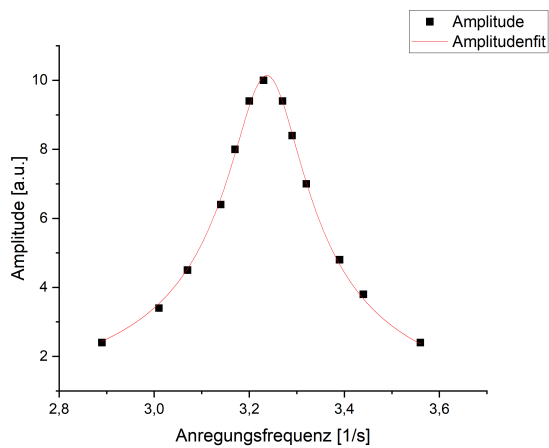
(a) Amplitude über Anregungsfrequenz



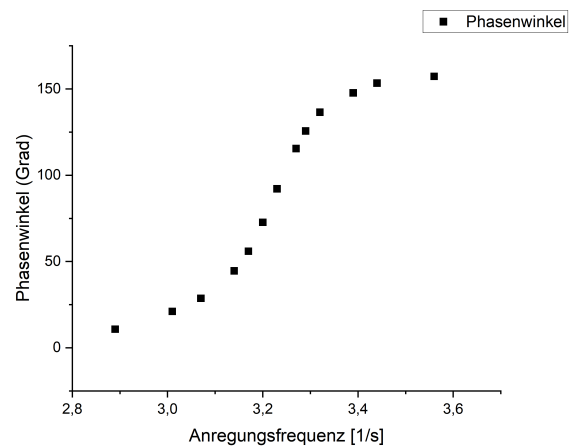
(b) Phasenzeit über Anregungsfrequenz

Teil 3: Auswertung der Resonanzkurve

Die Ergebnisse wurden nun im Tool Origin ausgewertet und verschiedene Diagramme erstellt:



(a) Amplitudenkurve



(b) Phasenkurve

	Wert	Standardfehler
F	5,34007	0,07216
w	3,23887	0,00107
b	0,08134	0,00153

Abbildung 2.7: Fehler

Diskussion

Abschließen für den Versuch 3 sollen wir nun noch die hier ermittelte Dämpfungskonstante β mit der aus Versuch 1.2 vergleichen.

Die Dämpfungskonstante beträgt hier $\beta_{\text{resonanzkurve}} = 0.0813$ und in Versuch 1.2 $\beta_{\text{gemittelt2V}} = 0.0895$. Die Dämpfungskonstante ist also in Versuch 1.2 etwas größer als in Versuch 3. Der Unterschied lässt sich durch eine größere Genauigkeit in 2.3.1 erklären da dort mehr Messwerte aufgenommen wurden und dadurch auch mehr Werte in die Berechnung der Dämpfungskonstante eingehen.

Der Vergleich von der Eigenfrequenz ist in der nächsten Section.

2.3.2 Abschließende Diskussion

Die Lernziele der Versuche war zu sehen wie sich ein Pendel undgeämpft und gedämpft verhält und wie man mit unterschiedlichen Methoden die Eigenfrequenz eines Pendels bestimmen kann. Hier lässt sich vorallem die Eigenfrequenz aus 2.1.1 mit der aus 2.3.1 vergleichen. In der Tabelle 2.4 erkennt man die Eigenfrequenz am daran, das dort die Amplitude am größten ist. Die berechnete Eigenfrequenz von 3.28 Hz in 2.1.1 ist sehr nahe an der in 2.3.1 von 3.23 Hz. Dies ist unserer Meinung nach auch das genauere Ergebnis da man aus der gleichen Tabelle auch ablesen kann das die Amplitude bei 3.28 Hz schon wieder kleiner wird und somit nicht die Eigenfrequenz sein kann.

Wir konnten dabei ebenfalls feststellen das die Eigenfrequenz immer die gleiche ist, unabhängig davon ob die Schwingung nun gedämpft wird oder nicht.