Seminar zur Vorlesung Physik II für Naturwissenschaftler

Sommersemester 2024 **Blatt 4** **06.05.2024**

Aufgabe 10 *Schwingende Ladung im elektrischen Potential (Zuletzt SoSe 2024)*

An den Punkten $\vec{x}_1 = (a, 0, 0)$ und $\vec{x}_2 = (-a, 0, 0)$ sind positive Ladungen $Q_1 = Q_2 = Q > 0$ angebracht. Zwischen diesen Feldladungen befindet sich am Ursprung $\vec{x} = (0, 0, 0)$ die Probeladung $q > 0$ mit der Masse m. Sie kann sich mit kleinen Auslenkungen x entlang der x-Achse bewegen, es gilt also $|x| \ll a$.

a) Erklären Sie zunächst qualitativ mithilfe der auf q wirkenden Coulomb-Kräfte, dass diese Probeladung nach einer Auslenkung eine Schwingungsbewegung macht. (1 Punkt)

b) Berechnen Sie jetzt das durch die beiden Feldladungen auf der x-Achse erzeugte elektrische Potential $\phi = \phi(x)$. Dieses Potential lässt sich für $|x| \ll a$ approximieren (siehe Hinweis). Berechnen Sie dieses approximierte Potential $\tilde{\phi} = \tilde{\phi}(x)$. (1 Punkt)

Hinweis: $\dfrac{1}{1 \pm \xi} \simeq 1 \mp \xi + \xi^2$ (Taylor-Entwicklung)

Ergebnis: $\tilde{\phi}(x) = \dfrac{Q}{2\pi\varepsilon_0 a} + \dfrac{Q}{2\pi\varepsilon_0 a^3} x^2$

c) Skizzieren Sie damit die potentielle Energie, in der sich die Probeladung q mit den kleinen Auslenkungen $|x| \ll a$ bewegt (vgl. Physik I, Aufgabe 32). (1 Punkt)

d) Mit welcher Frequenz ω schwingt folglich die Probeladung? (1 Punkt)

Aufgabe 11 *Reihen- und Parallelschaltung von Kondensatoren*

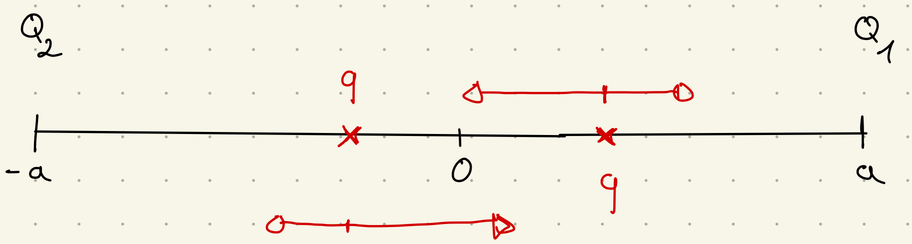
Wir betrachten zwei Kondensatoren mit den unbekannten Kapazitäten C_1 und C_2. Wenn man die Kondensatoren hintereinander schaltet und eine Spannung von 100 V anlegt, findet man auf den beiden positiv geladenen Platten insgesamt die Ladung $1{,}5 \cdot 10^{-4}$ C. Wenn man die Kondensatoren parallel schaltet und wieder eine Spannung von 100 V anlegt, findet man auf den beiden positiv geladenen Platten insgesamt die Ladung $4 \cdot 10^{-4}$ C. Welche Kapazitäten haben die beiden Kondensatoren? (1 Punkt)

Aufgabe 10 – Schwingende Ladung im el. Potential

$\vec{x}_1 = (a,0,0) \quad \vec{x}_2 = (-a,0,0)\,; \qquad Q_1 = Q_2 = Q > 0$

$\vec{x} = (0,0,0) \qquad ; \qquad q > 0,\ m,\ |x| \ll a$

a)



b)

$$\tilde{\phi} = \phi(x) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum_{i=1}^{2}\frac{Q_i}{|\vec{x}-\vec{x}_i|} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\left[\frac{1}{|\vec{x}-\vec{x}_1|}+\frac{1}{|\vec{x}-\vec{x}_2|}\right]$$

$$|\vec{x}-\vec{x}_1| = \sqrt{(x-a)^2} = x-a$$

$$|\vec{x}-\vec{x}_2| = \sqrt{(x-(-a))^2} = x+a$$

$$\Rightarrow \tilde{\phi} = \phi(x) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{x-a}+\frac{1}{x+a}\right) = \underline{\underline{\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{2x}{x^2-a^2}}}$$

