

Elektrische Messtechnik

Grundlagen

Prof. Dr. Suchaneck

SS 2007

Inhaltsverzeichnis

1.	Grundbegriffe	5
2.	Messfehler	8
2.1	Systematische Fehler	8
2.2	Zufällige Fehler	9
2.3	Fehlerfortpflanzung	11
3.	Messverfahren	13
3.1	Einfluss von Messgeräten auf den Messkreis	13
3.1.1	Spannungs- und Strommessung	13
3.2	Widerstandsmessung	15
4.	Analoge Messgeräte	18
4.1	Messwerk als Drehmomentenwaage	18
4.2	Lagerung	19
4.3	Dämpfungsvorrichtung	19
4.4.1	Drehspulmesswerk als Spannungsmesser	20
4.4.2	Drehspulmesswerk als Strommesser	21
4.5	Dreheisenmesswerke	22
4.5.1	Dreheisenmesswerk als Spannungsmesser	23
4.5.2	Dreheisenmesswerk als Strommesser	23
4.6	Vielfachmessgeräte (Multimeter)	23
5.	Messverstärker	25
5.1.	Grundbegriffe	25
5.2.	Umkehrverstärker	26
5.3.	Nichtinvertierender Verstärker	27
5.4.	Integrator	28
5.5.	Komparator	29
6.	Prinzipien digitaler Messgeräte	29
6.1	Gebräuchliche Darstellung der digitalen Größe	30
6.2	Digital-Analog-Umsetzer	32
6.3	Analog-Digital-Umsetzer	34
6.3.1	Parallelverfahren	35
6.3.2	Wägeverfahren (Sukzessive Approximation)	35
6.3.3	Zählverfahren	36
6.3.3.1	Kompensationsverfahren	36
6.3.3.2	Einrampenverfahren	37
6.3.3.3	Zweirampenverfahren	38
7.	Wichtige elektrische Messgrößen	41
7.1	Mittelwerte periodischer Größen	42
7.1.1	Arithmetischer Mittelwert	42
7.1.2	Gleichrichtwert	42

7.1.3	Effektivwert	<u>43</u>
7.2	Gleichrichtung in der Messtechnik	<u>44</u>
7.2.1	Lineare Mittelwertgleichrichtung	<u>44</u>
7.2.2	Quadratische Mittelwertgleichrichtung	<u>46</u>
7.2.3	Spitzenwertgleichrichter	<u>47</u>
8.	Elektronenstrahloszilloskop	<u>48</u>
8.1	Anwendung	<u>48</u>
8.2	Arten von Oszilloskopen	<u>48</u>
8.3	Aufbau eines Zweikanaloszilloskops	<u>49</u>
8.3.1.	Elektronenstrahlröhre	<u>49</u>
8.3.2	Zeitablenkung, Triggerverfahren	<u>51</u>
8.3.3	Eingangsschaltung, Tastkopf	<u>54</u>
8.4	Grenzfrequenz des Oszilloskops	<u>58</u>
8.5	Anwendungsbeispiele des Oszilloskops	<u>59</u>
8.6	Besonderheiten bei Oszilloskopen	<u>63</u>
9.	Frequenz- und Zeitmessung Universalzähler	<u>64</u>
9.1	Frequenzmessung	<u>64</u>
9.1.1	Messprinzip	<u>67</u>
9.1.2	Messunsicherheit der Frequenzmessung	<u>69</u>
9.2	Zeitintervallmessung	<u>69</u>
9.2.1	Funktionsprinzip	<u>69</u>
9.2.2	Anwendungen	<u>70</u>
10.	Leistungsmessung	<u>71</u>
10.1	Leistung im Gleichstromkreis	<u>71</u>
10.2	Wattmeter	<u>72</u>
10.3	Leistungsmessung im Wechselstromkreis	<u>74</u>
10.3.1	Wirkleistungsmessung	<u>74</u>
10.3.2	Blindleistung	<u>74</u>
10.3.3	Elektronische Leistungsmessung	<u>75</u>
10.4	Leistungsmessung im Drehstromkreis	<u>75</u>
10.4.1	Dreiwattmeter-Verfahren	<u>75</u>
10.4.2	Einwattmeter-Verfahren	<u>76</u>
10.4.3	ARON-Schaltung	<u>76</u>
10.4.4	Blindleistungsmessung	<u>77</u>
10.5	Energiemessung	<u>78</u>

Literatur Messtechnik

- /1/ 'Grundlagen der elektrischen Meßtechnik'
Reinhold Drachsel
Verlag Technik Berlin
- /2/ 'Elektrische Meßtechnik'
Rainer Felderhoff
Carl Hanser Verlag München
- /3/ 'Elektrische Meßtechnik'
Stöckl/Winterling
Verlag B.G. Teubner Stuttgart
- /4/ 'Elektronische Meßtechnik'
Friedrich Arnolds
Verlag Berliner Union, Kohlhammer
- /5/ 'Die neuen Einheiten'
Firmenschrift AEG-Telefunken
- /6/ 'Kleine Oszilloskoplehre'
H. Carter
Philips Taschenbücher Verlag Hüthig
- /7/ 'Elektrische und elektronische Messtechnik'
R. Felderhoff, U. Freyer
Hanser Verlag
- /8/ 'Elektrische Meßkunde'
A. Winkler Vogel-Verlag Würzburg
- /9/ 'Elektrische Meßtechnik'
K. Bergmann
Vieweg-Verlag Braunschweig/Wiesbaden
- /10/ 'Elektrische Messtechnik'
E. Schrüfer
Hanser Verlag
- /11/ 'Oszilloskope'
G. Meyer
Hüttig Verlag Heidelberg
- /12/ 'Das ABC der Oszilloskope'
Fluke Firmenschrift
- /13/ 'Halbleiter-Schaltungstechnik'
Tietze/Schenk
Springer Verlag
- /14/ 'Taschenbuch der Messtechnik'
J. Hoffmann
Fachbuchverlag Leipzig

1. Grundbegriffe

Messen

Messen heißt vergleichen mit einer bekannten Größe. Bekannte Größe: genaue, konstante Vergleichsgröße. Es gibt eine stete Diskussion und Verbesserung der Vergleichsgrößen. Beispiel Längenmessung: Früher Urmeter, heute Wellenlänge einer bestimmten Atomstrahlung. Die Vergleichsgrößen haben einen Zusammenhang im Einheitensystem. Früher das **M K S A** -System (Meter, Kilogramm, Sekunde, el.Stromstärke). Seit 1969 gesetzlich das **SI**-System (Système International d'Unités).

7 Basiseinheiten

Länge	Meter	m	Wellenlänge einer Atomstrahlung
Masse	Kilogramm	kg	kg-Prototyp (Platinzylinder)
Zeit	Sekunde	s	Periodendauer einer Atomstrahlung
el.Stromstärke	Ampere	A	magn. Kraft zwischen zwei Leitern
thermodynamische			
Temperatur	Kelvin	K	273,16te Teil des Tripelpunktes von Wasser
Lichtstärke	Candela	cd	Lichtstärke eines schwarzen Strahlers
Stoffmenge	Mol	mol	Anzahl von Kohlenstoffteilen (0,012kg ¹² C)

Aus den Basiseinheiten werden weitere Einheiten abgeleitet.

Beispiel: el. Kapazität Farad $1 \text{ F} = 1 \text{ C/V}$

$$\begin{aligned}
 1 \text{ C} &= 1 \text{ A s} \\
 1 \text{ V} &= 1 \text{ J/C} \\
 1 \text{ J} &= 1 \text{ N m} \\
 1 \text{ N} &= 1 \text{ kg m/s}^2
 \end{aligned}$$

Einheiten außerhalb des SI

u.a. Liter, Minute, Stunde, Tonne
zum Teil nur zeitlich begrenzt anwendbar.

Nicht mehr zugelassene Einheiten

u.a. Pond, at, atü, Torr, PS

Durch Messen (vergleichen) wird eine physikalische Größe nach Zahl und Einheit festgestellt (ermittelt).

$$\text{Messgröße} = \text{Zahl} \cdot \text{Einheit}$$

$$\text{z.B. } U = 10 \cdot 1 \text{ V}$$

Begriffe nach DIN 1319 (Grundbegriffe der Messtechnik)

Die Messgröße ist die zu messende physikalische, chemische oder sonstige Größe.
Der Messwert ist der mit Hilfe einer Messeinrichtung ermittelte Wert (Zahl) der Messgröße.

Das Messergebnis wird aus mehreren Messwerten berechnet (im einfachsten Fall: Messergebnis = Messwert).

Das Messverfahren nutzt bestimmte Eigenschaften oder Wirkungen des Messobjektes aus, um in einer geeigneten Messeinrichtung die untersuchte Messgröße mit einer definierten Maßeinheit in Beziehung zu setzen.

Die Messeinrichtung ist die Anlage, mit der ein auf einem bestimmten Messprinzip beruhendes Messverfahren verwirklicht wird. Im einfachsten Fall ein Messgerät.

Messen ist ein sehr alter Begriff, demzufolge sind auf diesem Gebiet viele Dinge gesetzlich geregelt und in Vorschriften festgelegt.

Weitere grundlegende DIN-Vorschriften:

DIN 1313	Schreibweise physikalischer Gleichungen
DIN 1304	Allgemeine Formelzeichen
DIN 5494	Größensysteme und Einheitensysteme
DIN 1301	Einheiten
DIN 5488	Zeitabhängige Größen
DIN 1333	Zahlenangaben
DIN 5478	Maßstäbe in grafischen Darstellungen

Besonders zu beachten sind die Sicherheitsvorschriften nach VDE 0100. ⚡ Physiologische Wirkung des elektrischen Stromes

Der Widerstand eines menschlichen Körpers liegt zwischen 10kΩ und 100kΩ. Es reichen schon Spannungen ab 50V aus, um Verkrampfungen der Muskeln hervorzurufen. Wenige Hundert Volt genügen, um tödliche Unfälle zu verursachen. Elektrische Messungen dürfen daher nur unter Beachtung der Sicherheitsvorschriften vorgenommen werden.

Normen

VDE 2600	Metrologie (Messtechnik)
VDE 0410	Technische Anforderungen an anzeigende und schreibende Messgeräte
VDE 0411	Elektronische Messgeräte
VDE 0414	Messwandler

Es sind folgende Genauigkeitsklassen (VDE 0410) festgelegt:

Feinmessgeräte: Klasse 0,05; 0,1; 0,2; 0,5

Betriebsmessgeräte: Klasse 1; 1,5; 2,5; 5

Die Klasse gibt den höchstzulässigen relativen Fehler (Fehlergrenze G_r) in Prozent vom Messbereichsendwert x_e an, und zwar unter Nennbedingungen (Temperatur, Nennlage, Nennfrequenz u.a.)

Beispiel:

Zur Messung von $U=95V$ stehen 2 Spannungsmesser zur Verfügung

1. Messgerät: Klasse 0,5; Messbereich 500V

2. Messgerät: Klasse 1; Messbereich 100V

Welches Messgerät liefert eine Anzeige mit der geringsten Messunsicherheit, ist also besser geeignet?

Klasse 0,5 heißt, der abs. Fehler beträgt $G = 0,5\% x_e$.

$$G_r = G/x_e \rightarrow G = G_r \cdot x_e \quad \begin{array}{l} G = \text{abs. max. Fehler (abs. Fehlergrenze)} \\ G_r = \text{rel. max. Fehler (rel. Fehlergrenze)} \end{array}$$

$$1) G_1 = 500V \cdot 0,5\%/100\% = \pm 2,5V$$

$$2) G_2 = 100V \cdot 1\%/100\% = \pm 1V$$

Messgerät 2 ist vorzuziehen, es hat die geringere Messunsicherheit.

Skalenaufschriften und Sinnbilder (aus Stöckl/Winterling "Elektrische Meßtechnik")

→ Kennzeichnen: Messwerk, Stromart, Prüfspannung, Gebrauchslage und Genauigkeitsklasse. (nach DIN 43 802 und VDE 0410)

	Drehspulmeßwerk mit Dauermagnet, allgemein		Isolierter Thermoumformer
	Drehspul-Quotientenmeßwerk		Drehspulgerät mit eingebautem Thermoumformer
	Drehmagnetmeßwerk		Gleichrichter
	Drehmagnet-Quotientenmeßwerk		Drehspulgerät mit eingebautem Gleichrichter
	Dreheisenmeßwerk		Magnetische Schirmung
	Dreheisen-Quotientenmeßwerk		Elektrostatische Schirmung
	Elektrodynamisches Meßwerk, eisenlos		ast. Astatistisches Meßwerk
	Elektrodynamisches Quotientenmeßwerk, eisenlos		Gleichstrom
	Elektrodynamisches Meßwerk, eisengeschlossen		Wechselstrom
	Elektrodynamisches Quotientenmeßwerk, eisengeschlossen		Gleich- und Wechselstrom
	Induktionsmeßwerk		Drehstromgerät mit einem Meßwerk
	Induktions-Quotientenmeßwerk		Drehstromgerät mit zwei Meßwerken
	Hitzdrahtmeßwerk		Drehstromgerät mit drei Meßwerken
	Bimetallmeßwerk		Senkrechte Gebrauchslage (Nennlage)
	Elektrostatisches Meßwerk		Waagerechte Gebrauchslage
	Vibrationsmeßwerk		Schräge Gebrauchslage, z. B. 60°
	Thermoumformer, allgemein		Zeigernullstellung
			Prüfspannungszeichen (500 V)
			Prüfspannung höher als 500 V, z. B. 2 kV

Die Prüfspannung gibt die max. zulässige Spannung zwischen den elektrischen Anschlüssen und dem Gehäuse (Masse) an.

Die Gebrauchslage muss wegen der Lagerreibung eingehalten werden.

Betriebsmessgeräte müssen eine Überlastbarkeit von 120% dauernd ohne Schäden aushalten.

Einflussgrößen

- Lage
- Temperatur
- Anwärmszeit
- Messsignalfrequenz
- Fremdfeld
- Einbau (z.B. Eisentafeln)
- Beruhigungszeit und Dämpfung (4s < 1,5%; 30% Überschwingen)

2. Messfehler

Absoluter Messfehler

Definition:

Der abs. Messfehler ist die Abweichung des angezeigten Wertes vom richtigen Wert.

$$F = x_a - x_r$$

x_a = gemessener Wert

x_r = richtiger Wert

F = abs. Fehler

Relativer Messfehler

Wird der Messfehler F auf eine Größe bezogen, so wird der rel. Messfehler F_r ermittelt.

$$F_r = \frac{F}{x_B} = \frac{x_a - x_r}{x_B} \quad x_B = \text{Bezugsgröße}$$

Bezugsgrößen können sein:

x_r richtiger Wert

x_a angezeigter Wert

x_e Messbereichsendwert

Der relative Fehler F_r ist einheitenlos (Einheit = 1)

Übliche Angaben: Prozent (Multiplikation mit 100%)
ppm (parts per million; Multipl. mit 10^6)

Die Messfehler werden unterschieden:

Systematische und zufällige Messfehler.

2.1 Systematische Fehler

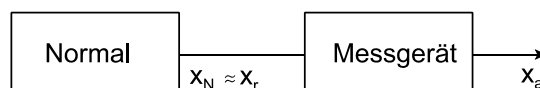
Messfehler, der bei Wiederholung der Messung konstant ist.

- Gerätefehler (Justage)
- Einflussfehler (Temperatur, Felder etc.)
- Schaltungseinfluss
- persönlicher Fehler (Ablesen, Auswertung)

Die Ursachen sind erfassbare, messbare Einflussgrößen.

Das unrichtige Messergebnis kann korrigiert werden.

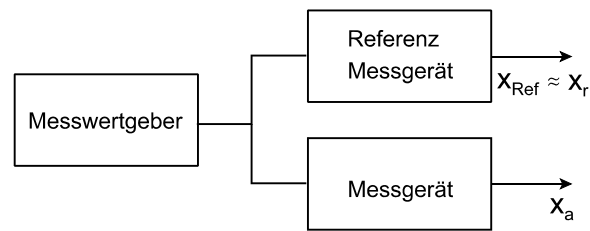
Hierzu kann der Messfehler $F = x_a - x_r$ ermittelt werden, indem als richtiger Wert ein Messnormal eingesetzt wird.



Messnormale sind Normalwiderstände, Normalspannungsquellen etc.

Anstelle von Normalen (nur ein Messpunkt möglich) können Präzisionsmesswertgeber eingesetzt werden, z.B. umschaltbare Spannungsquellen von 1mV ... 10000mV in 1mV-Stufen.

Weitere Möglichkeit zur Ermittlung des systematischen Fehlers:
 Parallelmessung mit einem Referenzmessgerät. Dieses Gerät muss dazu eine höhere Klassengenauigkeit haben.



2.2 Zufällige Fehler

Zufällige Messfehler streuen regellos zufällig nach beiden Seiten des richtigen Wertes. Das Fehlervorzeichen wechselt und die Fehlerbeträge sind gleich groß. Da der Fehler eine Zufallsgröße ist, können die Methoden der Statistik herangezogen werden, um den Fehler abschätzen zu können. Folgende Methoden werden angewendet:

Mittelwert (Arithmetisches Mittel)

Um den zufälligen Fehler zu ermitteln, bzw. um die Größe des richtigen Wertes zu erhalten, wird der Mittelwert \bar{x} berechnet.

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

n = Anzahl der Messwerte (Stichprobenzahl)

☞ Mit steigender Stichprobenzahl nähert sich der Mittelwert \bar{x} immer mehr dem richtigen Wert x_r .

Zur Beurteilung der Streuung der Einzelmesswerte um den Mittelwert wird die Standardabweichung s berechnet.

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

s ist der Schätzwert der Standardabweichung σ bei Normalverteilung und endlicher Anzahl von Stichproben.

Der Zusammenhang von Mittelwert und Standardabweichung ist in der Verteilungskurve (Normalverteilung) nach Gauß zu erkennen.

Diese Normalverteilung heißt Dichtefunktion $p(x_a)$.

$$p(x_a) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x_a - x_r}{\sigma}\right)^2}$$

Die Funktion hat folgenden Verlauf:

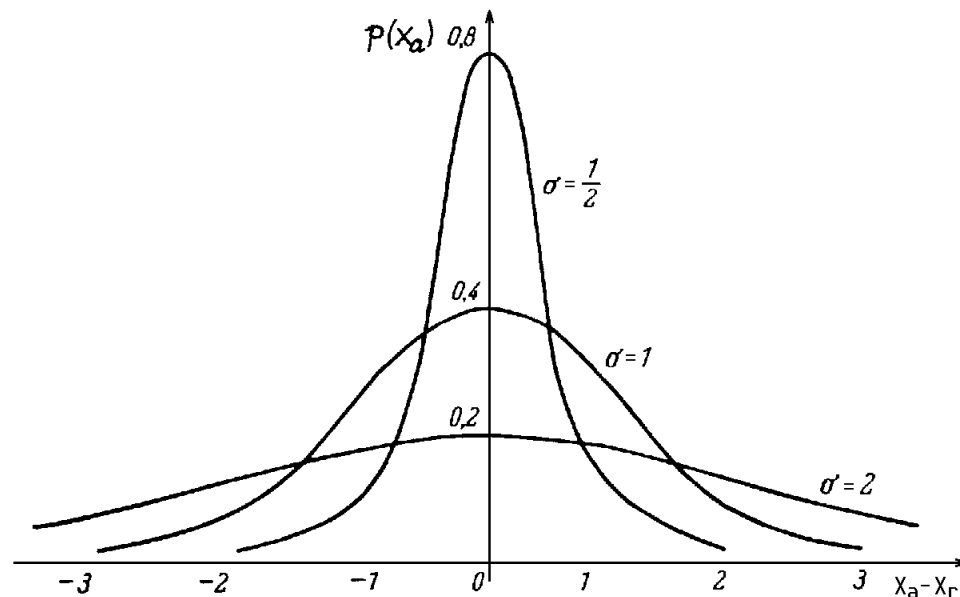


Bild 1: Dichtefunktion der Gaußverteilung

Bei einer Normalverteilung liegen die Messwerte mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit innerhalb bestimmter Intervalle (Bild 1).

Messintervall	Wahrscheinlichkeit P	
$x_r - \sigma$ bis $x_r + \sigma$	0,68	= 68% der Messwerte
$x_r - 2\sigma$ bis $x_r + 2\sigma$	0,955	= 95,5% der Messwerte
$x_r - 3\sigma$ bis $x_r + 3\sigma$	0,997	= 99,7% der Messwerte

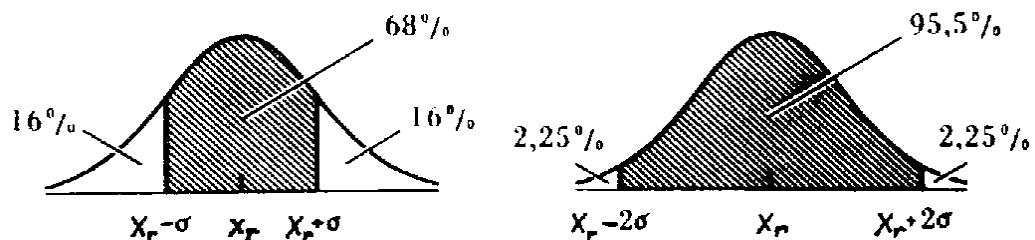


Bild 2: Messwertwahrscheinlichkeiten

Für eine endliche Anzahl n von Messwerten kann für den Mittelwert \bar{x} ein Vertrauensbereich x_v berechnet werden.

$$x_v = \bar{x} \pm \frac{t}{\sqrt{n}} \cdot s$$

Hierbei ist t = Vertrauensfaktor; er ist abhängig von der Anzahl n und der geforderten statistischen Sicherheit (68%, 95,5%, 99,7%). Im Industriebereich wird meist die statische Sicherheit mit $P=95,5\%$ verwendet, aber auch $P=99,7\%$.

Für $n=50$ und $P=95,5\%$ ist $t=2,0$. (Hierzu DIN 1319)

2.3 Fehlerfortpflanzung

Wird ein Messergebnis aus mehreren Messwerten berechnet, so ist Auswirkung der Messunsicherheit des einzelnen Messwertes auf das Gesamtergebnis zu beachten.

Das Messergebnis ist eine Funktion der Messwerte

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

Die Fehlerfortpflanzung behandelt den Einfluss der Messfehler der Messwerte auf das Messergebnis. Es sollen hier die vier Grundrechenarten behandelt werden.

a) Addition und Subtraktion von Messwerten
(mit systematischem Fehlern)

Setzt sich das Messergebnis aus n Messwerten zusammen, so wird der absolute Gesamtfehler aus der Summe bzw. Differenz der absoluten Einzelfehler berechnet.

$$y \pm F = x_1 \pm F_1 + x_2 \pm F_2 + \dots + x_n \pm F_n$$

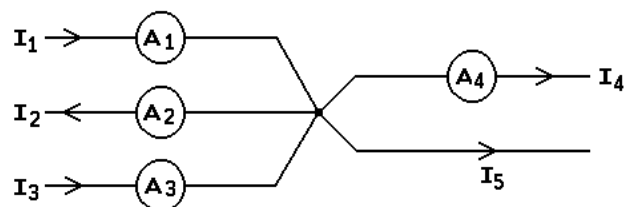
$$\Rightarrow F = \pm F_1 \pm F_2 \dots \pm F_n$$

Sind die Vorzeichen der Fehler nicht bekannt, so addieren sich die Beträge der Einzelfehler (Maximalfehler).

$$|F| = |F_1| + |F_2| + \dots + |F_n|$$

Beispiel

Berechne den Strom I_5 und dessen Messunsicherheit



Amperemeter	Anzeige x_a	Endwert x_e	Klasse	G
A_1	4,8A	6A	1	60mA
A_2	2,5A	3A	1,5	45mA
A_3	3,1A	6A	1	60mA
A_4	1,8A	2A	1	20mA

$$I_1 - I_2 + I_3 - I_4 - I_5 = 0 \Rightarrow I_5 = I_1 - I_2 + I_3 - I_4 = (4,8 - 2,5 + 3,1 - 1,8)A$$

$$I_5 = 3,6A$$

$$G = G_1 + G_2 + G_3 + G_4 = (60 + 45 + 60 + 20)\text{mA}$$

$$G = 185\text{mA}$$

Messergebnis: $I_5 = 3,6\text{A} \pm 0,185\text{A}$

b) Multiplikation und Division

Wird das Messergebnis gebildet mit $y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$, so errechnet sich der absolute Gesamt-Fehler F bei genügend kleinen absoluten Fehlern F_i aus dem totalen Differential (partielle Ableitungen).

$$F = \frac{\partial f}{\partial x_1} F_1 + \frac{\partial f}{\partial x_2} F_2 + \dots + \frac{\partial f}{\partial x_n} F_n$$

Bei der Multiplikation und Division der Messwerte wird das Ergebnis mit

$$y = x_1^{\alpha_1} x_2^{\alpha_2} \dots x_n^{\alpha_n} \quad \text{berechnet.}$$

Nach Anwendung des totalen Differentials ergibt sich

$$F = y \left(\alpha_1 \frac{F_1}{x_1} + \alpha_2 \frac{F_2}{x_2} + \dots + \alpha_n \frac{F_n}{x_n} \right).$$

Als relativer Gesamtfehler (abs. Gesamtfehler bezogen auf das Messergebnis folgt

$$\frac{F}{y} = \alpha_1 \frac{F_1}{x_1} + \alpha_2 \frac{F_2}{x_2} + \dots + \alpha_n \frac{F_n}{x_n}.$$

Sind die Vorzeichen der Einzelfehler bekannt, so werden sie mit den Potenzen α multipliziert.

Sind die Vorzeichen unbekannt, so muss der ungünstigste Fall angenommen werden, d.h. alle Fehler wirken in die gleiche Richtung. Es werden dann alle relativen Fehler zum gesamten relativen Fehler addiert.

$$F_r = \frac{F}{y} = \frac{F_1}{x_1} + \frac{F_2}{x_2} + \dots + \frac{F_n}{x_n}$$

Der abs. Gesamtfehler wird durch Multiplikation des rel. Fehlers mit dem Messwertergebnis berechnet.

Beispiel Berechnung der Verlustleistung $P = U I$.

