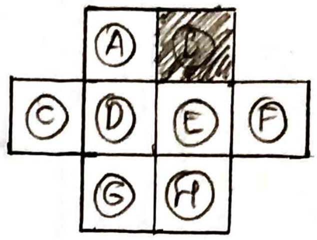
Maximiliano Sepulveda 201973536-5 Paralelo: 200

1) Para encontrar $|G|$ desde el nodo B, hay que encontrar tanto GB como G_B.

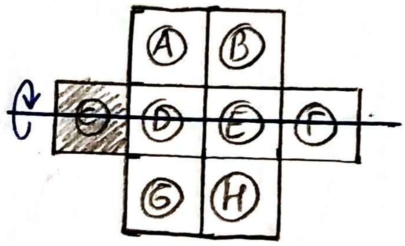


- Orbitas: $GB = \{B, A, G, H\} \Rightarrow |GB| = 4$
- Estabilizadores: $G_B = \{id\} \Rightarrow |G_B| = 1$

* Segun el teorema: $|G| = |GB| \cdot |G_B| = 4 \cdot 1 = 4$

El tamaño de $\boxed{|G| = 4}$

Ahora, el mismo analisis para el nodo C:

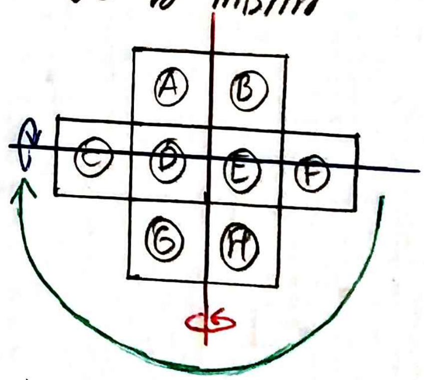


- Orbitas: $GC = \{C, F\} \Rightarrow |GC| = 2$
- Estabilizadores: $G_C = \{id, \text{ref}H\} \Rightarrow |G_B| = 2$

* Segun el teorema: $|G| = |GC| \cdot |G_C| = 2 \cdot 2 = 4$

El tamaño de $\boxed{|G| = 4}$

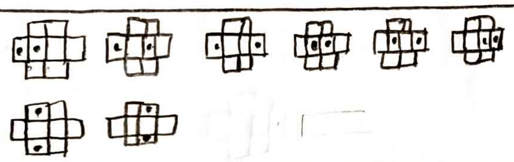
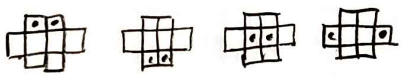
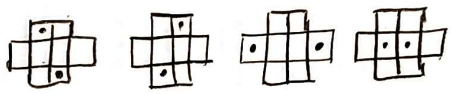
$\therefore$ Hay 4 permutaciones que dejan la cartilla de la misma forma: id, refH, refV, rot180°



b) Solo se posee un color (rojo) y se sabe que existen 4 permutaciones que dejan la cartilla de la misma forma, las cuales son:

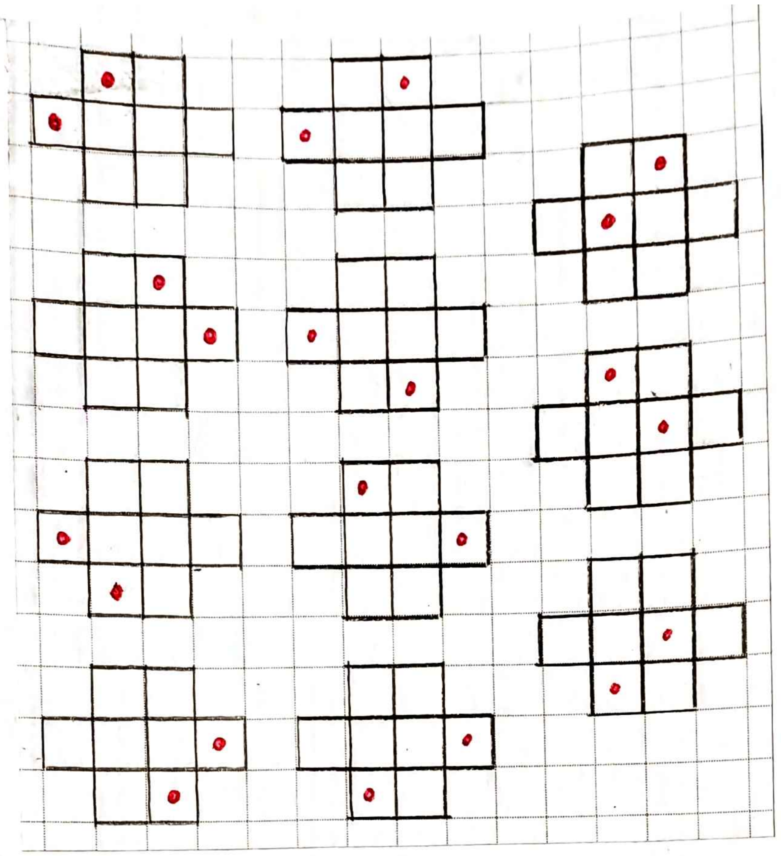
- Identidad → id
- Reflexion horizontal → refH
- reflexion vertical → refV
- Rotar 180° → rot180

Para encontrar configuraciones diferenciables, hay que usar el teorema de Burnside, para eso, para cada permutacion, hay que encontrar los simbolos que quedan como punto fijo.

Permutacion		$\lvert F(\gamma)\rvert$
id	$\binom{8}{2} = \frac{8!}{6!\cdot 2!} = 28$	28
refH		8
refV		4
rot180		4
	suma:	44

Por teorema de Burnside: $\frac{1}{\lvert G\rvert}\cdot\sum_{\gamma\in G}\lvert F(\gamma)\rvert = \frac{44}{4} = 11$

∴ Existen 11 formas diferenciables de pintar las casillas.



c) ... :(

---

2) Para ver si es posible si con las reglas dadas, se puede llegar desde el estado inicial hasta el final, podemos comenzar viendo la paridad de la permutacion realizada.

$$\alpha : \begin{array}{ccccccccc} 9 & 5 & 2 & 8 & 1 & 4 & \cancel{7} & 5 & 6 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \cancel{\downarrow} & \downarrow & \downarrow \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & \cancel{7} & 8 & 9 \end{array}$$

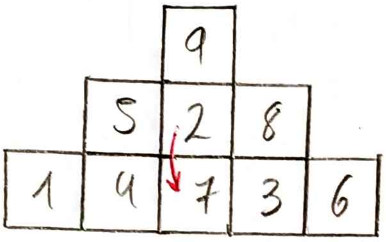
Ahora podemos escribir la permutacion en notacion de ciclos.

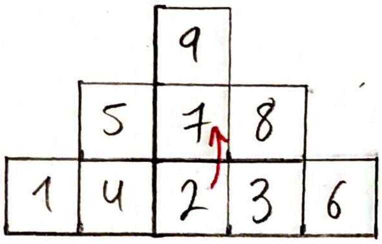
$$\alpha = (9\ 1\ 5\ 2\ 3\ 8\ 4\ 6)\cancel{(7)}$$

Trasponemos:

$$\alpha = (9\,6)(9\,4)(9\,8)(9\,3)(9\,2)(9\,5)(9\,1)$$ Es una permutacion impar.

Pero notese el 7, es punto fijo.
Para poder permutar el 7 y dejarlo en la misma posicion, es necesario una permutacion par.





Pero nos dimos cuenta que la permutacion realizada en este caso es impar. Y por el teorema que dice que la paridad de una permutacion siempre se mantiene, es imposible que con las reglas dadas, se pueda llegar a la configuracion final.