$\to 1-\frac{x}{a} \qquad \to 1+\frac{x}{a}$

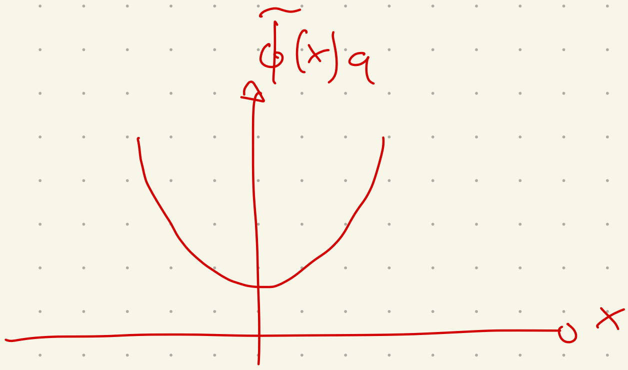
$$\phi'(x) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{(a-x)^2}-\frac{1}{(a+x)^2}\right)$$

$$\phi''(x) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{2}{(a-x)^3}-\frac{2}{(a+x)^3}\right)$$

$$\tilde{\Phi}(x) = \phi(0) + \underbrace{\phi'(0)\cdot x}_{0} + \frac{\phi''(0)}{2}x^2$$

$$= \underline{\underline{\frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 a} + \frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 a^3}x^2}}$$

c)



d)

$$\tilde{\phi} = \alpha q + \frac{qQ}{2\pi\varepsilon_0 a^3}x^2 = \frac{1}{2}kx^2$$

offset

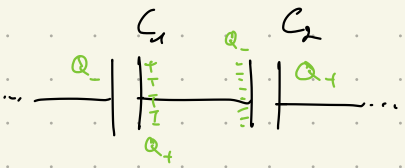
Loegd

$$\Rightarrow \quad k = \frac{qQ}{\pi\varepsilon_0 a^3}, \quad \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{qQ}{m\pi\varepsilon_0 a^3}}$$

mit $E = E_{kin} + E_{pot} + E_{off}$

Aufgabe 11 - Reihen- und Parallelschaltung von Kondensatoren

Reihenschaltung:



$U = 100 V$

$C_{ges} = 1{,}5 \cdot 10^{-4}\, C \implies \frac{1}{C_{ges}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$

Annahme: $C_1 = C_2$

$C_{ges} = \frac{C_{1/2}}{2} \rightsquigarrow C_1 = C_2 = 3 \cdot 10^{-4}\, C$

$\rightsquigarrow 2Q = 1{,}5$

$Q = 0{,}75$

$$\frac{U}{Q_1} = \frac{1}{C_{ges}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

$$\frac{Q_2}{U} = C_1 + C_2 = C_{ges}$$

$$\Leftrightarrow C_1 = \frac{Q_2 - UC_2}{U}$$

$$\frac{U}{Q_1} = \frac{U}{Q_2 - UC_2} + \frac{1}{C_2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{U}{Q_1} = \frac{Q_2}{Q_2 C_2 - U C_2^2}$$

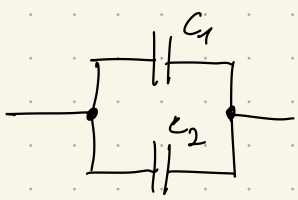
$$\Leftrightarrow Q_1 Q_2 = U Q_2 C_2 - U^2 C_2^2$$

$$\implies 0 = C_2^2 - \frac{Q_2}{U} C_2 + \frac{Q_1 Q_2}{U^2}$$

$$C_{1/2} = \frac{\frac{Q_2}{U} \pm \sqrt{\frac{Q^2}{U^2} - \frac{4 Q_1 Q_2}{U^2}}}{2}$$

$$\rightsquigarrow C_{1/2} = 2 \cdot 10^{-6} \pm 10^{-6}\, F$$

Parallelschaltung



$U = 100 V$

$C_{ges} = 4 \cdot 10^{-4}\, C \implies C_{ges} = C_1 + C_2$

Annahme: $C_1 = C_2$

$C_{ges} = 2 C_{1/2} \rightsquigarrow C_1 = C_2 = 2 \cdot 10^{-4}\, C$

Reihe	Para
$U_G = U_1 + U_2$	$U_G = U_1 = U_2$
$Q = Q_1 = Q_2$	$Q = Q_1 + Q_2$
$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_1}$	$C = C_1 + C_2$

$C = \frac{Q}{U}$