Voltmeter: Kl. 0,5; Endwert 20V; Anzeige $U_a = 15\text{V}$

Amperemeter: Kl. 1; Endwert 10A; Anzeige $I_a = 3\text{A}$

Wie gross ist die Messunsicherheit von P ?

$$G_u = 100\text{mV}; G_i = 100\text{mA}; P = 15\text{V} \cdot 3\text{A} = 45\text{W}$$

$$F_r = \frac{F}{P} = \frac{G_u}{U_a} + \frac{G_i}{I_a} = \frac{100\text{mV}}{15\text{V}} + \frac{100\text{mA}}{3\text{A}} = 0,04$$

$$F_r[\%] = \pm 4\%$$

Absolut $F = F_r \cdot P = 0,04 \cdot 45\text{W} = \pm 1,8\text{W}$

Messergebnis: $P = 45\text{W} \pm 4\%$ oder $P = 45\text{W} \pm 1,8\text{W}$

3. Messverfahren

3.1 Einfluss von Messgeräten auf den Messkreis

In der Messschaltung wird die Aufteilung von Strom und Spannung durch Messgeräte geändert.

z.B. Spannungsabfall am Strommessgerät, Strombedarf des Voltmeters

Die so auftretenden Messfehler können berücksichtigt werden.

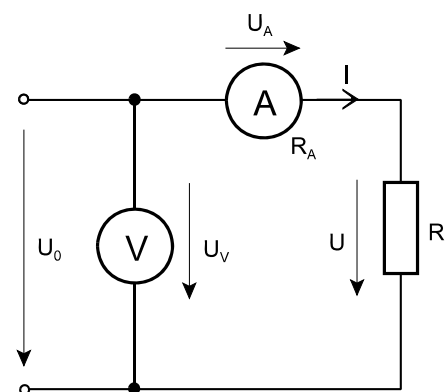
3.1.1 Spannungs- und Strommessung

Zwei Schaltungsmöglichkeiten:

a) Stromrichtige Schaltung

Es wird gleichzeitig Spannung und Strom am Widerstand gemessen, wobei das Voltmeter einen falschen Messwert anzeigt. Der Spannungsmesswert U_V ist:

$$U_V = U + R_A \cdot I$$



☞ Der Spannungsabfall am Innenwiderstand des Amperemessers wird mitgemessen, dagegen wird der Strom richtig gemessen.

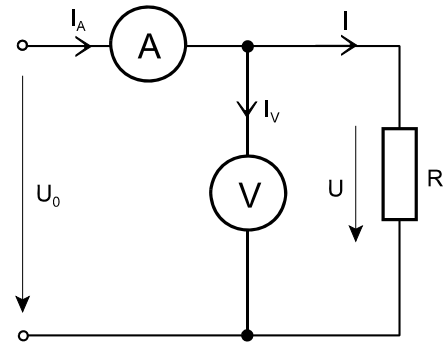
Mit dem bekannten Innenwiderstand R_A des Amperemessers kann mit der Korrekturgleichung

$$U = U_V - R_A \cdot I \quad \text{der richtige Spannungsmesswert ermittelt werden.}$$

b) Spannungsrichtige Schaltung

Hierbei wird die Spannung richtig gemessen, aber der Strom I_V des Voltmeters ist ein Fehlerstrom, der vom Amperemeter mitgemessen wird:

$$I_A = I + I_V$$



Mit dem bekannten Innenwiderstand R_V des Voltmeters ergibt sich die Korrekturgleichung

$$I = I_A - \frac{U}{R_V}$$

Es stellt sich die Frage, wann Schaltung a) und wann Schaltung b) verwendet wird.

Grundsätzlich:

Ist der zusätzliche Fehler durch den Schaltungseinfluss kleiner als der Klassenfehler der Einzelmessgeräte, so kann Schaltung a) oder b) verwendet werden.

Allgemein wird bei hohen Spannungen und großem Widerstandswert R die stromrichtige Schaltung verwendet und bei großen Strömen und kleinen Widerstandswerten R die spannungsrichtige Schaltung.

Als Entscheidungshilfe dient:

$$\frac{R_V}{R} > \frac{R}{R_A} \quad , \text{ dann spannungsrichtige Schaltung}$$

$$\frac{R}{R_A} > \frac{R_V}{R} \quad , \text{ dann stromrichtige Schaltung}$$

Zur Entscheidung ob eine Korrekturrechnung durchgeführt werden muss, werden folgende Kriterien verwendet:

a) Stromrichtige Schaltung

wenn gilt:

$$\frac{R_A \cdot I}{U} \leq G_{rU}$$

$$\rightarrow R_A \leq G_{rU} \cdot R \quad , \text{ dann braucht nicht korrigiert zu werden.}$$

G_{rU} = rel. Fehlergrenze des Spannungsmessers

b) Spannungsrichtige Schaltung

wenn gilt:

$$\frac{I_V}{I} \leq G_{rl}$$

 G_{rl} = rel. Fehlergrenze des Strommessers

$$\rightarrow \frac{R}{G_{rl}} \leq R_V, \text{ dann braucht nicht korrigiert zu werden}$$

3.2 Widerstandsmessung

Strom- und Spannungsmessung

Schaltungsarten: Spannungs- und stromrichtige Schaltung.

Bei der spannungsrichtigen Schaltung wird die 2-Draht oder 4-Drahtschaltung verwendet.

Mit der 4-Drahtschaltung wird der Einfluss des Leitungswiderstandes vermieden und die Spannung U_x direkt an R_x gemessen. Dies ist besonders bei niederohmigen R_x wichtig.

Beispiel

R_x ca. 80Ω

Genaue Messung von Strom und Spannung und Berechnung von R_x .

Messgeräte:

Strommesser: Messbereichsendwert 1 A
Innenwiderstand $R_A = 2\Omega$

Spannungsmesser: Messbereichsendwert 40 V
Innenwiderstand $R_V = 5000\Omega$

Beide Geräte haben die Klasse 0,5.

a) Welche Messschaltung?

$$\frac{R_V}{R_x} = \frac{5000}{80} = 62,5; \quad \frac{R_x}{R_A} = \frac{80}{2} = 40 \quad \Rightarrow \text{spannungsrichtige Schaltung ist günstiger}$$

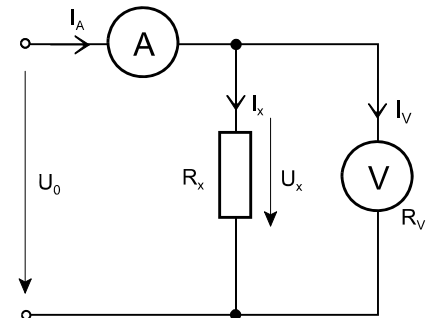
Messwerte in spannungsrichtiger Schaltung: Anzeige $I_a = 0,42A$; $U_a = 35,5V$

b) Korrektur notwendig?

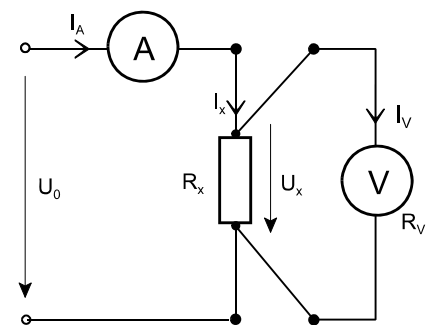
nein, wenn gilt: $\frac{R_x}{G_{rl}} \leq R_V$

$$\Rightarrow \frac{80\Omega}{0,005} \leq 5000\Omega \quad ?$$

$16000\Omega > 5000\Omega$! Korrektur notwendig



2-Drahtschaltung



4-Drahtschaltung

Damit ergibt sich für R_X :

$$R_X = \frac{U_V}{I_A - U_V / R_V} = \frac{35,5V}{0,42A - 35,5V / 5000\Omega} = 85,98\Omega$$

Der systematische Fehler ist

$$\frac{F}{R_X} = \frac{G_U}{U_a} + \frac{G_I}{I_a} = \frac{0,5\% \cdot 40V / 100\%}{35,5V} + \frac{0,5\% \cdot 1A / 100\%}{0,42A} = 0,0175; (1,75\%)$$

und der abs. Fehler

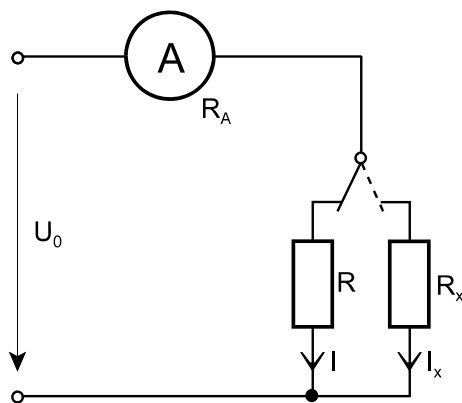
$$F = \frac{F}{R_X} R_X = 0,0175 \cdot 85,98\Omega = 1,5\Omega$$

Damit ist $R_X = 85,98\Omega \pm 1,5\Omega$ bzw. $R_X = 85,98\Omega \pm 1,75\%$

Weitere Widerstandsmessverfahren

Stromvergleich

Hierbei wird zwischen den bekannten Widerstand R und unbekannten R_X umgeschaltet und jeweils der Strom gemessen.



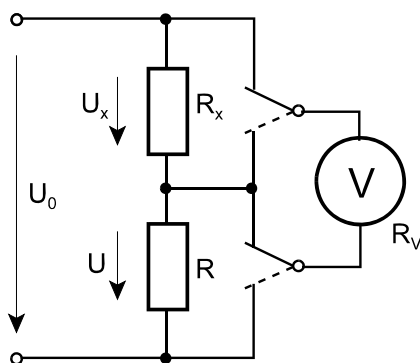
Es ergibt sich:

$$U_0 = (R_X + R_A) I_X = (R + R_A) I$$

$$R_X = (R + R_A) \frac{I}{I_X} - R_A$$

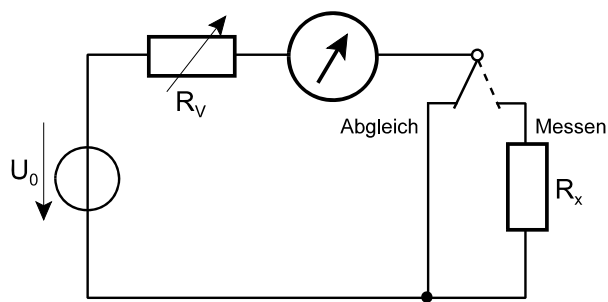
Spannungsvergleich

Es wird jeweils die Spannung an R und R_X gemessen. Unter der Voraussetzung, dass $R_V \gg R_X$ und R ist, ergibt sich:



$$R_X \approx \frac{R \cdot U_X}{U}$$

Ohmmeter



Das Ohmmeter ermöglicht die direkte Widerstandsmessung.

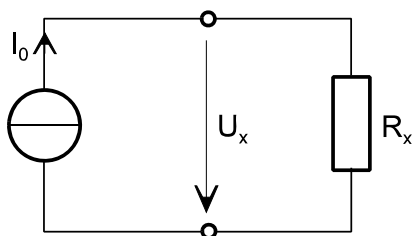
Es wird der Ausschlag α_0 mit kurzgeschlossenen Messspitzen eingestellt, danach wird der R_x mit dem Ausschlag α_1 gemessen.

$$\beta = \alpha_1 / \alpha_0 = I_1 / I_0 = R_V / (R_V + R_x)$$

$$R_x = R_V(1 - \beta) / \beta$$

Üblicherweise wird α_0 auf Vollausschlag eingestellt und die Skala in Ohmwerte eingeteilt.

Widerstandsmessung mit Digitalmultimetern



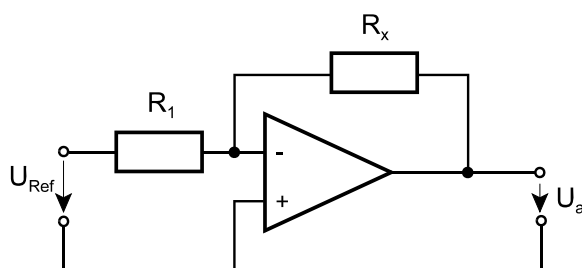
In Digitalmultimetern und anderen Multimetern mit Verstärkern wird ein Widerstandsmessverfahren mit Konstantstromquelle verwendet.

Die Konstantstromquelle ist z.B. in folgenden Stufen umschaltbar: 0,1 μ A; 1 μ A; 10 μ A; 100 μ A; 1 mA

Der Konstantstrom fließt durch R_x , wobei der Spannungsabfall U_x proportional zu R_x ist. Damit kann der Wert von R_x direkt durch Spannungsmessung ermittelt werden.

Es wird für einfache Anwendungen die 2-Drahtschaltung verwendet und für kleine Messfehler bei kleinen Widerstandswerten ($R_x < 0,1 \Omega$) die 4-Drahtschaltung (zwei direkte Anschlüsse an R_x zur Spannungsmessung).

Eine weitere Methode mit einem Operationsverstärker (OPV):



Der zu messende R_x wird als Gegenkopplungswiderstand in die Operationsverstärkerschaltung eingesetzt. Die Ausgangsspannung U_a ist proportional zu R_x .

Widerstandsbestimmung mit Brücken

Wheatstone-Brücke

Anhand der Wheatstone-Brücke soll exemplarisch das Messprinzip der Brücken gezeigt werden.

Die Wheatstone-Brücke arbeitet als abgegliche Brücke, d.h. die Anzeige zeigt nicht den Messwert an, sondern dient als Indikator.

Prinzip:

An einer Spannungsquelle (muss nicht stabilisiert sein) liegen die beiden Widerstandszweige R_1 , R_2 und R_3 , R_4 .

Das Messwerk ist ein Nullspannungsindikator, d.h. es hat keinen Ausschlag, wenn an der Brückendiagonalen C und D gleiches Potential vorhanden ist.

Dann ist die Brücke abgeglichen. Damit ist U_2 und U_4 gleich sowie U_g und I_g sind 0.

In diesem Fall sind $I_1 = I_2$ und $I_3 = I_4$

Weiter gilt:

$$R_1 \cdot I_1 = R_3 \cdot I_3 \quad \text{sowie} \quad R_2 \cdot I_2 = R_4 \cdot I_4$$

Damit erhält man:

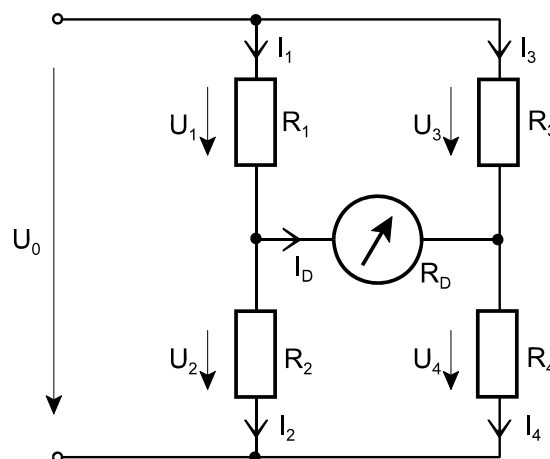
$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4} \quad \text{bzw.} \quad R_1 \cdot R_4 = R_2 \cdot R_3$$

→ Die Produkte der Diagonalwiderstände sind gleich.

In der Messbrücke wird z.B. R_1 durch den unbekannten Widerstand R_x ersetzt. Ist die Brücke abgeglichen, so berechnet sich

$$R_x = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_4}$$

Üblicherweise wird R_4 als Potentiometer mit genauer Skala ausgeführt, auf der R_x sofort abgelesen werden kann.



4. Analoge Messgeräte

- Anzeigende Messgeräte (klassische Messgeräte)
- schreibende Messgeräte

4.1 Messwerk als Drehmomentenwaage

Die anzeigenden und schreibenden analogen Messgeräte haben gemeinsam das elektromechanische Messwerk.

Im Messwerk ist ein elektrisches Drehmoment

$$M_e = k_e \cdot i \quad k_e = \text{Proportionalitätsfaktor}$$

sowie das mechanische Gegenmoment einer Feder

$$M_m = -D \cdot \alpha \quad \begin{array}{l} D = \text{Federkonstante} \\ \alpha = \text{Drehwinkel} \end{array}$$

wirksam.

Neben den beiden statischen Momenten sind dynamische Drehmomente wirksam.

Das Messwerk hat im beweglichen Teil ein Drehmoment der Trägheit M_t , welches der Bewegung entgegenwirkt

$$M_t = -J \frac{d^2\alpha}{dt^2}$$

/ \

Trägheits- Winkelbe-
moment schleunigung.

Eine weitere dynamische Komponente ist durch die Dämpfung wirksam

$$M_d = -p \frac{d\alpha}{dt}$$

/ \

Dämpfungs- Winkelge-
faktor schwindigkeit.

Die Reibung verursacht das Moment $\pm M_r$.

Im Messwerk sind alle Momente stets im Gleichgewicht:

$$M_e + M_m + M_t + M_d \pm M_r = 0$$

$$k_e i - D \alpha - J \frac{d^2\alpha}{dt^2} - p \frac{d\alpha}{dt} \pm M_r = 0 \quad \text{Dies ist die Dgl. für den Drehwinkel } \alpha.$$

Die Lösung der Dgl. 2.Ordnung ergibt:

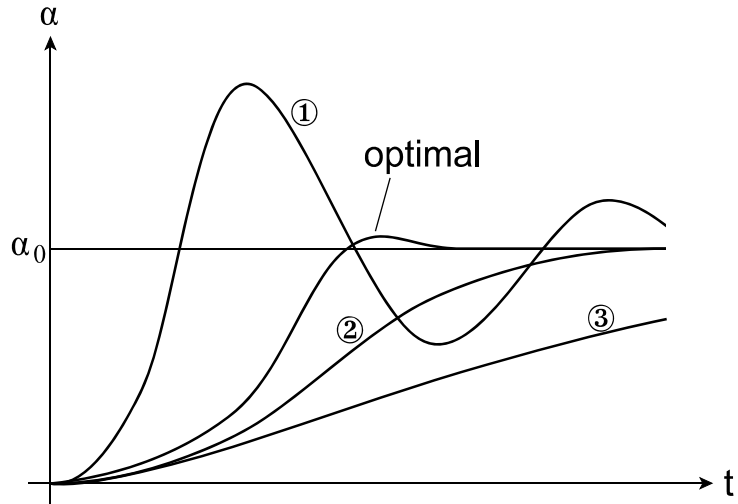
1) Eigenfrequenz f_0 des ungedämpften Systems

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{D}{J}} = \frac{1}{T_0} \quad T_0 = \text{Periodendauer}$$

Der Dämpfungsgrad $\vartheta = \frac{p}{2 \sqrt{J D}}$ bestimmt den Einschwingvorgang des Messwerkes:

- ① $\vartheta < 1$ starkes Einschwingen
- ② $\vartheta = 1$ aperiodischer Grenzfall
- ③ $\vartheta > 1$ kriechende Einstellung

2) Grafische Lösung $\alpha = f(t)$



Die statische Anzeige, der Drehwinkel α_0 ergibt sich mit $\alpha_0 = \frac{i \cdot k_e}{D}$.

4.2 Lagerung

Die Achslagerung soll gewährleisten, dass M_f vernachlässigbar klein ist.

Es folgende Arten der Lagerung sind üblich:

- Spitzenlagerung einfache Anwendungen
- Zapfenlagerung für größere radiale Kräfte
- Band/Spannbandlagerung Reibungsfrei, gleichzeitig Federung, teuer, empfindlich, hochwertig.

4.3 Dämpfungsvorrichtung

Die Dämpfung ist proportional dem Drehwinkel.

Folgende Methoden sind üblich:

- Wirbelstromdämpfung AL- oder Cu-Scheibe im Permanentmagnetfeld
- Induktionsdämpfung Im Rahmen der Drehspule werden Ströme induziert, die ein gegengerichtetes Moment erzeugen
- Luftkammerdämpfung.

4.4 Drehspulmesswerke

Aufbau:

2 Spiralfedern (bzw. Spannband) für das Gegenmoment führen gleichzeitig den el. Strom zur Drehspule.

Die Federwirkungen sind gegensinnig für einen stabilen Nullpunkt des Zeigers.

Die Drehspule auf AL-Rahmen oder ohne Rahmen hat etwa 20 bis 300 Windungen je nach Empfindlichkeit des Messwerkes.

Der Permanentmagnet als

- Außenmagnet (veraltet) oder
- Innenmagnet (Kern) erzeugt ein radialhomogenes Magnetfeld.

Erzeugtes elektrisches Drehmoment M_e :

$$M_e = A \cdot N \cdot B \cdot i$$

A = Eingeschlossene Spulenfläche
 N = Windungszahl
 B = Magn. Flussdichte
 i = Messstrom

Das Messwerk hat folgende Eigenschaften:

- Hohe Empfindlichkeit durch Permanentmagnet
- Ausschlag abhängig von Stromrichtung
- Ungeeignet für Wechselgrößen

Der Ausschlag (Drehwinkel) α ergibt sich mit

$$\alpha = \underbrace{\frac{A \cdot N \cdot B}{D}}_k \cdot i$$

$$\alpha = k \cdot i$$

Der Ausschlag ist somit linear zum Messstrom.

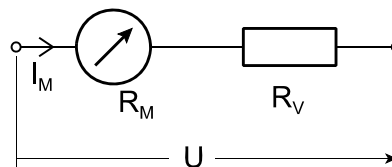
Die Dämpfung erfolgt durch den Al-Rahmen und Spulenwindungen (Induktionsdämpfung).

Wichtig: Beim Transport die Spule niederohmig abschließen.

4.4.1 Drehspulmesswerk als Spannungsmesser

Drehspulmesswerke haben Messbereichsendwerte zwischen $10\mu\text{A}$ und etwa 50mA , abhängig von Bauform und Anwendung. Die Innenwiderstände R_M liegen im Bereich von 1Ω bis $10\text{k}\Omega$. Die messbaren Spannungen liegen somit weit unterhalb von 1V .

Zur Anpassung an größere Messspannungen müssen Vorwiderstände in Reihe mit dem Messwerk geschaltet werden.



Für eine zu messende Spannung U und einem Messwerkstrom I_M ergibt sich ein Vorwiderstand

$$R_V = \frac{U}{I_M} - R_M$$

Für weitere Messbereichserweiterungen (Multimeter) können mehrere Vorwiderstände in Reihe geschaltet werden.

Der Gesamtwiderstand $R_M = R_M + R_V$ des Spannungsmessers wird meist durch den reziproken Messwerkstrom I_M für Vollausschlag angegeben.

Beispiel: I_M beträgt $100\mu\text{A}$ für Vollausschlag
Skalenangabe: $100000\ \Omega/\text{V}$

Sinn: leichte Umrechnung des Innenwiderstandes R_G für einen anderen Messbereich.

Beispiel: Instrument $10000\ \Omega/\text{V}$ (Vollausschlag $100\mu\text{A}$, 1V)
Gewünschter neuer Messbereich 10V
☞ neuer $R_G = 10000\ \Omega/\text{V} \cdot 10\text{V} = 100000\ \Omega$

Übliche Drehspulinstrumente haben Werte von $200\ \Omega/\text{V}$ bis $1\text{M}\Omega/\text{V}$.

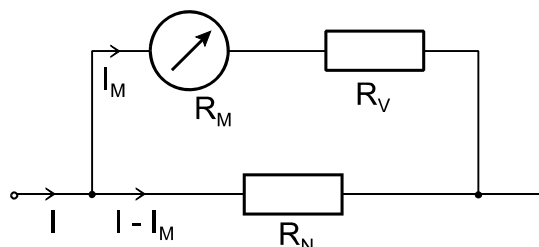
Aus dem Gesamtwiderstand R_G und dem Messwerkstrom I_M errechnet sich der Eigenverbrauch des Drehspulinstrumentes, der im Bereich von $1\mu\text{W}$ bis 5mW liegt.

4.4.2 Drehspulmesswerk als Strommesser

Für sehr kleine Ströme im mA-Bereich können Drehspulmesswerke selbst ausgelegt werden. Größere Messströme müssen mit Hilfe von Nebenwiderständen (Shunts) gemessen werden.

Das Drehspulmesswerk hat stets einen Vorwiderstand zur Verminderung des Fehlers durch die Temperaturabhängigkeit der Cu-Drehspule ($\Delta R/R = -4\%/10\text{K}$). Das Messwerk mit Vorwiderstand wird so ausgelegt, dass für genormte Spannungsabfälle am Nebenwiderstand von 30mV , 60mV , 100mV , 150mV und 300mV ein Vollausschlag besteht.

Schaltung des Strommessers:



Der Nebenwiderstand berechnet sich mit
$$R_N = \frac{(R_M + R_V) I_M}{I - I_M}$$

Für mehrere Strommessbereiche wird der Nebenwiderstand unterteilt.

Der Eigenverbrauch des Strommessers mit Drehspulmesswerk wird hauptsächlich durch den Nebenwiderstand verursacht, wenn Normspannungsabfälle ($30\text{mV} \dots 300\text{mV}$) zugrunde gelegt werden. Bei abweichender Dimensionierung kann der Verbrauch geringer sein.

Genauigkeitsklassen:

Drehspulmessgeräte	Betriebsmessgeräte	Kl. 1,5
	Präzisionsmessgeräte bis	Kl. 0,1

4.5 Dreheisenmesswerke

Aufbau:

Stationäre Feldspule, welche vom Messstrom I_M durchflossen wird. Das entstehende Magnetfeld magnetisiert ein feststehendes und ein bewegliches Eisenblech. An dem beweglichen ist der Zeiger montiert. Durch die gleichnamige Magnetisierung wird das bewegliche Blech abgestoßen und damit der Zeiger ausgelenkt. Es entsteht der Ausschlag α .

Das Drehmoment und damit der Ausschlag α ist dem Quadrat des Spulenstromes $i=I_M$ proportional. Das bewegliche Eisenblech verändert die Induktivität L der Anordnung. Es ergibt das Drehmoment

$$M_e = \frac{1}{2} \cdot \frac{dL}{d\alpha} \cdot i^2$$

Nach Einbeziehung des Federgegenmomentes ist das System im Gleichgewicht und man erhält die Skalengleichung

$$\alpha = \frac{1}{2D} \cdot \frac{dL}{d\alpha} \cdot i^2$$

Am Skalenanfang ist die Induktivitätsänderung $\frac{dL}{d\alpha}$ konstant, sodass sich der Zeigerausschlag quadratisch mit dem Messstrom ändert. Bei größerem Ausschlag nimmt $\frac{dL}{d\alpha}$ proportional ab, sodass dann der Ausschlag annähernd linear zum Messstrom wird.

Entsprechend ist die Skala anfangs quadratisch ab Mitte linear geteilt.

Eigenschaften:

Wegen der quadratischen Stromabhängigkeit ist die Anzeige von der Stromrichtung unabhängig. Gleich- und Wechselströme werden angezeigt. Für Wechsel- und Mischströme wird der quadratische Mittelwert, der "echte", kurvenformunabhängige Effektivwert angezeigt.

Dies ist die wichtigste Eigenschaft.

Nachteile:

Es ist auf eine ausreichende Magnetisierungsreserve des Eisens zu achten, damit nicht durch Sättigungserscheinungen Ausschlagverfälschungen auftreten.

Der Eigenverbrauch mit etwa 0,5 ... 1W ist sehr groß, der Innenwiderstand klein.

Messbereiche sind ab 5V bzw. 20mA realisierbar.

Als Dämpfung wird in der Regel die Luftkammer angewendet.

Genauigkeitsklassen:

Betriebsmessgeräte (Schalttafel) Kl. 1,5

Präzisionsmessgeräte (Labor) bis Kl. 0,1

4.5.1 Dreheisenmesswerk als Spannungsmesser

Durch Vorwiderstände kann ein Dreheisenmesswerk zum Spannungsmesser erweitert werden. Der Vorwiderstand sollte im Bereich $R_V = 5 \dots 10 R_M$ liegen. Damit wird ein zu großer Einfluss des Anwärmfehlers der Feldspule vermieden. Bei etwa 1W Leistungsaufnahme der Feldspule ergibt sich eine Temperaturerhöhung von ca. 10...20K, verbunden mit einer Widerstandszunahme von 4...8%.

☞ je größer R_V , desto kleiner der Temperatureinfluss.

Ein entsprechender Fehler entsteht auch bei Raumtemperaturerhöhung.

Die Auslegung des Vorwiderstandes eines Spannungsmessers mit Dreheisenmesswerk erfolgt für den stationären Zustand der Temperatur, dies bedeutet: auch die Messungen bzw. die Ablesung sollte nach einer Anwärmzeit von etwa 10 Minuten erfolgen.

Messbereiche von 1V...1000V sind üblich.

4.5.2 Dreheisenmesswerk als Strommesser

Die Strommesser werden ohne Nebenwiderstand geschaltet.

Das Dreheisenmesswerk wird direkt für den Strommessbereich ausgelegt. Mit einem Nebenwiderstand würde sich die Widerstandserhöhung der Feldspule infolge des Temperaturkoeffizienten stark auswirken.

Die Folge wären erhebliche Temperatur- und Frequenzfehler.

Unterschiedliche Messbereiche erhält man durch Anzapfungen der Feldspule.

Eine einfache Messbereichserweiterung ist mit Strommesswandlern nach dem Transformatorprinzip möglich, allerdings nur für Wechselströme. Für Gleichströme sind Erweiterungen schwieriger.

Strommesser werden für Wechsel- und Gleichströme von 30mA bis etwa 300A hergestellt.

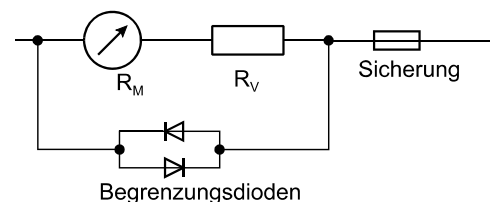
4.6 Vielfachmessgeräte (Multimeter)

Praktische Ausführung mit Drehspulmesswerk, Gleichrichter, Vor- und Nebenwiderständen.

Zusätzlich batteriebetriebene Messverstärker.

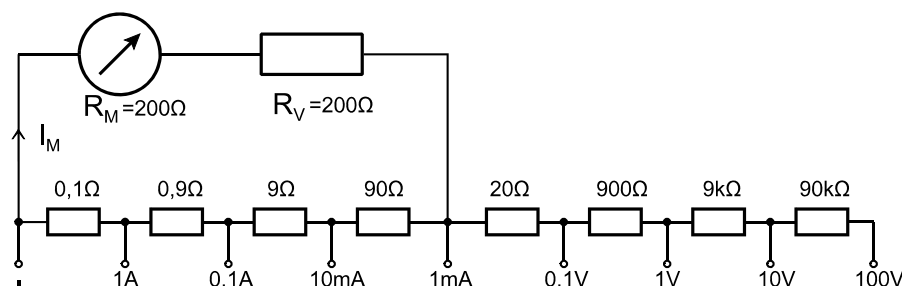
Widerstandsmessung mit Spannungs- und Stromquellen.

Schutzschaltungen zum Überlastschutz des Messwerkes:



Heute sind auch elektronische Schutzschaltungen üblich.

Typischer Aufbau eines Multimeters:



Messwerkstrom für Vollausschlag $I_M = 0,2 \text{ mA}$

Schließungswiderstand $R_S = R_M + R_V + \text{Nebenwiderstände} = 500 \Omega$

- ☞ wichtig für die definierte Messwerkdämpfung, Zeigerbewegung erzeugt einen Selbst-induktionsstrom in der Drehspule, je nach Schließungswiderstand stellt sich die Dämpfung ein.

Der Innenwiderstand für den Spannungsbereich beträgt:

$$R_G/V = 1000 \Omega/V \quad (\text{Skalenaufdruck}).$$

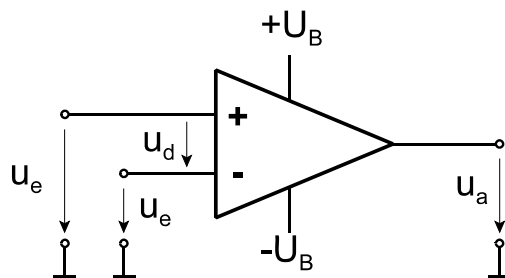
5. Messverstärker

Operationsverstärker in der Messtechnik

5.1. Grundbegriffe

Operationsverstärker (OPV) sind Gleich- und Wechselspannungsverstärker mit einem Differenzverstärkereingang (Differenzeingang).

Symbol:



- invertierender Eingang
- + nichtinvertierender Eingang
- u_a Ausgangsspannung
- $u_d = u_{e+} - u_{e-}$ Differenzeingangsspannung
- $\pm U_B$ Versorgungsspannung

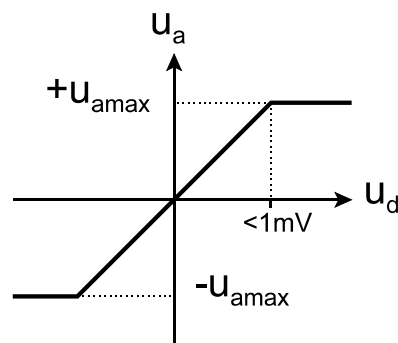
Grundgleichung
$$u_a = V_u (u_{e+} - u_{e-})$$

Eigenschaften:

		ideal	real
Leerlaufverstärkung	V_u	∞	100 dB
Diff.-Eingangswiderstand	R_d	∞	500kΩ...TΩ
Ausgangswiderstand	R_a	0	70Ω
Diff.-Eingangsspannung	u_d	0	μV...mV
Ausgangsspannung	u_a	sehr hoch	±20V
Ausgangsstrom	i_a	sehr hoch	±20mA

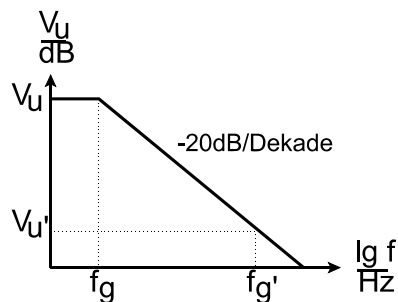
Für die weiteren Betrachtungen wird der oben genannte ideale OPV angenommen. Die Unsymmetrien (Eingangsoffset-Spannung) und Eingangsruhestrome werden vernachlässigt.

Kennlinie $u_a = f(u_d)$



übliche OPV:
 $u_{amax} = U_B - 1,5V$

Frequenzgang der Verstärkung



V_u Leerlaufverstärkung
 $V_{u'}$ Rückgekoppelte Verstärkung
 f_g Leerlaufgrenzfrequenz
 $f_{g'}$ Grenzfrequenz durch Rückkopplung

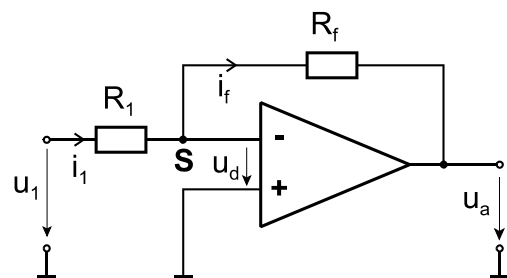
OPV werden sehr selten ohne äußere Beschaltung eingesetzt.

- Die Beschaltung ermöglicht ein bestimmtes Verhalten der OPV-Schaltung.
 Der OPV selbst hat durch sein ideales Verhalten keinen Einfluss.

5.2. Umkehrverstärker

Grundsaltung

u_1 Eingangsspannung
 u_a Ausgangsspannung
 R_1 Eingangswiderstand
 R_f Rückführwiderstand (feedback)
 S Stromsummenpunkt



Funktion:

Durch die sehr hohe Leerlaufverstärkung V_u wird bei geringster Differenzeingangsspannung u_d die Ausgangsspannung u_a so hoch, dass $i_1 = i_f$ wird.

- Die Spannung u_d ist sehr klein (≈ 0), d.h. die Spannung des Summenpunktes S ist ≈ 0 . Daher der Begriff "virtueller Nullpunkt".

Der Eingangswiderstand R_e der Schaltung:

$$R_e = \frac{u_1}{i_1} = R_1$$

R_1 legt somit den Eingangswiderstand fest.

Im Summenpunkt s gilt $i_1 - i_f = 0$

Berechnung der rückgekoppelten Verstärkung $V_{u'}$:

$$V_{u'} = \frac{u_a}{u_1} = -\frac{i_f R_f}{i_1 R_1}$$

$$u_1 = i_1 R_1$$

$$u_f = i_f R_f = -u_a$$

$$V_{u'} = -\frac{R_f}{R_1}$$

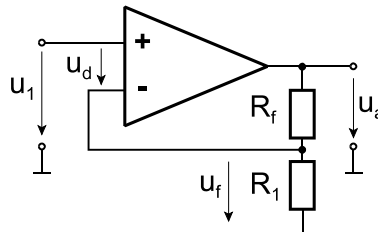
Anwendungen

- Standardschaltung
- Messverstärker
- Regelverstärker

5.3. Nichtinvertierender Verstärker

Elektrometerverstärker

Grundschriftung



Die Eingangsspannung wirkt auf den +Eingang.

☞ Nichtinvertierender Verstärker, Eingangs- und Ausgangsspannung haben die gleiche Polarität und Phasenlage.

Berechnung der Spannungsverstärkung

$$V_{u'} = \frac{u_a}{u_1} \quad ; \quad u_1 = u_d + u_f \quad ; \quad u_f = \frac{R_1}{R_f + R_1} u_a$$

$$= \frac{u_a}{u_d + \frac{R_1}{R_f + R_1} u_a} \quad \text{bei idealem OPV} \Rightarrow u_d \approx 0$$

$$= \frac{R_1 + R_f}{R_1} = 1 + \frac{R_f}{R_1}$$

$$V_{u'} = 1 + \frac{R_f}{R_1}$$

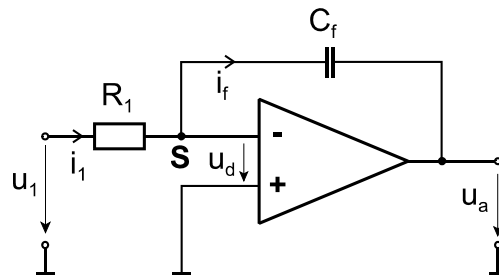
Diese Schaltung hat einen besonders hohen Eingangswiderstand $R_{e'}$, daher der Name Elektrometerverstärker.

$$R_{e'} = \frac{V_u}{V_{u'}} R_e$$

Für die Messtechnik besonders zur Spannungsmessung geeignet.

5.4. Integrator

Der Integrator ist eine frequenzabhängige Schaltung, da die Beschalungselemente frequenzabhängig sind.



Das Verstärkungsmaß ist frequenzabhängig, daher wird nicht die rückgekoppelte Verstärkung V_U angegeben, sondern der Frequenzgang (für Sinusgrößen).

$$\underline{E}(j\omega) = \frac{u_a(j\omega)}{u_e(j\omega)} = - \frac{\underline{Z}_f}{\underline{Z}_1}$$

mit $\underline{Z}_f = \frac{1}{j\omega C_f}$ und $\underline{Z}_1 = R_1$

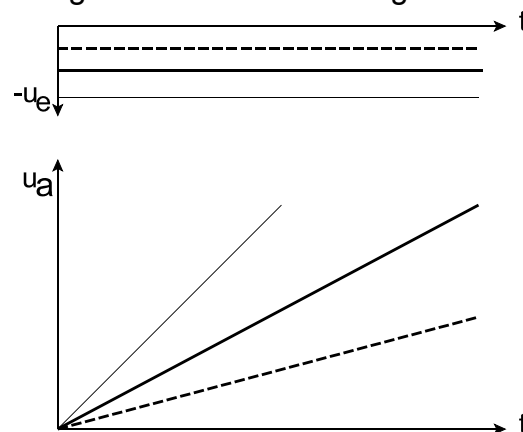
$$\underline{E}(j\omega) = \frac{1}{j\omega R_1 C_f}$$

In der Messtechnik sind außerdem nichtsinusförmige und konstante Signale wichtig. Dabei wird das Zeitverhalten der Schaltung betrachtet

$$u_a(t) = -\frac{1}{R_1 C_f} \int u_e(t) dt + U_a|_{t=0}$$

Ist die Eingangsspannung konstant, gilt $u_a(t) = -\frac{1}{R_1 C_f} U_e t + U_a|_{t=0}$

Grafisch ergibt sich folgender Zusammenhang:



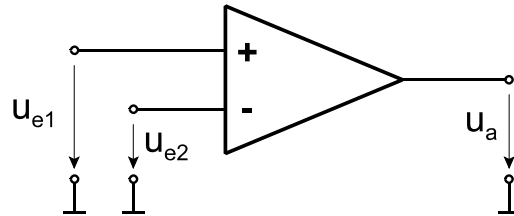
Die Änderungsgeschwindigkeit von $u_a(t)$ ist abhängig von u_e und $\tau = R_1 C_f$.

Anwendungen:

Integrator in Analog-Digital-Umsetzern, Erzeugung von Dreiecksspannungen (Oszilloskope), I-Regelverstärker u.a.

5.5. Komparator

Der OPV arbeitet als Spannungsvergleicher.



Der OPV wird mit Leerlaufverstärkung, d.h. ohne Gegenkopplung, betrieben. Die Folge ist ein sprunghaftes Verhalten der Ausgangsspannung u_a ; nur zwei Zustände: $+u_{amax}$ oder $-u_{amax}$.

$$u_a = +u_{amax} \quad \text{wenn } u_{e1} > u_{e2}$$

$$u_a = -u_{amax} \quad \text{wenn } u_{e1} < u_{e2}$$

6. Prinzipien digitaler Messgeräte

Grundsätzliche Unterscheidung

analoge

digitale Messwerterfassung und Anzeige.

Analog (griech.) bedeutet: entsprechend

☞ Eine physikalische Größe wird analog dargestellt durch eine andere physikalische Größe

Beispiel: Eine elektrische Spannung wird mit einem Messwerk analog dargestellt durch den Messwerkausschlag α .

Jede noch so kleine Änderung der elektrischen Spannung wird analog durch den Zeigerausschlag dargestellt.

Bei der digitalen Darstellung (digital: ziffernmäßig) wird die physikalische Größe quantisiert, d.h. in kleinste Teilschritte zerlegt. Die kleinsten Schritte werden aufsummiert bis die Summe der physikalischen Größe entspricht. Das Ergebnis ist eine Zahl.

Beispiel: physikalische Größe $U = 1V$
 Quantisierungsschritt $1mV$
 Ergebnis 1000 Schritte = $1000mV$

Wichtig: Größenunterschiede, die kleiner als ein Quantisierungsschritt sind, werden nicht registriert.

Vergleich/Eigenschaften analoger und digitaler Messwerterfassung

	analog	digital
Darstellung	kontinuierlich	Ziffern
Vorteil	einfache Darstellung, schnell, stetige Anzeige	hohe Genauigkeit, speicherbar
Nachteil	nicht bzw. schlecht spei- cherbar, geringe Genau- igkeit, mechanisch emp- findlich	aufwendig, höhere Kosten
Fehlerquellen	Messunsicherheit	Quantisierung

Die Steigerung der Genauigkeit bzw. Verringerung der Messunsicherheit eines analogen Systems besser 0,01% steigert unproportional die Kosten. Bei digitalen Systemen ist die Genauigkeit prinzipiell beliebig steuerbar.

Der Quantisierungsschritt lässt sich verkleinern und die Anzahl der Schritte lässt sich mit etwa linear steigendem Aufwand erhöhen.

Für einfache Ansprüche ist die Analogtechnik kostengünstiger. Analoge Anzeigen werden häufig dort bevorzugt, wo Tendenzen und Messgrößenänderungen beobachtet werden (z.B. Fahrzeugtacho). Digitalanzeigen liefern dann springende Werte.

6.1 Gebräuchliche Darstellung der digitalen Größe

Die digitale Größe wird als binärcodierte ganze Zahl dargestellt.

Die binäre Codierung wird als

- Dual-Zahl und als
- BCD-Zahl durchgeführt.

Straight binary and complementary binary

Scale	+ 10 V FS	+ 5 V FS	Straight binary	Complementary binary
+ FS – 1 LSB	+ 9.9976	+ 4.9988	1111 1111 1111	0000 0000 0000
+ 7/8 FS	+ 8.7500	+ 4.3750	1110 0000 0000	0001 1111 1111
+ 3/4 FS	+ 7.5000	+ 3.7500	1100 0000 0000	0011 1111 1111
+ 5/8 FS	+ 6.2500	+ 3.1250	1010 0000 0000	0101 1111 1111
+ 1/2 FS	+ 5.0000	+ 2.5000	1000 0000 0000	0111 1111 1111
+ 3/8 FS	+ 3.7500	+ 1.8750	0110 0000 0000	1001 1111 1111
+ 1/4 FS	+ 2.5000	+ 1.2500	0100 0000 0000	1011 1111 1111
+ 1/8 FS	+ 1.2500	+ 0.6250	0010 0000 0000	1101 1111 1111
0 + 1 LSB	+ 0.0024	+ 0.0012	0000 0000 0001	1111 1111 1110
0	0.0000	0.0000	0000 0000 0000	1111 1111 1111

BCD and complementary BCD

Scale	+ 10 V FS	+ 5 V FS	Binary coded decimal	Complementary BCD
+ FS – 1 LSB	+ 9.99	+ 4.95	1001 1001 1001	0110 0110 0110
+ 7/8 FS	+ 8.75	+ 4.37	1000 0111 0101	0111 1000 1010
+ 3/4 FS	+ 7.50	+ 3.75	0111 0101 0000	1000 1010 1111
+ 5/8 FS	+ 6.25	+ 3.12	0110 0010 0101	1001 1101 1010
+ 1/2 FS	+ 5.00	+ 2.50	0101 0000 0000	1010 1111 1111
+ 3/8 FS	+ 3.75	+ 1.87	0011 0111 0101	1100 1000 1010
+ 1/4 FS	+ 2.50	+ 1.25	0010 0101 0000	1101 1010 1111
+ 1/8 FS	+ 1.25	+ 0.62	0001 0010 0101	1110 1101 1010
0 + 1 LSB	+ 0.01	+ 0.00	0000 0000 0001	1111 1111 1110
0	0.00	0.00	0000 0000 0000	1111 1111 1111

Unipolare Codes — 12-Bit-Wandler

Scale	$\pm 5 \text{ V FS}$	Offset binary	Two's complement	One's complement	Sign-mag binary
+FS - 1 LSB	+4.9976	1111 1111 1111	0111 1111 1111	0111 1111 1111	1111 1111 1111
+3/4 FS	+3.7500	1110 0000 0000	0110 0000 0000	0110 0000 0000	1110 0000 0000
+1/2 FS	+2.5000	1100 0000 0000	0100 0000 0000	0100 0000 0000	1100 0000 0000
+1/4 FS	+1.2500	1010 0000 0000	0010 0000 0000	0010 0000 0000	1010 0000 0000
0	0.0000	1000 0000 0000	0000 0000 0000	0000 0000 0000	1000 0000 0000
-1/4 FS	-1.2500	0110 0000 0000	1110 0000 0000	1101 1111 1111	0010 0000 0000
-1/2 FS	-2.5000	0100 0000 0000	1100 0000 0000	1011 1111 1111	0100 0000 0000
-3/4 FS	-3.7500	0010 0000 0000	1010 0000 0000	1001 1111 1111	0110 0000 0000
-FS + 1 LSB	-4.9976	0000 0000 0001	1000 0000 0001	1000 0000 0000	0111 1111 1111
-FS	-5.0000	0000 0000 0000	1000 0000 0000	—	—

Bipolare Codes — 12-Bit-Wandler

Dual-Zahl

Einfachste binäre Zahlendarstellung. Die Stellen sind nach steigenden Zweierpotenzen geordnet.

Beispiel:

	2^8	2^7	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0
	256	128	64	32	16	8	4	2	1
$327_{\text{dez}} =$	1	0	1	0	0	0	1	1	1
	MSB								LSB

Mit dieser Darstellung arbeiten alle digitalen Rechner und die meisten digitalen Geräte. Negative Zahlen werden mit dem höchstwertigen (MSB) als Vorzeichenbit dargestellt.

Für die neg. Darstellung gibt es 4 gebräuchliche Darstellungen:

- Offset binary
- 2'er complement (wichtigste Darstellung)
- 1'er complement
- Sign-mag-binary

Für zifferndarstellende Messgeräte (Multimeter, Einbaumessgeräte etc.) wird die BCD-Darstellung verwendet.

BCD -> Binär Codiert Dezimal

Hierbei wird jede Ziffer einer Dezimalzahl einzeln binär codiert.

Beispiel:

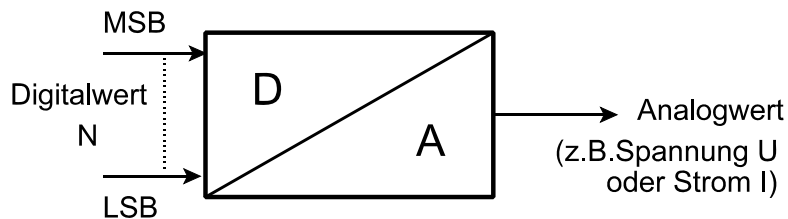
2^3	2^2	2^1	2^0	2^3	2^2	2^1	2^0	2^3	2^2	2^1	2^0
8	4	2	1	8	4	2	1	8	4	2	1
0	0	1	1	0	0	1	0	0	1	1	1
$327_{\text{dez}} =$				3				2			

- Die BCD-Kodierung erfordert mehr binäre Stellen gegenüber der Dual-Kodierung. Negative Zahlen benötigen eine spezielle Kennzeichnung mit einem zusätzlichen Bit.

6.2 Digital-Analog-Umsetzer

(Digital-Analog-Wandler)

Der Digital-Analog-Umsetzer (DAU) wandelt eine binär-codierte ganze Zahl in eine entsprechende analoge Größe um. Der DAU ist eine Schaltung mit folgenden Ein- und Ausgängen:



MSB = Most Signifikant Bit - höchstwertigstes Bit

LSB = Least Signifikant Bit - niederwertigstes Bit

Die Funktion eines DAU soll folgendes Zahlenbeispiel verdeutlichen:

$$N=100 \Rightarrow 100 \cdot 10\text{mV} = 1000\text{mV}$$

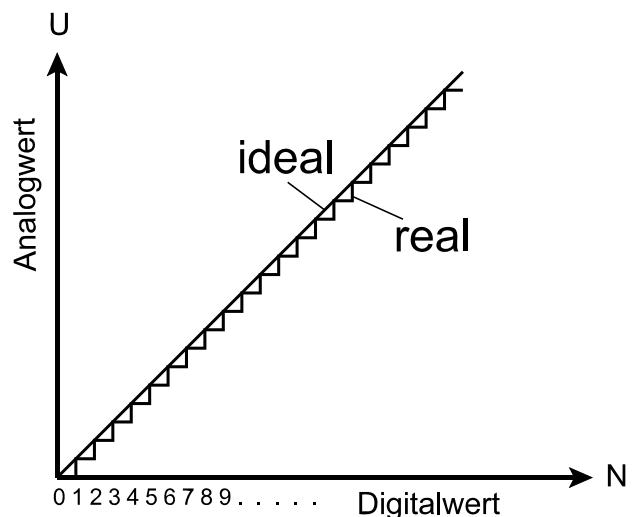
\downarrow
Digital-
wert

\downarrow
LSB

\downarrow
Analogwert

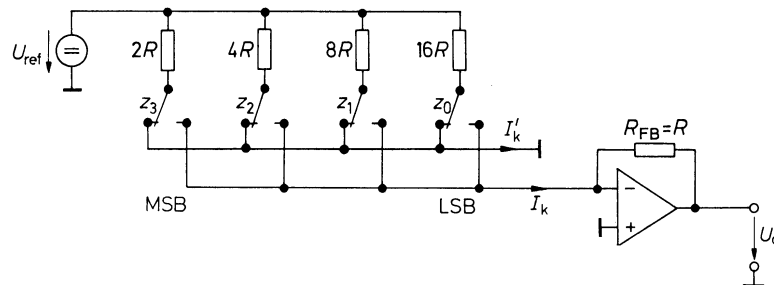
$$U_a = N \cdot \text{LSB}$$

Der DAU hat die Wandlerkennlinie:



Ein DAU hat als Prinzip geschaltete Stromquellen. Der Strom der einzelnen Quellen ist binär gewichtet. Eine logische 1 einer Bitstelle schaltet die Quelle ein, eine 0 schaltet sie aus.

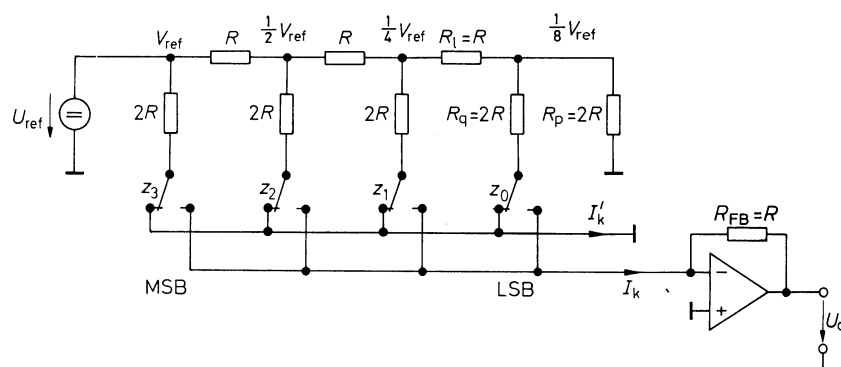
In der technischen Realisierung werden die Stromquellen mit einer Referenzspannung und einem binär gewichteten Widerstand aufgebaut.



Digital-Analogumsetzer mit gestuften Widerständen

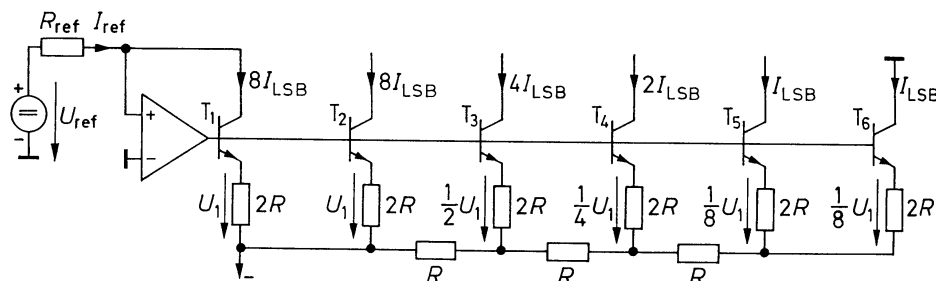
Bei diesem Aufbau des DAU ist der große Widerstandsbereich bei großer Bitanzahl für eine integrierte Schaltung sehr ungünstig.

Es wird daher im allgemeinen der sogenannte R-2R-Kettenleiter verwendet. Hierbei sind nur zwei Widerstandswerte, R und 2R, notwendig.



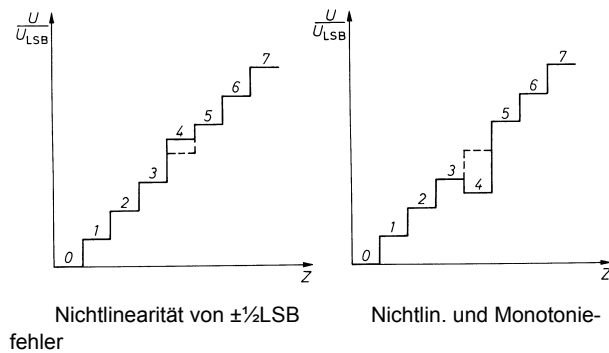
Digital-Analogumsetzer mit R-2R-Netzwerk

Eine andere Variante ist der Aufbau mit Bipolar-Transistoren. Mit einem Emittterwiderstand stromgegekoppelte Transistoren stellen eine gute Stromquelle dar.

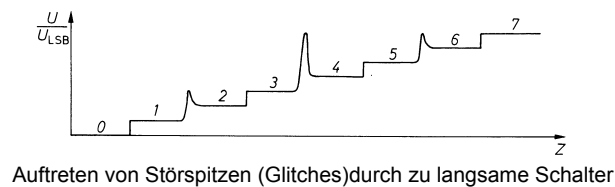


DAU mit R-2R-Netzwerk und bipolaren Transistoren

Der DAU kann mehrere Fehler aufweisen, dazu gehören u.a. Nichtlinearitäten und Monotoniefehler. Die Fehler führen u.U. zum Ausfall von Codierungen (missing codes).



Störspitzen durch ungünstiges Schaltverhalten:



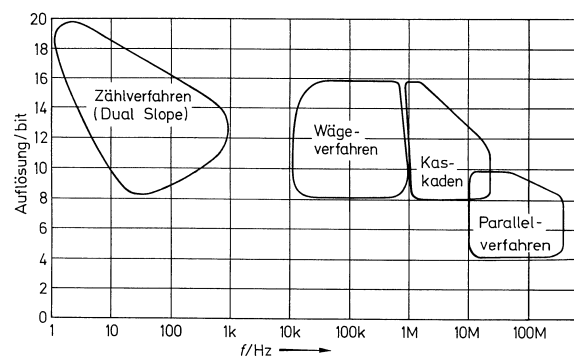
6.3 Analog-Digital-Umsetzer (Analog-Digital-Wandler)

In der Natur gibt es nur analoge Größen, d.h. für die Darstellung der digitalen Größe (Zahl) muss mit einem Analog-Digital-Wandler (ADU, ADW, ADC) der Zahlenwert einer physikalischen Größe aus der analogen Größe gewandelt werden.

Es gibt mehrere Wandelverfahren.

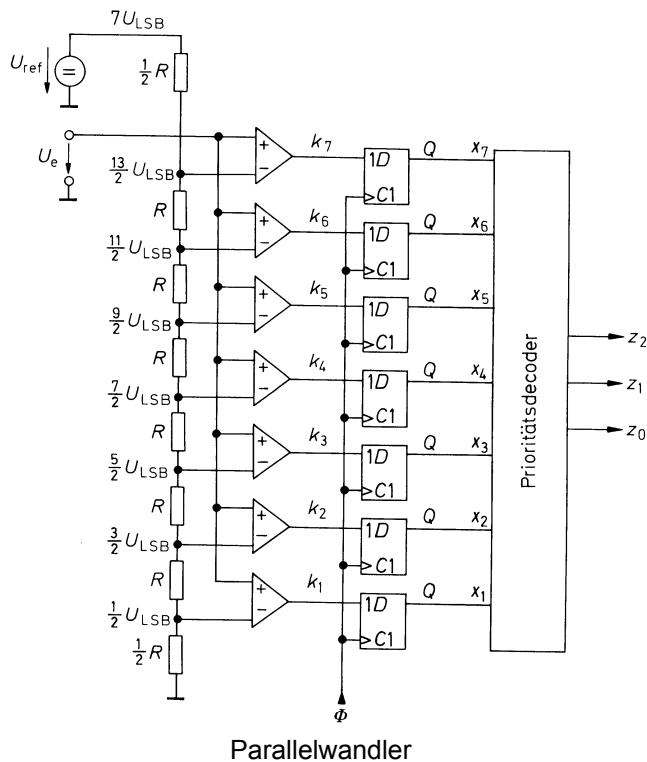
Bei den Analog-Digital-Wandlern wird unterschieden:

- Parallelverfahren
- Zählverfahren
- Wägeverfahren



6.3.1 Parallelverfahren

Flashwandler



Prinzip:

Die zu wandelnde Spannung wird mittels Komparatoren (Spannungsvergleicher) mit abgestuften Referenzspannungen verglichen, und zwar alle Stufen gleichzeitig (parallel). Entsprechend hoch ist der Hardwareaufwand.

z.B. bei 10 Bit = 1024 Stufen sind 1023 Komparatoren notwendig.

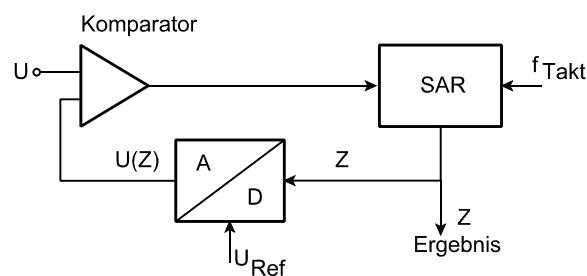
Eigenschaften:

- sehr schnell (ns-Bereich)
- aufwendig
- teuer

Das Parallelverfahren wird selten für anzeigende Messgeräte verwendet, der Geschwindigkeitsvorteil ist in Signalverarbeitungssystemen sinnvoll, wie auch in Digitalspeicheroszilloskopen und Videoverarbeitungsgeräten.

6.3.2 Wägeverfahren (Sukzessive Approximation)

Das sukzessive Approximation-Verfahren benötigt einen Digital-Analogumsetzer DAU, einen Komparator und das SAR (Sukzessives Approximationsregister).



ADU mit sukzessiver Approximation

Das Wandelverfahren arbeitet nach folgender Strategie:

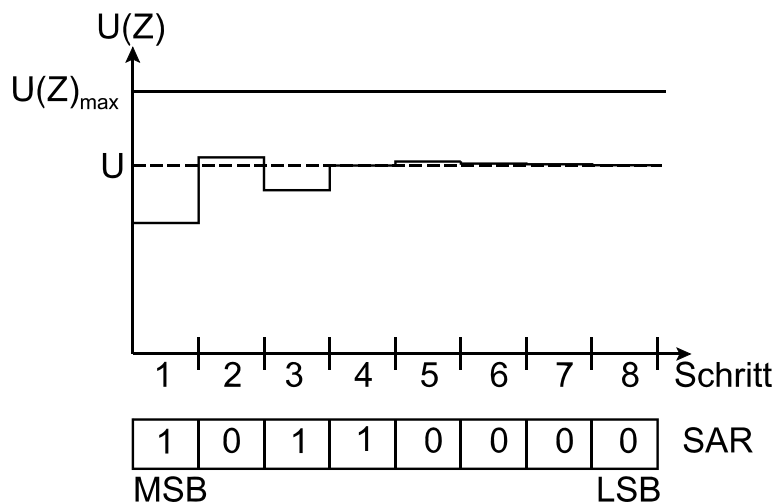
Zuerst wird im SAR das MSB gesetzt, d.h. es wird eine Zahl Z ausgegeben, die der halben Aussteuerung entspricht. Dieses Bit erzeugt im DAU die Hälfte der max. Vergleichsspannung $U(Z)$. Der Komparator prüft, ob der Vergleichsspannung größer oder kleiner als die Messspannung U ist. Ist $U(Z) > U$ wird das MSB wieder auf Null gesetzt, anderenfalls bleibt es gesetzt. Nun wird das nächstniederwertige Bit gesetzt, wobei die zuvor bewerteten Bit's

als 0 oder 1 gesetzt bleiben. Wiederum entscheidet der Komparator ob $U(Z) > U$ oder $U(Z) < U$ ist, was über 1 oder 0 im SAR entscheidet.

So werden Schritt für Schritt alle Bit's bis zum LSB im SAR ein- oder ausgeschaltet. Bei einem 8 Bit-Wandler z.B. sind das 8 Schritte.

Nach dem letzten Schritt ist

$$U = U_{\text{Ref}} \frac{Z}{Z_{\text{max}} + 1} \quad \text{oder} \quad Z = (Z_{\text{max}} + 1) \frac{U}{U_{\text{Ref}}}$$



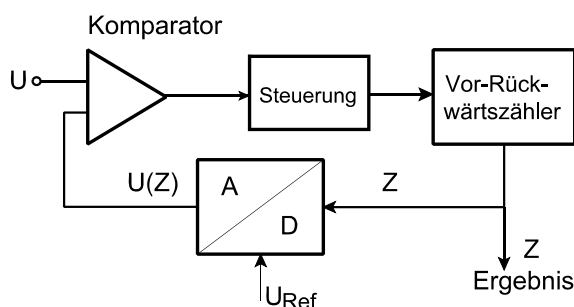
Der Name Wägeverfahren verdeutlicht das Prinzip: wie auf einer Waage werden die SAR-Bit's "gewogen", d.h. bewertet.

Das sukzessive Approximationsverfahren ist mittelschnell ($1 \dots 20 \mu\text{s}$) und wird universell verwendet.

Nachteilig sind Störspannungen auf der Messspannung während des Wandelvorganges, sie machen das Ergebnis unbrauchbar. Die Messspannung U muss während der Wandlung mit einem Abtast-Halterverstärker (S&H) konstant gehalten werden.

6.3.3 Zählverfahren

6.3.3.1 Kompensationsverfahren



Wandler nach diesem Prinzip arbeiten mit einem DAU, Komparator und einem Vor-Rückwärtszähler.

ADU nach dem Kompensationsverfahren

Wandlungsprinzip:

Zum Start wird der Vor-Rückwärtszähler auf 0 gesetzt und der DAU gibt als Vergleichsspannung $U(Z)=0V$ an den Komparator. Nun zählt der Vorwärtszähler so lange bis der Komparator feststellt, dass $U(Z) > U$ ist. Der Wandlungsvorgang ist abgeschlossen. Der Vor-Rückwärtszähler bietet aber den Vorteil bei einem beliebigen Zählerstand zu starten und sich durch vor- oder zurückzählen der Messspannung zu nähern. Es gibt auch die Strategie, dass der Zähler ständig der Messspannung nachläuft, d.h. das Ergebnis wird laufend aktualisiert. Das Kompensationswandelverfahren heißt auch digitaler Kompensator.

6.3.3.2 Einrampenverfahren

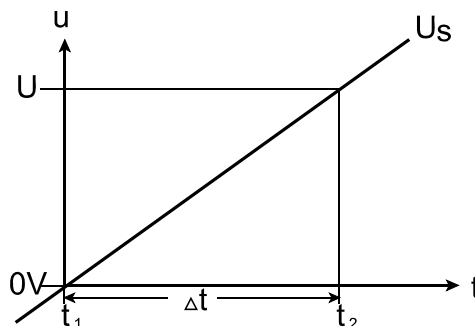
Sägezahnverfahren, Single-Slope

Dieses auch Sägezahnverfahren genannte Umsetzverfahren kommt ohne Digital-Analog-Umsetzer aus.

Beim Einrampenverfahren wird die Messgröße zuerst in eine Zeit gewandelt. Dazu wird mit einem Integrator (Sägezahngenerator) die Referenzspannung U_{Ref} integriert. Es entsteht die zeitlich linear ansteigende Spannung U_s .

$$U_s = \frac{1}{C} \int i \, dt = \frac{U_{Ref}}{\tau} t ; \quad \tau = R \cdot C$$

Mit zwei Komparatoren wird nun ansteigende Spannung U_s mit $0V$ und der Messspannung $U(U_e)$ verglichen.



Je nach Höhe von U ergibt sich eine Zeitdifferenz $\Delta t = t_2 - t_1$. Im nächsten Schritt wird die Zeitdifferenz Δt mit einem Zähler ausgemessen, d.h. ausgezählt. Der Zählerstand Z ist proportional der Messspannung U .

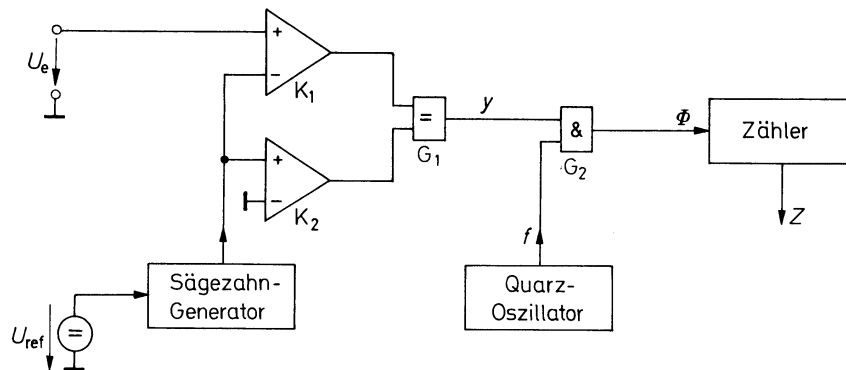
$$Z = \Delta t \cdot f_{cl}$$

$$U = \frac{U_{Ref}}{\tau} (t_2 - t_1) = \frac{U_{Ref}}{\tau} \cdot \Delta t$$

$$Z = \tau \cdot f_{cl} \frac{U}{U_{Ref}}$$

$$\Delta t = \tau \frac{U}{U_{Ref}}$$

Die Gleichung für Z zeigt den größten Nachteil des Einrampenverfahrens: Die Genauigkeit der Wandlung hängt in erster Linie von R und C des Integrators ab. Durch die Drift des Kondensators und des Widerstandes (Temperatur, Alterung) sind mit diesem Verfahren im günstigsten Fall 0,1% Messunsicherheit zu erreichen.



ADU nach dem Sägezahnverfahren (single slope)

6.3.3.3 Zweirampenverfahren

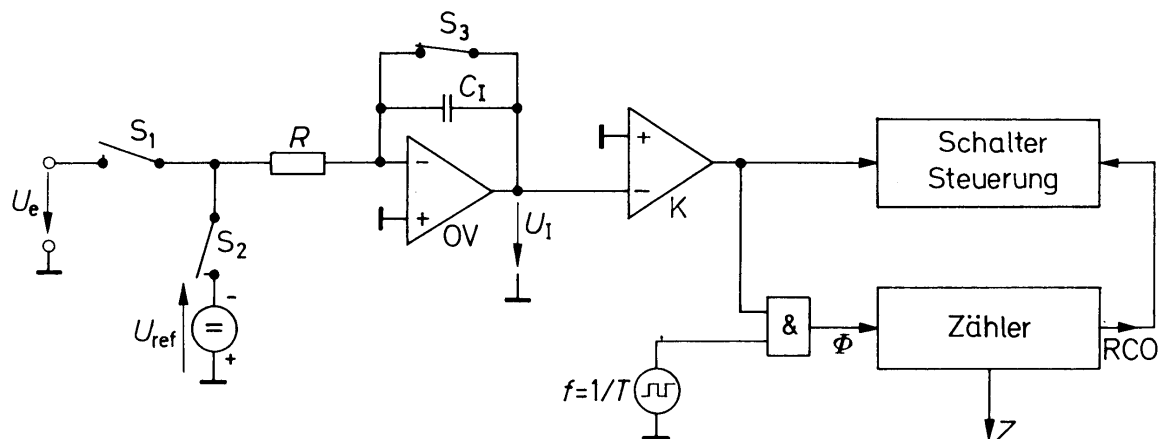
Dual-Slope

Bei diesem Verfahren wird der Einfluss von $\tau=RC$ vermieden, in dem die Messspannung U (U_e) und die Referenzspannung U_{Ref} mit dem gleichen Integrator auf- und abintegriert werden.

Wandelvorgang:

Die Zählerkapazität bestimmt die konstante Zeit t_1 . Unterschiedliche Messspannungen ergeben damit unterschiedliche Integrator-Ausgangsspannungen U_1 . Mit dem Übertrag des Zählers schaltet die Steuerung die Referenzspannung U_{Ref} anstelle der Messspannung U auf den Integrator. Die Referenzspannung ist entgegengesetzt gepolt gegenüber der Messspannung. Dadurch wird der Integrator abintegriert bis $U_1=0V$ ist (Zeit t_2). Der Zähler zählt während der Abintegration weiter. Ein Komparator erkennt $U_1=0V$, wodurch der Zählvorgang und damit die Wandlung beendet wird.

Aufbau des Dual-Slope-Wandlers:



Zum Zeitpunkt t_1 ergibt sich für U_I :

$$U_I(t_1) = -\frac{1}{\tau} \int_0^{t_1} U \, dt = -\frac{\bar{U}}{\tau} t_1 = -\frac{\bar{U}}{\tau} \frac{(Z_{\max} + 1)}{f_{cl}}$$

t_2 ergibt sich mit ($U_I=0V$):

$$t_2 = \frac{\tau}{U_{Ref}} |U_I(t_1)| = \frac{Z}{f_{cl}}$$

U_I eingesetzt:

$$Z = (Z_{\max} + 1) \frac{U}{U_{Ref}}$$

Die Gleichung zeigt, dass die Genauigkeit bei dem Verfahren nur von der Referenzspannung abhängt.

Wichtigste Eigenschaften des Dual-Slope-Verfahrens:

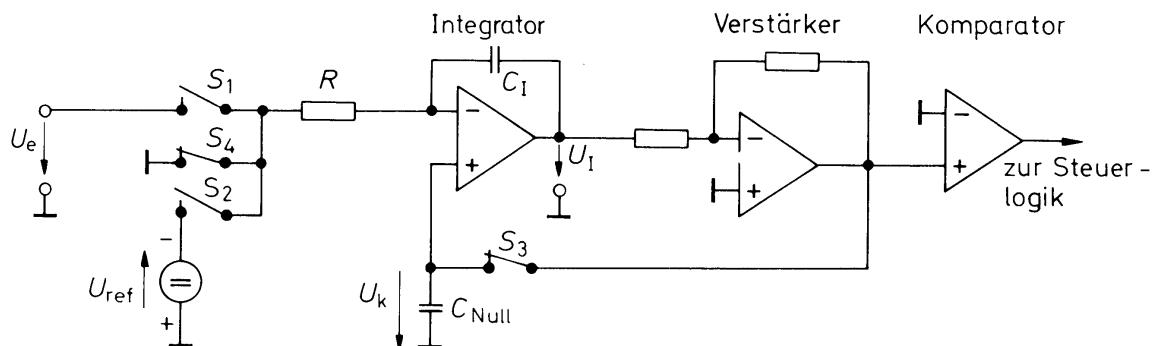
- Weder Taktfrequenz f_{cl} noch $\tau=RC$ gehen auf die Messgenauigkeit ein.
- Genauigkeiten bis 0,01% möglich
- Integrierender Umsetzer: Die Messspannung wird integriert, daher die wichtigste Eigenschaft: Störungen werden stark unterdrückt.
Wird $t_1=n \cdot 20ms$ ($n=1,2,3...$) gewählt, so werden Netzstörungen vollständig unterdrückt.

Da mit dem Dual-Slope-Verfahren mit geringem Aufwand gute Genauigkeiten und Stör-
unterdrückungen erzielt werden, ist es das meist verwendete Verfahren für Digitalmulti-
meter.

Neben den guten Eigenschaften gibt es aber auch Nachteile. Neben der Drift der Referenzspannung gibt es Nullpunktfehler des Integrators und des Komparators. Folge: Die Anzeige ist nicht Null, wenn der Eingang auf 0V liegt.

Deshalb werden integrierte Wandler mit einem automatischen Nullpunkt-Abgleich ausgeführt.

Aufbau:



Dual-slope-Umsetzer mit automatischem Null-Abgleich

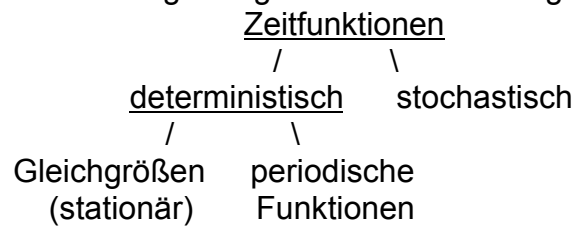
Ablauf:

Vor dem Wandelvorgang sind S3 und S4 geschlossen. Dadurch liegt der Integratoreingang auf 0V und die vorhandene fehlerhafte Spannung am Komparatoreingang lädt den Kondensator C_{Null} . Nun wird der normale Wandelvorgang gestartet. Die Spannung an C_{Null} hebt das Potential am +Eingang des Integrators an und korrigiert während der Wandlung den Nullfehler.

AD-Umsetzer nach dem Dual-Slope-Verfahren werden in großer Vielfalt als integrierte Schaltungen hergestellt. Die Digitale Ausgangsgröße ist DUAL für Rechner-Anwendungen und BCD für Multimeter-Anwendungen oder siebensegment-codiert für die direkte Ansteuerung von LCD bzw. LED-Anzeigen.

7. Wichtige elektrische Messgrößen

Die für die el. Messtechnik wichtigen Signale können wie folgt klassifiziert werden.



deterministisch: Das Verhalten des Signals ist zu jedem Zeitpunkt bekannt.

stochastisch: Der zeitliche Ablauf des Signals wird durch die Gesetze des Zufalls bestimmt und ist nicht mit Sicherheit vorherbestimmbar (z.B. Rauschen, binäre Zufallsfolgen)

periodisch: Das amplitudenmäßige Verhalten des Signals wiederholt sich im Abstand der Periodendauer.

Kenngrößen periodischer Signale

Periodendauer T

Frequenz $f = 1/T$

Kreisfrequenz $\omega = 2\pi f$

Phase, Phasenwinkel φ

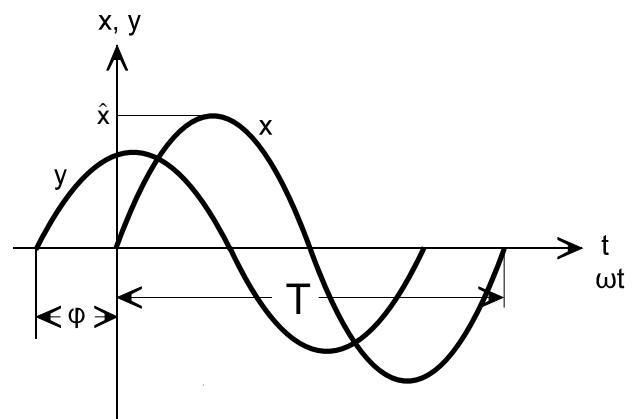
Scheitelwert, Maximalwert, Amplitude A , \hat{x}

Momentanwert, Augenblickswert $x(t)$

$$x(t) = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin[n(\omega t) + \varphi_n]$$

A_0 = Gleichanteil

A_n = Höchstwerte der Teilschwingungen



Weitere Unterscheidungsmerkmale:

Wechselgrößen z.B. Wechselspannung, Wechselstrom, sind periodische zeitabhängige Größen, deren arithmetischer Mittelwert über die Periode T Null ist. Kennzeichnung mit Kleinbuchstaben (u , i oder u_{\sim} , i_{\sim}).

Gleichgrößen sind Größen, die innerhalb des Beobachtungszeitraumes konstant bleiben. Kennzeichnung mit Großbuchstaben U , I aber auch u_{-} , i_{-} .

Mischgrößen sind die Summe von Gleich- und Wechselgrößen.

z.B. $i = i_{\sim} + i_{-}$

7.1 Mittelwerte periodischer Größen

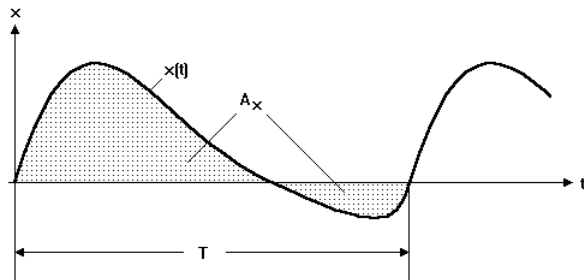
7.1.1 Arithmetischer Mittelwert

Zeitlich linearer Mittelwert \bar{x}

Der arithmetische Mittelwert \bar{x} einer periodischen Größe ist der mittlere Wert aller Funktionswerte, die innerhalb der Periode T auftreten.

$$\bar{x} = \frac{A_x}{T}; \quad A_x = \int_0^T x(t) dt$$

$$\bar{x} = \frac{1}{T} \int_0^T x(t) dt$$



A_x = Fläche unter der Funktion $x(t)$

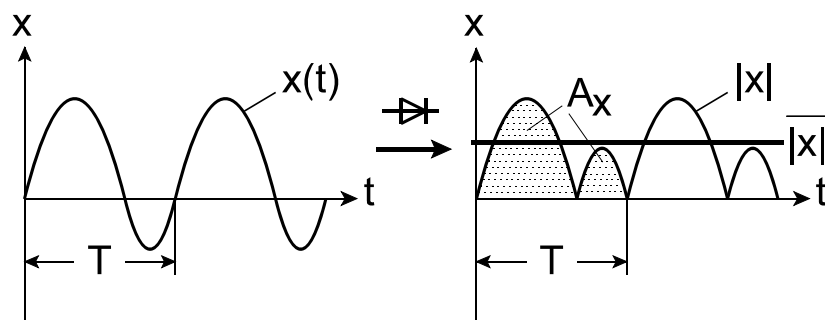
Der arithmetische Mittelwert ist:

- für Wechselgrößen gleich 0.
- für Gleichgrößen gleich dem Augenblicks wert.
- für Mischgrößen gleich dem Gleichanteil.

7.1.2 Gleichrichtwert

Betragsmittelwert $\overline{|x|}$

Der Gleichrichtwert ist der Mittelwert aller Funktionswerte, die bei einer **gleichgerichteten**, periodischen Größe innerhalb der Periode T auftreten.



$$\overline{|x|} = \frac{A_x}{T}; \quad A_x = \int_0^T |x| dt$$

$$\overline{|x|} = \frac{1}{T} \int_0^T |x| dt$$

7.1.3 Effektivwert

Quadratischer Mittelwert

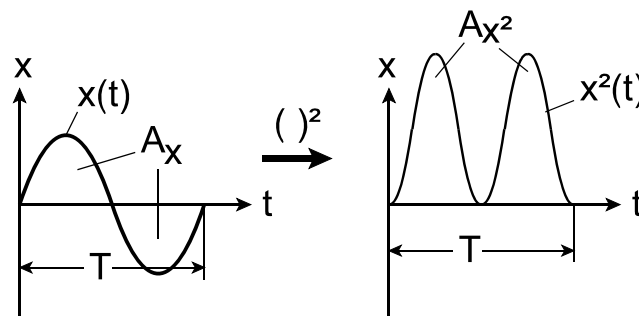
Der Effektivwert einer periodischen Größe entspricht einer Gleichspannung, die an einem Widerstand innerhalb der Zeit T die gleiche Energie umsetzt wie die periodische Größe selbst.

$$\begin{array}{ccc} W_{\sim} & = & W_{-} \\ \int_0^T i^2(t) R \, dt & = & I^2 R T \\ \text{periodische Größe} & & \text{Gleichgröße} \end{array}$$

$$\Rightarrow I^2 = \frac{1}{T} \int_0^T i^2(t) \, dt$$

$$x_{\text{eff}} = X = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T x^2 \, dt}$$

als Fläche ausgedrückt:
$$x_{\text{eff}} = \sqrt{\frac{A_{x^2}}{T}}$$



Der Effektivwert ist der wichtigste Mittelwert für alle elektrischen Wechselgrößen, z.B.

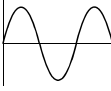
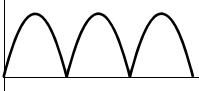
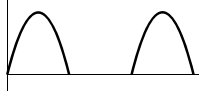
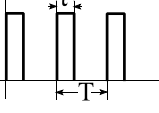
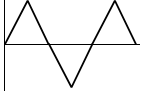
Angabe der Netzwechselspannung

$U = 230\text{V}$ entspricht dem energiemäßigen Effekt (Helligkeit einer Glühlampe!) einer Gleichspannung von $U = 230\text{V}$.

Zusammenhänge zwischen den Mittelwerten und Kenngrößen

$$\text{Formfaktor} \quad F = \frac{x_{\text{eff}}}{|x|}$$

$$\text{Crestfaktor} \quad C = \frac{\hat{x}}{x_{\text{eff}}} \quad (\text{Scheitelfaktor})$$

Funktion	C	F
	$\sqrt{2}$	$\frac{\pi}{2\sqrt{2}} = 1,11$
	$\sqrt{2}$	$\frac{\pi}{2\sqrt{2}} = 1,11$
	2	$\frac{\pi}{2}$
	$\sqrt{\frac{T}{\tau}}$	$\sqrt{\frac{T}{\tau}}$
	$\sqrt{3}$	$\frac{2}{\sqrt{3}} = 1,15$

Die **Formfaktoren** der Kurvenformen sind wichtig für Messgeräte, die prinzipiell den Gleichrichtwert messen (z.B. Drehspulmesswerke mit Gleichrichter).

Um den wichtigen Effektivwert auf der Skala von Drehspulmesswerken mit Gleichrichter anzuzeigen, muss in die Skalenteilung der Formfaktor eingerechnet werden.

Für Sinusgrößen (beide Halbwellen) ist $F = 1,11$ eingerechnet (multipliziert).

Daher werden mit derartigen Messinstrumenten nicht sinusförmige Größen falsch angezeigt, denn sie haben einen anderen Formfaktor.

Der **Crestfaktor** ist wichtig für die Beurteilung von impulsförmigen Größen.

Bei der Messung mit elektronischen Messgeräten, die oft ein Echt-Effektivwert-Messverfahren und Operationsverstärker enthalten, ist ein max. Crestfaktor zum Schutz gegen Übersteuerungen einzuhalten.

7.2 Gleichrichtung in der Messtechnik

Mittelwertanzeigende Messgeräte wie z.B. Drehspulmessgeräte, eignen sich nicht zur Messung von Wechselgrößen, da der Mittelwert einer Wechselgröße bekanntlich Null ist. Zur Messung von Wechselgrößen ist es aber möglich, Messgleichrichter einzusetzen. Damit können z.B. Drehspulmessgeräte erweitert werden.

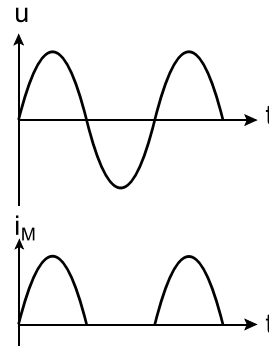
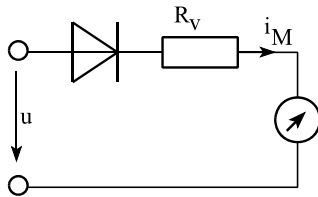
7.2.1 Lineare Mittelwertgleichrichtung

Hierbei wird die Messgröße mit

- Einweggleichrichtung
- Vollweggleichrichtung

für die Messung mittels mittelwertanzeigenden Messgeräten aufbereitet.

a) Einweggleichrichtung



Die Anzeige, der Ausschlag α des Messwerkes, entspricht dem halben Gleichrichtwert der Wechselspannung u .

$$\overline{|i|} = \frac{1}{2T} \int_0^T |i| dt$$

für u gilt

$$\overline{|i|} \sim f(\overline{|u|})$$

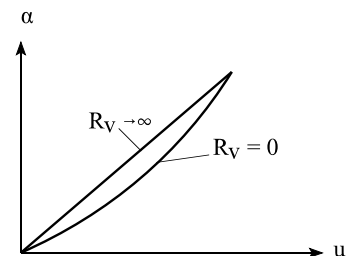
$$\rightarrow \alpha = f(\overline{|u|})$$

Da die Gleichrichterdiode eine gekrümmte Kennlinie hat, ist der Skalenverlauf nichtlinear.

Eine gewisse Linearisierung ist durch den Vorwiderstand R_V möglich.

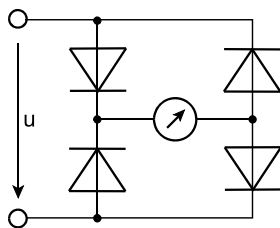
Weiterer Nachteil:

Die Einweggleichrichtung ist nur für die Spannungsmessung geeignet. Bei der Strommessung wird der Strom unzulässig verzerrt (unterdrückte Halbwelle).



b) Vollwegschaltung

Prinzip:



Die für die Einwegschaltung genannten Verzerrungen des Ausschlags α gelten auch hier, wobei die Empfindlichkeit durch den vollen Gleichrichtwert höher liegt.

$$\overline{|i|} = \frac{1}{T} \int_0^T |i| dt$$

Mit der direkten Gleichrichtung der Messgröße erreicht man aufgrund der Durchlassspannungen der Dioden als minimale Messbereiche:

$$U \geq 3V; \quad I \geq 3mA.$$

Mit vorgeschaltetem Messwandler erreicht man

$$U \geq 15mV; \quad I \geq 0,3mA \quad \text{als kleinste Messbereiche.}$$

Sinn der linearen Mittelwertgleichrichtung ist die Messung bzw. Anzeige des Mittelwertes einer Messgröße.

Deshalb muss der angezeigte Gleichrichtwert auf der Skala mit dem Formfaktor F korrigiert werden.

$$F = \frac{U_{\text{eff}}}{\overline{|u|}} \rightarrow U_{\text{eff}} = F \cdot \overline{|u|}$$

Üblich wird der Formfaktor für reine Sinusgrößen ($F = 1,11$) verwendet.

Deshalb entsteht ein Messfehler bei verzerrten Sinusgrößen oder anderen Funktionsverläufen, die einen anderen Formfaktor haben.

Typische Anwendung: Vielfachmessgeräte

Erreichbare Klassengenauigkeiten: 1,5 bis 2,5

Frequenz des Messsignals bis ca. 20 kHz.

7.2.2 Quadratische Mittelwertgleichrichtung

Zur Messung des echten Effektivwertes, unabhängig vom Formfaktor d.h. kurvenformunabhängig, wird ein Gleichrichter mit der quadratischen Kennlinie benötigt.

$$i = k \cdot u^2$$

i = Strom durch Gleichrichter

u = Messspannung

k = Gleichrichterkonst.

Das Messwerk hat dann den Ausschlag α :

$$\alpha = k \frac{1}{T} \int_0^T u^2 dt$$

☞ Der Ausschlag α ist proportional dem quadratischen Mittelwert, d.h. dem Effektivwert von u . Die Skala hat eine quadratische Teilung.

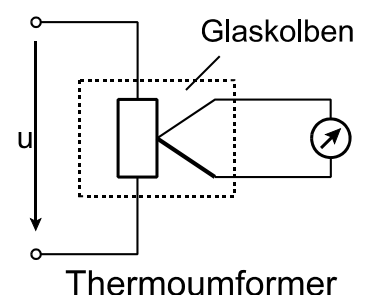
Praktische Ausführungen

Thermo-Umformer

Der Thermo-Umformer ist der klassische quadratische Gleichrichter.

Aufbau: Thermoelement, welches mit einem Heizwiderstand leitend oder isoliert verbunden ist. Die Anordnung ist meist in einem Vakuumglaskolben (Wärmeisoliert) eingeschmolzen.

Das Thermoelement als Temperaturfühler besteht aus zwei verschiedenen Metallen (z.B. NiCr-Ni oder Fe-Const), die punktförmig zusammengeschweißt sind.



Funktionsprinzip:

Die erzeugte Thermospannung ist der Temperaturdifferenz zwischen der Schweißstelle und Vergleichsstelle (Übergang auf die Cu-Drähte des Messwerkes) proportional.

Die Temperatur bzw. -differenz ist der Heizleistung im Widerstand proportional. Damit besteht ein quadratischer Zusammenhang zwischen der Spannung am Heizwiderstand (= Messspannung) und der Thermospannung.

Allg. Eigenschaften:

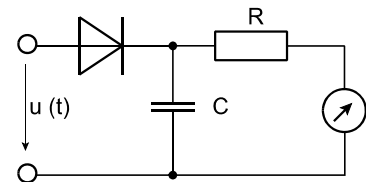
- geeignet für Signalfrequenzen $> 1\text{GHz}$
- geringe Überlastsicherheit
- mit Gleichspannung kalibrierbar
- Eigenverbrauch $\text{mW} \dots \text{W}$
- träge
- Genauigkeit bis $0,1\%$

Weitere Möglichkeiten der quadratischen Mittelwertgleichrichtung bestehen heute im Einsatz von analogen integrierten Schaltungen, bei denen die Eingangsgröße quadriert und nach einer Mittelwertbildung durch Radizieren der echte Effektivwert der Eingangsgröße ermittelt wird. Die digitale Signalverarbeitung ist in diesem Bereich gut anwendbar.

7.2.3 Spitzenwertgleichrichter

Der Spitzen- oder Scheitelwert der periodischen Messgröße ist eine weitere wichtige Kenngröße.

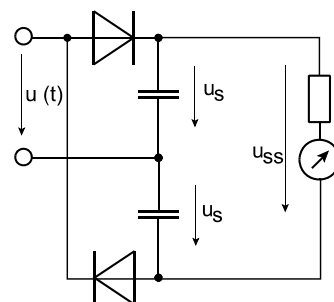
Prinzip:
Einweggleichrichtung mit Kondensatorspeicher



Für die positive Halbwelle ist die Diode leitend. Der Kondensator C wird auf den pos. Spitzenwert der Spannung $u(t)$ aufgeladen. Während der neg. Halbwelle sperrt die Diode und der Kondensator hält die Ladung. Die Entladung mit der Konstante $\tau = RC$ erfolgt über R und dem Messwerk.

Für möglichst genaue Messung gilt $\tau \gg T_S$ (T_S = Periodendauer des Messsignals).
Für die Messung von negativen Spitzenwerten wird die Diode umgepolt.

Greinacher-Schaltung:
Messung des Scheitelwertes U_{SS}
mit der Spannungsverdopplerschaltung



Anwendung der Spitzenwertgleichrichtung u.a.:

HF-Messungen mit HF-Tastköpfen → Diode (Germanium, Schottky) und Kondensator in der Messspitze für kapazitätsarme Messungen.

8. Elektronenstrahloszilloskop (EO, Oszilloskop)

8.1 Anwendung

Das Oszilloskop dient zur Darstellung von periodischen und nichtperiodischen Spannungs-Zeit-Funktionen (yt-Betrieb) sowie Spannungsfunktion ohne Zeitbezug (xy-Betrieb). Mit Messumformern lassen sich beliebige andere Größen darstellen.

Anwendungsbeispiele:

- Spannungsmessung: Gleich- und Wechselspannung
- Strommessungen über Messwiderstände oder Wandler
- Frequenzmessungen
- Phasenmessungen (gute Anschaulichkeit)
- Vergleichsmessungen von Messsignalen mit Mehrkanal-Oszilloskopen
- Zeitmessungen
 - Kurzzeitmessungen im ns-Bereich
 - Periodendauer, Anstiegszeit, Impulsbreiten u.a.
- Messung einmaliger Vorgänge (Speicher-Oszilloskope)

Hierzu DIN 43740, DIN IEC 351

8.2 Arten von Oszilloskopen

- Einkanaloszilloskope
- Zwei- und Mehrkanaloszilloskope
- Zweistrahloszilloskope
- Speicher-Oszilloskope
 - Analogspeicher
 - Digitalspeicher
- Abtastoszilloskope (Sampling-Oszilloskope)

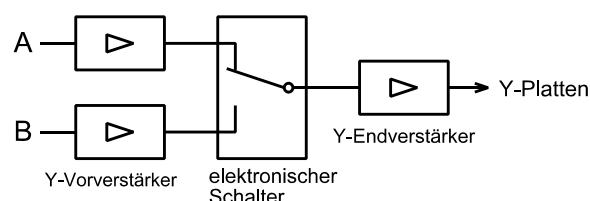
Einkanaloszilloskope

Heute seltener verwendet. Echtzeitdarstellung bis ca. 100Mhz üblich. Einfacher Aufbau, ohne Zusatzbaugruppen für Home-Bereich.

Zwei- und Mehrkanaloszilloskope

Als Standardoszilloskop gilt das Zweikanaloszilloskop.

Aufbauprinzip wie Einkanaloszilloskop mit zusätzlichem elektronischen Schalter vor dem Y-Endverstärker. Zwei Messsignale werden abwechselnd abgetastet und durchgeschaltet.



Erweiterung bis 16 Kanäle üblich, für spezielle Anwendungen (Logic-Analyser) 32 und mehr Kanäle.

Probleme: Informationsverluste und Ungenauigkeiten durch Umschaltung, Frequenzbegrenzung.

Zweistrahloszilloskope

Anwendung für spezielle Aufgaben; Oszilloskope mit teurer Doppelstrahl-Bildröhre. Optimale Darstellung durch zwei unabhängige Strahlen.

Die Strahljustierung ist aufwendig.

Aus Kostengründen meist nur für hohe Signalfrequenzen angewendet.

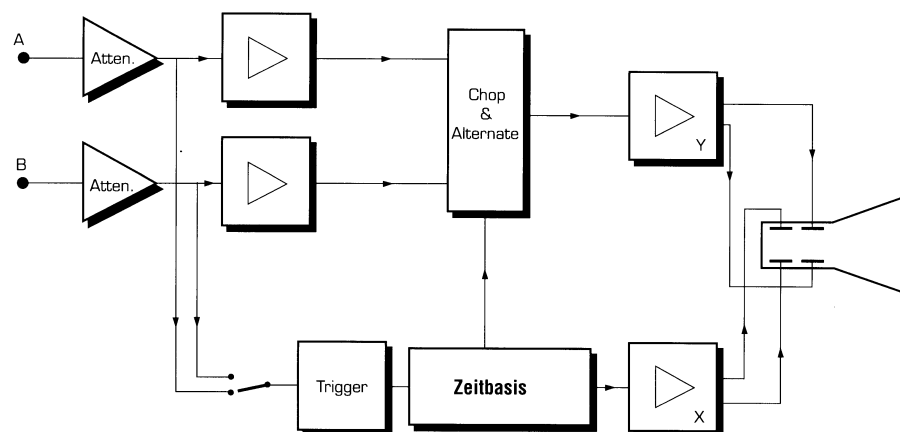
Speicheroszilloskope

Wichtige Anwendung bei sehr langsamen und einmaligen Vorgängen. Größere Helligkeit durch wiederholtes Schreiben, ruhiges Bild, optimale Auswertungsmöglichkeit des Bildinhaltes.

Analogspeicher: spezielle, teure Speicherbildröhre (heute selten)

Digitalspeicher: Abtastung des Messsignals, AD-Wandlung, Speicherung im Digitalspeicher, Auslesen und DA-Wandlung, mit normalem Bildschirm beliebig lange darstellbar durch wiederholtes Auslesen des Speichers. Umfangreiche Funktionen durch Anwendung eines Mikroprozessors und digitaler Signalverarbeitung (Drucken, Berechnungen, Filtern etc.)

8.3 Aufbau eines Zweikanaloszilloskops



8.3.1. Elektronenstrahlröhre

Vakuumröhre (Braun'sche Röhre)

Heute möglicher Ersatz durch LCD-Displays, besonders bei Portabel-Geräten.

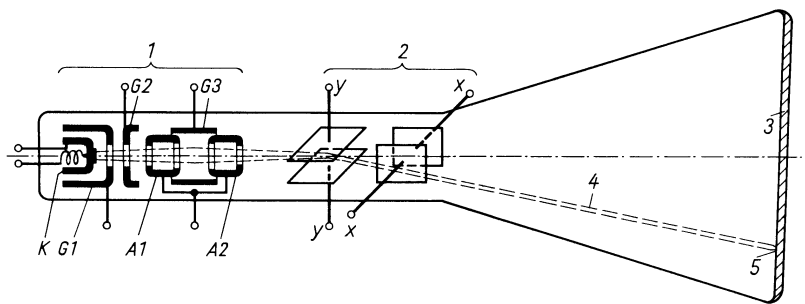
Prinzip:

Der Elektronenstrahl, mit einer Katode erzeugt, über eine Lochblenden fokussiert, mit Platten elektrostatisch abgelenkt, schreibt eine leuchtende Spur (Oszillogramm) auf der Leuchtschicht der Bildröhre.

Wesentliche Bestandteile:

- Strahlerzeuger (1)

- Ablenkung (2)
- Nachbeschleunigung
- Bildschirm (3)



(4) Strahl

(5) Leuchtspur

Der Strahlerzeuger besteht aus einer geheizten Katode (Abgabe von Elektronen), der Anode zum Beschleunigen der Elektronen und mehreren Gittern (Lochblenden) zum Beeinflussen (Fokussieren) des Elektronenstrahls. Es werden bis zu 3 Gitter verwendet

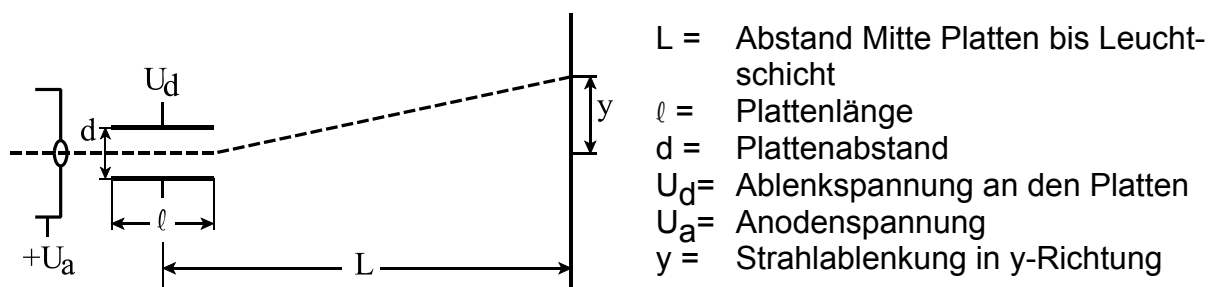
G1: Wehneltzylinder, negativ gegen Katode
 - Intensitätseinstellung
 - Z-Modulation (Helligkeitssteuerung)

G2, G3: Fokuseinstellung, Strahlkonzentration für scharfe Darstellung

A: Anode mit hoher pos. Spannung gegen Katode zur Beschleunigung der Elektronen, teilweise Zwischenanoden

Die Strahlablenkung wird wegen hoher Ablenkgeschwindigkeit elektrostatisch durchgeführt (bis $f \approx 100\text{kHz}$ auch magnetisch).

Berechnung der Ablenkung:



Ablenkung in Y-Richtung (ebenso in X-Richtung) auf dem Bildschirm:

$$y = \frac{U_d}{U_a} \cdot \frac{L \cdot l}{2d}$$

Die Ablenkempfindlichkeit:

$$\frac{y}{U_d} = \frac{1}{U_a} \cdot \frac{L \cdot l}{2d}$$

Praxiswert: 0,2mm/V bis 2mm/V

Nachbeschleunigung

Für eine genügende Bildhelligkeit muss der Elektronenstrahl mit möglichst hoher Geschwindigkeit auf die Leuchtschicht treffen.

- hohe Anodenspannung erforderlich
Folge: Herabsetzung der Ablenkempfindlichkeit
- deshalb wird U_a auf etwa 1000V begrenzt und der Elektronenstrahl nach der Ablenkung mit einer hohen Nachbeschleunigungsspannung von ca. 10kV auf die notwendige Geschwindigkeit gebracht.

Anschluss über eine Graphitwendel im vorderen Röhrenbereich. Spezielle Wendelformung zur Vermeidung von Strahlverzerrungen (gewölbte Netzelektrode).

Bildschirm

Der Bildschirm hat eine Leuchtstoffbeschichtung:

Fluoreszenz für Lichtemission,

Phosphoreszenz für Nachleuchtung.

Bildschirmfarbe: grün günstig für die Augen, blau für Fotoaufnahmen.

Nachleuchten wichtig für flimmerfreie Darstellung.

Nachleuchtdauer $< 1\mu s \dots > 1s$.

Nachleuchten ist eine einfache Speichermethode (Problem: Löschen des Bildes).

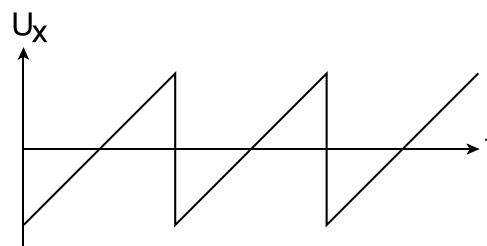
8.3.2 Zeitablenkung, Triggerverfahren

In der Mehrzahl der Anwendungen werden auf dem Oszilloskop Signale als Funktion der Zeit dargestellt.

→ horizontale Achse: Zeitmaßstab, d.h. horizontale Ablenkung gleich Zeitablenkung.

Die Ablenkung in Y-Richtung erfolgt durch das Messsignal. Die Ablenkung in X-Richtung muss das Oszilloskop selbst mit dem Ablenkgenerator durchführen.

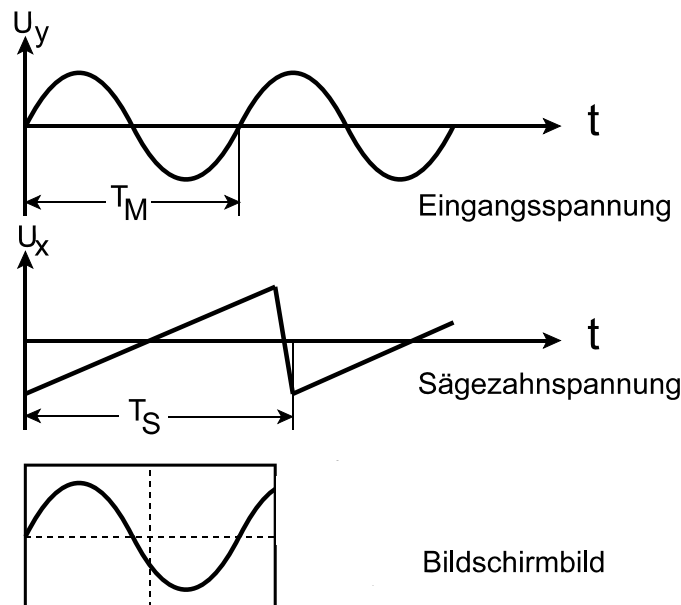
Der Ablenkgenerator erzeugt eine streng linear mit der Zeit ansteigende Spannung, eine sog. Sägezahnspannung U_x .



Sägezahnspannung

Darstellung eines periodischen Signals auf dem Bildschirm

Mit einem Sinus-Messsignal auf den Y-Platten und dem Sägezahnsignal auf den X-Platten entsteht auf dem Bildschirm folgendes Bild:



Damit bei der Wiederholung der X-Ablenkung der gleiche Abschnitt der Eingangsspannung U_y (Messsignal) auf dem Bildschirm dargestellt wird, muss die Sägezahnspannung U_x mit der Eingangsspannung U_y synchronisiert werden. Damit ist ein ruhendes Bild gewährleistet. Das heißt, für die Perioden T_S und T_M muss gelten:

$$\frac{T_M}{T_S} = 1, 2, 3, \dots$$

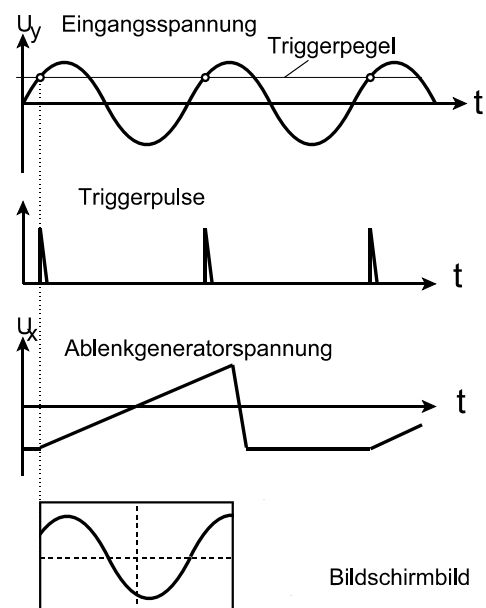
Voraussetzung: die Ablenkzeit ist stetig einstellbar.

Nachteil dieser einfachen Synchronisierung:

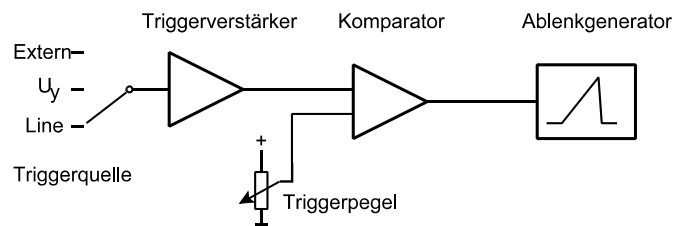
- kleinste Periodenänderungen bewirken ein wanderndes Bild
- nur volle Perioden sind sichtbar.

Ein weitaus effektiveres Synchronisierverfahren ist die Triggerung.

Hierbei wird immer an der gleichen Stelle (Spannungswert) des Eingangssignals der Ablenkgenerator gestartet. Der immer gleiche Spannungswert wird durch einen Spannungsvergleicher (Komparator) festgestellt. Dieser sog. Triggerpunkt führt zum Start des Ablenkgenerators.



Die Triggerschaltung hat folgendes Prinzip:



Die Quelle für die Triggerspannung ist die Eingangsspannung U_y (intern), eine externe Spannung oder die Netzspannung (Line).

Weitere Möglichkeiten bieten Filterschaltungen für die Triggerspannung wie TV (für Fernsehsignale), Hochpass, Tiefpass etc.

Weitere Einstellmöglichkeiten:

Automatische Triggerung

Der Ablenkgenerator wird immer gestartet, auch ohne Eingangssignal.

Einmalige Zeitablenkung (Single)

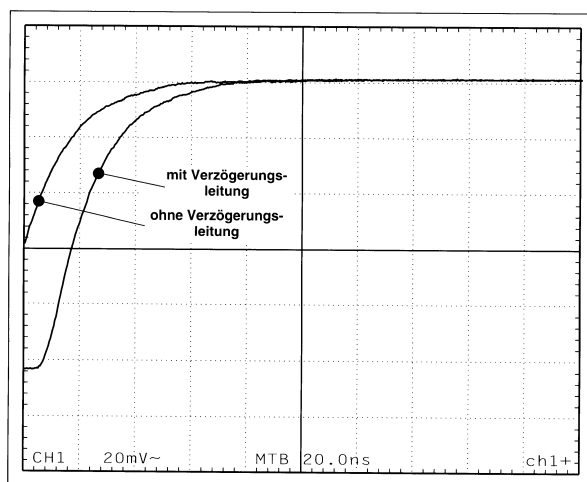
Die Triggerschaltung muss mit einem Tastendruck freigegeben werden.

Die Möglichkeit wird z.B. bei einmaligen Vorgängen mit fotografischer Aufzeichnung genutzt.

Für eine sichere Triggerung ist eine Mindestspannung notwendig.

Hersteller geben z.B. an: 0,75 div. vertikale Auslenkung bei 100kHz. Zu große Eingangsspannungen können zu unstabilen Triggerungen führen.

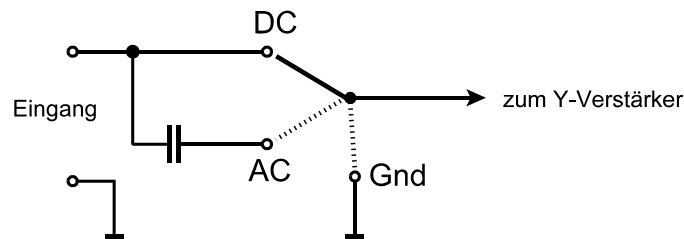
Beim Triggervorgang ist aufgrund des Prinzips ein Stück des Eingangssignals nicht sichtbar. Bei Pulsflanken ist dies störend, da ein Stück der Flanke fehlt.



Durch eine Verzögerungsleitung wird das Eingangssignal um etwa 50ns verzögert. Dadurch wird das Signal auf dem Bildschirm nach rechts verschoben, wenn vor der Verzögerung das Triggersignal genommen wird.

8.3.3 Eingangsschaltung, Tastkopf

Der Y-Eingang eines Oszilloskops hat üblicherweise drei Schaltstellungen: DC, AC, Gnd (Masse).

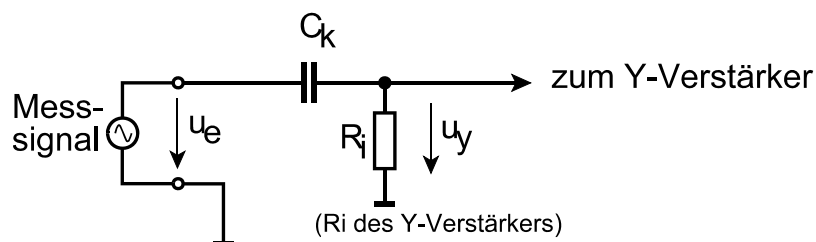


In der DC-Stellung stellt das Oszilloskop das Messsignal originalgetreu als Mischgröße mit Gleich- und Wechselanteil dar. In manchen Fällen ist es wünschenswert, nur den Wechselanteil darzustellen.

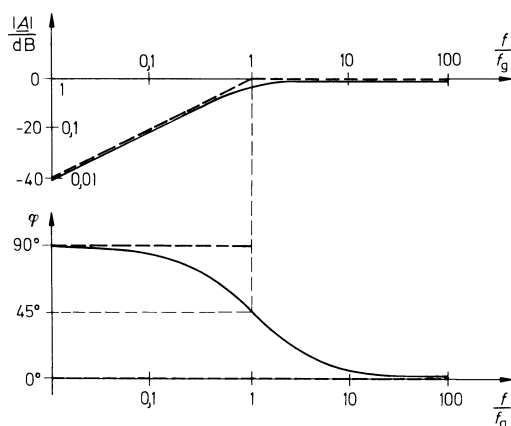
Beispiel: Netzteilausgangsspannung mit kleiner überlagerter Rest-netzwechselspannung. In diesem Fall wird die Stellung AC benutzt. Damit wird ein Kondensator in den Signalweg geschaltet, welcher als Hochpass wirkt. Der Gleichanteil wird abgetrennt, es kommt nur der Wechselanteil zur Anzeige.

Der Stellung AC wird aber die Darstellung des Signals durch die Eigenschaften eines Hochpasses im unteren Frequenzbereich verfälscht.

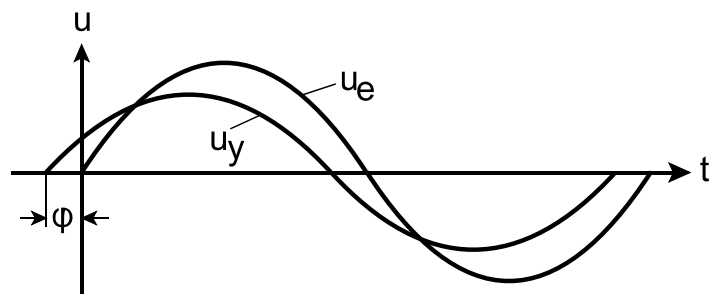
a) Darstellung von sinusförmigen Messgrößen



Bekanntlich hat das Ausgangssignal eines Hochpasses gegenüber dem Eingangssignal eine Amplitudendämpfung und eine Phasenverschiebung. Besonders markant ist die Grenzfrequenz mit einer Dämpfung von -3dB und 45° Phasenverschiebung.



Bodediagramm eines Hochpasses



Die Phasenverschiebung und Dämpfung sind frequenzabhängig.

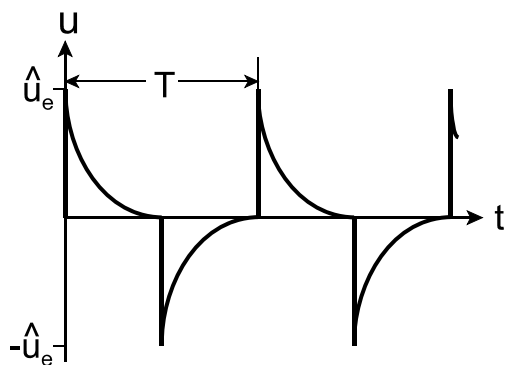
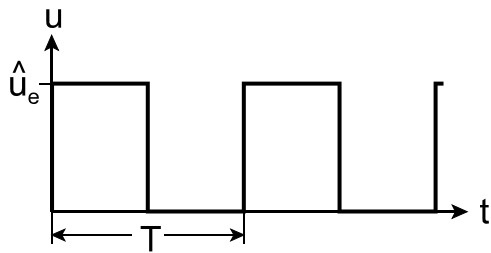
Die Grenzfrequenz f_g berechnet sich mit

$$f_g = \frac{1}{2\pi R_i C_k}$$

In der Praxis wird die Hochpass-Grenzfrequenz in Stellung AC auf etwa 5Hz dimensioniert.

b) Rechteckförmige Messspannungen

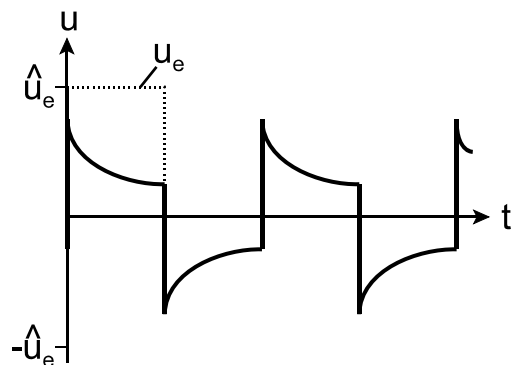
Beispiel:



3 Grenzfälle

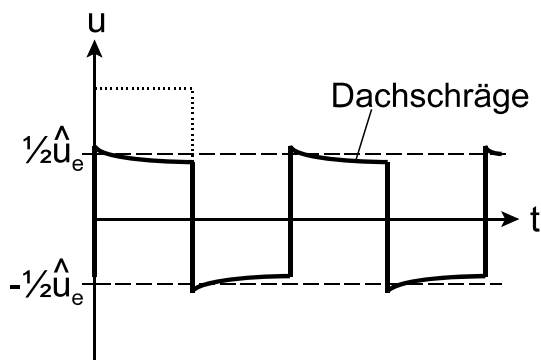
1. $T \gg R_i C_k$; $\tau = R \cdot C$

$$T \gg \tau$$



2.

$$T \approx \tau$$



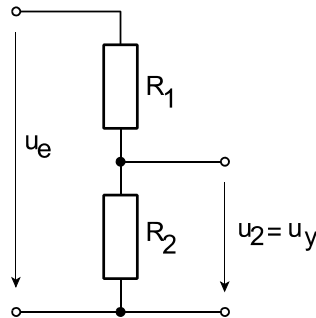
3.

$$T \ll \tau$$

Eingangsteiler (Abschwächer)

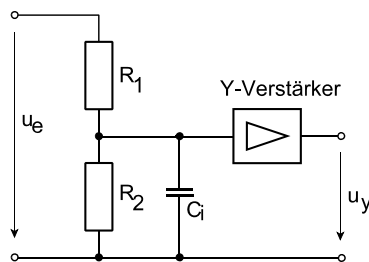
Das Oszilloskop wird in der Regel so dimensioniert, dass der Y-Verstärker eine sehr hohe, konstante Empfindlichkeit hat, damit kleinste Signalamplituden gut sichtbar dargestellt werden können. Zur Anpassung an hohe Signalamplituden muss die Empfindlichkeit verringert werden können. Beim Oszilloskop wird der Y-Verstärker nicht verändert, sondern ein Eingangsteiler (Abschwächer) vorgeschaltet.

Dieser Abschwächer wird als ohmscher Teiler aufgebaut.



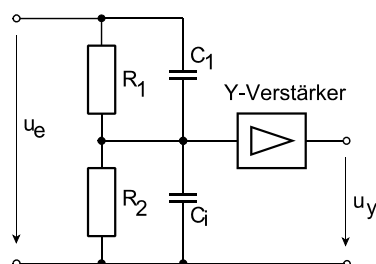
$$u_y = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot u_e$$

In dieser Form mit rein ohmschen Widerständen ist der Teiler prinzipiell frequenzunabhängig. Im Realfall sind aber die Eingangskapazität des Y-Verstärkers und parasitäre Leitungskapazitäten zu beachten. Diese Kapazitäten werden im Ersatzbild als C_i zusammengefasst.



Nichtkompensierter Teiler

Diese zwar kleine Kapazität C_i führt zu einem Tiefpassverhalten, durch dieses die Darstellung hoher Frequenzen verfälscht wird. Der Tiefpass wird gebildet durch R_2 und C_i .



Kompensierter Teiler

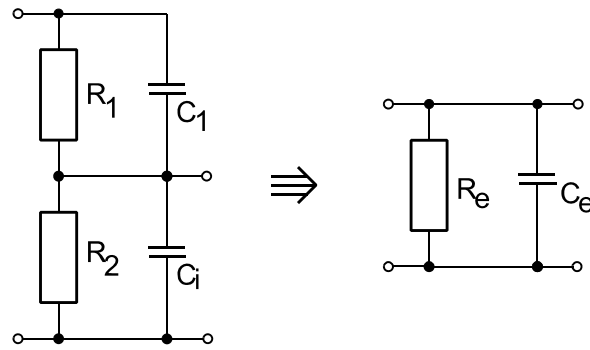
Eine Abhilfe wird durch den sog. kompensierten Teiler erreicht. Hierbei wird die Tiefpasswirkung durch einen Hochpass kompensiert. Der Hochpass wird aufgebaut durch einen zusätzlichen, meist verstellbaren, Abgleichkondensator parallel zu R_1 .

Eine vollständige Kompensation ist zu erreichen, wenn HP und TP die gleiche Grenzfrequenz haben. Dann gilt:

$$R_1 \cdot C_1 = R_2 \cdot C_i$$

Enthält ein Oszilloskop mehrere Abschwächerstufen, so muss jede Stufe einzeln kompensiert werden.

Der kompensierte Eingangsteiler kann zu einer Ersatzschaltung zusammengefasst werden.



Im abgeglichenen Zustand ist

$$R_e = R_1 + R_2, \quad C_e = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_i}}$$

$$C_e = \frac{R_1}{R_1 + R_2} C_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} C_i$$

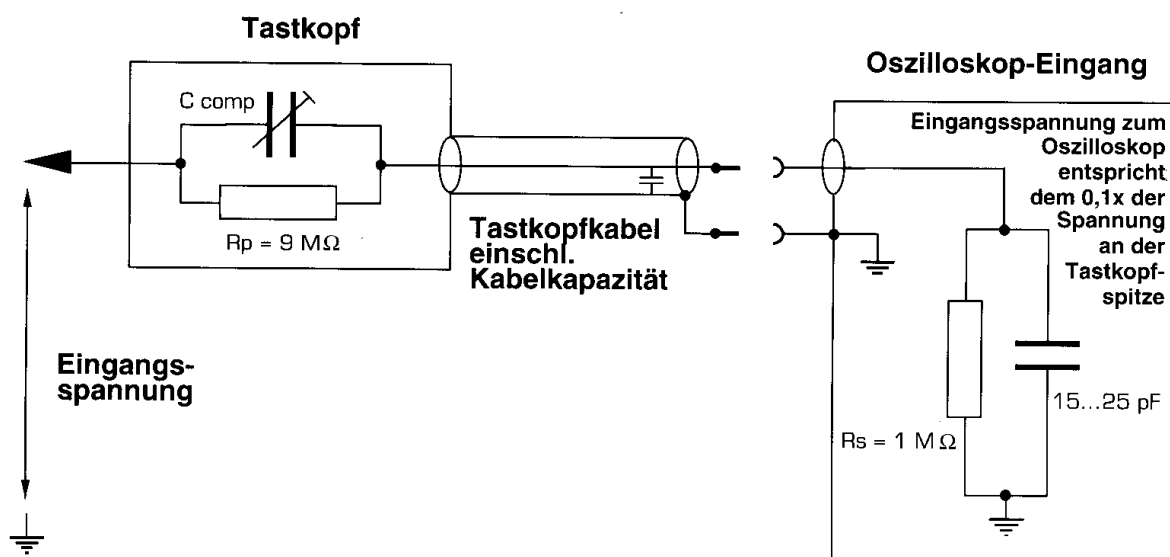
In der Praxis werden Werte typ. $C_e \approx 30\text{pF}$ und $R_e = 1\text{M}\Omega$ realisiert.

Für HF-Anwendungen werden zum reflexfreien Abschluss von 50Ω Koaxial-Leitungen auch Eingangswiderstände $R_e = 50\Omega$ verwendet.

Tastkopf

Durch Verwendung von Laborleitungen, Prüfschnüren u.ä. mit BNC-Adaptern wird die Kompensation des Eingangsteilers gestört. Als Folge ergibt sich eine wesentlich geringere obere Grenzfrequenz des Oszilloskopes als möglich.

Durch die Verwendung von Tastköpfen wird die Kompensation bis zum Messobjekt aufrechterhalten und Messungen bis zur max. oberen Grenzfrequenz des Oszilloskopes sind möglich.



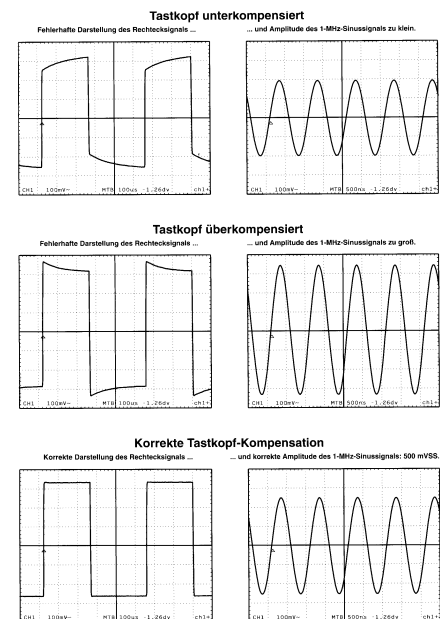
Wichtige Punkte bei der Anwendung von Tastköpfen:

Der Eingangsspannungsbereich wird erhöht (z.B. auf 500V_S), d.h. die Eingangsempfindlichkeit wird verringert.

Der Eingangswiderstand wird erhöht (auf 10MΩ beim 10:1 Tastkopf).

Die Eingangskapazität wird verringert (auf etwa 1/10 der Oszilloskopkapazität C_e beim 10:1 Tastkopf).

Bei sehr kleinen Messgrößen ist die verringerte Eingangsempfindlichkeit allerdings u.U. störend. Zur korrekten Funktion ist auf die richtige Kompensation des Tastkopfes zu achten. (siehe Bild rechts)



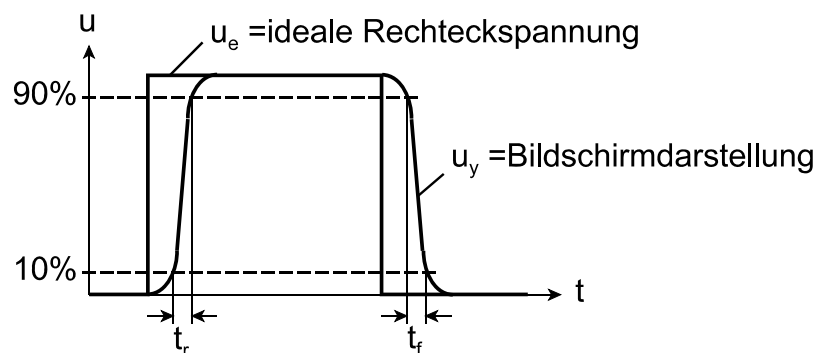
8.4 Grenzfrequenz des Oszilloskops

Das Oszilloskop hat wie alle anderen realen Verstärker ein Tiefpassverhalten. Zum einen ist die elektrostatische Ablenkung in Y-Richtung, zum anderen ist der Frequenzgang des Y-Verstärkers der Grund.

Somit hat ein Oszilloskop eine obere Grenzfrequenz; diese ist u.a. durch die Anstiegszeit t_r , die sog. Systemzeit gekennzeichnet.

Die Systemzeit kann durch ein Testsignal messtechnisch ermittelt werden. Ist das Testsignal ideal, d.h. die Anstiegszeit t_{re} ist vernachlässigbar klein, dann ist die Anstiegszeit der Bildschirmabbildung unmittelbar die Systemzeit.

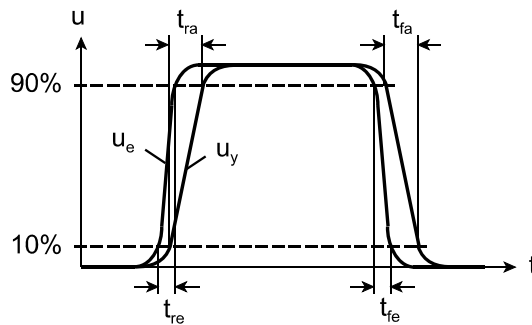
1. Testsignal ideal (ideales Rechtecksignal)



$$t_r = t_f = \frac{0,35}{f_g} = \text{Systemzeit des Oszilloskops}$$

Ein ideales Rechtecksignal liegt in der Praxis nicht vor (nur angenähert). Hat das Testsignal einen realen Verlauf, d.h. es hat selbst eine Anstiegszeit t_{re} , so ergibt sich folgender Sachverhalt:

2. Testsignal real (Testsignal mit Anstiegszeit)



t_{re} = Anstiegszeit des Testsignals

t_{fe} = Abfallzeit des Testsignals

t_{ra} = Anstiegszeit der Bildschirmdarstellung

t_{fa} = Abfallzeit der Bildschirmdarstellung

t_r = Anstiegszeit des Oszilloskops (=Systemzeit)

t_f = Abfallzeit des Oszilloskops (=Systemzeit)

Die Anstiegs- bzw. Abfallzeiten werden quadratisch addiert.

$$t_{ra} = \sqrt{t_r^2 + t_{re}^2}$$

$$t_{fa} = \sqrt{t_f^2 + t_{fe}^2}$$

8.5 Anwendungsbeispiele des Oszilloskops

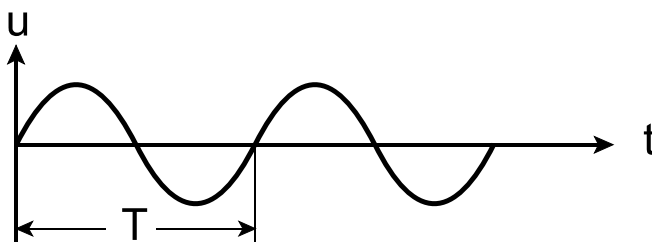
yt-Betrieb

An den Y-Platten liegt das Messsignal, an den X-Platten die Ablenkspannung (Sägezahnspannung).

Das Messsignal wird in Abhängigkeit von der Zeit dargestellt.

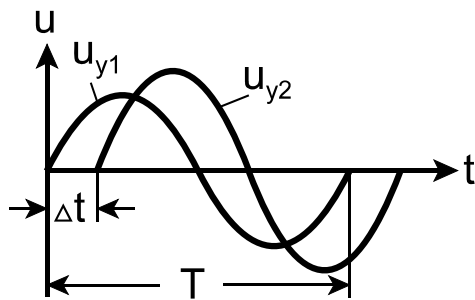
Beispiele:

1. Frequenzmessung



$$f = \frac{1}{T}$$

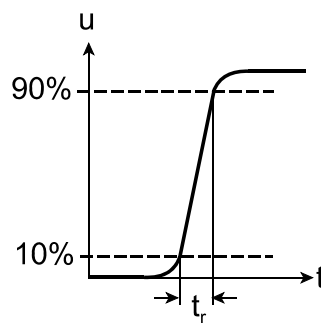
2. Phasenmessung



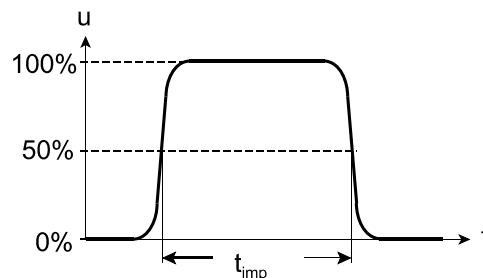
$$\frac{\Delta t}{T} = \frac{\varphi}{360^\circ}$$

$$\varphi = 360^\circ \cdot \frac{\Delta t}{T}$$

3. Anstiegszeitmessung



4. Impulsdauermessung



Weiterhin sind verschiedene Amplituden- und Spannungsmessungen möglich.

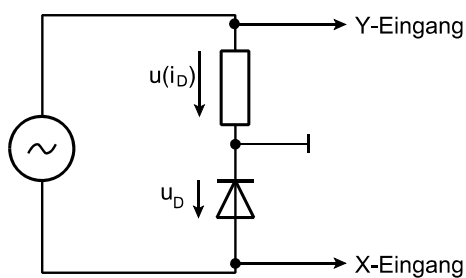
xy-Betrieb

Die X-Platten werden hierzu nicht zur Zeitablenkung mit einer zeitlich linear ansteigenden Sägezahnspannung benutzt, sondern mit einem beliebigen Signal verbunden.

Wichtigste Anwendungen:

- Kennliniendarstellung
- Lissajous-Figuren

Beispiel: Diodenkennlinien-Darstellung



Mit gleicher Methode sind auch Transistorkennlinien (und ähnliche Bauelemente) darstellbar.

Lissajous-Figuren

Mit den Lissajous-Figuren können im wesentlichen Phasenmessungen und Frequenzvergleiche durchgeführt werden.

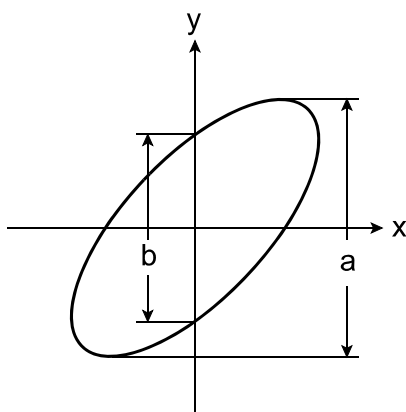
Phasenmessungen

Hierzu werden an die Eingänge zwei Sinussignale gleicher Frequenz gelegt.

X-Eingang: $x = \hat{x} \sin \omega t$

Y-Eingang: $y = \hat{y} \sin(\omega t + \varphi)$

Es entsteht die Bildschirmdarstellung:



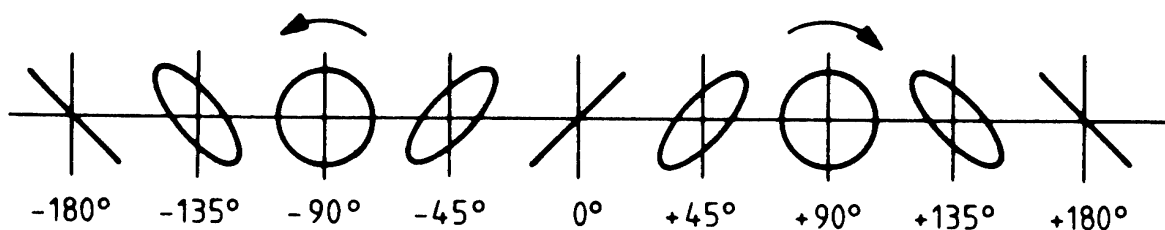
$$a = 2 \hat{y}$$

$$b = 2 \hat{x} |\sin \varphi|$$

$$\rightarrow \frac{b}{a} = |\sin \varphi|$$

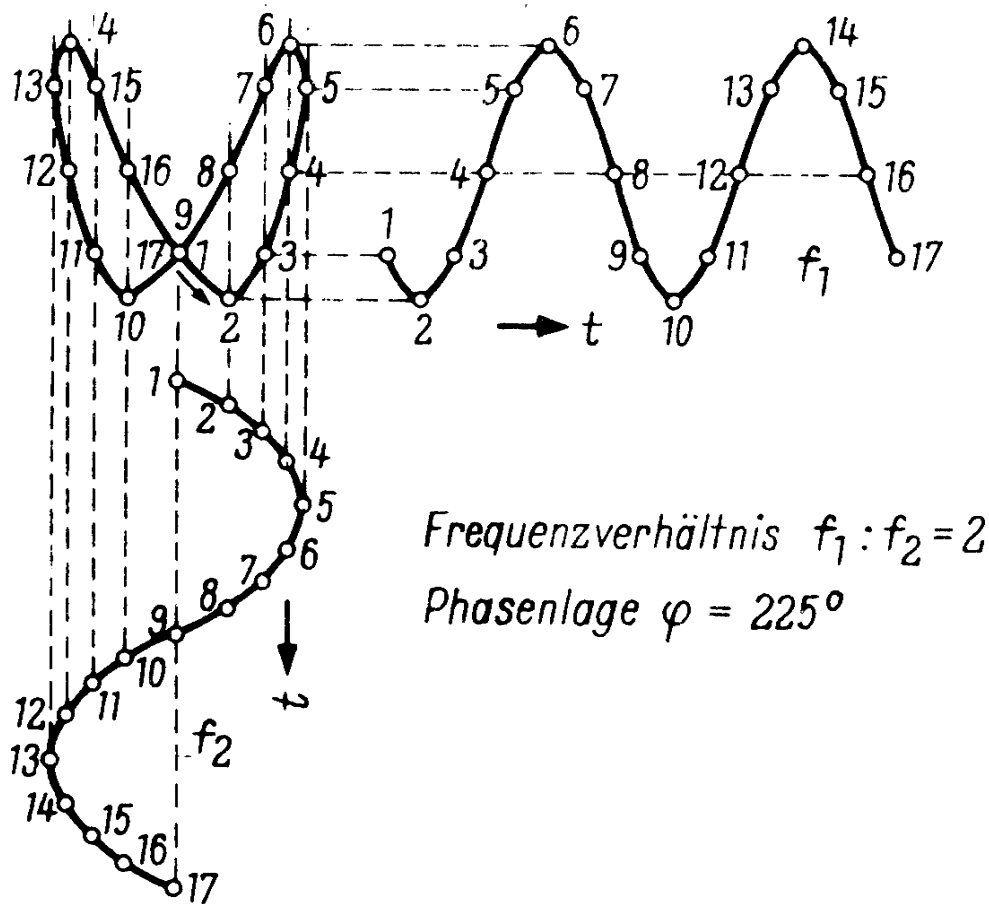
$$|\varphi| = \arcsin \frac{b}{a}$$

Verschiedene Phasenwinkel



Frequenzvergleich

Stehen die Sinusspannungen an der X- und Y- Ablenkung in einem Frequenzverhältnis zueinander, so entstehen Lissajous-Figuren mit mehreren Extremwerten. Für eine stehende Abbildung müssen die Sinusspannungen synchronisiert sein.



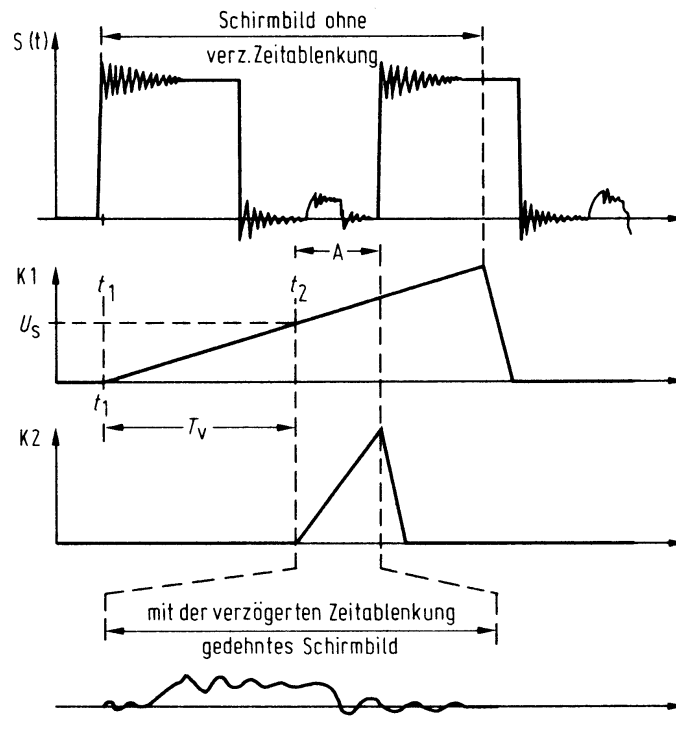
Die Frequenzverhältnisse berechnen sich mit:

$$\frac{f_1}{f_2} = \frac{f_y}{f_x} = \frac{\text{Extremwerte vertikal}}{\text{Extremwerte horizontal}}$$

8.6 Besonderheiten bei Oszilloskopen

Zweite Zeitbasis (Verzögerte Zeitbasis)

Folgt der interessante Signalabschnitt unmittelbar dem Triggerereignis, kann durch die Wahl des Ablenkoeffizienten die gewünschte Darstellung erzielt werden. Eine weitere zeitliche Dehnung kann in der Regel mit zusätzlichen Faktoren (x10, x5) erreicht werden. Bei schwierigen Signalverläufen, wenn der wichtige Signalabschnitt weit von der Triggermöglichkeit entfernt liegt, kann mit einer zweiten Zeitbasis Abhilfe geschaffen werden.



Wirkung der zweiten Zeitbasis

Daneben gibt es noch die

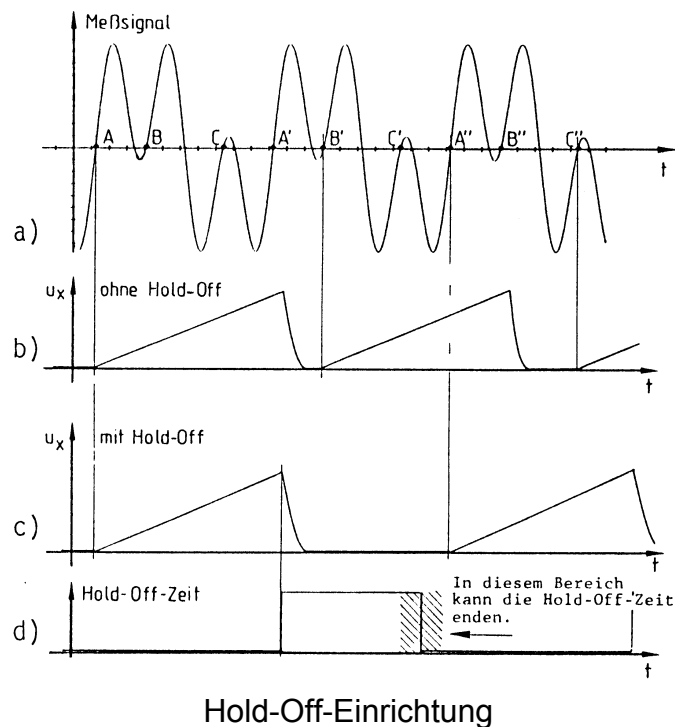
- alternierende Horizontalablenkung
- gemischte Horizontalablenkung

jeweils zum Zweck der optimalen vergrößerten Darstellung.

Hold-Off-Einrichtung

Diese Einrichtung ist eine Triggersperrschaltung. Sie ist dann sinnvoll, wenn neben der gewünschten Triggerbedingung weitere Triggerungen möglich sind, die aber zu Doppelbildern führen würden.

Die Hold-Off-Schaltung ist prinzipiell eine einstellbare Mono-Flop-Stufe, deren Ablaufzeit nach der Ablenkzeit eine Triggerung verhindert.



Weiteres Beispiel für die Notwendigkeit der Hold-Off-Einrichtung:
Rechtecksignale in der Digitaltechnik, die unterschiedliche Pulsbreiten haben.

9. Frequenz- und Zeitmessung Universalzähler

Der Universalzähler ist in der Grundform geeignet für:

- Frequenzmessungen
- Zeitintervallmessungen.

Erweiterungen sind u.a. Ereigniszählung, Drehzahlmessungen, Frequenzverhältnisse.

9.1 Frequenzmessung

Früher waren nur analoge Verfahren möglich wie z.B. Überlagerungsverfahren und Lecherleitung (Resonanzrohr).

Heute wird bis zu sehr hohen Frequenzen (> GHz) fast ausschließlich mit digitalen Verfahren gearbeitet.

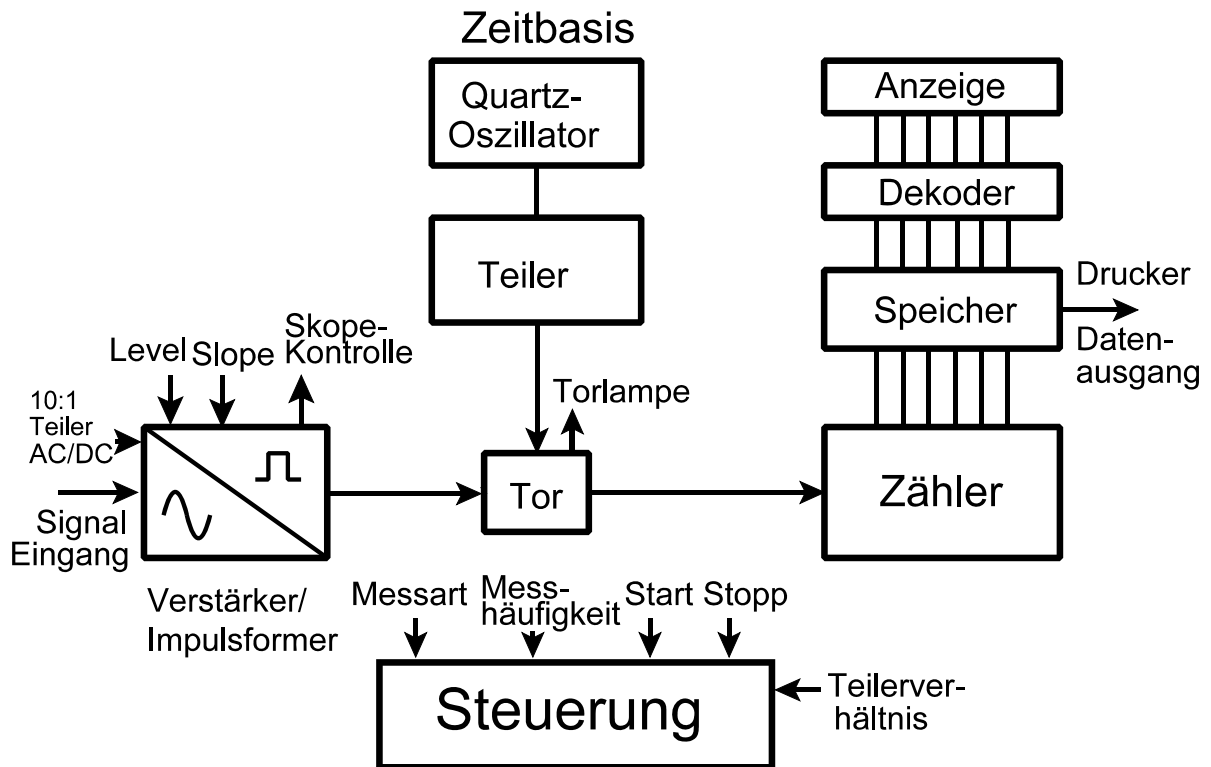
Digitale Frequenzmessung

Messunsicherheit:

analog $\approx 1 \dots 2\%$

digital $10^{-5} \dots 10^{-10}$ und besser (mit Atomuhrenvergleich).

Digitaler Zähler / Universalzähler (Blockbild)

**Verstärker, Impulsformer**

Diese Baugruppe umfasst:

AC/DC-Umschaltung (wie beim Oszilloskop),
Einstellung der Eingangsempfindlichkeit (automatisch und Handumschaltung), Impulsformung mit Schmitt-Trigger zur Erzeugung eines TTL-Signals.
Weitere Einstellmöglichkeiten sind Level und Flanke (Slope).

Mit Level wird die Triggerschwellspannung im Bereich von etwa $\pm 30V$ eingestellt.
Mit der Flankenwahl kann zwischen dem ansteigenden (positiven) Durchgang \lceil des Messsignal durch die Triggerschwellspannung oder dem fallenden (negativen) Durchgang \rceil entschieden werden.

Tor

Die Tor-Schaltung ist eine logische UND-Verknüpfung mit drei Eingängen:
Zeitbasisimpuls,
geformtes Messsignal und
Steuersignal.

Zeitbasis

Die Zeitbasis besteht aus einem Quarz-Rechteckgenerator und einem dekadischen Teiler. Sie stellt einen Impuls mit genauer Länge und Frequenz zur Verfügung.
Per Umschaltung des Teilers stehen:

0,1µs, 0,1ms, 10ms, 100ms, 1s, 10s (teilweise mehr) zur Auswahl.

Die Frequenzstabilität eines Quarzes ist von der Temperatur abhängig. Mit einer Temperaturstabilisierung auf etwa $\vartheta=60^{\circ}\text{C}$ ist eine erhebliche Verbesserung der Stabilität besonders mit speziell geschliffenen Quarzen zu erreichen.

Frequenzabweichungen:

ohne Thermostat: $\pm 5 \cdot 10^{-6}$
mit Thermostat: $\pm 5 \cdot 10^{-10}$.

Daneben ist die Alterung des Quarzes zu beachten.

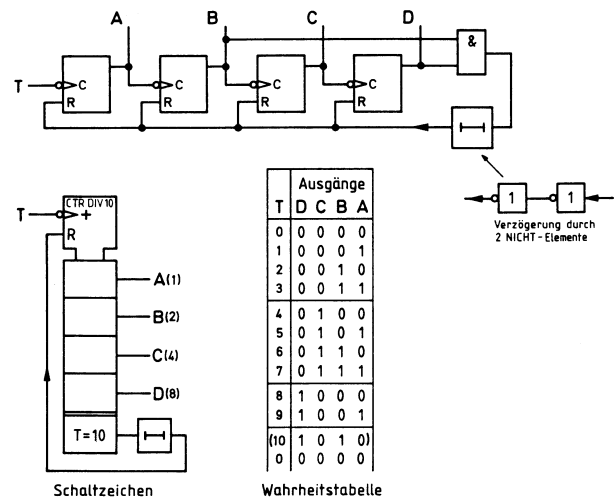
Alterung: $\pm 5 \cdot 10^{-9}/\text{Tag} \rightarrow 0,003\text{Hz}$ (bei 1MHz), 3Hz in 1000 Tagen.

Diese Alterung kann durch einen Abgleich mit Hilfe einer Reihenkapazität korrigiert werden.

Heute wird bei entsprechenden Anforderungen ein Frequenzstandard (Atomuhr) über Funk (DCF77) genutzt.

Zähler

In der Regel ein vollintegrierter mehrstufiger Dezimalzähler. Das Zählergebnis ist BCD-Kodiert.



Asynchron-10-Zähler

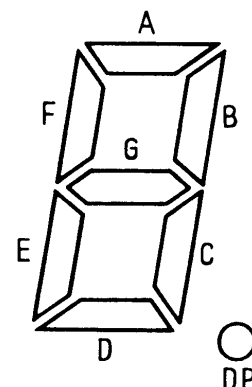
Speicher

Zwischenspeicher, der immer den letzten Messwert hält, bis die neue Messung beendet ist. Dann erst wird der Speicher überschrieben.

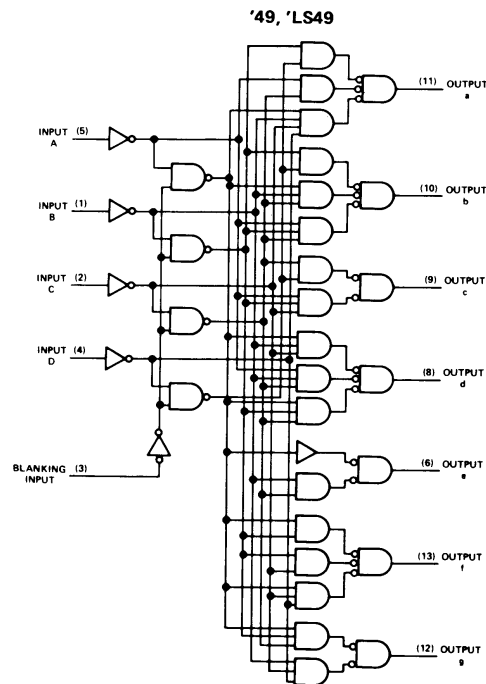
Damit wird eine unruhige Anzeige verhindert.

Anzeige

Die Anzeige besteht aus der Dekodierung der BCD-Zahl und den Anzeigeelementen. Diese sind Siebensegment- oder Punktmatrix-LCD-Anzeigen. Die meisten Zähler haben Ausgänge für Drucker, heute vielfach IEC-Bus-Anschlüsse.



Siebensegment-Anzeige



BCD zu Siebensegment-Dekoder

9.1.1 Messprinzip

Der Impulsformer stellt die Messfrequenz am Tor bereit. Gibt die Steuerung die Messung frei, wird für die Dauer des Zeitbasissignals des Tor freigegeben. Innerhalb dieser Torfreigabe-Zeit (10s, 1s, 0,1s etc.) zählt der Zähler die Messfrequenz-Impulse.

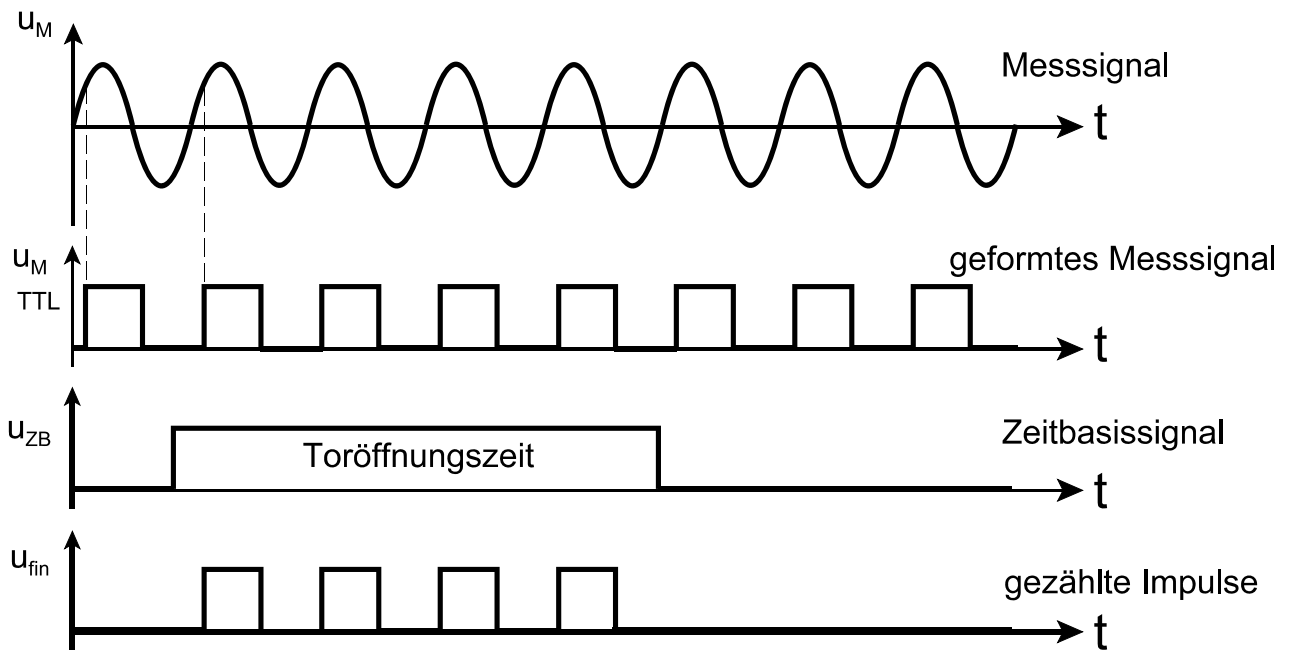
$$\text{Frequenz} = \frac{\text{Messfrequenzimpulse}}{\text{Torzeit}}$$

Die Steuerung gibt genau einen High-Puls des Zeitbasissignals frei. Anschließend wird die Messung beendet, die Steuerung gibt einen Speicherübernahmeimpuls ab, damit wird die Anzeige aktualisiert.

Toröffnungszeit

- 1s → Anzeige direkt in Hz
- 10s → Anzeige mit Komma 1 Stelle nach links
- 0,1s → Anzeige mit Komma 1 Stelle nach rechts
- 0,01s → Anzeige mit Komma 2 Stellen nach rechts

Bei hohen Messfrequenzen müssen kurze Toröffnungszeiten gewählt werden, damit der Zähler nicht überläuft.



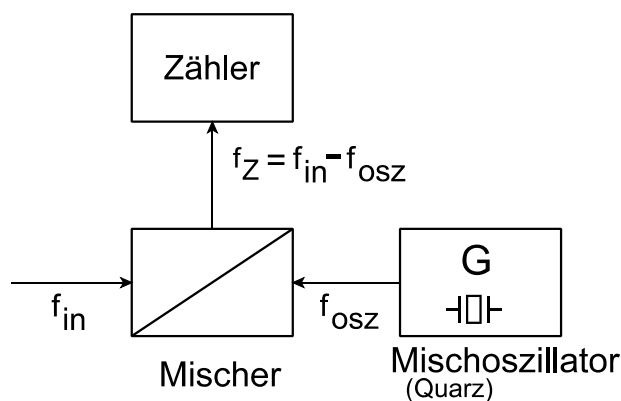
Messhäufigkeit (Displaytime)

Bei Toröffnungszeiten von 1s und 10s kann sofort nach der Speicherübernahme eine neue Messung gestartet werden.

Bei kürzeren Toröffnungszeiten ($< 0,5s$) kann der häufige Anzeigenwechsel nicht gut beobachtet werden.

Um einen optimalen Anzeigenwechsel von etwa 2...3 pro Sekunde zu erreichen, kann eine Messpause eingestellt werden.

Messbarer Frequenzbereich



Frequenzumsetzung durch Mischung

An die erste Zählerstelle wird die höchste zeitliche Anforderung gestellt (asynchroner Zähler).

Je nach verwendeter Schaltkreisfamilie sind bis etwa 1 GHz direkt messbar. Verwendung finden auch spezielle Vorteiler, die besonders hohe Frequenzen ($> 100\text{ GHz}$) herunterteilen (10:1, 100:1, 1000:1).

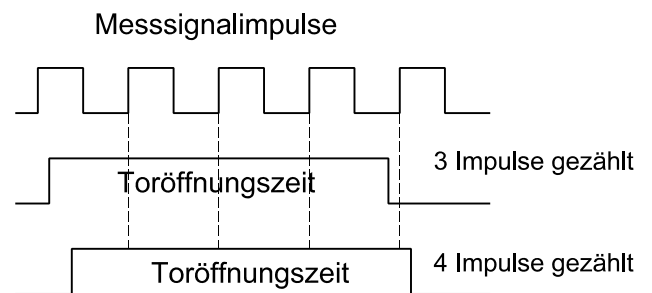
Eine konventionelle Technik ist die Frequenzumsetzung durch Mischung.

Hiermit sind auch die höchsten Frequenzen messbar.

9.1.2 Messunsicherheit der Frequenzmessung

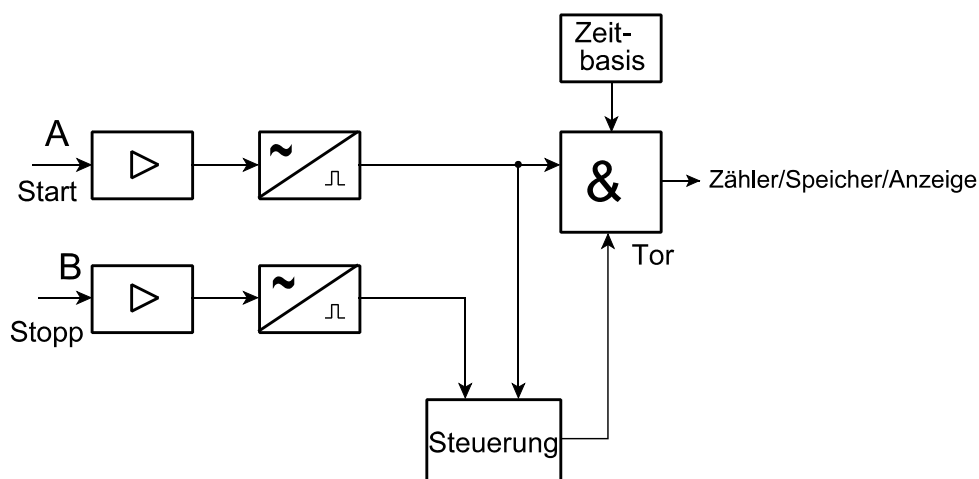
Die Messunsicherheit ist in erster Linie von der Quarzzeitbasis abhängig (Frequenzabweichung und Alterung).

Die letzte Stelle der digitalen Anzeige kann um eine Stelle schwanken (± 1 Digit, Torfehler), da Torzeit und Messfrequenz nicht synchron sind. Dadurch kann von der Messfrequenz eine Flanke gerade noch erkannt werden, aber auch nicht. Verschiedene Messungen liefern u.U. verschiedene Ergebnisse.



9.2 Zeitintervallmessung

Der Universalzähler hat für die Zeitintervallmessung 2 Eingänge. Der erste Eingang (A) wird für die Startfunktion benötigt und der zweite (B) für die Stoppfunktion.



9.2.1 Funktionsprinzip

Zur Zeitintervallmessung öffnet das Messsignal für eine bestimmte Zeit die Torschaltung und die Impulse der Zeitbasis werden gezählt. Die gemessene Zeit ergibt sich mit:

$$t_M = n \cdot T_{Cl}$$

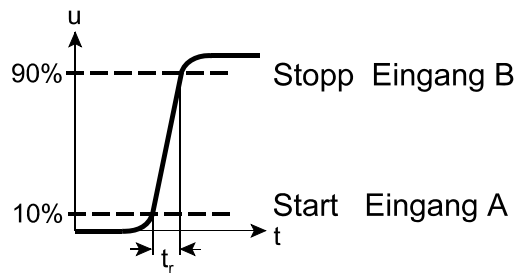
t_M = gemessene Zeit

n = Zählerstand

T_{Cl} = Periodendauer der Zeitbasisfreq.

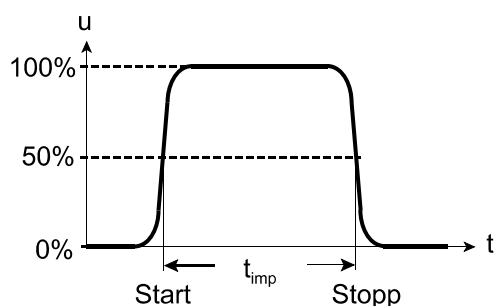
9.2.2 Anwendungen

Anstiegszeitmessung



Einstellung: Zeitintervallmessung A to B.
Beide Eingänge werden auf gleiche Flanke aber unterschiedliche Triggerpegel (10% bzw. 90%) eingestellt

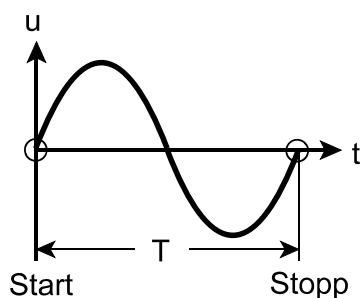
Pulsdauermessung



Beide Eingänge werden auf 50% Triggerpegel eingestellt aber unterschiedlichen Flanken:

A (Start) pos. Flanke

B (Stopp) neg. Flanke



Für die einfache Periodendauermessung wird nur ein Eingang benötigt, da Trigger-Pegel (0 Volt) und -Flanke (pos. oder neg.) gleich sind.
Hierzu dient Eingang A (Start und Stopp).

Der Universalzähler unterscheidet sich bei Frequenzmessung und Zeitintervallmessung nur durch die Art der Steuerung.

Zeitintervallmessung: Eingangssignal (Messsignal) bildet die Toröffnungszeit. Zeitbasissimpulse werden gezählt.

Frequenzmessung: Zeitbasissignal bildet die Toröffnungszeit. Impulse des geformten Messsignals werden gezählt.

Messung sehr kurzer Zeitintervalle

Mit der standardmäßigen Zeitintervallmessung, der sog. Single-Messung, sind umschaltbare zeitliche Auflösungen von 100µs und 100ns üblich. Hiermit sind Zeiten < 1µs nur mit ungenügender Auflösung messbar. Zeiten (Pulsbreiten) < 100ns sind nicht messbar. Zur Messung derart kurzer Zeiten (z.B. Anstiegszeiten von logischen Gattern) dient die **Zeitintervall- Mittelwertmessung**.

Prinzip:

Das Messsignal öffnet nicht einmal das Tor, sondern mehrfach.

üblich: 100, 10000, 1000000mal. Dadurch werden entsprechend viele Zeitbasisimpulse gezählt. Die Korrektur der Anzeige erfolgt durch Kommaverschiebung.

Durch diese Methode sind zeitliche Auflösungen von etwa 1ps möglich. Die gesamte Messzeit ist entsprechend länger.

Weitere Anwendungen des Universalzählers:

Count: einfaches Ereigniszählen ohne Zeitbasis.

Frequenzverhältnisse: Zwei Messsignale mit unterschiedlicher Frequenz. Das Tor wird vom ersten Messsignal gesteuert, während die Impulse des zweiten Messsignals gezählt werden. Die Zeitbasis ist unwirksam.

10. Leistungsmessung

10.1 Leistung im Gleichstromkreis

Die Leistung ergibt sich durch Strom- und Spannungsmessung mit der bekannten Formel $P = U \cdot I$.

Unter Umständen muss eine Korrekturrechnung durchgeführt werden, je nachdem ob eine stromrichtige oder spannungsrichtige Schaltung angewendet wird.

Korrektur stromrichtige Schaltung:

$$P = U \cdot I - I^2 \cdot R_A \quad R_A = \text{Innenwiderstand des Amperemeters}$$

Korrektur spannungsrichtige Schaltung:

$$P = U \cdot I - \frac{U^2}{R_V} \quad R_V = \text{Innenwiderstand des Voltmeters}$$

Im allgemeinen ist die spannungsrichtige Schaltung günstiger, da R_V beliebig hoch gewählt werden kann (Voltmeter mit Verstärker).

Amperemeter haben aufgrund des notwendigen Nebenwiderstandes einen größeren Eigenverbrauch.

Prinzip:

Wenn der Eigenverbrauch in die Größenordnung der sonstigen Messunsicherheiten kommt, muss korrigiert werden.

10.2 Wattmeter

(Elektrodynamisches Messwerk)

Das Wattmeter besteht aus einem elektrodynamischen Messwerk mit Anpassungswiderständen.

Es hat eine feste Stromspule als Strompfad (Strom i_1) und eine Drehspule als Spannungspfad (Strom i_2).

Der Strom i_1 erzeugt einen magnetischen Fluss im Eisenkreis. Mit dem Strom i_2 wird ein Drehmoment in der Drehspule mit Zeiger erzeugt.

$$\Phi \sim i_1, M_d \sim i_2, i_2 \sim u \rightarrow \text{Ausschlag } \alpha \sim i_1 \cdot u = p(t)$$

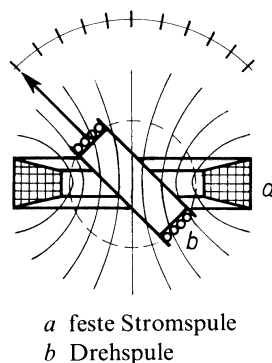
Die Augenblicksleistung ist im Gleichstromkreis gleich dem Mittelwert. Im Wechselstromkreis wird aufgrund der Trägheit des Zeigers mit Drehspule der Mittelwert P angezeigt.

Der Ausschlag des Wattmeters ist polaritätsabhängig.

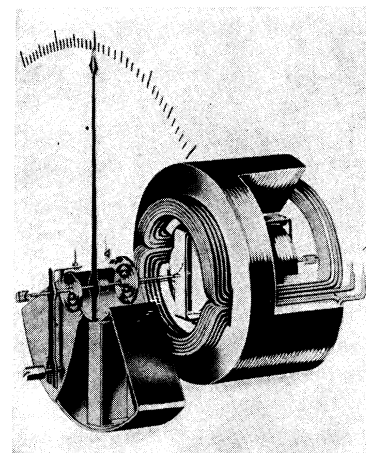
Im praktischen Messbetrieb ist zu beachten, dass ein Pfad überlastet werden kann, obwohl der Ausschlag gering ist, wenn am anderen Pfad eine sehr kleine Größe anliegt.

Es gibt zwei Bauarten:

- eisenfreies Messwerk für Präzisionsmessgeräte (keine Sättigungseffekte des Eisens, geringere Empfindlichkeit)
- eisengeschlossenes Messwerk für normale Anwendungen.



Eisenfreies elektrodynamisches Messwerk

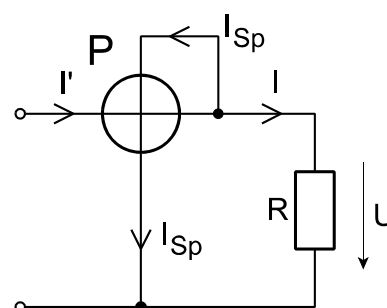


Eisengeschlossenes elektrodynamisches Meßwerk mit Luftkammerdämpfung (H&B)

Schaltungsarten mit Wattmetern

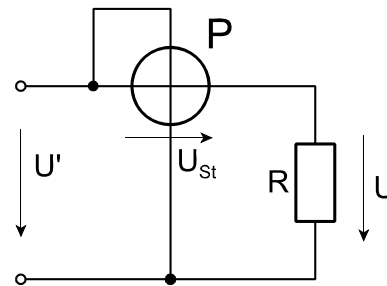
Spannungsrichtige Schaltung

I_S = Strom im Spannungspfad



Stromrichtige Schaltung

U_{St} = Spannungsabfall am Strompfad

Fehlerbetrachtung

Spannungsrichtige Schaltung:

$$P_r = U \cdot I \quad \text{richtige Leistung}$$

$$P_a = U \cdot I' \quad \text{angezeigte Leistung}$$

$$P_a = U(I_S + I) = P_S + P_r \quad P_S = \text{Verlustleistung des Spannungspfad}$$

Durch den Fehler $F = P_a - P_r = P_S$ wird immer ein größerer Wert angezeigt.

Stromrichtige Schaltung:

$$P_r = U \cdot I \quad \text{richtige Leistung}$$

$$P_a = U' \cdot I \quad \text{angezeigte Leistung}$$

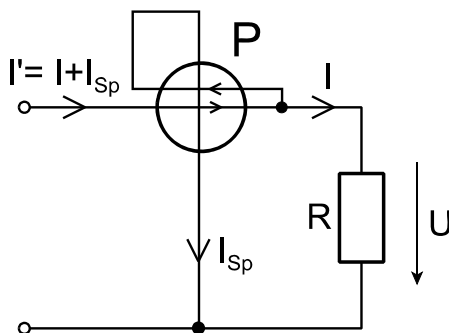
$$P_a = (U_{St} + U)I = P_{St} + P_r \quad P_{St} = \text{Verlustleistung des Strompfades}$$

Auch hier wird durch den Fehler $F = P_a - P_r = P_{St}$ immer ein größerer Wert angezeigt.

Fehlerkompensation

Wattmeter mit Korrekturspule

Das Magnetfeld der Korrekturspule ist dem Magnetfeld der Strompfadspule entgegengesetzt.



$$\begin{aligned} P_a &= U \cdot I' - U \cdot I_S = U(I + I_S) - U \cdot I_S \\ &= U \cdot I + U \cdot I_S - U \cdot I_S \\ &= U \cdot I = P_r \end{aligned}$$

10.3 Leistungsmessung im Wechselstromkreis

10.3.1 Wirkleistungsmessung

Da zeitabhängige Größen $u(t)$ und $i(t)$ vorliegt, ergibt die Multiplikation beider Größen die Augenblicksleistung $p(t) = u(t) \cdot i(t)$.

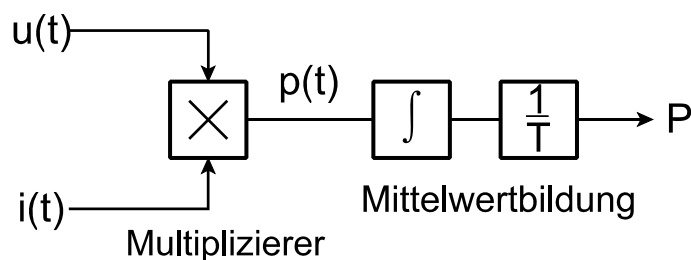
Der arithmetische Mittelwert der Augenblicksleistung ist die Wirkleistung P .

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T u(t) \cdot i(t) dt$$

Für **sinusförmige** Größen gilt:

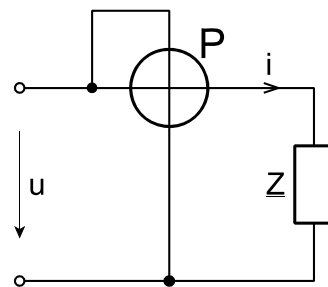
$$P = U \cdot I \cdot \cos\varphi$$

Blockschaltbild einer Wirkleistungsmessung:



Wirkleistungsmessung mit dem elektrodynamischen Messwerk

Der Zeigerausschlag ist proportional der Augenblicksleistung $p(t) = u(t)i(t)$. Der Zeiger stellt sich aber aufgrund der Trägheit auf den Mittelwert P , d.h. die Wirkleistung, ein.



10.3.2 Blindleistung

Die Blindleistung wird berechnet mit

$$Q = \sqrt{S^2 - P^2}; \quad S = U \cdot I$$

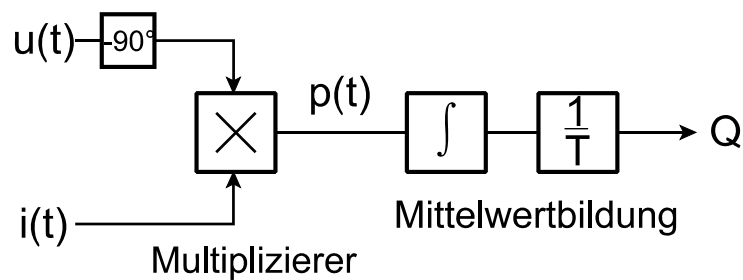
Liegen sinusförmige Größen vor:

$$Q = U \cdot I \cdot \sin\varphi$$

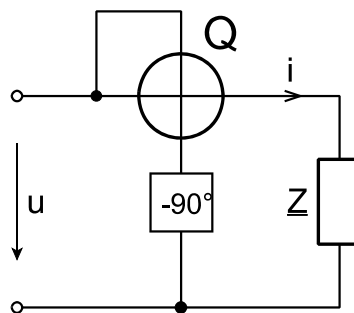
Es kann umgeformt werden mit $\sin\varphi = \cos(\varphi - 90^\circ)$

$$U \cdot I \cdot \sin\varphi = U \cdot I \cdot \cos(\varphi - 90^\circ)$$

Blockschaltbild einer Blindleistungsmesseinrichtung:



Unter Verwendung eines zusätzlichen Phasenschiebers (z.B. Hummelschaltung) kann mit dem elektrodynamischen Messwerk auch Blindleistung gemessen werden.



10.3.3 Elektronische Leistungsmessung

Gemäß dem Blockschaltbild der Wirkleistungsmessung können elektronische Lösungen realisiert werden.

Analog: Analoger Multiplizierer und Mittelwertbildung mit einem RC-Tiefpass.

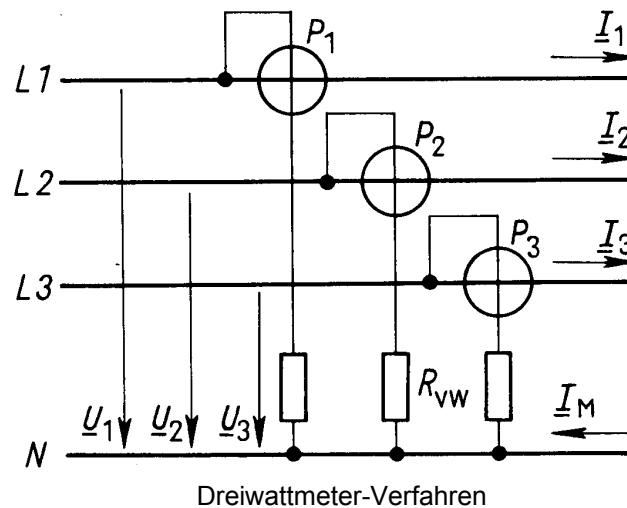
Digital: Abtastung und Digitalisierung der Größen $u(t)$ und $i(t)$, im Mikroprozessor Multiplikation und Mittelwertbildung.

10.4 Leistungsmessung im Drehstromkreis

10.4.1 Dreiwattmeter-Verfahren

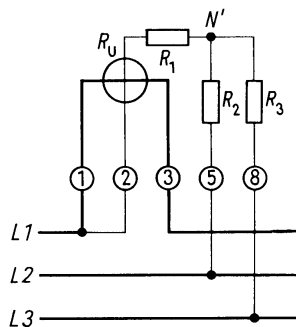
Die gesamte Wirkleistung ist $P = P_1 + P_2 + P_3$

Diese aufwendige Verfahren ist nur notwendig, wenn unsymmetrische Belastungen der Leiter vorliegen.



10.4.2 Einwattmeter-Verfahren

Ist die Last symmetrisch, so kann das Einwattmeter-Verfahren angewendet werden, bei dem nur von einem Leiter die Leistung gemessen und anschließend mit drei multipliziert wird.

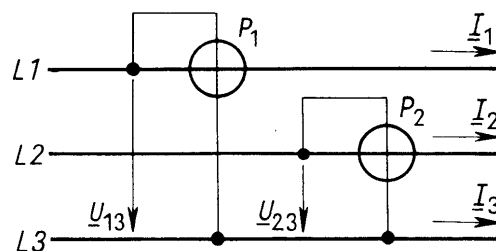


Die nebenstehende Schaltung zeigt das Einwattmeter-Verfahren mit künstlichem Neutraleiter N', wenn nur die drei Leiter vorhanden sind.

10.4.3 ARON-Schaltung

Zweiwattmeter-Verfahren

Prinzip: Er liegt ein dreiphasiges Netz ohne Neutraleiter vor. Dieses Netz wird als System mit zwei Leitern und einem Rückleiter betrachtet. Es genügen daher zur Leistungsmessung zwei Wattmeter.



ARON-Schaltung

Es gilt: $S = \underline{U}_1 I_1 + \underline{U}_2 I_2 + \underline{U}_3 I_3$

mit $\underline{U}_1 = \underline{U}_{13} + \underline{U}_3$ und $\underline{U}_2 = \underline{U}_{23} + \underline{U}_3$

ergibt sich

$$\underline{S} = \underline{U}_{13} \underline{I}_1 + \underline{U}_{31} \underline{I}_1 + \underline{U}_{23} \underline{I}_2 + \underline{U}_{32} \underline{I}_2 + \underline{U}_{31} \underline{I}_3$$

$$= \underline{U}_{13} \underline{I}_1 + \underline{U}_{23} \underline{I}_2 + \underline{U}_{31}(\underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_3)$$

da kein Neutralleiter, ist die Stromsumme $\underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_3 = 0$

Ergebnis

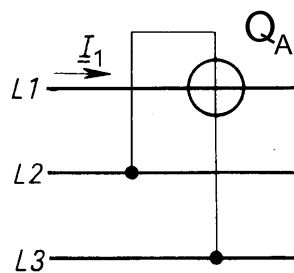
$$\underline{S} = \underline{U}_{13} \underline{I}_1 + \underline{U}_{23} \underline{I}_2$$

10.4.4 Blindleistungsmessung

Symmetrische Belastung

Zur Blindleistungsmessung muss prinzipiell im Spannungspfad eine Phasenverschiebung von -90° erzeugt werden.

Im Drehstromnetz kann jedoch ohne zusätzliche Phasenschieberschaltung eine andere Leiterspannung gefunden werden, die notwendige Phasenverschiebung hat.



Das Wattmeter liefert die Anzeige Q_A .

$$Q_A = U_{23} I_1 \cos(\varphi_1 - 90^\circ)$$

$$= \sqrt{3} U_1 I_1 \sin \varphi_1 = \sqrt{3} Q_1$$

Als gesamte Blindleistung ergibt sich:

$$Q_{\text{ges}} = \sqrt{3} Q_A = 3 Q_1 = 3 U_1 I_1 \sin \varphi_1$$

10.5 Energiemessung (Im Wechsel- und Drehstromnetz)

Der Energieverbrauch von Wechselstrom- bzw. Drehstromgeräten wird in der Regel mit Induktionszählern (sogenannten Elektrizitätszählern) gemessen. Mit dem eingebauten Induktionsmesswerk wird die Wirkarbeit W bzw. die Elektrizitätsmenge Q gemessen. Mit einem Induktionsmesswerk und einem Phasenschieber kann auch die Blindarbeit gemessen werden.

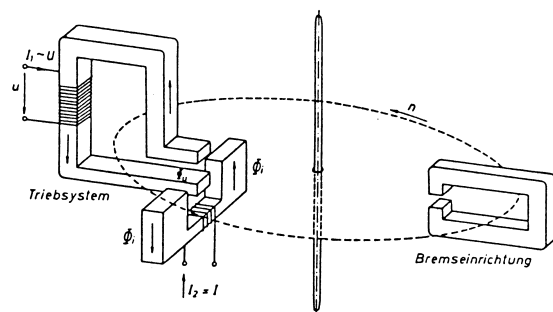
Die Energiemessung in Wechsel- und Drehstromnetzen hat eine besondere Bedeutung bei der Abrechnung der Energiekosten.

Wirkungsweise des Induktionsmesswerks

Das Einphaseninduktionsmesswerk besteht aus:

- Spannungsspule,
- Stromspule,
- Läuferscheibe,
- Bremsmagnet und
- Rollenzählwerk.

Spannungs- und Stromspule sind gegeneinander um 90° verdreht und erzeugen ein Wanderfeld, welches in der Aluminium-Läuferscheibe Wirbelströme induziert. Wanderfeld und Wirbelströme erzeugen ein Antriebsdrehmoment. Die Achse der Scheibe treibt das Rollenzählwerk. Der Bremsmagnet erzeugt ebenfalls ein Wirbelstrom in der Scheibe und damit ein Bremsmoment (Wirbelstrombremse).



Induktionsmesswerk

Diese Konstruktion ist sehr alt, wird aber immer noch aufgrund des guten Preis/Leistungsverhältnisses bei gleichzeitig hoher Genauigkeit und Langzeitstabilität besonders in Haushalten von den EVU's eingesetzt. Rein elektronische Verfahren werden meist in Anlagen eingesetzt, in denen eine elektronische Messdatenverarbeitung gewünscht wird.

Drehstromzähler sind prinzipiell gleich aufgebaut. Für jede Phase ist ein eigenes Tiebwerk mit Scheibe vorhanden. Die Scheiben sind über eine gemeinsame Achse verbunden.

Für spezielle EVU-Tarife gibt es Zähler für

- Mittelwert
- Maximum
- Mehrfachtarife
- Überverbrauch.

Zähler für Gleichstromanwendungen haben nur noch eine untergeordnete Bedeutung. Meist werden elektronische Verfahren eingesetzt, z.B. zur Kontrolle des Ladezustands von Akkumulatoren oder Messung des Energieertrags von Solarzellenanlagen.